**Кузнецова 2042\2**

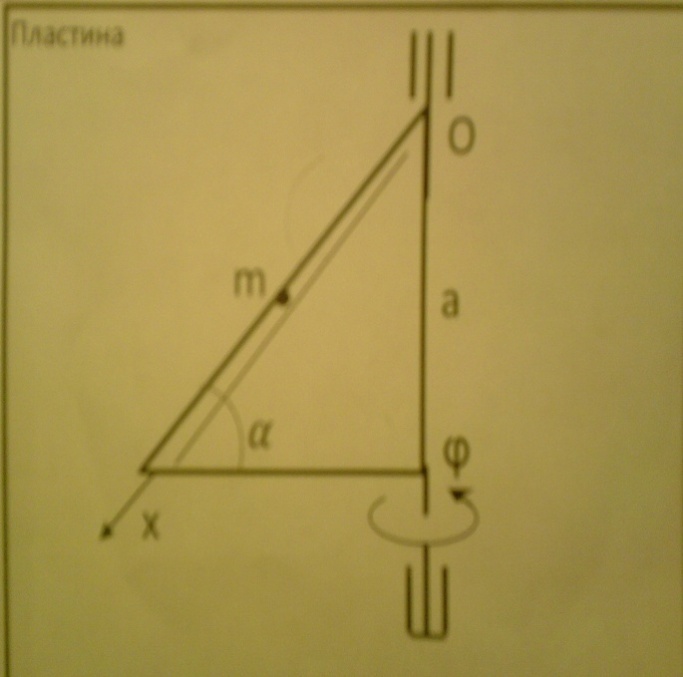
**Объект задания**

Треугольная пластина погонной плотности , с углом при основании , вращается вокруг неподвижной вертикальной оси. Материальная точка массы m скользит без трения вдоль оси (Рис.1).

**Данные для задачи А**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| m (к*г*) | a(м) | 𝛼 (град) | 𝛾 (к*г*/м) | (c-1) | *x*0 (м) | (м/с) | (нм) | (м/с) |
| 17 | 4 | 30 | 6 | -3 | 1 | 2 | -4t3 – 4 | *3+2t3* |

**Задача А**



Тело вращается с постоянной угловой скоростью .

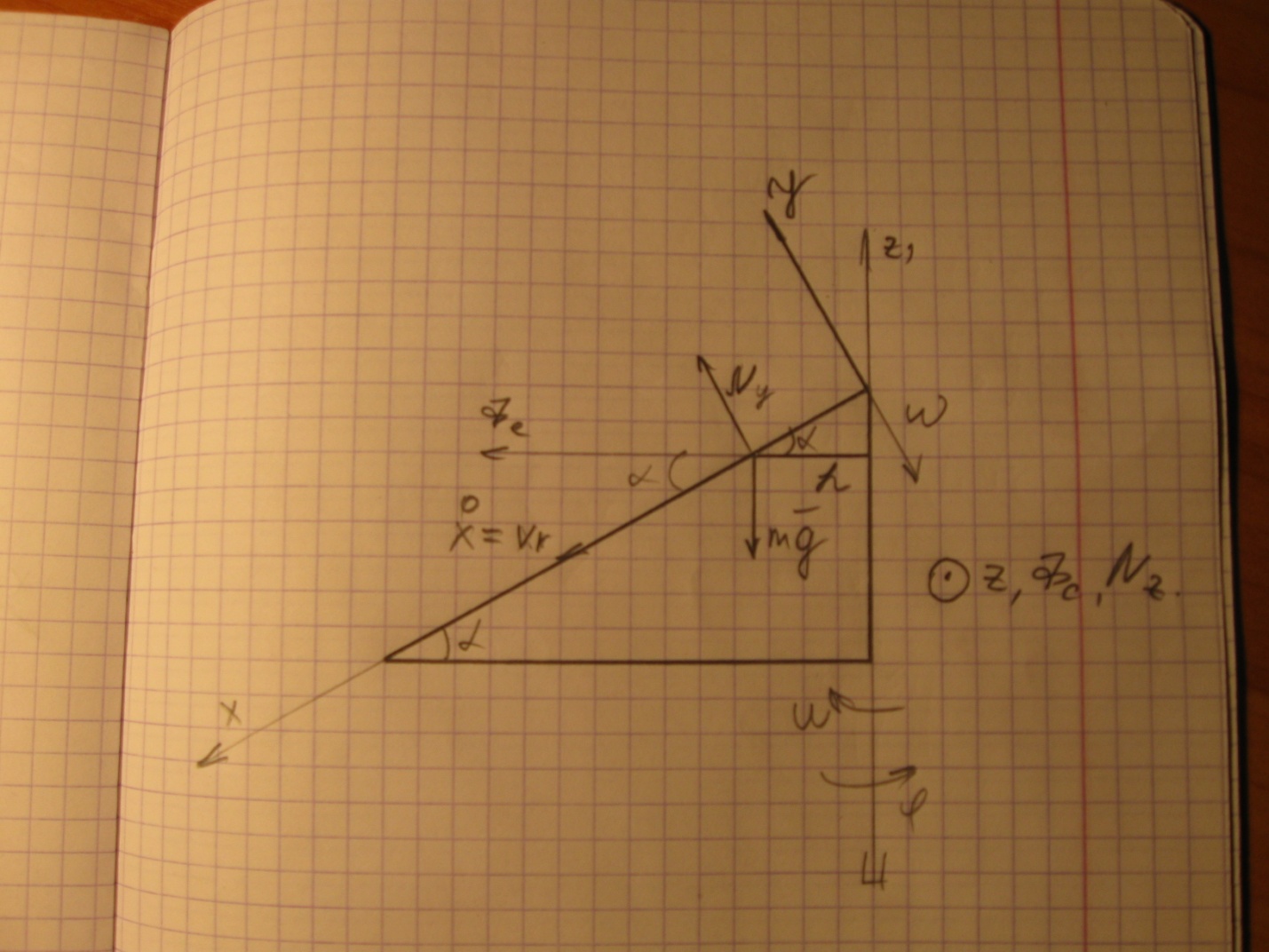
Найти

1. Дифференциальное уравнение относительного движения точки.
2. Положение относительного равновесия, если оно

существует.

1. Закон относительного движения и скорости точки.
2. Скорость точки в момент, когда точка покидает тело
3. Закон изменения реакции тела на точку и ее значение в момент, когда точка покидает тело.
4. Выражения для составляющих главного вектора реакций шарниров тела.

**Задание И1. Основное уравнения динамики относительного движения точки. Теорема о движении центра масс системы.**



1. Составляем уравнение динамики относительного движения точки

(1.1)

Центробежная сила инерции всегда направлена от оси вращения тела. Ее модуль равен

Сила Кориолиса направлена вдоль оси z (Рис.2).

Проекция

направлена по z

поскольку (точка вылетает), а .

Проектируя уравнение (1.1) на ось *х*, получаем дифференциальное уравнение относительного движения точки

1. Положения относительного равновесия не существует, так как в любой точке трубы у нашей материальной точки будет ускорение, не равное нулю.
2. Найдем закон относительного движения и скорости точки. Это обратная задача динамики. Решение неоднородного уравнения (1.1) ищем в виде

Решение однородного уравнения ищем в виде

Подставляя решение в однородное уравнение, приходим к характеристическому уравнению с вещественными корнями

Решение принимает вид

Полное решение уравнения (1.1)

(1.3)

Постоянные в (1.3) находим из начальных условий

(1.4)

Подставив (1.4) в (1.3), получим:

Иначе

Решение приобретает вид

С учетом начальных условий (1.4)

(1.5)

1. Найдем скорость точки в момент, когда она покидает тело. Можно было бы и закона движения определить соответствующий момент времени и подставить его в закон изменения скорости. Но проще найти зависимость скорости точки от ее перемещения известной заменой

Которая фактически приводит к теореме об изменении кинетической энергии точки.

Получаем

Интегрируя, находим зависимость относительной скорости точки от ее перемещения

(1.6)

Из начальных условий (1.4) находим

Находим скорость при

1. Найдем закон изменения реакции тела на точку. Это прямая задача динамики. Проекция уравнения (1.1) на ось z:

дает проекцию реакции стержня на ось z

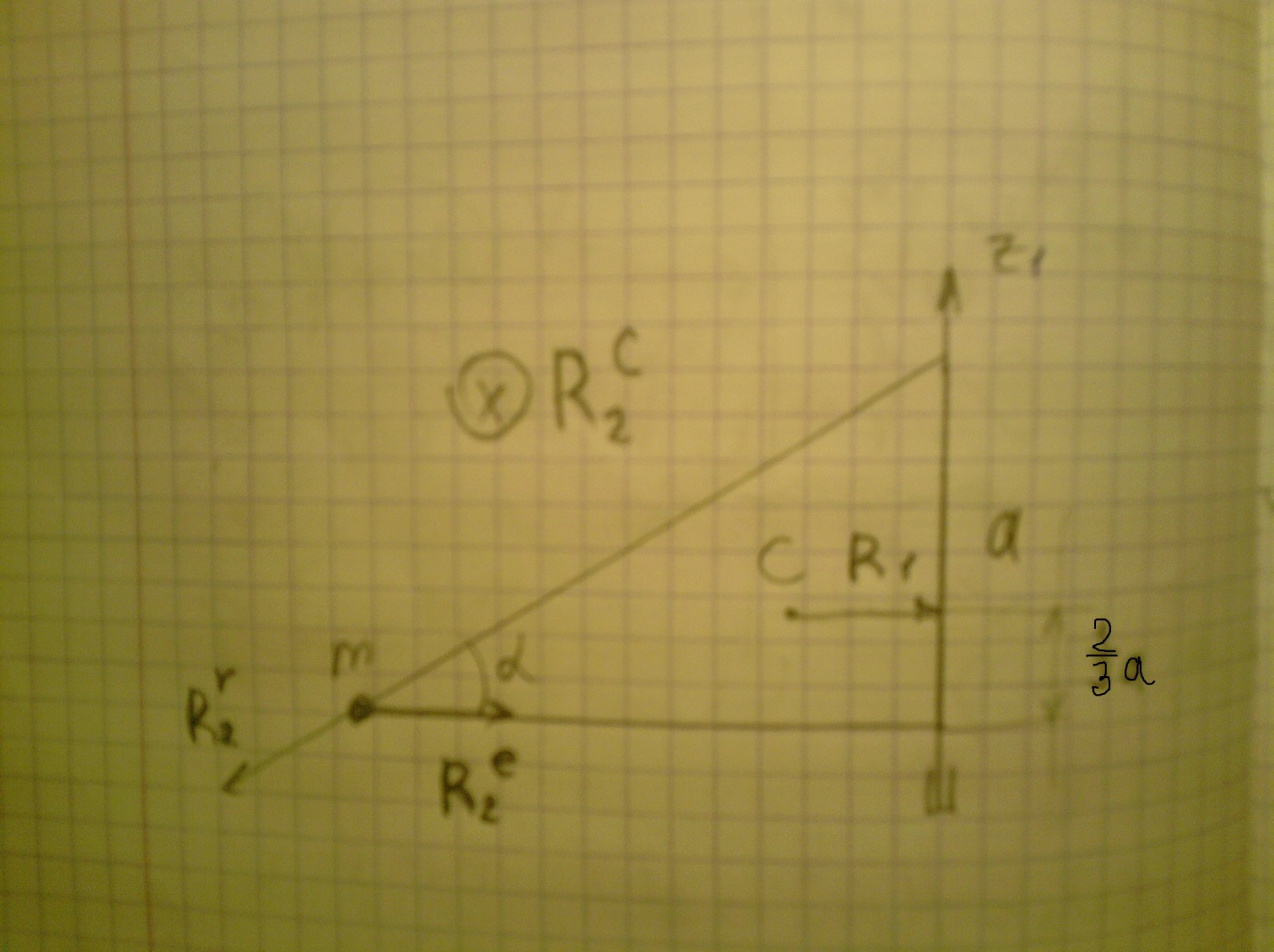
Проектируя уравнение (1.1) на ось у, находим:

Теперь проекция нормальной реакции стержня на ось у равна

В момент, когда точка покидает тело

(1.9)

6.



Составляющие реакции шарнира **R** найдем по известным ускорениям тела и точки из теоремы о движении центра масс

Это прямая задача динамики.

где составляющая от ускорения центра тяжести треугольной пластины, а от ускорения точки. Последнее состоит из относительного, переносного и Кориолисова ускорений:

Направления составляющих изобразим на рисунке и вычислим их величину

;

**Объект задания**

Треугольная пластина погонной плотности , с углом при основании , вращается вокруг неподвижной вертикальной оси. Материальная точка массы m скользит без трения вдоль оси (Рис.1).

**Данные для задачи А**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| m (к*г*) | a(м) | 𝛼 (град) | 𝛾 (к*г*/м) | (c-1) | *x*0 (м) | (м/с) | (нм) | (м/с) |
| 17 | 4 | 30 | 6 | -3 | 1 | 2 | -4t4 – 4 | *3+2t3* |

**Задание И4. Уравнения Лагранжа.**

1. Найдем закон изменения угловой скорости из уравнения Лагранжа

Кинетическая энергия системы складывается из энергии тела и точки

Подставив данные задачи, находим

Обобщенная

***Приходим к тому же результату, что и в И2:***

Видим, что в данном примере кинетический момент системы связан с кинетической энергией формулой

**Задание И5. Уравнений Лагранжа. Теорема об изменении кинетической энергии в переносном движении**

1. Дифференциальные уравнения движения системы найдем из уравнений Лагранжа. За обобщенные координаты выберем x и φ.

Запишем соответствующие уравнения Лагранжа:

Выражение кинетической энергии системы (4.2) позаимствуем из задания И4

Производные по :

Обобщенная сила

Подставив (5.3) и (5.4) в (5.1) получаем дифференциальное уравнение по :

Поскольку.

то является циклической координатой, и ей соответствует циклический интеграл дифференциального уравнения по

Покажем, что циклический интеграл выражает факт сохранение кинетического момента системы относительно оси z. Согласно формуле (2.1) задания И2

Подстановка данных задачи дает

что в точности совпадает с выражением (5.7).

Значит (5.7) действительно выражает факт сохранение кинетического момента системы относительно оси z. Ввиду начального покоя системы

Производная от (5.7) приводит к дифференциальному уравнению по

1. Проверим уравнение относительного движения точки (1.2) в условиях задачи А.

При подстановке условий задачи А: в (5.5) *получаем точно такое же уравнение, как в задаче А*

1. Проверим закон угловой скорости тела, найденный в условиях задачи Б

При подстановке условий задачи Б при отсутствии момента : в (5.7) получаем тот же закон угловой скорости

что и в задании И2 при отсутствии момента.

1. Общее выражение зависимости реакции тела на точку найдем из теоремы об изменении кинетической энергии точки в переносном движении

Здесь использовано разложение выражения кинетической энергии точки Т на слагаемые по степеням относительной скорости. Справа стоит мощность внешних сил (они здесь состоят из одной реакции на переносном движении точки.

Кинетическая энергия Т не содержит времени t, поэтому

Энергия , содержащая в первой степени и ее производная

Энергия содержащая в нулевой степени и ее производная

Мощность реакции в переносном движении точки

После подстановки в теорему (5.13) получаем

Проверим выражение (для реакциив условиях задачи А, где**:**

В силу дифференциального уравнения движения точки

получаем то же выражение (1.8)

что и в задании И1.