**А. Костарев**

**Общие уравнения движения твердого тела.**

**Динамическая эквивалентность нагрузок.**

Основной задачей динамики твердого тела является определение его движения под действием заданных сил (нагрузки) и реакций связей. Если тело свободно (Рис.5), то связи и их реакции отсутствуют, и следует найти шесть функции закона движения тела: координаты центра масс (xAyAzA) и углы Эйлера (.







Рис.5

Рис.6

Рис.7

Если тело несвободно, то, кроме закона движения, следует найти и реакции связей., и Рассмотрим частные случаи движения тела при отсутствии трения. Ввиду свойств центра масс С, будем всегда выбирать его за полюс.

Положение тела в плоском движении (Рис.6) определяют координаты (xС yС ). Связи (плоскость х у) вынуждают тело двигаться плоско. При этом возникают три интегральные реакции: нормальная реакция N и моменты относительно осей x и у. Неизвестных оказывается опять шесть.

Вращающееся тело (Рис.7) имеет одну координату (угол поворота ) и пять неизвестных реакций XAYAZAXBYB. Всего шесть неизвестных.

Таким образом, для любого движения твердого тела необходимо составить шесть уравнений для определения закона движения и реакций связей. Назовем их ***общими уравнениями движения тела***.

Общие уравнения движения тела вытекают из двух общих теорем: о движении центра масс и об изменении относительного кинетического момента.

Матрично

Дифференцировать левую часть (15) невозможно, поскольку тело вращается относительно подвижной системы отсчета, и матрица инерции *J****С*** (t) является неизвестной функцией времени в выражении кинетического момента

(t) = *J*С(t) (t) (16)

Эту проблема исчезает, если движение тела рассмотреть в системе отсчета, связанной с телом с координатами, где матрица инерции будет постоянной.

Абсолютную производную от вектора

(17)

заданного в подвижной системе отсчета следует вычислять по теореме о связи производных (вспоминаем сложное движение точки):

Матрично, с учетом (16)

Приходим к искомым ***общим уравнениям движения*** тела в системе отсчета, связанной с телом

Лекции А.Костарева

Здесь внешние силы разделены на активные силы (нагрузку) и реакции связей (индекс R)

В случаях сферического и вращательного движений во второй формуле центр масс С следует заменить на неподвижную точку О.

В развернутом виде общие уравнения (20) представляют собой систему шести скалярных уравнений. В них входит столько дифференциальных уравнений *l*, сколько степеней свободы имеет твердое тело (*l* ≤ 6). Остальные 6- *l* уравнений определяют реакции связей.

***Эквивалентными*** назовем нагрузки, приводящие к одинаковым общим уравнениям движения тела. Уравнения (20) будут одинаковыми, если одинаковы их правые части. Значит, ***условием динамической эквивалентности*** двух нагрузок, приложенных к твердому телу, является знакомое нам условие равенства главных векторов и главных моментов нагрузок.

В Статике движения отсутствовало, и такие нагрузки мы называли ***статически эквивалентными***.