

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
Физико-механический институт
Высшая школа теоретической механики и математической физики

Работа допущена к защите
Директор ВШТМиМФ
д.ф.-м.н., чл.-корр. РАН
_____ А. М. Кривцов
« ____ » _____ 20__ г.

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА БАКАЛАВРА

**Определение НДС и прочности конструкции монтажной площадки
здания ГЭС**

по направлению подготовки

01.03.03 «Механика и математическое моделирование»

направленность

01.03.03_01 Механика и математическое моделирование сред
с микроструктурой

Выполнил

студент гр. 5030103/90101

С.А. Новоселова

Руководитель

Доцент ВШТМиМФ,

к.ф.-м.н.

Е.Ю. Витохин

Санкт-Петербург

2023

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ПЕТРА ВЕЛИКОГО**
Физико-механический институт
Высшая школа теоретической механики и математической физики

УТВЕРЖДАЮ

Директор ВШТМиМФ

А.М. Кривцов

«__» _____ 20__ г.

ЗАДАНИЕ

**на выполнение выпускной квалификационной
работы**

студенту Новоселовой Софье Александровне, группа 5030103/90101

1. Тема работы: Определение НДС и прочности конструкции монтажной площадки здания ГЭС
2. Срок сдачи студентом законченной работы: 05.06.2023
3. Исходные данные по работе: научные публикации и исследования по теме работы, чертежи монтажной площадки, параметры для задания свойств материалов.
4. Содержание работы (перечень подлежащих разработке вопросов): создание трехмерной конечно-элементной модели здания монтажной площадки на скальном основании, выполнение расчета статического напряжённно-деформированного состояния, определение полей НДС монтажной площадки и оценка прочности железобетонных конструкций.
5. Перечень графического материала (с указанием обязательных чертежей): не предусмотрены.
6. Консультанты по работе: отсутствуют
7. Дата выдачи задания 27.02.2023

Руководитель ВКР _____ Е. Ю. Витохин, доцент ВШТМиМФ, к. ф.-м. н.

Задание принял к исполнению 27.02.2023

Студент _____ С. А. Новоселова

РЕФЕРАТ

На 34 с., 29 рисунков, 6 таблиц

БЕТОННЫЕ СООРУЖЕНИЯ, НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ, МЕТОД КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ, ПРОЧНОСТЬ, ABAQUS.

В данной работе проведено численное моделирование напряженно-деформированного состояния методом конечных элементов системы основание – монтажная площадка – левобережные глухие секции плотины при эксплуатационных нагрузках. Расчеты проводились на примере Саяно-Шушенской ГЭС в программном пакете ABAQUS. По итогу работы была разработана трехмерная конечно-элементная модель здания монтажной площадки на скальном основании, осуществлен расчет статического напряженно-деформированного состояния и произведен его анализ в линейной постановке, по результатам которого была выполнена оценка прочности бетонных сооружений.

THE ABSTRACT

34 pages, 29 pictures, 6 tables

CONCRETE STRUCTURES, STRESS-STRAIN STATE, FINITE ELEMENT METHOD, STRENGTH, ABAQUS.

This paper presents numerical simulation of the stress-strain state using the finite element method of the system foundation - installation site - right bank of the dam under technological loads. The calculations were obtained on the example of the Sayano-Shushenskaya HPP in the ABAQUS software package. As a result of the work, a three-dimensional finite element model of the construction of the installation site on a rocky foundation was created, a static analysis was performed in a linear formulation, based on the results of which an assessment of the strength of concrete and reinforced concrete structures was made.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	5
ГЛАВА 1. ОПИСАНИЕ КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЙ МОДЕЛИ	7
1.1. Геометрия модели	7
1.2. Расчетная модель.....	12
1.3. Используемые материалы	14
1.4. Нагрузки и граничные условия.....	14
ГЛАВА 2. ОБЗОР МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ	17
ГЛАВА 3. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ.....	24
3.1. Поля перемещений.....	24
3.2. Поля напряжений	26
3.3. Анализ прочности сооружения.....	28
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	36
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ.....	37

ВВЕДЕНИЕ

Гидроэлектростанция – комплекс гидротехнических сооружений, преобразовывающие энергию напора воды в электрическую энергию. Несомненным преимуществом гидроэнергетики является тот факт, что это возобновляемый источник энергии, не сопровождающийся вредными выбросами в атмосферу. В настоящее время на гидроэлектростанциях производится около 17–18% электроэнергии, вырабатываемой в России. ГЭС составляют около половины мощности энергосистемы Сибири. В Дагестане, Северной Осетии, Кабардино-Балкарии, Карачаево-Черкесии, Магаданской области электроэнергетика практически полностью представлена ГЭС. Существенная доля покрытия нагрузок в Единой энергосистеме России сохраняется за крупнейшей в стране Саяно-Шушенской ГЭС и ее арочно-гравитационной плотиной, надежность работы которых в современных условиях крайне важна и не должна вызывать никаких сомнений. Оценка эксплуатационной надежности ответственных бетонных сооружений таких, как здания ГЭС, в первую очередь основывается на исследованиях напряженно-деформированного состояния (НДС) сооружений и основания. Вследствие высокой сложности процессов, определяющих характер работы гидросооружений совместно с природными основаниями, в современных реалиях для расчетов прибегают к численным методам с применением программных комплексов на основе метода конечных элементов (МКЭ). МКЭ является одним из наиболее распространенных методов математического моделирования для определения НДС как гидротехнических сооружений, так и для других сложных пространственных систем.

Данная работа посвящена разработке конечно-элементной модели монтажной площадки здания ГЭС, являющейся частью вышеупомянутого комплекса сооружений Саяно-Шушенского гидроузла, и предназначенной для сборки и ремонта устанавливаемого на станции оборудования, а также расчету прочности конструкций монтажной площадки. Влияние прилегающих к

монтажной площадке плотины и здания ГЭС учитывается с помощью эквивалентных давлений. Цель работы заключается в определении прочности конструкции при одном из самых негативных случаев сочетания нагрузок для монтажной площадки, когда на ее перекрытиях находится полукрановый кран и разложен гидроагрегат, суммарная масса которых достигает 2468 т. Полученные результаты могут быть использованы в практике проектирования монтажной площадки здания ГЭС и для прогнозирования надежности конструкции.

ГЛАВА 1. ОПИСАНИЕ КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЙ МОДЕЛИ

1.1. Геометрия модели

В рамках дипломной работы необходимо построить конечно-элементную модель, состоящую из монтажной площадки, левобережных глухих секций плотины и скального основания. На основании расчета статического напряжённо-деформированного состояния требуется произвести оценку прочности железобетонного перекрытия монтажной площадки и конструкций его опирания под действием собственного веса и возможных эксплуатационных нагрузок. Перекрытия монтажных площадок ГЭС являются одними из наиболее ответственных железобетонных конструкций, так как при эксплуатации подвергаются значительным технологическим нагрузкам, в том числе не предусмотренным проектом.

Геометрическая модель здания монтажной площадки общим объемом 46186 м^3 , включающая также часть плотины с максимальной высотой равной 230 м, шириной гребня 25 м и длиной 253 м создавалась по рабочим чертежам на основе твердотельного моделирования с максимальным учетом геометрических особенностей здания, в том числе и внутренних помещений.

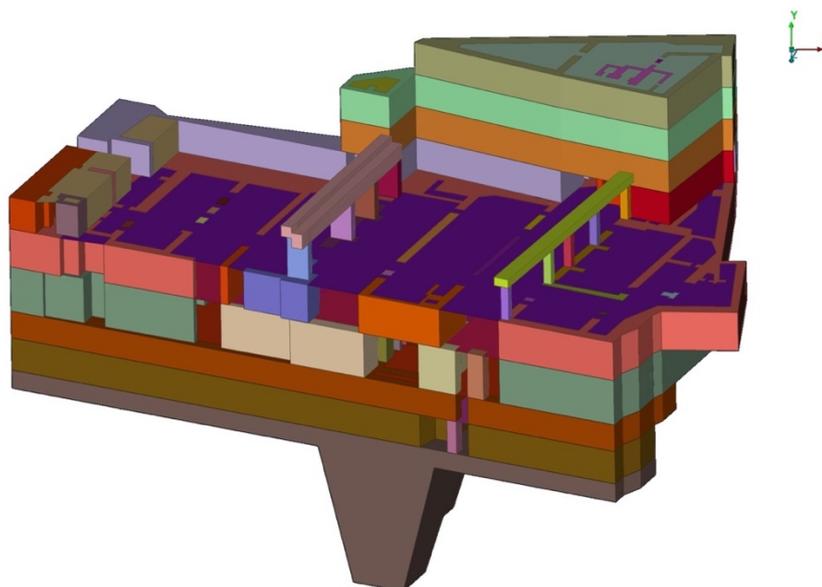


Рисунок 1. Геометрическая модель монтажной площадки

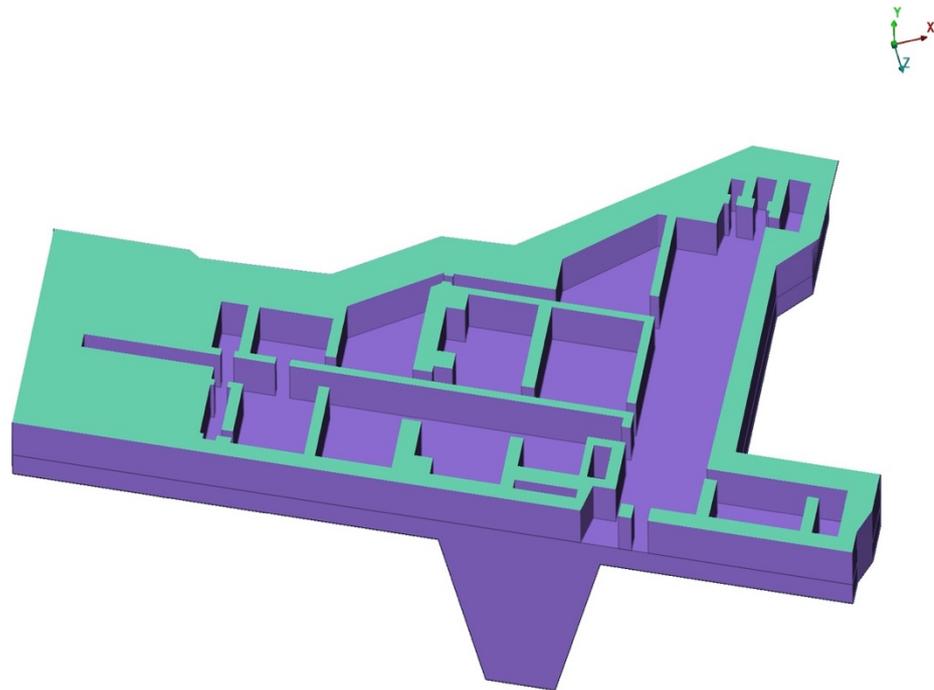


Рисунок 2. Сечение конструкции монтажной площадки на отметке 311 м

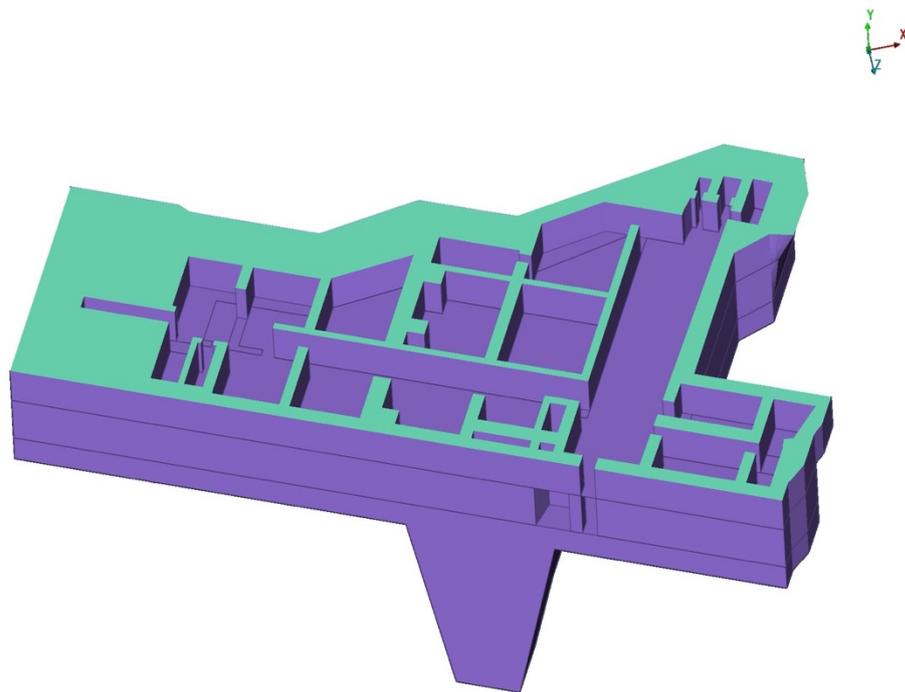


Рисунок 3. Сечение конструкции монтажной площадки на отметке 315 м

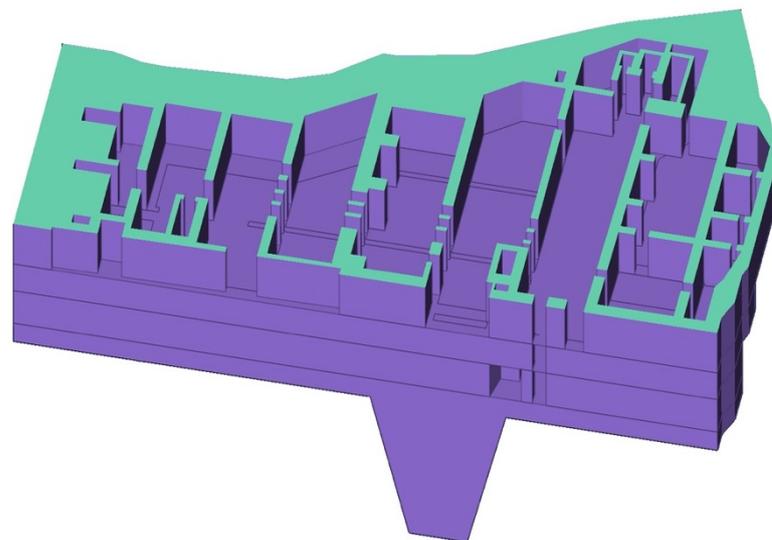


Рисунок 4. Сечение конструкции монтажной площадки на отметке 323.5 м

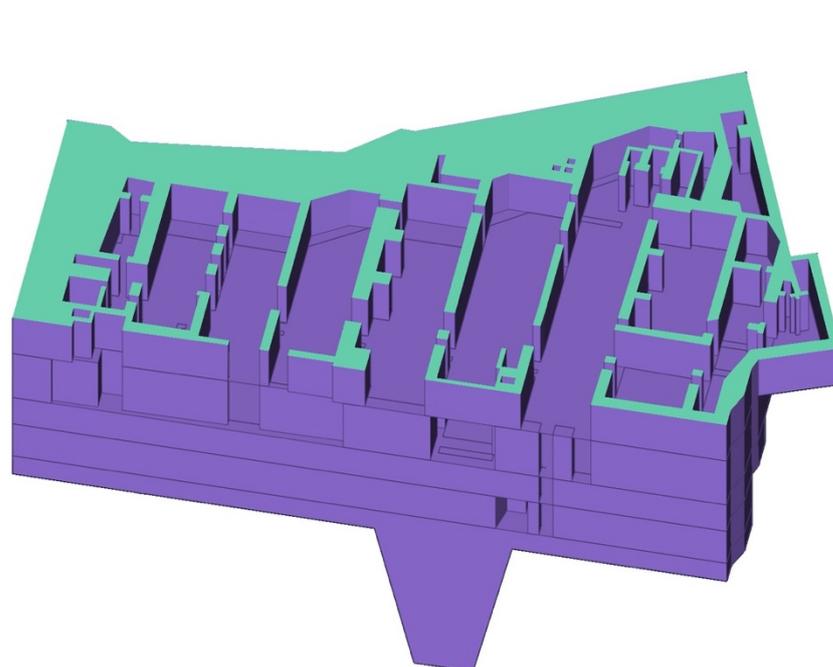


Рисунок 5. Сечение конструкции монтажной площадки на отметке 327 м

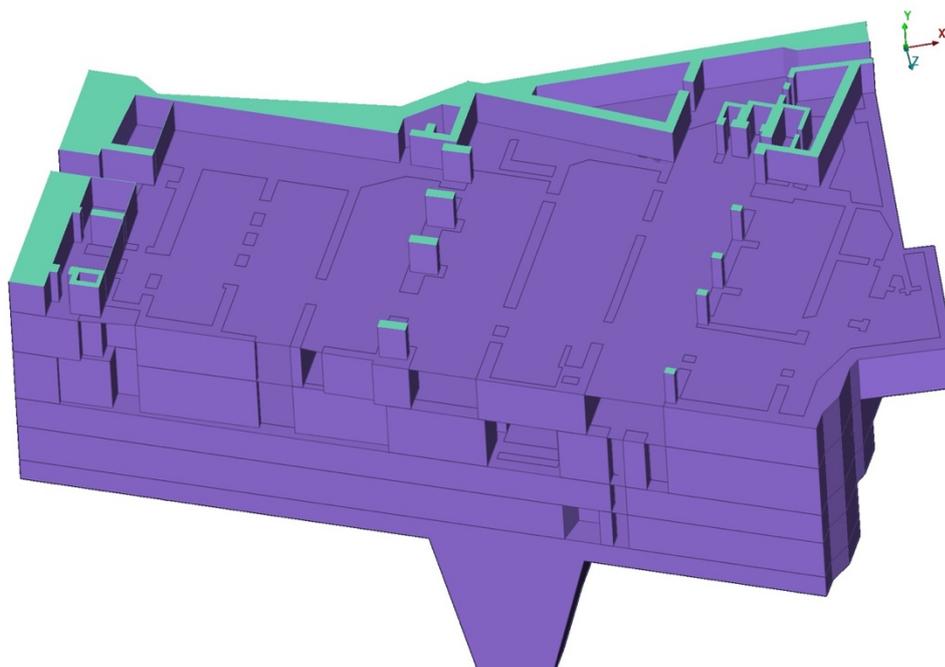


Рисунок 6. Сечение конструкции монтажной площадки на отметке 338 м

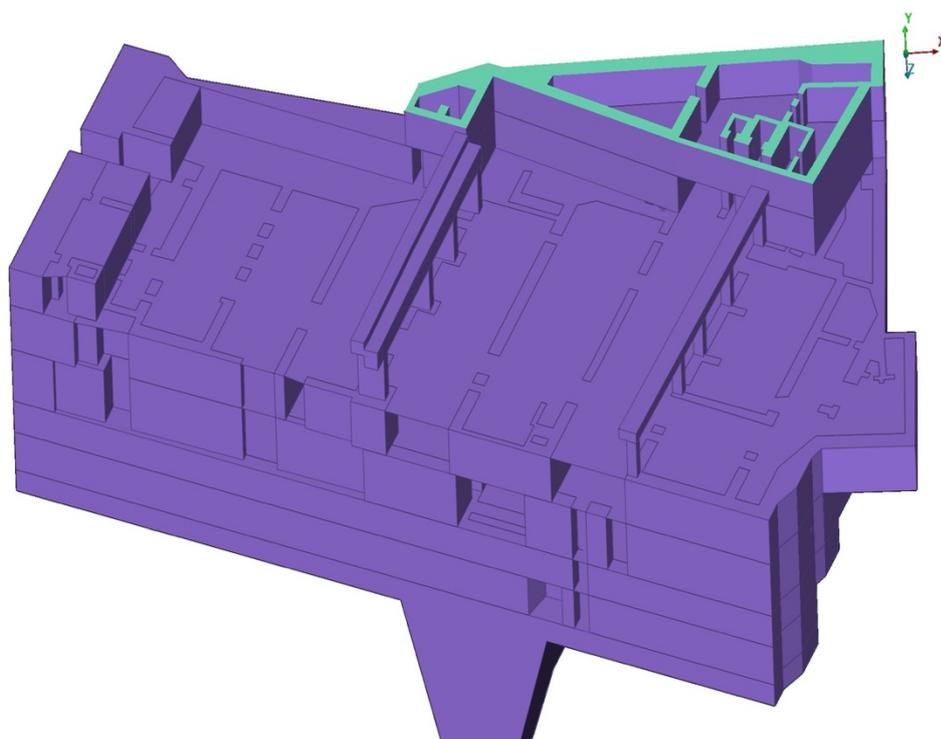


Рисунок 7. Сечение конструкции монтажной площадки на отметке 343 м

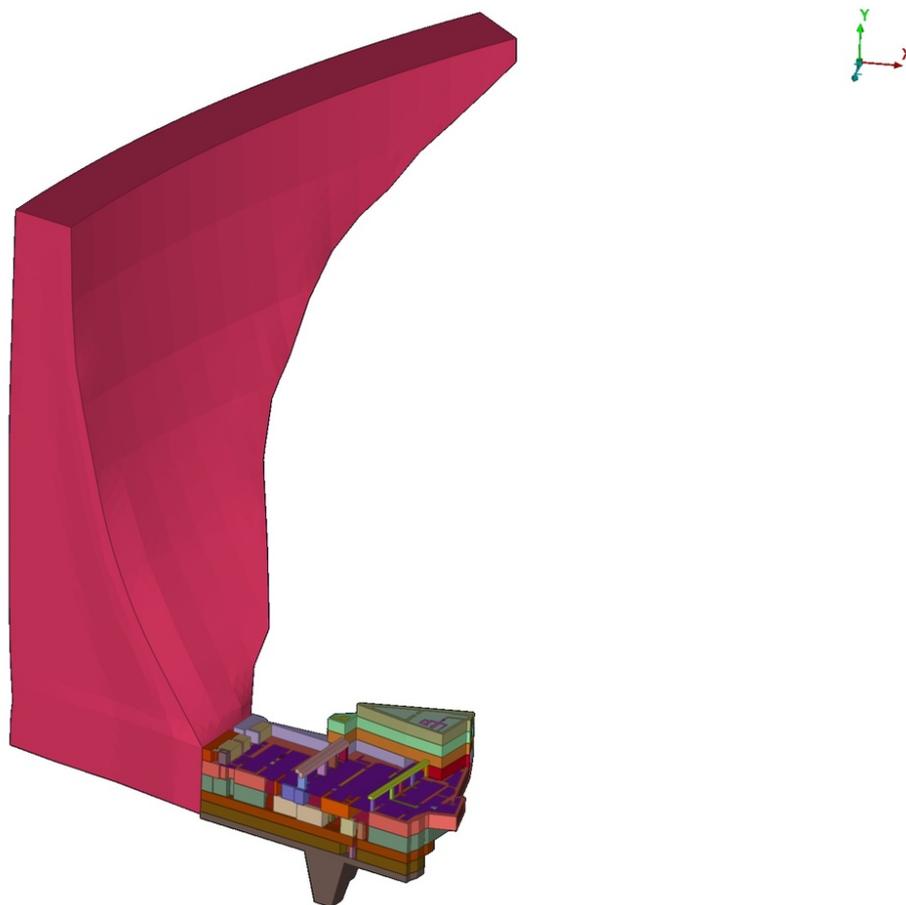


Рисунок 8. Геометрия системы «монтажная площадка – плотина»

При этом для исследования сооружений, даже в случае статических расчетов, необходимо моделирование не только геометрии самого здания, но и достаточно большой области основания. Настолько, чтобы краевые эффекты на границах не сказывались на напряжениях под сооружением. Поэтому в расчетную модель системы вошла часть скального основания размером 1200x1700 м. В нем учтена конфигурация котлована под здание монтажной площадки.



Рисунок 9. Геометрическая модель основания

1.2. Расчетная модель

В связи с достаточно высокой жесткостью используемых материалов и монолитностью конструкции, поставленная задача может быть рассмотрена в линейной постановке. То есть предполагаются малые перемещения, отсутствие конструктивной нелинейности и поведение материалов, согласно закону Гука. Ввиду этого, описываемая модель была выполнена на слитной сетке между основанием и сооружениями. В местах расположения деформационных швов между зданием станции на геометрическом уровне присутствовало разделение, но на конечно-элементном уровне была построена слитная сетка – связь узел в узел. Основание состоит из 786261 объемных элементов первого порядка точности и содержит 153174 узла. Непосредственно здание монтажной площадки состоит из 686221 объемных

элементов первого порядка точности и содержит 199031 узел. Железобетонные перекрытия здания моделировались конечными элементами оболочек, с заданием толщины 30 см, и балками прямоугольного сечения размером 60 см x 60 см. Секции плотины – 62616 объемных элементов первого порядка точности, 13895 узлов. Такие характеристики расчетной сетки как типы элементов и типовой размер конечного элемента указаны в Таблица 1 и Таблица 2 соответственно.

Таблица 1. Характеристики сетки

Тип элемента	Основание	Плотина	Монтажная площадка
Линейный тетраэдр – C3D4	786261	62616	666008
Линейная призма – C3D8			20213
Треугольный элемент – S3			486
Четырехугольный элемент – S4			20887
Балочный элемент			4697

Таблица 2. Типовые размеры элементов сетки

	Средний размер элемента, м
Основание	9

Плотина	4
Монтажная площадка	0,8
Перекрытия	0,7

1.3. Используемые материалы

Плотина состоит из бетона класса В35, бетон здания и перекрытий – бетон класса В25, материал арматуры – сталь марки Ст3. Основание скальное, принято однородным и изотропным. Характеристики материалов указаны в Таблица 3.

Таблица 3. Характеристики материалов

	Бетон В25	Бетон В35	Сталь Ст3	Основание
Плотность $\rho, \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	1700	2400	7850	2500
Модуль Юнга $E, \text{МПа}$	30000	34500	200000	50000
Коэффициент Пуассона ν	0,2	0,2	0,3	0,2
Модуль сдвига $G, \text{МПа}$			74000	

1.4. Нагрузки и граничные условия

В рамках работы будет рассматриваться один из самых негативных случаев сочетания нагрузок для монтажной площадки, когда на ней стоит полукозловой кран, а на перекрытии разложен гидроагрегат. Зона перекрытия

площадью 796 м², к которой прикладывается технологическая нагрузка продемонстрирована на Рисунок 10 (соответствует голубому и синему цвету). Схема расположения частей гидроагрегата была принята согласно рабочим чертежам. Массы крана и разобранного гидроагрегата представлены в Таблица 4. Собственный вес системы вычисляется расчетным пакетом автоматически, с помощью задания действия гравитации на все сооружение [13]. Также учитывается влияние таких частей комплекса, как недостающие секции плотины и здание ГЭС, которые не участвуют в расчетной модели непосредственно. Их взаимодействие с основанием смоделировано за счет приложения давления к контактной поверхности. Величины упомянутых нагрузок указаны в Таблица 5.

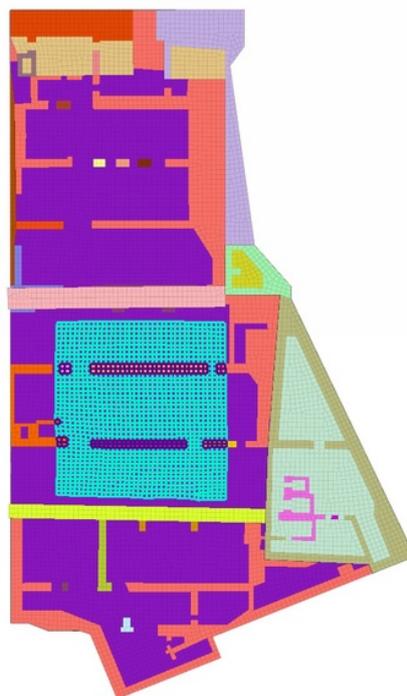


Рисунок 10. Зона приложения технологической нагрузки

Таблица 4. Масса оборудования

Технологическая нагрузка	Масса, т
Верхняя крестовина	161,5

Крышка турбины, опора пяты	36,5
Подпятник	119
Ротор генератора	935
1/6 корпуса статора генератора	106,75
Полукозловой кран	468
Итого	1826,75

Таблица 5. Величины нагрузок

Нагрузка	Величина нагрузки, Па
Давление со стороны недостающих секций плотины	121710
Давление, оказываемое зданием ГЭС	265540
Давление от частей гидроагрегата	19382,5
Давление, вызываемое полукозловым краном	11820

Граничные условия, наложенные на основание:

- Перемещения дна ограничены по OZ
- Перемещения боковых поверхностей ограничены по OX
- Перемещения передней и задней боковых сторон ограничены по OY

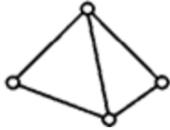
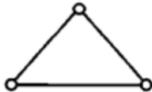
ГЛАВА 2. ОБЗОР МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

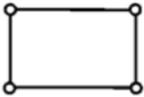
Для данной задачи, в силу необходимости учесть сложность геометрии здания, для дискретизации расчетной области и нахождения полей НДС используется расчетная схема МКЭ для трехмерных элементов. Рассмотрим трехмерную задачу теории упругости для геометрически линейной системы.

Суть обзореваемого численного метода заключается в разбиении сплошной среды на конечное число непересекающихся дискретных элементов с общими узловыми точками. Внутри каждого элемента искомая функция аппроксимируется аналитическими функциями, называемыми функциями форм, которые подбираются таким образом, чтобы сохранить непрерывность искомой величины вдоль границ элемента и обеспечить связь между узловыми значениями и значениями внутри области [1]. Информация о используемых элементах рассматриваемой задаче квалификационной работы отражена в предыдущей главе.

Искомой функцией являются перемещения. Полиномы, используемые для аппроксимации перемещений, указаны в Таблица 6.

Таблица 6. Используемые типы элементов

Тип элемента	Аппроксимирующая функция
Линейный тетраэдр – C3D4 	$N = A + Bx + Cy + Dz$
Линейная призма – C3D8 	$N = A + Bx + Cy + Dz + Exy + Fxz + Gyz + Hxyz$
Треугольный элемент – S3 	$N = A + Bx + Cy$

<p>Четырехугольный элемент – S4</p> 	$N = A + Bx + Cy + Dxy$
<p>Балочный элемент</p> 	$N = A + Bx + Cx^2 + Dx^3$

Вектор-столбец узловых перемещений, где m – номер узла:

$$\{q\} = \{u_1 \ v_1 \ w_1 \ u_2 \ v_2 \ w_2 \ u_3 \ v_3 \ w_3 \dots u_m \ v_m \ w_m\}^T \quad (1)$$

Тогда в матричном виде проекции непрерывных перемещений на оси координат:

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & N_3 & 0 & 0 & \dots & N_m & 0 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & N_3 & 0 & \dots & 0 & N_m & 0 \\ 0 & 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & N_3 & \dots & 0 & 0 & N_m \end{bmatrix} \{q\} = [N]\{q\}, \quad (2)$$

где $[N]$ – матрица функций форм

Функции форм N_i должны удовлетворять следующим условиям, исходя из которых ищутся их неизвестные коэффициенты:

1. Значения функции форм в тех узлах, для которых они построены, равны 1:

$$N_i(x_i, y_i) = 1, \quad \text{где } i = 1, \dots, m$$

2. Значения функции форм во всех остальных узлах равны 0:

$$N_i(x_j, y_j) = 0, \quad i \neq j; \ i, j = 1, \dots, m$$

3.
$$\sum_{i=1}^m N_i(x, y) = 1$$

Чтобы не искать отдельно функции формы для каждого элемента пользуются изопараметрическими элементами. Переход к изопараметрической системе координат и обратно осуществляется с помощью Якобиана:

$$[J] = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \\ \frac{\partial x}{\partial \zeta} & \frac{\partial y}{\partial \zeta} & \frac{\partial z}{\partial \zeta} \end{bmatrix} \quad (3)$$

Для решения задачи теории упругости будем использовать вариационный принцип. А именно принцип минимизации функционала потенциальной энергии:

$$\Pi = \Lambda - W, \quad (4)$$

где Λ – энергия внутренних сил, W – работа внешних сил

В интегральной форме энергия внутренних сил выражается, как:

$$\Lambda = \frac{1}{2} \int_V \{\varepsilon\}^T \{\sigma\} dV \quad (5)$$

Работа внешних сил включает в себя работу сосредоточенных, поверхностных и объемных сил соответственно:

$$W = W_c + W_l + W_V \quad (6)$$

В трехмерном случае тензор деформаций имеет вид:

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \gamma_{xy} & \gamma_{zx} \\ \gamma_{xy} & \varepsilon_{yy} & \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} & \gamma_{yz} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix}, \quad (7)$$

где ε_{ij} – деформации растяжения/сжатия, γ_{ij} – деформации сдвига

В силу малости перемещений будут справедливы следующие выражения:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= \frac{\partial u}{\partial x}; \quad \varepsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y}; \quad \varepsilon_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z} \\ \gamma_{xy} &= 2\varepsilon_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \\ \gamma_{yz} &= 2\varepsilon_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \\ \gamma_{zx} &= 2\varepsilon_{zx} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \end{aligned} \quad (8)$$

Тогда:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ 2\varepsilon_{yz} \\ 2\varepsilon_{zx} \\ 2\varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} \rightarrow \quad (9)$$

→ или с учетом (2) →

$$\begin{aligned} [L][N]\{q\} &= \underline{\underline{\varepsilon}} \rightarrow \\ [B]\{q\} &= \underline{\underline{\varepsilon}}, \end{aligned} \quad (10)$$

где $[B] = [L][N]$ – это матрица градиентов,
 $[L]$ – оператор дифференцирования.

Запишем уравнение равновесия, где \underline{P}_v – массовая сила:

$$\nabla \cdot \underline{\underline{\sigma}} + \underline{f} = 0 \quad (11)$$

В координатной форме:

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} + f_x = 0 \\ \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial z} + f_y = 0 \\ \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + f_z = 0 \end{cases} \quad (12)$$

Перепишем в более удобном матричном виде:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial x} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{Bmatrix} = 0 \quad (13)$$

$$\rightarrow L^T\{\sigma\} + \{f\} = 0 \quad (14)$$

Физические соотношения представляют собой обобщенный закон Гука:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ 2\varepsilon_{yz} \\ 2\varepsilon_{zx} \\ 2\varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_{xx}} & -\frac{\nu_{yx}}{E_{yy}} & -\frac{\nu_{zx}}{E_{zz}} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{xy}}{E_{xx}} & \frac{1}{E_{yy}} & -\frac{\nu_{zy}}{E_{zz}} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{xz}}{E_{xx}} & -\frac{\nu_{yx}}{E_{yy}} & \frac{1}{E_{zz}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{yz}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{xz}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{xy}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix}, \quad (15)$$

где E_{ij} – модуль Юнга,

ν_{ij} – коэффициент Пуассона,

$$G_{ij} = \frac{E_{ij}}{2(1 + \nu)} - \text{модуль сдвига}$$

В случае линейно-упругого изотропного материала:

$$\frac{\nu_{ij}}{E_i} = \frac{\nu_{ji}}{E_j} \quad (16)$$

Тогда:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{2G}{1-2\nu} \begin{bmatrix} (1-\nu) & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & (1-\nu) & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & (1-\nu) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \left(\frac{1}{2}-\nu\right) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \left(\frac{1}{2}-\nu\right) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \left(\frac{1}{2}-\nu\right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ 2\varepsilon_{yz} \\ 2\varepsilon_{zx} \\ 2\varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} \quad (17)$$

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\} = [D][B]\{q\}, \quad (18)$$

где $[D]$ – матрица упругих характеристик

Система уравнений, составленная из уравнений (10), (14) и (18), содержит 15 уравнений и 15 неизвестных. Получили замкнутую систему.

Учитывая соотношения (10) и (18), выражение для внутренней энергии (5) приобретает вид:

$$\Lambda = \frac{1}{2} \int_V \{q\}^T [B]^T [D] [B] dV \{q\} \quad (19)$$

Слагаемые работы внешних сил (6) расписываются следующим образом:

$$\begin{aligned}
W_c &= \{q\}^T \{P_c\}; \\
W_V &= \int_V \{q\}^T [N]^T \{P_V\} dV \\
W_l &= \int_l \{q\}^T [N]^T \{P_l\} dl
\end{aligned} \tag{20}$$

где $\{P_c\}, \{P_V\}$ (ранее обозначалась \underline{f}), $\{P_l\}$ – вектор

– столбцы сосредоточенных, объемных и поверхностных сил соответственно

Подставив (19), (20) в выражение для потенциальной энергии (4), получим:

$$\begin{aligned}
\Pi[u, v, w] &= \int_V \left(\frac{1}{2} \{q\}^T [B]^T [D] [B] \{q\} - \{q\}^T [N]^T \{P_V\} \right) dV \\
&\quad - \int_l \{q\}^T [N]^T \{P_l\} dl - \{q\}^T \{P_c\}
\end{aligned} \tag{21}$$

Напряженное состояние, реализуемое в теле, отличается от всех статически возможных напряженных состояний тела тем, что оно доставляет минимум функционалу потенциальной энергии.

Минимум функционала потенциальной энергии достигается, когда его первая вариация равна нулю:

$$\frac{\delta \Pi}{\delta \{q\}} = 0 \tag{22}$$

Обозначим

$$\int_V [N]^T \{P_V\} dV + \int_l [N]^T \{P_l\} dl + \{P_c\} = \{f^e\} - \text{вектор столбец усилий} \tag{23}$$

После всех преобразований получим:

$$\int_V [B]^T [D] [B] dV \{q\} = \{f^e\} \rightarrow [k^e] \{q\} = \{f^e\}, \tag{24}$$

где $[k^e]$ – локальная матрица жесткости

Выражение (24) представляет собой основное уравнение МКЭ для одного элемента.

Глобальная матрица жесткости $[K]$, размерности $N \times N$, где N – количество степеней свободы в системе, формируется путем сложения локальных матриц жесткости $[k^e]$, с учетом глобальной нумерации узлов, и

имеет блочную структуру. Таким же образом получают глобальный вектор усилий $\{F\}$.

$$[K] = \sum_e [k^e]; \quad \{F\} = \sum_e \{f^e\} \quad (25)$$

В итоге получаем основное уравнение метода конечных элементов, которое представляет собой систему уравнений равновесия во всех узлах дискретной схемы, записанных относительно компонентов перемещений этих узлов:

$$[K]\{U\} = \{F\}, \quad (26)$$

где $\{U\}$ —глобальный вектор-столбец перемещений

Для решения системы, необходимо добавить уравнения, описывающие кинематические или силовые граничные условия.

ГЛАВА 3. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

В данном разделе представлены результаты, полученные посредством выполнения статического расчета в КЭ пакете ABAQUS.

3.1. Поля перемещений

На рисунках 11–13 представлены распределения компонент перемещений для здания монтажной площадки. Все диапазоны значений указаны в метрах.

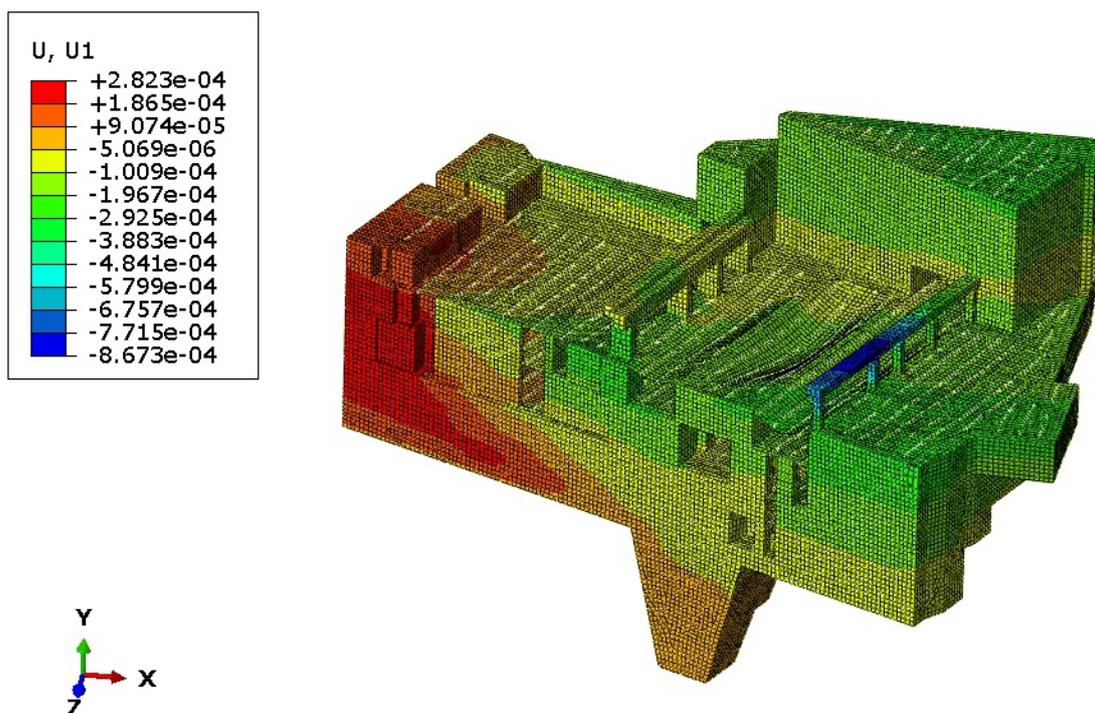


Рисунок 11. Перемещения по OX

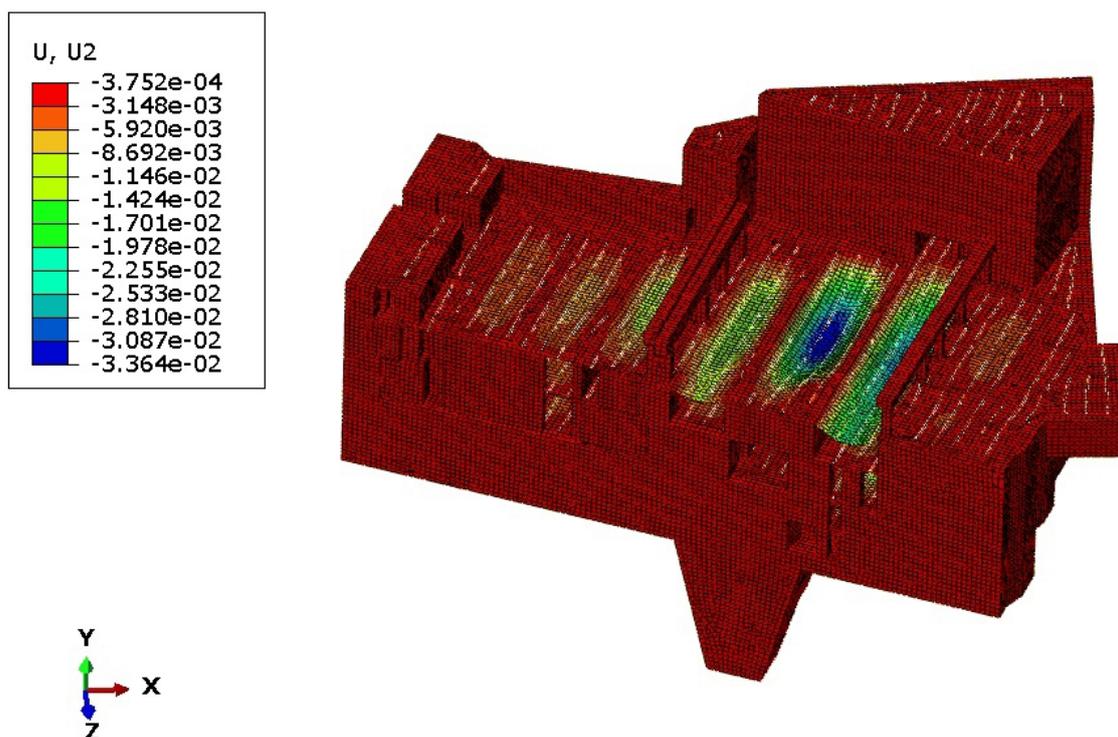


Рисунок 12. Перемещения по OY

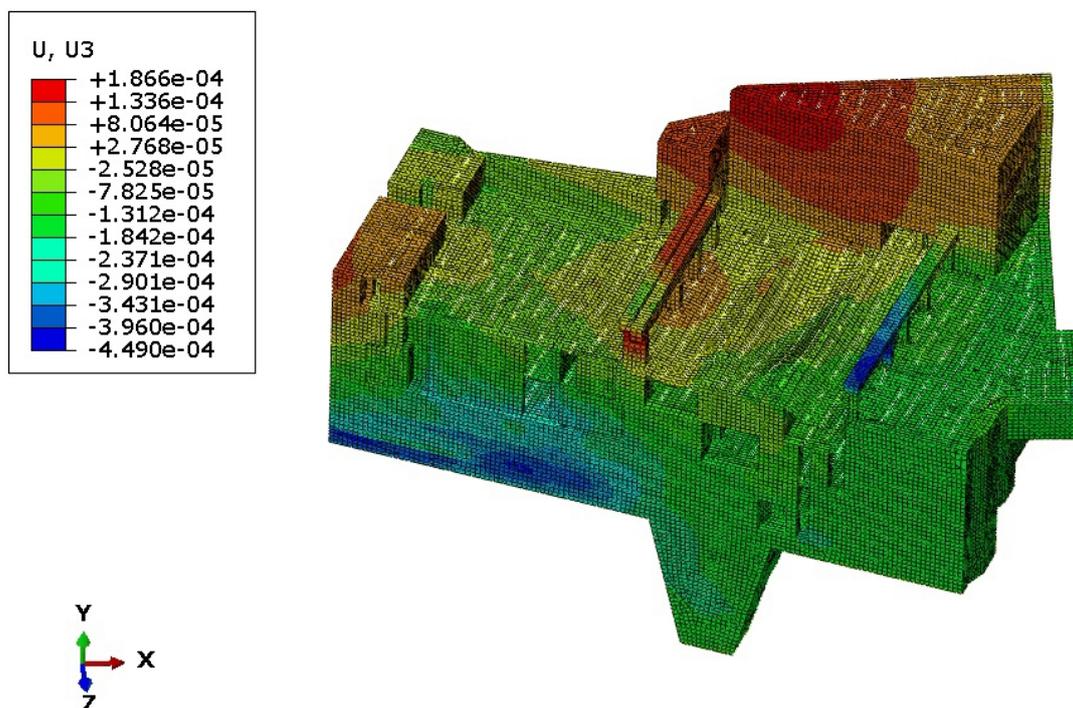


Рисунок 13. Перемещения по OZ

Перемещения для всех компонент малые. Из распределения величин в направлении OX и OZ видно, что полученные значения составляют доли миллиметра. Максимальное горизонтальное значение вдоль потока составляет 0,8673 мм, по OZ – 0,449 мм. Наибольшие перемещения, по сравнению с

другими компонентами, ожидаемо наблюдаются в вертикальном направлении в зоне действия технологической нагрузки и составляют порядка сантиметра, что несущественно по сравнению с характерными размерами сооружения. Максимальное перемещение направлено вниз и составляет 3,364 см.

3.2. Поля напряжений

Рассмотрим поля напряжений, продемонстрированные на рисунках 14–16. Все диапазоны указаны в Па.

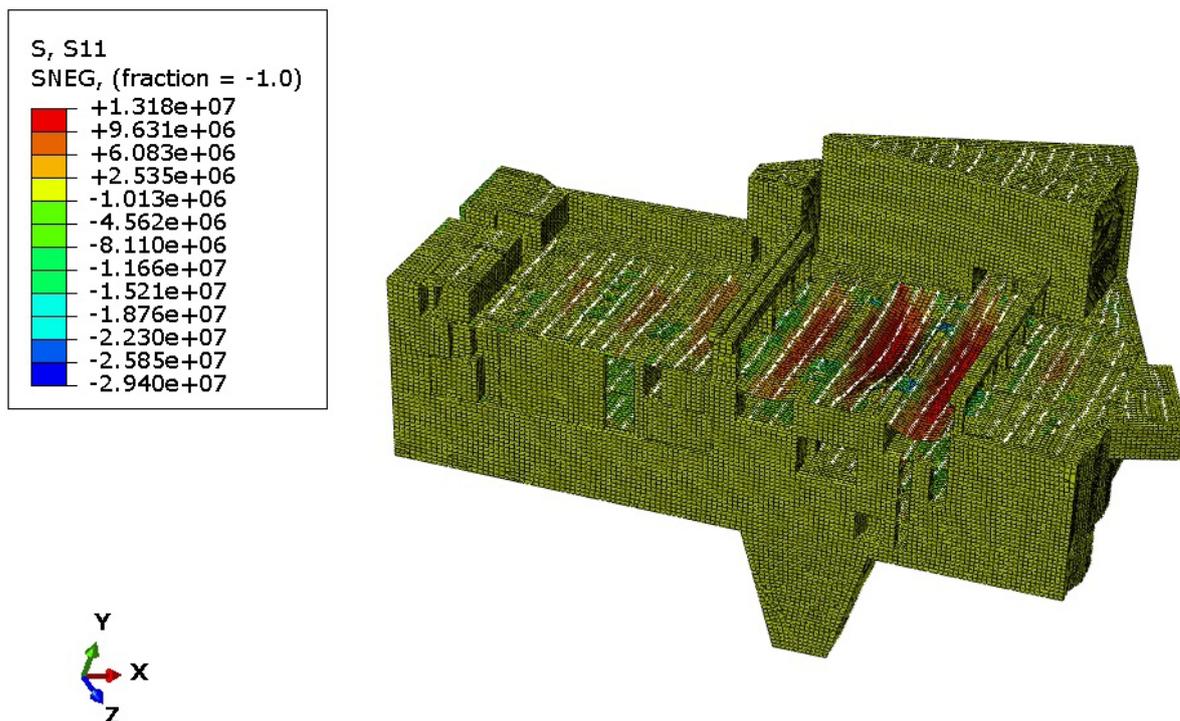


Рисунок 14. Напряжения по OX

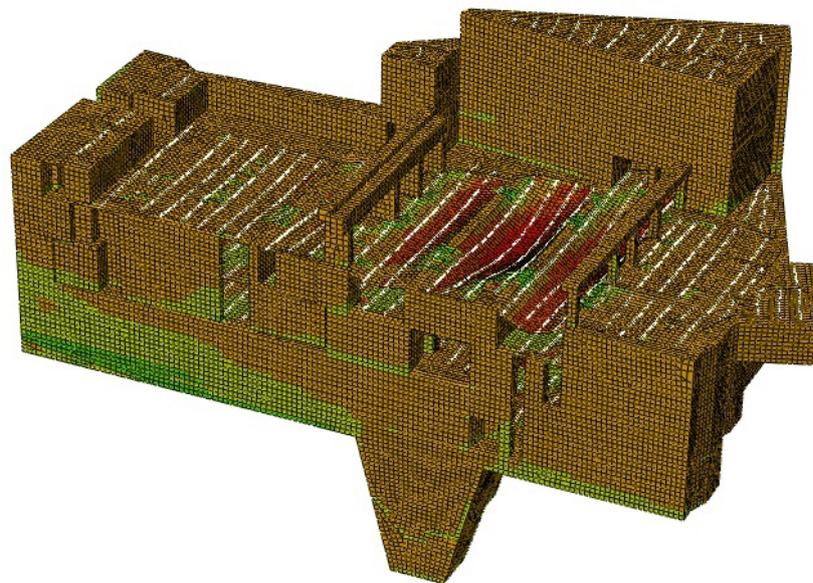
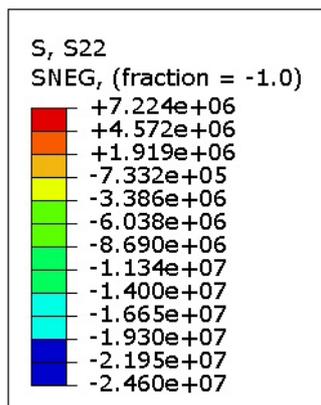


Рисунок 15. Напряжения по OY

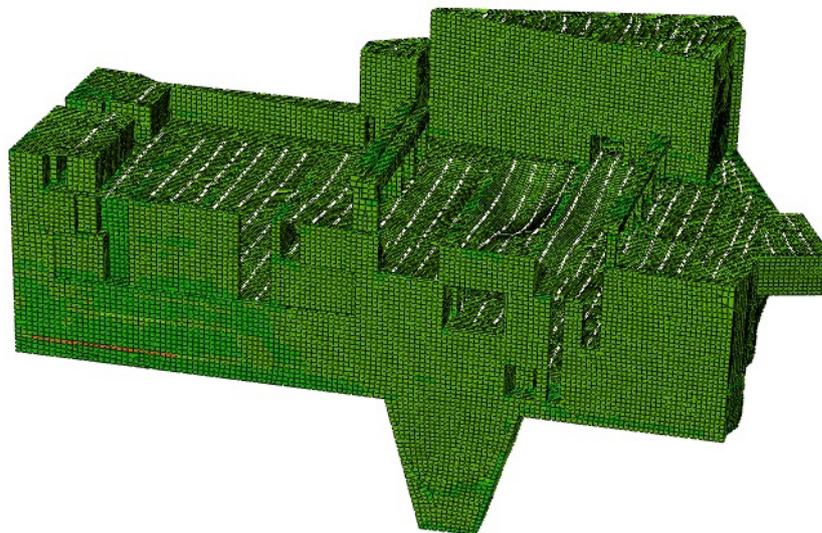
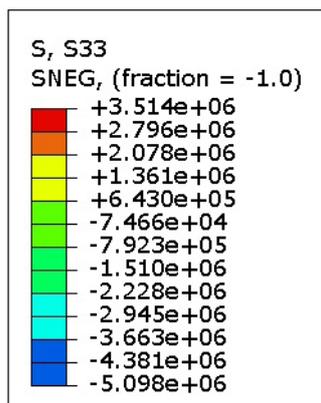


Рисунок 16. Напряжения по OZ

Распределение всех компонент напряжений на наружных монолитных стенах здания равномерное, основные зоны больших напряжений соответствуют перекрытиям сооружения в зоне действия технологической

нагрузки. Максимальное растягивающее напряжение по OX составляет 13,18 МПа, по OY – 7,224 МПа, по OZ – 3,514 МПа. Максимальное сжимающее напряжение по OX составляет 29,4 МПа, по OY – 24,6 МПа, по OZ – 5,098 МПа.

3.3. Анализ прочности сооружения

Как известно, бетон работает хуже на растяжение, нежели чем на сжатие. Для того, чтобы сделать какие-то выводы о прочности сооружения в предельном рассматриваемом состоянии, сравним полученные значения напряжений с нормативными. Согласно СНиП 52–01–2003 «Бетонные и железобетонные конструкции» прочность бетона на сжатие составляет 18,5 МПа, на растяжение 1,6 МПа [11].

На рисунках 17–19 представлена картина распределения растягивающих напряжений для каждой из главных компонент. Зоны превышения нормативной прочности обозначены серым цветом.

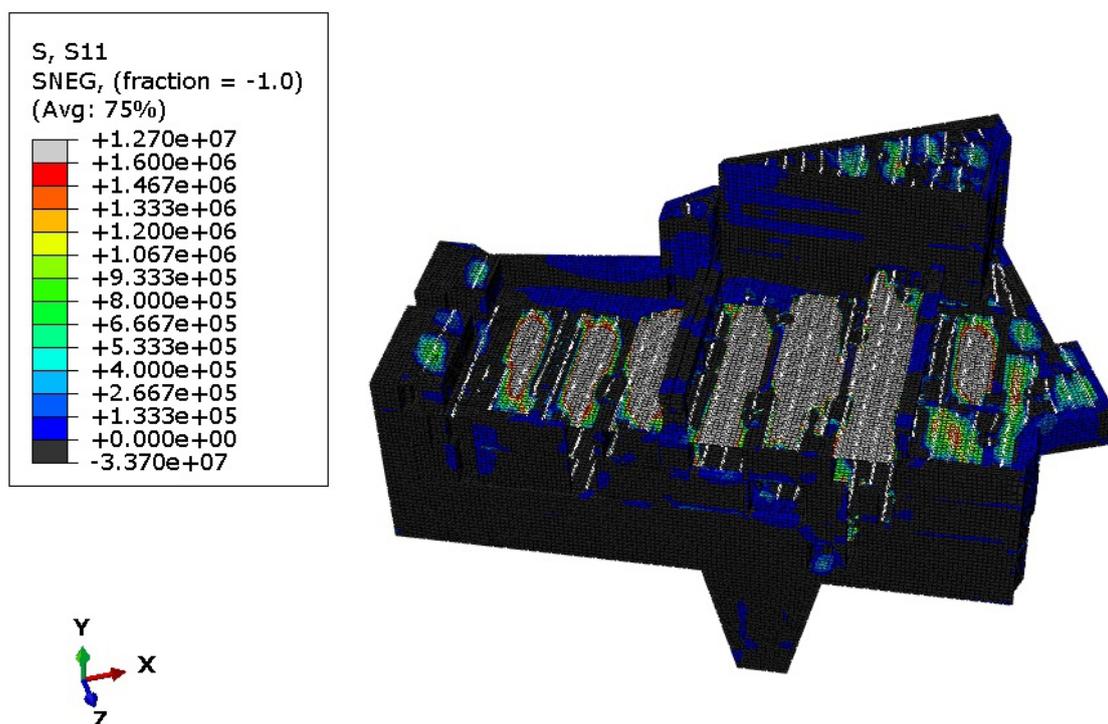


Рисунок 17. Распределение растягивающих напряжений по OX

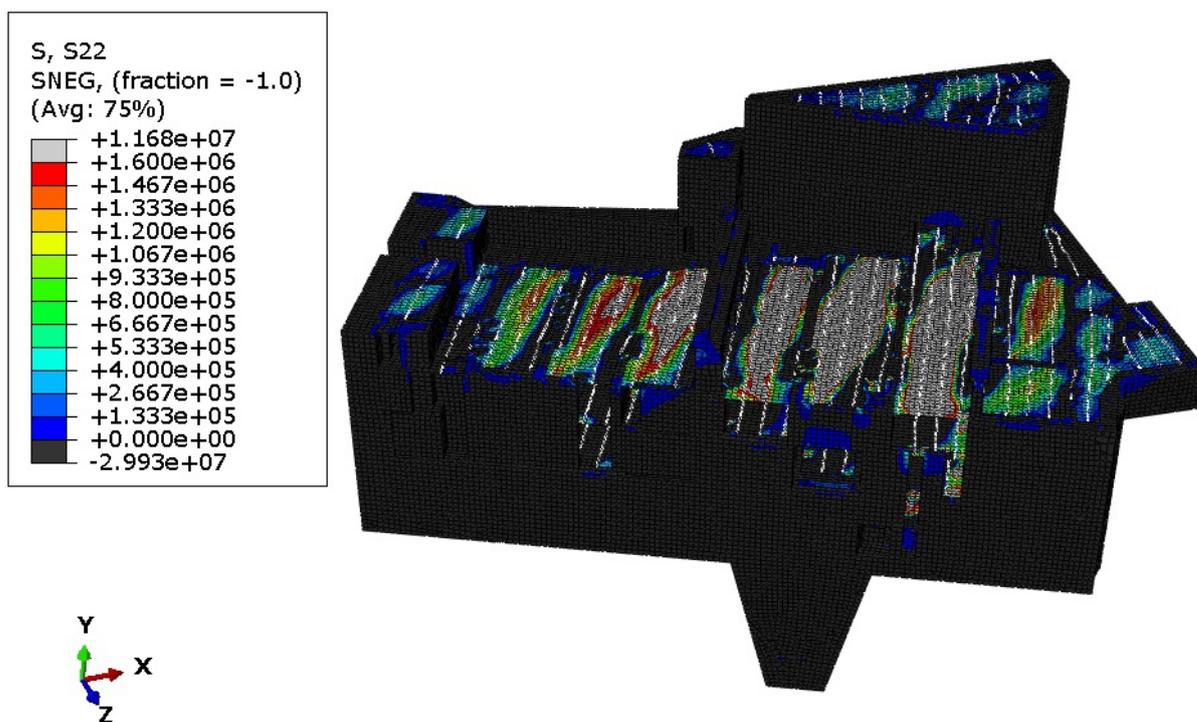


Рисунок 18. Распределение растягивающих напряжений по OY

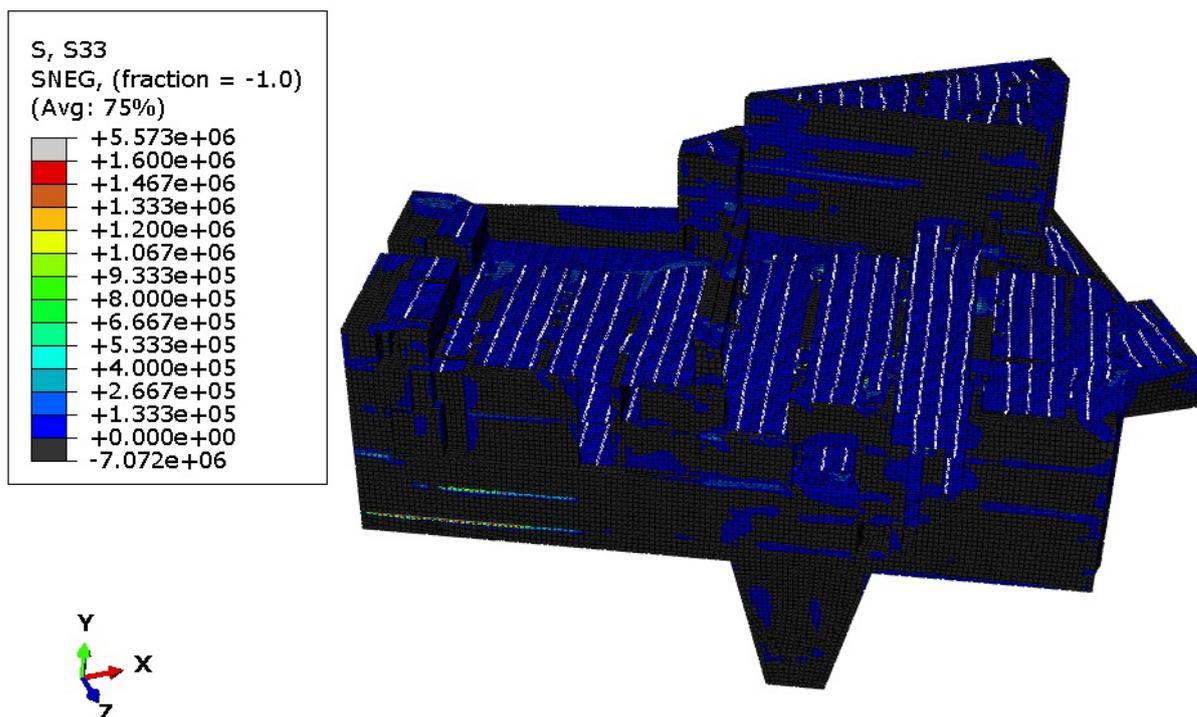


Рисунок 19. Распределение растягивающих напряжений по OZ

Области с напряжениями, превышающими нормативные значения располагаются в зоне действия технологической нагрузки, а также в местах стыковки колонн с перекрытиями, как на рисунке 20. В этих зонах есть

вероятность образования трещин. Однако прочность обеспечится за счет существующего армирования. Стальная арматура в зонах растяжения сработает на изгиб и обеспечит необходимую устойчивость к растрескиванию за счет более высокого предела прочности.

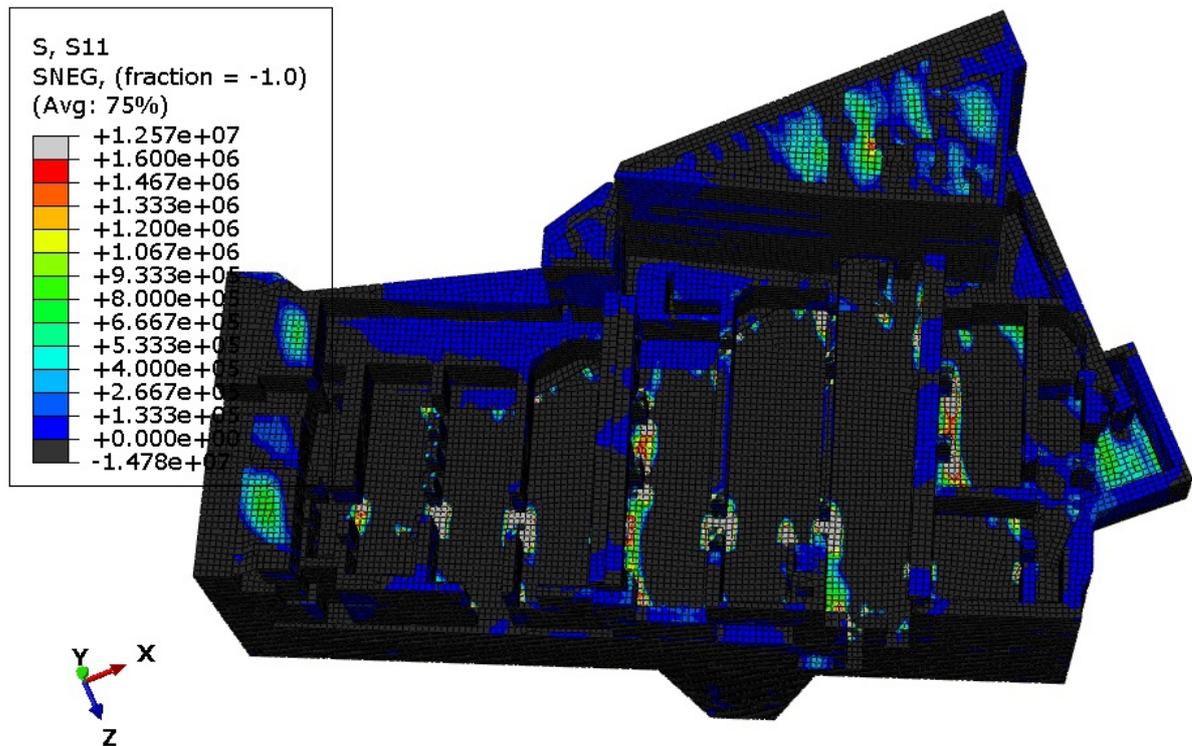


Рисунок 20. Повышенные напряжения около колонн

На рисунках 21–23 показаны распределения сжимающих напряжений в сооружении. Области с превышением нормативных значений изображены в черном цвете. Эти зоны обусловлены численной концентрацией из-за сосредоточенного приложения нагрузки.

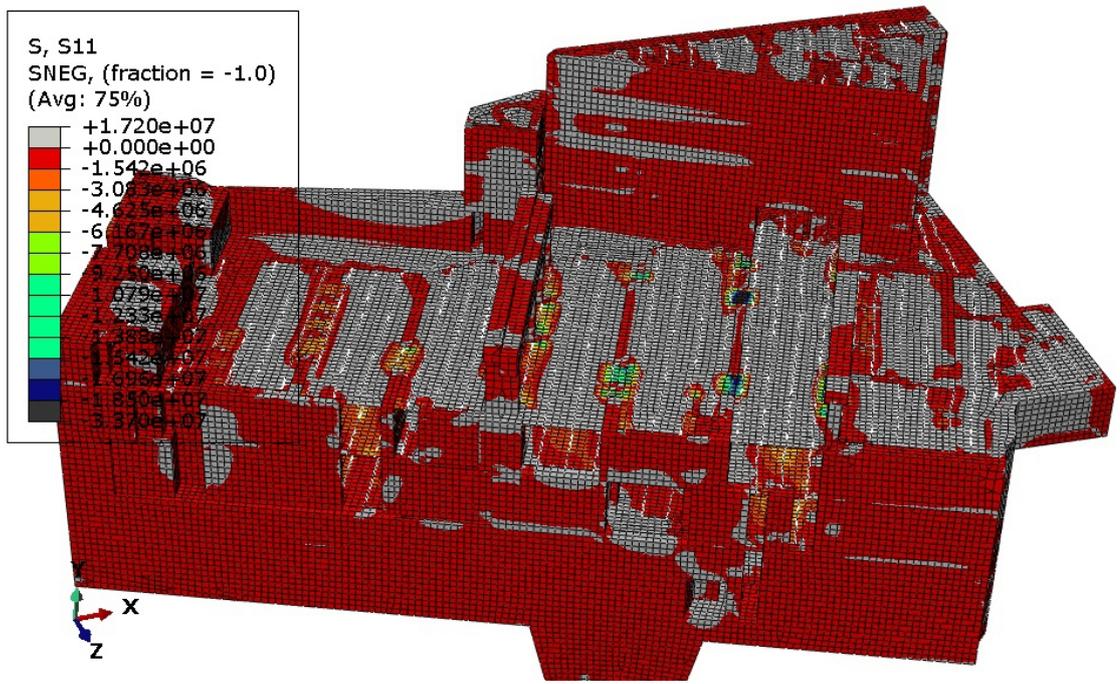


Рисунок 21. Распределение сжимающих напряжений по OX

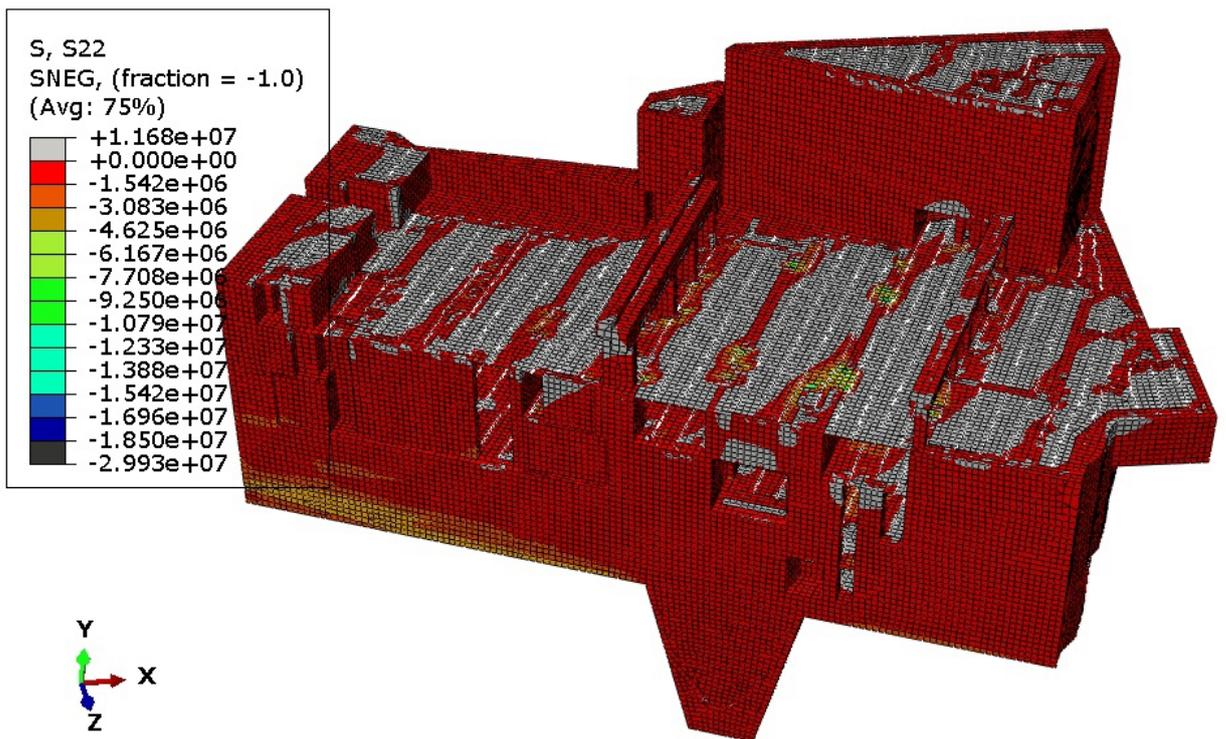


Рисунок 22. Распределение сжимающих напряжений по OY

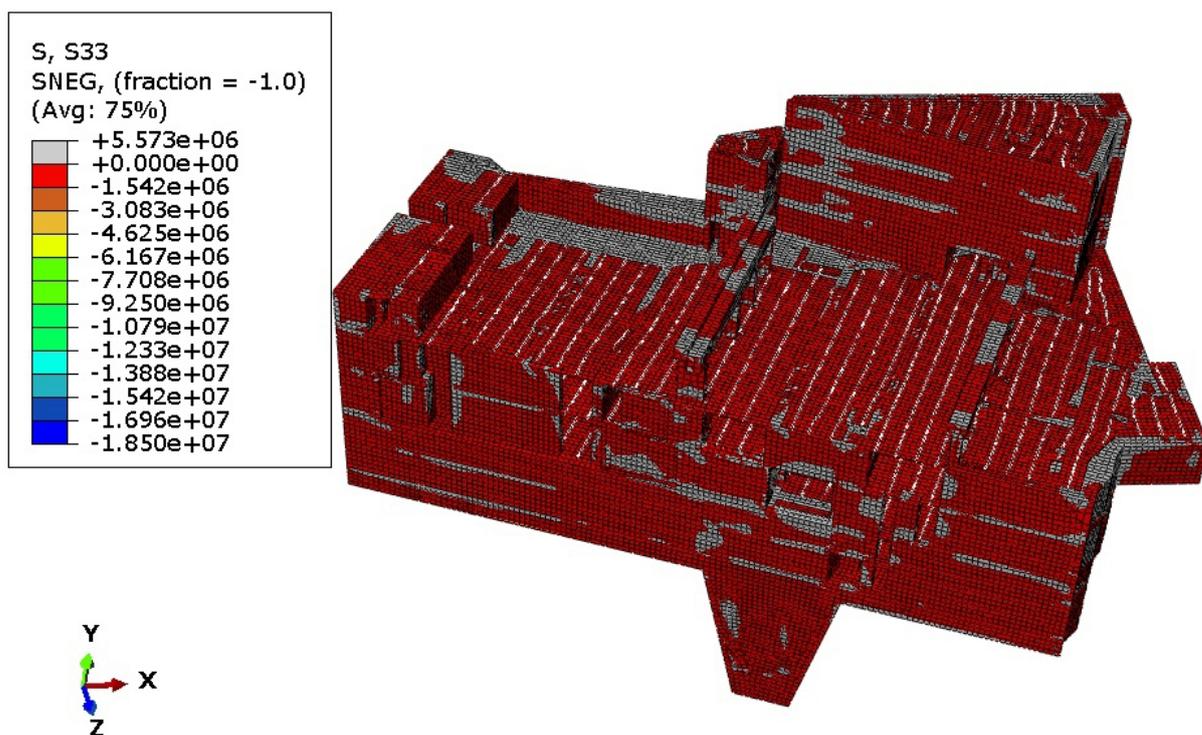


Рисунок 23. Распределение сжимающих напряжений по OZ

Как видно, области, превышающие нормативную прочность на сжатие в направлении OX и OY крайне малы, порядка размера конечного элемента, а для OZ и вовсе отсутствуют.

На рисунках 24–29 приведены результаты расчета, показывающего количество в см² армирования, которое необходимо заложить в 1 погонный метр по верху и низу плит перекрытия.

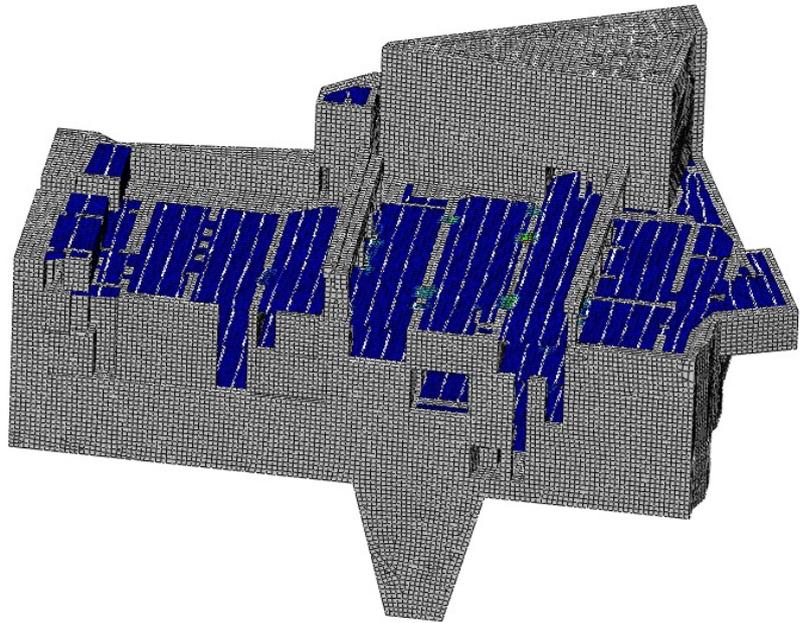
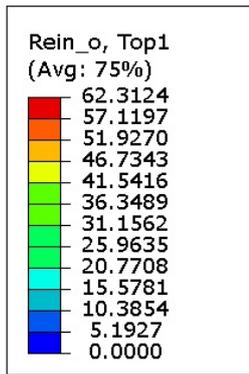


Рисунок 24. Армирование верха перекрытия по ОХ

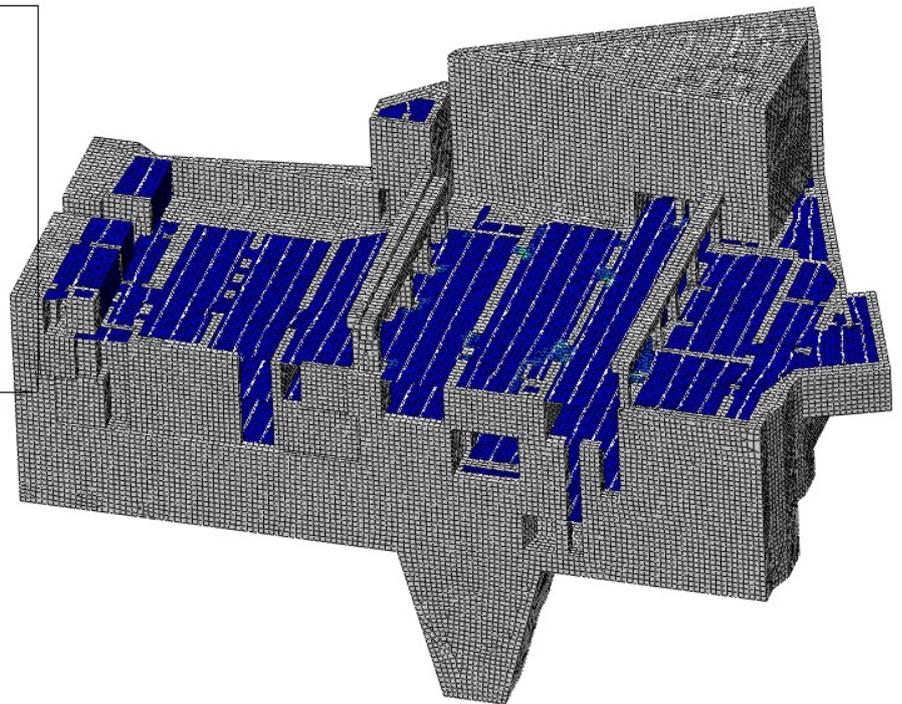
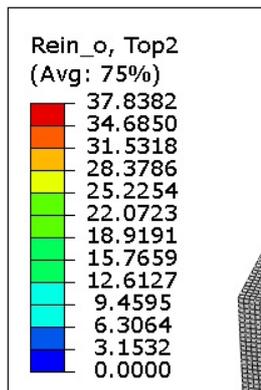


Рисунок 25. Армирование верха перекрытия по ОУ

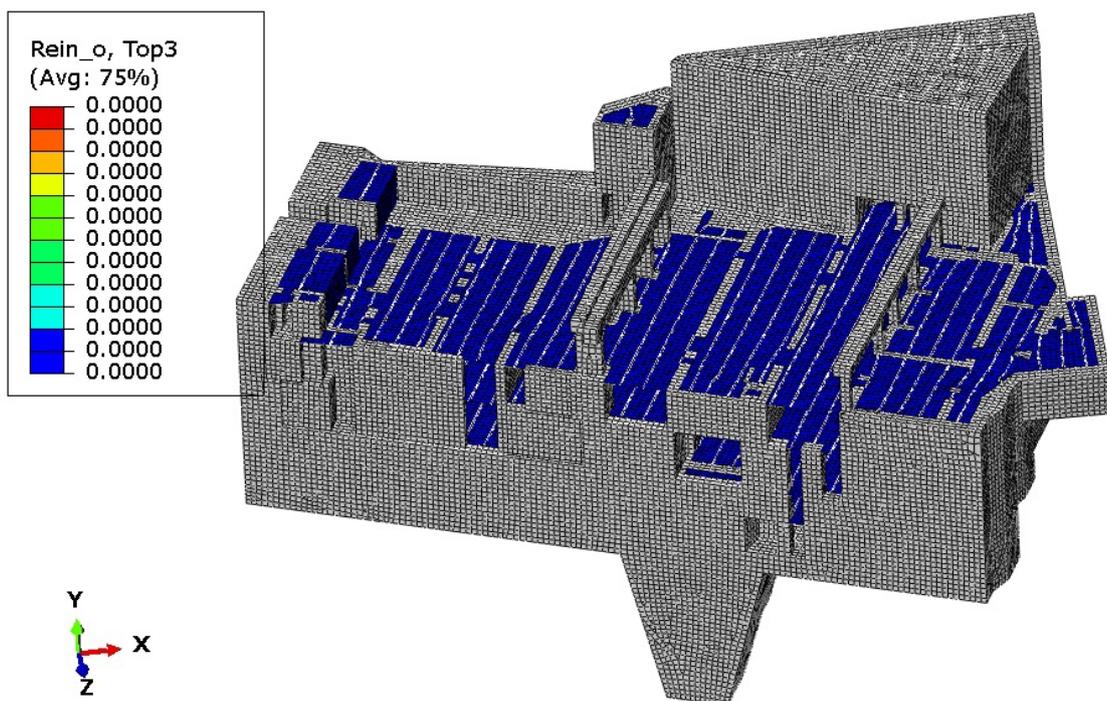


Рисунок 26. Армирование верха перекрытия по OZ

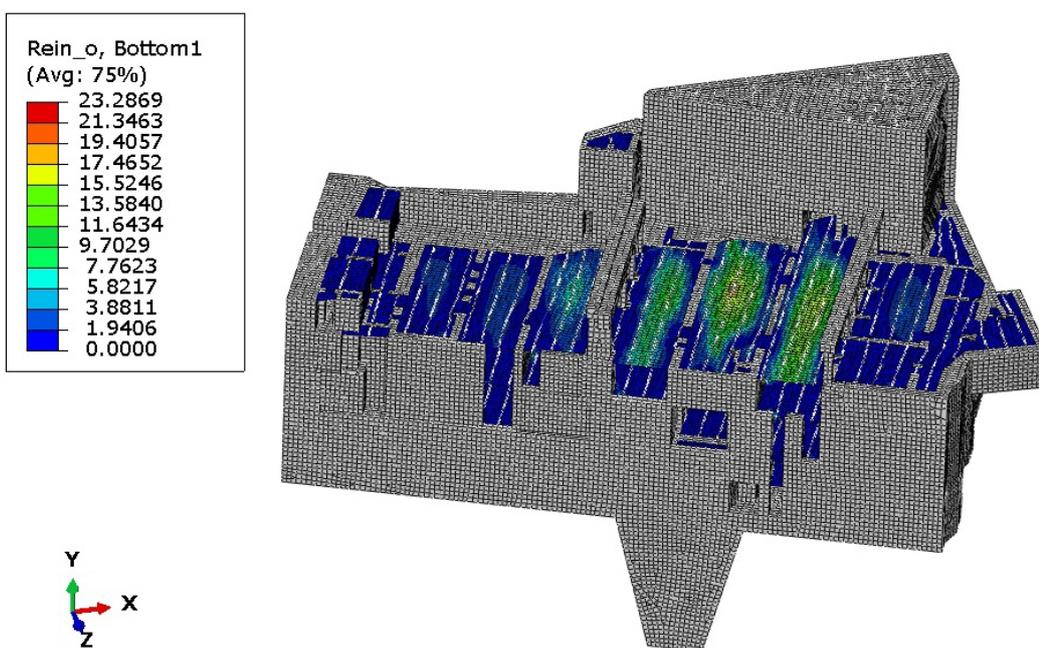


Рисунок 27. Армирование низа перекрытия по OX

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках работы была создана трехмерная конечно-элементная модель системы на скальном основании, состоящая из монтажной площадки здания Саяно-Шушенской ГЭС и левобережных глухих секций плотины, непосредственно примыкающих к зданию. С помощью программного пакета ABAQUS, выполнен расчет статического напряженно-деформированного состояния и произведен его анализ в линейной постановке, в результате которого было получено фактическое НДС сооружения в случае эксплуатационных нагрузок, включающих собственный вес сооружения, технологические нагрузки от веса полукозлового крана и разложенного гидроагрегата, а также учтены давления со стороны основного здания ГЭС и недостающих секций плотины. Показана общая прочность конструкции, обеспечиваемая армированием бетона.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Витохин Е.Ю. Вычислительная механика: учебное пособие. – СПб.:ПОЛИТЕХ-ПРЕСС, 2022. – С. 46–52.
2. Лурье А. И. Теория упругости. – М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1970. — 940 с.
3. Нуштаев Д.В. (автор), Тропкин С.Н. (ред.). «Abaqus: пособие для начинающих». - М.: ООО «ТЕСИС», 2010. – 43 с.
4. Рассказов Л. Н. Гидротехнические сооружения. Учебник для вузов в 2-х частях. 1996, 435 с.
5. Рассказов Л.Н., Орехов В.Г., Анискин Н. А., Малаханов В.В., Бестужева А. С., Саинов М.П., Солдатов П. В., Толстиков В. В. Гидротехнические сооружения. Часть 1.: учебник для вузов. – М.: Издательство Ассоциации строительных вузов, 2008. – 576 с.
6. Daryl L. Logan A First Course in the Finite Element Method. University of Wisconsin–Platteville, 2007. – 836 p.
7. Александров Ю. Н. Использование расчетной модели плотины Саяно-Шушенской ГЭС для оценки и прогнозирования ее состояния // Гидротехническое строительство. 2008. № 11. С. 44–49.
8. Белостоцкий А.М., Чамов Б.М., Чамов И.К. Статический и динамический расчет реальной трехмерной системы “бетонное сооружение - скальное основание” при учете нелинейных эффектов открытия-закрытия швов и макротрещин. - Сб. научных трудов МГСУ, М., 1998, с.35-39.
9. Зарецкий Ю.К., Карабаев М.И., Тверитнев В.П. Математическая модель мониторинга системы «здание ГЭС — грунтовое основание» // Юбил. сб. науч. тр. Гидропроекта (1930—2000). Вып. 159. М.: АО «Институт Гидропроект», 2000. С. 692—703.
10. Орехов В.В. Объемная математическая модель и результаты расчетных исследований напряженно-деформированного состояния

основных сооружений Рогунской ГЭС – Гидротехническое строительство. 2011. № 4. С. 12–19.

11. СНиП 52–01–2003. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения/Госстрой России, – М.: ФГУП ЦПП, 2018. – С. 12–30.
12. СНиП II–7–81*. Строительство в сейсмических районах. Минстрой России. 2018. С.115.
13. Abaqus 6.10 User's Documentation Getting Started with Abaqus Interactive Edition. 2012.
14. Zienkiewicz O.C., Cheung Y.K. The finite element method in structural and continuous mechanics. McGraw- Hill, 1967. 240 p.
15. Shih R.H. SolidWorks 2015 and engineering graphics. SdC Publication, 2015. 632 p.