

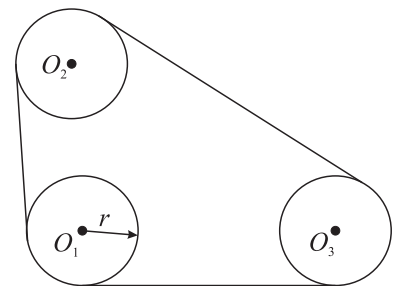
Олимпиада школьников Ломоносов–2013 по механике

Вариант 131

1. Перворазрядник Чуков пробегает один круг по пересеченной местности на три минуты быстрее, чем его одноклассник Геков (оба они бегут с постоянной скоростью). Если они побегут одновременно из одного места этого круга, но в разные стороны, то встретятся не ранее, чем через две минуты, а если они стартуют из одного места в одну сторону, то Чуков обгонит Гекова на круг не позже, чем через 18 минут. Определите, какие значения может принимать время, за которое Чуков пробегает один круг.

2. Из точки, находящейся на поверхности земли, по всем направлениям с одинаковой скоростью 10 м/с выпускают большое количество маленьких шариков. Среди всех шариков, упавших от точки старта на расстоянии не ближе, чем 96% от расстояния, на котором упал дальше всех улетевший шарик, найдите тот, который проведет в полете наибольшее время. Чему равно это время? Ответ выразите в секундах и округлите до одного знака после запятой. Ускорение свободного падения 10 м/с<sup>2</sup>.

3. Три шкива с параллельными осями и одинаковыми радиусами  $r = 2$  см должны быть соединены плоской ремненной передачей. Расстояние между осями вращения шкивов  $O_1$  и  $O_2$  равно 12 см, а между осями вращения шкивов  $O_1$  и  $O_3$  равно 10 см. Расстояние от оси  $O_3$  до плоскости, в которой находятся оси  $O_1$  и  $O_2$ , равно 8 см. Определите длину ремня для передачи, который изготавливается путём сшивания концов нерастяжимого прорезиненного шнура (считаем, что длина ремня равна длине этого шнура). Всегда ли для его изготовления хватит шнура длиной 54 см?



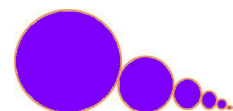
4. При изучении работы нового типа теплового двигателя, работающего циклически, было обнаружено, что часть периода он получает тепло, причем абсолютная величина мощности теплоподвода выражается законом:  $P_1(t) = P_0 \frac{\sin \omega t}{100 + \sin^2 t}$ ,  $0 < t < \pi/\omega$ . Газ совершает работу, развивая механическую мощность  $P_2(t) = 3P_0 \frac{\sin(2\omega t)}{100 + \sin(2t)^2}$ ,  $0 < t < \frac{\pi}{2\omega}$ . Работа над газом, которую совершают внешние тела, составляет 2/3 от величины совершенной газом работы. Определите КПД двигателя.

5. Вся местность разбита на квадраты, обозначенные двумя целыми индексами  $M$  и  $N$  так, что, например, точка с координатами  $x = 12, 25$ ,  $y = 20, 9$  находится в квадрате номер [12; 20], а точка с координатами  $x = -12, 34$ ,  $y = 0, 1239$  находится в квадрате номер [-13; 0] и так далее. Загадочный объект движется в плоскости  $Oxy$  по траектории

$$y = \left( \left( (x^5 - 2013)^5 - 2013 \right)^5 - 2013 \right)^5,$$

а луч радара на местности направлен вдоль линии  $y = x + 2013$ . Укажите номера всех квадратов, в которых радаром будет зарегистрировано появление загадочного объекта.

6. Имеется очень много однородных круглых дисков одинаковой толщины и одинаковой плотности. Эти диски выставляют на горизонтальную доску так, что плоскость дисков вертикальна. Два соседних диска касаются друг друга, причем радиусы двух соседних дисков относятся как 2 : 1. Диск слева всегда больше диска справа (см. рис). Радиус наибольшего диска равен 2 м. Определите расстояние от центра наибольшего диска до центра масс системы.



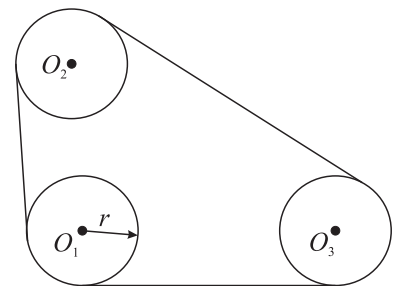
Олимпиада школьников Ломоносов–2013 по механике

Вариант 132

1. Перворазрядник Чуков проходит один круг по пересеченной местности на пять минут быстрее, чем его одноклассник Геков (оба они идут с постоянной скоростью). Если они выйдут одновременно из одного места этого круга, но в разные стороны, то встретятся не ранее, чем через шесть минут, а если они стартуют из одного места в одну сторону, то Чуков обгонит Гекова на круг не позже, чем через 60 минут. Определите, какие значения может принимать время, за которое Чуков проходит один круг.

2. Из точки, находящейся на поверхности земли, по всем направлениям с одинаковой скоростью 10 м/с выпускают большое количество маленьких шариков. Среди всех шариков, прошедших в полете не менее 80% от времени полета летевшего дольше всех шарика, найдите тот, который упадет от точки старта на наибольшем расстоянии. Чему равно это расстояние? Ответ выразите в метрах и округлите до одного знака после запятой. Ускорение свободного падения 10 м/с<sup>2</sup>.

3. Три шкива с параллельными осями и одинаковыми радиусами  $r = 3$  см должны быть соединены плоской ремненной передачей. Расстояние между осями вращения шкивов  $O_1$  и  $O_2$  равно 10 см, а между осями вращения шкивов  $O_1$  и  $O_3$  равно 13 см. Расстояние от оси  $O_3$  до плоскости, в которой находятся оси  $O_1$  и  $O_2$ , равно 12 см. Определите длину ремня для передачи, который изготавливается путём сшивания концов нерастяжимого прорезиненного шнура (считаем, что длина ремня равна длине этого шнура). Всегда ли для его изготовления хватит шнура длиной 60 см?



4. При изучении работы нового типа теплового двигателя, работающего циклически, было обнаружено, что часть периода он получает тепло, причем абсолютная величина мощности теплоподвода выражается законом:  $P_1(t) = P_0 \frac{t}{\tau} \left(1 - \frac{t}{\tau}\right) \frac{1}{150 + \cos\left(\frac{t}{\tau}\right)^2}, 0 < t < \tau$ . Газ совершает работу, развивая механическую

мощность  $P_2(t) = 2P_0 \frac{3t}{\tau} \left(1 - \frac{3t}{\tau}\right) \frac{1}{150 + \cos\left(\frac{3t}{\tau}\right)^2}, 0 < t < \tau/3$ . Работа над газом, которую совершают

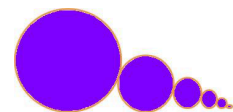
внешние тела, составляет  $3/4$  от величины совершенной газом работы. Определите КПД двигателя.

5. Загадочный объект движется в плоскости  $Oxy$  по траектории

$$y = \left( \left( (x^5 + 2013)^5 + 2013 \right)^5 + 2013 \right)^5,$$

а луч радара на местности направлен вдоль линии  $y = x - 2013$ . Вся местность разбита на квадраты, обозначенные двумя целыми индексами  $M$  и  $N$  так, что, например, точка с координатами  $x = 17,25, y = 21,9$  находится в квадрате номер  $[17; 21]$ , а точка с координатами  $x = 0,34, y = -10,1239$  находится в квадрате номер  $[0; -11]$  и так далее. Укажите номера всех квадратов, в которых радаром будет зарегистрировано появление загадочного объекта.

6. Имеется очень много однородных круглых дисков одинаковой толщины и одинаковой плотности. Эти диски выставляют на горизонтальную доску так, что плоскость дисков вертикальна. Два соседних диска касаются друг друга, причем радиусы двух соседних дисков относятся как  $5 : 3$ . Диск слева всегда больше диска справа (см. рис). Радиус наибольшего диска равен 5 м. Определите расстояние от центра наибольшего диска до центра масс системы.



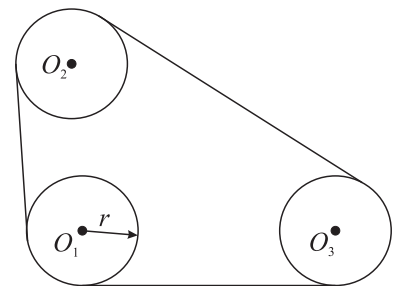
Олимпиада школьников Ломоносов–2013 по механике

Вариант 133

1. Перворазрядник Чуков пробегает один круг по пересеченной местности на три минуты быстрее, чем его одноклассник Геков (оба они бегут с постоянной скоростью). Если они побегут одновременно из одного места этого круга, но в разные стороны, то встретятся не ранее, чем через две минуты, а если они стартуют из одного места в одну сторону, то Чуков обгонит Гекова на круг не позже, чем через 36 минут. Определите, какие значения может принимать время, за которое Чуков пробегает один круг.

2. Из точки, находящейся на поверхности земли, по всем направлениям с одинаковой скоростью 10 м/с выпускают большое количество маленьких шариков. Среди всех шариков, упавших от точки старта на расстоянии не ближе, чем 36% от расстояния, на котором упал дальше всех улетевший шарик, найдите тот, который проведет в полете наибольшее время. Чему равно это время? Ответ выразите в секундах и округлите до одного знака после запятой. Ускорение свободного падения 10 м/с<sup>2</sup>.

3. Три шкива с параллельными осями и одинаковыми радиусами  $r = 3$  см должны быть соединены плоской ременной передачей. Расстояние между осями вращения шкивов  $O_1$  и  $O_2$  равно 12 см, а между осями вращения шкивов  $O_1$  и  $O_3$  равно 10 см. Расстояние от оси  $O_3$  до плоскости, в которой находятся оси  $O_1$  и  $O_2$ , равно 8 см. Определите длину ремня для передачи, который изготавливается путём сшивания концов нерастяжимого прорезиненного шнура (считаем, что длина ремня равна длине этого шнура). Всегда ли для его изготовления хватит шнура длиной 60 см?



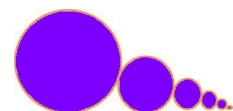
4. При изучении работы нового типа теплового двигателя, работающего циклически, было обнаружено, что часть периода он получает тепло, причем абсолютная величина мощности теплоподвода выражается законом:  $P_1(t) = P_0 \frac{\sin \omega t}{100 + \sin^2 t}$ ,  $0 < t < \pi/\omega$ . Газ совершает работу, развивая механическую мощность  $P_2(t) = 5P_0 \frac{\sin(3\omega t)}{100 + \sin^2(3t)}$ ,  $0 < t < \frac{\pi}{3\omega}$ . Работа над газом, которую совершают внешние тела, составляет 1/2 от величины совершенной газом работы. Определите КПД двигателя.

5. Вся местность разбита на квадраты, обозначенные двумя целыми индексами  $M$  и  $N$  так, что, например, точка с координатами  $x = 11,25$ ,  $y = 22,9$  находится в квадрате номер [11; 22], а точка с координатами  $x = -13,34$ ,  $y = 0,2239$  находится в квадрате номер [-14; 0] и так далее. Загадочный объект движется в плоскости  $Oxy$  по траектории

$$y = \left( \left( (x^5 - 2012)^5 - 2012 \right)^5 - 2012 \right)^5,$$

а луч радара на местности направлен вдоль линии  $y = x + 2012$ . Укажите номера всех квадратов, в которых радаром будет зарегистрировано появление загадочного объекта.

6. Имеется очень много однородных круглых дисков одинаковой толщины и одинаковой плотности. Эти диски выставляют на горизонтальную доску так, что плоскость дисков вертикальна. Два соседних диска касаются друг друга, причем радиусы двух соседних дисков относятся как 3 : 2. Диск слева всегда больше диска справа (см. рис). Радиус наибольшего диска равен 3 м. Определите расстояние от центра наибольшего диска до центра масс системы.



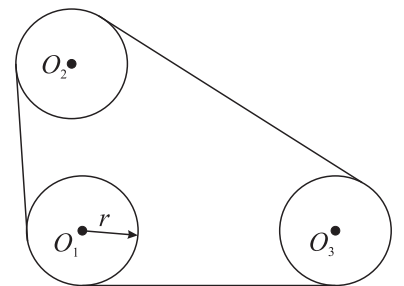
Олимпиада школьников Ломоносов–2013 по механике

Вариант 134

1. Перворазрядник Чуков проходит один круг по пересеченной местности на пять минут быстрее, чем его одноклассник Геков (оба они идут с постоянной скоростью). Если они выйдут одновременно из одного места этого круга, но в разные стороны, то встретятся не ранее, чем через шесть минут, а если они стартуют из одного места в одну сторону, то Чуков обгонит Гекова на круг не позже, чем через 100 минут. Определите, какие значения может принимать время, за которое Чуков проходит один круг.

2. Из точки, находящейся на поверхности земли, по всем направлениям с одинаковой скоростью 10 м/с выпускают большое количество маленьких шариков. Среди всех шариков, прошедших в полете не менее 64% от времени полета летевшего дольше всех шарика, найдите тот, который упадет от точки старта на наибольшем расстоянии. Чему равно это расстояние? Ответ выразите в метрах и округлите до одного знака после запятой. Ускорение свободного падения 10 м/с<sup>2</sup>.

3. Три шкива с параллельными осями и одинаковыми радиусами  $r = 4$  см должны быть соединены плоской ремненной передачей. Расстояние между осями вращения шкивов  $O_1$  и  $O_2$  равно 10 см, а между осями вращения шкивов  $O_1$  и  $O_3$  равно 13 см. Расстояние от оси  $O_3$  до плоскости, в которой находятся оси  $O_1$  и  $O_2$ , равно 12 см. Определите длину ремня для передачи, который изготавливается путём сшивания концов нерастяжимого прорезиненного шнура (считаем, что длина ремня равна длине этого шнура). Всегда ли для его изготовления хватит шнура длиной 67 см?



4. При изучении работы нового типа теплового двигателя, работающего циклически, было обнаружено, что часть периода он получает тепло, причем абсолютная величина мощности теплоподвода выражается законом:  $P_1(t) = P_0 \frac{t}{\tau} \left(1 - \frac{t}{\tau}\right) \frac{1}{150 + \cos\left(\frac{t}{\tau}\right)^2}, 0 < t < \tau$ . Газ совершает работу, развивая механическую

мощность  $P_2(t) = 4P_0 \frac{3t}{\tau} \left(1 - \frac{3t}{\tau}\right) \frac{1}{150 + \cos\left(\frac{3t}{\tau}\right)^2}, 0 < t < \tau/3$ . Работа над газом, которую совершают

внешние тела, составляет 5/6 от величины совершенной газом работы. Определите КПД двигателя.

5. Загадочный объект движется в плоскости  $Oxy$  по траектории

$$y = \left( \left( (x^5 + 2012)^5 + 2012 \right)^5 + 2012 \right)^5,$$

а луч радара на местности направлен вдоль линии  $y = x - 2012$ . Вся местность разбита на квадраты, обозначенные двумя целыми индексами  $M$  и  $N$  так, что, например, точка с координатами  $x = 15,25, y = 25,9$  находится в квадрате номер  $[15; 25]$ , а точка с координатами  $x = 0,84, y = -20,2239$  находится в квадрате номер  $[0; -21]$  и так далее. Укажите номера всех квадратов, в которых радаром будет зарегистрировано появление загадочного объекта.

6. Имеется очень много однородных круглых дисков одинаковой толщины и одинаковой плотности. Эти диски выставляют на горизонтальную доску так, что плоскость дисков вертикальна. Два соседних диска касаются друг друга, причем радиусы двух соседних дисков относятся как 4 : 3. Диск слева всегда больше диска справа (см. рис). Радиус наибольшего диска равен 4 м. Определите расстояние от центра наибольшего диска до центра масс системы.

