**Данные для задач А, Б и В**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| m (к*г*) | R(м) | 𝛼 (град) | 𝛾 (к*г*/м2) | $\dot{φ}$ (c-1) | *x*0 (м) | $\dot{x}\_{0}$ (м/с) | $M\_{z}$ (нм) | $x(t)$ (м/с) |
| 18 | 6 | - | 8 | -2 | 5 | -3 | -3t3+2 | $$4-2t^{3}$$ |

**Задача А**

Тело вращается с постоянной угловой скоростью $\dot{φ}$.

Найти

1. Дифференциальное уравнение относительного движения точки.
2. Положение относительного равновесия, если оно

 существует.

1. Закон относительного движения и скорости точки.

Рис.1

1. Скорость точки в момент, когда точка покидает тело
2. Закон изменения реакции тела на точку и ее значение в момент, когда точка покидает тело.
3. Выражения для составляющих главного вектора реакций шарниров тела.

**Задание И1. Основное уравнения динамики относительного движения точки. Теорема о движении центра масс системы.**

1. Составляем уравнение динамики относительного движения точки

$mw\_{r}=mg+N+Φ\_{е}+Φ\_{с}$(1.1)

Центробежная сила инерции $Φ\_{е}$ всегда направлена от оси вращения тела. Ее модуль равен

$$Ф\_{е}=mw\_{e}=mω^{2}l;$$

Сила Кориолиса $Φ\_{с}=-2mω×V\_{r}$направлена вдоль оси у (Рис.2).

Проекция $ Ф\_{сy} $
$$ Ф\_{сy}=-2m\dot{φ}\dot{x}>0$$

Рис.2

поскольку $\dot{x}>0$, а $\dot{φ}<0$.

Точка движется от начала х

 Проектируя уравнение (1.1) на ось *х*, получаем дифференциальное уравнение относительного движения точки

$$m\ddot{x}=Ф\_{е}Cosβ=mω^{2}(x-R)$$

$$\ddot{x}-ω^{2}x=-ω^{2}R или \ddot{x}-4x=-24 (1.2)$$

1. Положение относительного равновесия находится в точке, где ускорение равно нулю. Это точка Р с координатой

$$x=x^{0}=R=6м$$

 При $x\_{0}>x^{0}$ и $\dot{x}\_{0}>0$ точка будет удаляться от начала О координаты $x$. При $x\_{0}<x^{0}$ и $\dot{x}\_{0}<0$ точка будет приближаться к началу О координаты х. При заданных начальных условиях точка движется к началу координатной оси х.

1. Найдем закон относительного движения и скорости точки. Это обратная задача динамики. Решение неоднородного уравнения (1.2) ищем в виде суммы общего решения однородного уравнения $x\_{oo}$ и частного решения $x\_{ч} $ уравнения (1.2)

$$x=x\_{oo}+x\_{ч}$$

Общее решение однородного уравнения

$$\ddot{x}-ω^{2}x=0$$

 ищем в виде

$$x\_{oo}=e^{λt}; $$

Подставляя это решение в однородное уравнение, приходим к характеристическому уравнению с вещественными корнями

$$ λ^{2}-ω^{2}=0; λ\_{1,2}=\pm ω; $$

Решение $x\_{oo} $принимает вид

$$ x\_{oo}=C\_{1}e^{ωt}+C\_{2}e^{-ωt}$$

Частное решение ищем в виде правой части, т.е. постоянной $x\_{ч}=Const$. Подставив $x\_{ч} $в уравнение (1.2), получим

$$-ω^{2}x\_{ч}=-ω^{2}R; x\_{ч}=R $$

Полное решение уравнения (1.2)

$x=C\_{1}e^{ωt}+C\_{2}e^{-ωt}+ R; \dot{x}=ωC\_{1}e^{ωt}-ωC\_{2}e^{-ωt}$(1.3)

Постоянные $C\_{1} C\_{2}$ в (1.3) находим из начальных условий

$t=0: x\_{0}=5 м; \dot{x}\_{0}=-3 м/с $(1.4)

Подставив (1.4) в (1.3), получим:

$$x\_{0}=C\_{1}+C\_{2}+ R; \dot{x}\_{0}=ω(C\_{1}-C\_{2})$$

Иначе

$$\frac{\dot{x}\_{0}}{ω}+C\_{2}=C\_{1} x\_{0}=\frac{\dot{x}\_{0}}{ω}+2C\_{2}+ R; $$

$$x\_{0}+\frac{\dot{x}\_{0}}{ω}-R=2C\_{1} x\_{0}-\frac{\dot{x}\_{0}}{ω}-R=2C\_{2} ; $$

Решение приобретает вид

$$x=(x\_{0}-R)\frac{1}{2}\left(e^{ωt}+e^{-ωt}\right)+\frac{\dot{x}\_{0}}{ω}\frac{1}{2}\left(e^{ωt}-e^{-ωt}\right)+ R=(x\_{0}-R)chωt+\frac{\dot{x}\_{0}}{ω}shωt+ R$$

С учетом начальных условий (1.4)

$x=-cht-1,5sht+ R; \dot{x}=-sht-1,5cht$ (1.5)

1. Найдем скорость точки в момент, когда она покидает тело. Можно было бы из закона движения определить соответствующий момент времени и подставить его в закон изменения скорости. Но проще найти зависимость скорости точки от ее перемещения известной заменой

$$\ddot{x}=\dot{x}\frac{d\dot{x}}{dx}$$

 Которая фактически приводит к теореме об изменении кинетической энергии точки.

Получаем

$$\dot{x}\frac{d\dot{x}}{dx}=ω^{2}x-ω^{2}R; или \dot{x}d\dot{x}=\left(ω^{2}x-ω^{2}R\right)dx$$

Интегрируя, находим зависимость относительной скорости точки от ее перемещения

$\dot{x}^{2}=ω^{2}x(x-2R)+C\_{3}$ (1.6)

Из начальных условий (1.4) находим

$$C\_{3}=\dot{x}\_{0}^{2}+ω^{2}x\_{0}\left(2R-x\_{0}\right)=9+20\left(12-5\right)=149 м^{2}/с^{2}$$

Находим скорость при $x\_{1}=0=0м$

$$\dot{x}\_{1}=\sqrt{0\left(0-12\right)+149}=12,2 м/с$$

Шарик вылетает справа, т.к. по формуле (1.5) $\dot{x}$ <0

1. Найдем закон изменения реакции тела на точку. Это прямая задача динамики. Проекция уравнения (1.1) на ось z:

$$0=N\_{z}-mg; $$

дает проекцию реакции стержня на ось z

$$ N\_{z}=mg (1.7)$$

Проектируя уравнение (1.1) на ось у, находим:

$$0=N\_{y}-Ф\_{е}Sinβ+Ф\_{сy}; $$

Теперь проекция нормальной реакции стержня на ось у равна

$$ N\_{y}=2m\dot{φ}\dot{x}+m\dot{φ}^{2}lSinβ=m\dot{φ}\left(2\dot{x}+\dot{φ}R\right)=-72\dot{x}+432 н (1.8)$$

$N\_{y}$ зависит от найденной относительной скорости точки (1.5).

В момент, когда точка покидает тело

$N\_{z}=mg=176,4 н; N\_{y}=m\dot{φ}\left(2\dot{x}\_{1}+\dot{φ}R\right)|\_{x=x\_{1}}=-36\left(24,4-12\right)=-446.4 н$ (1.9)

1. Составляющие реакции шарнира **R** найдем по известным ускорениям тела и точки из теоремы о движении центра масс

$$R=Mw\_{c}$$

Это прямая задача динамики.

$ Mw\_{c}=M\_{1}w\_{c1}+mw=R\_{1}+R\_{2}$

где $R\_{1}$составляющая от ускорения центра тяжести пластины, а $R\_{2} $от ускорения точки. Последнее состоит из относительного, переносного и Кориолисова ускорений:

$$R\_{2}=R\_{2}^{r}+R\_{2}^{e}+R\_{2}^{c}=mw\_{r}+mw\_{e}+mw\_{c}$$

Направления составляющих изобразим на рисунке и вычислим их величину

Рис.3

$R\_{1}=γπR^{3}ω^{2}$;

$$R\_{2}^{e}=mω^{2}\sqrt{2}R $$

$ R\_{2}^{r}=m\ddot{x}=mω^{2}R$

$$R\_{2}^{c}=mw\_{c}=2mω\dot{x}\_{1} (1.10)$$

**Задача Б**

 Тело вращается из состояния покоя под действием момента $M\_{z}$. Самодвижущийся экипаж М, принимаемый за точку массы m, движется без сопротивления по закону $x(t)$ за счет силы сцепления с телом.

Найти

1. Закон угловой скорости тела и ее значение в момент, когда точка

 покидает тело.

1. Закон силы сцепления $F\_{сц}$ точки с телом, обеспечивающей

 заданное движение точки

1. Закон силы реакции тела на точку и ее значение в момент вылета точки с тела.
2. В задаче А найти закон вращательного момента $M\_{z}$,

 обеспечивающий равномерное вращение тела

**Задание И2. Теорема об изменении кинетического момента. Дифференциальное уравнение вращения тела. Условие равномерного вращения.**

1. Найдем закон изменения угловой скорости тела из теоремы об изменении кинетического момента относительно оси вращения тела.

Кинетический момент системы складывается из кинетического момента диска с зафиксированной на нем в текущий момент точкой m и кинетического момента точки m в относительном движении (плечо $R)$.

$$K\_{z}= (J\_{диск}+J\_{m} )\dot{φ}+m\dot{x}R (2.1)$$

$J\_{диск}$ вычисляется по формуле Штейнера

$$J\_{диск}=\frac{mR^{2}}{2}+mR^{2}=Const (2.2)$$

$$J\_{диск}=\frac{1}{2}γπR^{4}+γπR^{4}=\frac{32555,52}{2}+32555,52=48833.28 кгм^{2}$$

($γ условились принимать как кг/м^{2}) $Момент инерции точки в текущем положении

$$J\_{m}=m\left(R^{2}+\left(x-R\right)^{2}\right)=m\left(2R^{2}+x^{2}-2Rx\right)=18\left(72+16-16t^{3}+4t^{6}-48+24t^{3}\right)=18\left(40+8t^{3}+4t^{6}\right)=720+144t^{3}+72t^{6} кгм^{2}; $$

Итак

$$J=J\_{диск}+J\_{m}=49553.28+144t^{3}+72t^{6} кгм^{2} (2.3)$$

Кинетический момент системы равен:

$$K\_{z}=\left(49553.28+144t^{3}+72t^{6} \right)\dot{φ}-648t^{3} (2.4)$$

Интегрируем теорему об изменении кинетического момента

$$\dot{K\_{z}}= M\_{z}=-3t^{3}+2; $$

Получаем

$$ K\_{z}= -3\frac{t^{4}}{4}+2t (2.5) $$

Иначе

$$\left(49553.28+144t^{3}+72t^{6} \right)\dot{φ}-648t^{3}=-3\frac{t^{4}}{4}+2t$$

Отсюда находим закон угловой скорости тела

$$\dot{φ}=\frac{2t-0,75t^{4}+648t^{3}}{49553.28+144t^{3}+72t^{6} } (2.6)$$

В момент, когда точка покидает тело.

$$x\_{1}=4-2t\_{1}^{3}=0; t\_{1}=\sqrt[3]{2} c, \dot{φ}\_{1}=\frac{1296,625}{50129,28}=0,026 с^{-1} (2.7)$$

1. Найдем закон изменения движущей силы сцепления $F\_{сц}$, которая создается мотором экипажа и обеспечивает заданное движение точки по телу. С учетом силы $F\_{сц} $ дифференциальное уравнение относительного движения точки (1.2) приобретает вид

$$m\ddot{x}=mω^{2}\left(x-R\right)+F\_{cц} (2.8)$$

Отсюда находим закон изменения силы

$$F\_{cц}\left(t\right)=m\ddot{x}+mω^{2}\left(R-x\right)=-216t+36\left[\frac{2t-0,75t^{4}+648t^{3}}{49553.28+144t^{3}+72t^{6} }\right]^{2}∙( 1+ t^{3}) (2.9)$$

1. Силу реакции $ N\_{y}$ точки на тело найдем из дифференциального уравнения вращения тела. $J\_{диск}\ddot{φ}=M\_{z}+N\_{y}\left(x-R\right) (2.10)$

Или

$$J\_{диск}\ddot{φ}=-3t^{3}+2+N\_{y}\left(x-6\right) (2.11)$$

Отсюда

$$N\_{y}=\frac{J\_{диск}\ddot{φ}+3t^{3}-2}{x-6} (2.12)$$

Дифференцируя закон угловой скорости $\dot{φ}$, получаем:

$$\ddot{φ}=\frac{2-3t^{3}+1944t^{2}}{49553,28+144t^{3}+72t^{6}}-\frac{432t^{2}\left(2t-0,75t^{4}+648t^{3}\right)(1+t^{3})}{(49553,28+144t^{3}+72t^{6})^{2}}=\frac{99106,56+96331576,32t^{2}-149239,84t^{3}-832t^{6}+108t^{9}-139968t^{8}}{(49553,28+144t^{3}+72t^{6})^{2}} (2.13)$$

Таким образом $N\_{y}=\frac{48833.28\left(\frac{99106,56+96331576,32t^{2}-149239,84t^{3}-832t^{6}+108t^{9}-139968t^{8}}{\left(49553,28+144t^{3}+72t^{6}\right)^{2}}\right)+3t^{3}-2}{-2-2t^{3}} (2.14)$

В момент вылета точки $t\_{1}=\sqrt[3]{2} c$ и

$$N\_{y1}=\frac{2950,76+4}{-6}=-492.46 н (2.15)$$

1. **В задаче А** тело вращается равномерно, значит сумма моментов всех сил, действующих на тело, равна нулю. На тело, кроме момента $M\_{z},$ действует сила давления, обратная по направлению силе $N\_{y}$, найденной в задаче А

$$N\_{y}=-m\dot{φ}\left(2\dot{x}-\dot{φ}R\right) $$

Ее момент относительно оси z равен

$$N\_{y}\left(x-R\right)$$

Приравнивая сумму моментов нулю

$$M\_{z}+N\_{y}\left(x-R\right)=0 (2.16)$$

находим закон изменения вращательного момента, поддерживающий постоянную угловую скорость тела

$$M\_{z}=-N\_{y}\left(x-R\right)=m\dot{φ}\left(2\dot{x}-\dot{φ}R\right)\left(x-R\right)=18\dot{φ}\left(2\dot{x}-\dot{φ}6\right)\left(x-6\right) нм (2.17)$$

где законы относительного движения $x$ и скорости точки $\dot{x} $являются известными функциями времени, а функция$ \dot{φ}$ была найдена ранее(1.5).

**Задание И3. Уравнения Лагранжа. Теорема об изменении кинетической энергии.**

1. Методом Лагранжа получить дифференциальное уравнение относительного движения точки, найденное в И1.
2. С помощью теоремы об изменении кинетической энергии найти реакцию тела на точку, и сравнить ее с результатом в И1.

**Решение**

1. Найдем дифференциальное уравнение относительного движения точки из уравнения Лагранжа

$$\frac{d}{dt}\frac{∂T}{∂\dot{x}}-\frac{∂T}{∂x}=Q\_{x}, (3.1) T=\frac{m}{2}V^{2}$$

Абсолютная скорость V точки складывается из переносной и относительной скоростей

$$V^{2}=\dot{x}^{2}+v\_{e}^{2}+2\dot{x}v\_{e}Sinβ, v\_{e}=ωl, l=\sqrt{R^{2}+(x-R)^{2}}; lSinβ=R (3.2)$$

***Нет рисунка***

Таким образом, кинетическая энергия приобретает выражение

$$T=\frac{m}{2}\left(\dot{x}^{2}+ω^{2}\left(R^{2}+(x-R)^{2}\right)+2\dot{x}ω R\right) (3.3)$$

Находим производные:

$$\frac{∂T}{∂\dot{x}}=m\left(\dot{x}+ωR\right); \frac{d}{dt}\frac{∂T}{∂\dot{x}}=m\ddot{x}; \frac{∂T}{∂x}=mω^{2}\left(x-R\right); $$

Обобщенная сила $ Q\_{x}=0$ поскольку сила тяжести перпендикулярна скорости точки и не имеет мощности.

Подставив производные в уравнение Лагранжа приходим к ***дифференциальному уравнению (1.2), найденному в И1***

$\ddot{x}-ω^{2}x=-ω^{2}R$(3.4)

1. Реакцию $N\_{y} $тела на точку найдем из теоремы об изменении кинетической энергии точки.

$$\dot{T}=N$$

где N- мощность физических сил, приложенных к точке, в переносном и в относительном движениях точки.

$$N=N\_{φ}+N\_{x}$$

Физических сил, имеющих проекцию на ось $x$ нет, поэтому

$$N\_{x}=Q\_{x}\dot{x}=0$$

Во вращательном переносном движении точки мощность реакции вычисляем через момент

$$N\_{φ}=m\_{z}\left(N\_{y}\right)\dot{φ}; $$

В соответствии с Рис.2

$$\dot{T}=\frac{∂T}{∂\dot{x}}\ddot{x}+\frac{∂T}{∂x}\dot{x}=m\left(\dot{x}+ωR\right)\ddot{x}+mω^{2}\left(x-R\right)\dot{x}=N\_{y}ω\left(x-R\right)$$

Из дифференциального уравнения (3.4)

$$\ddot{x}=ω^{2}(x-R)$$

Таким образом, после сокращения на $ω\left(x-R\right)$ находим ***тот же результат, что и в И1***

$N\_{y}=mω\left(2\dot{x}+ωR\right)=- 72\dot{x}+432 н$ (3.5)

**Ответ задачи А**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |
| $\ddot{x}-4x=-24 $ | $$x^{0}=5м$$ | $$x=-cht-1,5sht+ R$$$$\dot{x}=-sht-1,5cht$$ | $$v\_{1}=12,2 м/с$$ | $$N\_{y}=- 72\dot{x}+432 н$$$$N\_{y1}=446,4 н$$ |



ve

**Задание И4. Уравнения Лагранжа.**

1. Найдем закон изменения угловой скорости из уравнения Лагранжа

$$\frac{d}{dt}\frac{∂T}{∂\dot{φ}}-\frac{∂T}{∂φ}=Q\_{φ} (4.1)$$

Кинетическая энергия системы складывается из энергии диска и точки

$$T=T\_{диск}+T\_{M}=\frac{J\_{диск}}{2}\dot{φ}^{2}+\frac{m}{2}v^{2}=24416.64\dot{φ}^{2}+ \frac{m}{2}\left(\dot{x}^{2}+\dot{φ}^{2}\left(R^{2}+(x-R)^{2}\right)+2\dot{x}\dot{φ}R\right) \left(4.2\right)$$

Подставив данные задачи, находим$ $

$$T=24416.64\dot{φ}^{2}+9\left\{36t^{4}+\dot{φ}^{2}\left[36+16-16t^{3}+4t^{6}-12\left(4-2t^{3}\right)+36\right]+12\dot{φ}(-6t^{2})\right\}=24416.64\dot{φ}^{2}+9\left\{36t^{4}+\dot{φ}^{2}\left[40+8t^{3}+4t^{6}\right]-72\dot{φ}t^{2}\right\}(4.3)$$

Обобщенная$ сила Q\_{φ}=M\_{z}=-3t^{3}+2 (4.4)$
$$\frac{∂T}{∂φ}=0, \frac{∂T}{∂\dot{φ}}=48833.28\dot{φ}+18\dot{φ}\left[40+8t^{3}+4t^{6}\right]-648t^{2}=-\frac{3t^{4}}{4}+2t $$

$$ $$

***Приходим к тому же результату, что и в И2:***

$$\dot{φ}=\frac{2t-0,75t^{4}+648t^{2}}{49553.28+144t^{3}+72t^{6} } ; \dot{φ}\_{1}=\frac{1296,625}{50129,28}=0,026 с^{-1} (4.5)$$

**Ответ задачи Б**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **1** | 2 | **4** |
| $$\dot{φ}=\frac{2t-0,75t^{4}+648t^{2}}{49553.28+144t^{3}+72t^{6} } $$$$\dot{φ}\_{1}=0,026 с^{-1}$$ | $$F\_{cц}\left(t\right)=m\ddot{x}+mω^{2}\left(R-x\right)=-216t+36\left[\frac{2t-0,75t^{4}+648t^{2}}{49553.28+144t^{3}+72t^{6} }\right]^{2}∙( 1+ t^{3}) $$ | $$M\_{z}=-N\_{y}\left(x-R\right)=m\dot{φ}\left(2\dot{x}-\dot{φ}R\right)\left(x-R\right)=18\dot{φ}\left(2\dot{x}-\dot{φ}6\right)\left(x-6\right) нм$$ |

|  |
| --- |
| **3** |
| $$N\_{y}=\frac{48833.28\left(\frac{99106,56-149239,84t^{3}+64221050,88t-828t^{6}-93312t^{4}+108t^{9}-186624t^{7}}{(49553,28+144t^{3}+72t^{6})^{2}}\right)+3t^{3}-2}{-2-2t^{3}} $$$$N\_{y1}=-492.46 н$$ |



**Задание И5. Уравнений Лагранжа. Теорема об изменении кинетической энергии в переносном движении**

1. Дифференциальные уравнения движения системы найдем из уравнений Лагранжа. За обобщенные координаты выберем x и φ.

Запишем соответствующие уравнения Лагранжа:

$$\frac{d}{dt}\frac{∂T}{∂\dot{x}}-\frac{∂T}{∂x}=Q\_{x}; \frac{d}{dt}\frac{∂T}{∂\dot{φ}}-\frac{∂T}{∂φ}=Q\_{φ} (5.1)$$

Выражение кинетической энергии системы (4.2) позаимствуем из задания И4

$$T=T\_{диск}+T\_{M}=\frac{J\_{диск}}{2}\dot{φ}^{2}+\frac{m}{2}v^{2}=24416.64\dot{φ}^{2}+ \frac{m}{2}\left(\dot{x}^{2}+\dot{φ}^{2}\left(R^{2}+(x-R)^{2}\right)+2\dot{x}\dot{φ}R\right)(5.2)$$

Производные по $x$:

$$\frac{d}{dt}\frac{∂T}{∂\dot{x}}=m\left(\ddot{x}+\ddot{φ}R\right); \frac{∂T}{∂x}=m\left(x-R\right)\dot{φ}^{2}; (5.3) $$

Обобщенная сила

$$Q\_{x}=0 (5.4)$$

равна нулю, поскольку нет сил, имеющих составляющие вдоль $x$

Подставив (5.3) и (5.4) в (5.1) получаем дифференциальное уравнение по $x$:

$$\ddot{x}+\ddot{φ}R=\left(x-R\right)\dot{φ}^{2} (5.5)$$

Поскольку.

$$\frac{∂T}{∂φ}=0; Q\_{φ}=0 (5.6) $$

то $φ$ является циклической координатой, и ей соответствует циклический интеграл дифференциального уравнения по $φ:$

$$\frac{∂T}{∂\dot{φ}}=\dot{φ}\left(49589,28+18x^{2}-216x\right)+108\dot{x}=const (5.7)$$

Покажем, что циклический интеграл $(5.7)$ выражает факт сохранение кинетического момента системы относительно оси z. Согласно формуле (2.1) задания И2

$$ K\_{z}= (J\_{диск}+J\_{m} )\dot{φ}+m\dot{x}R (5.8)$$

Подстановка значений дает

$$K\_{z}= \dot{φ}\left(49589,28+18x^{2}-216x\right)+108\dot{x} $$

что в точности совпадает с выражением (5.7).

Значит (5.7) действительно выражает факт сохранение кинетического момента системы относительно оси z. Ввиду начального покоя системы

$$K\_{z}=Const=0 (5.9)$$

Производная от (5.7) приводит к дифференциальному уравнению по $φ$

$$\ddot{φ}\left(49589,28+18x^{2}-216x\right)+36\dot{x}\dot{φ}(x-6)+108\ddot{x} =0 (5.10)$$

1. Проверим уравнение относительного движения точки (1.2) в условиях задачи А.

При подстановке условий задачи А: $\dot{φ}=-2=Const$ в (5.5) ***получаем точно такое же уравнение, как в задаче А***

$$\ddot{x}-4x=-24 (5.11)$$

1. Проверим закон угловой скорости тела, найденный в условиях задачи Б

При подстановке условий задачи Б при отсутствии момента $M\_{z}=-3t^{3}+2 $в (5.7) получаем тот же закон угловой скорости

$$\left(49553.28+144t^{3}+72t^{6} \right)\dot{φ}-648t^{2}=K\_{z}=0 или \dot{φ}=\frac{648t^{2}}{49553.28+144t^{3}+72t^{6} } (5.12) $$

что и в задании И2 при отсутствии момента.

1. Общее выражение зависимости реакции $N\_{y} $тела на точку найдем из теоремы об изменении кинетической энергии точки в переносном движении

$$\dot{T}\_{1}+2\dot{T}\_{0}-\frac{∂T}{∂t}=N\_{y}∙v\_{e} (5.13)$$

Здесь использовано разложение выражения кинетической энергии точки Т на слагаемые по степеням относительной скорости. Справа стоит мощность внешних сил (они здесь состоят из одной реакции $N\_{y})$ на переносном движении точки.

$$T\_{M}=\frac{m}{2}\left(\dot{x}^{2}+\dot{φ}^{2}\left(R^{2}+(x-R)^{2}\right)+2\dot{x}\dot{φ}R\right)=T\_{2}+T\_{1}+T\_{0} (5.14)$$

Кинетическая энергия Т не содержит времени t, поэтому

$$\frac{∂T}{∂t}=0 (5.15)$$

Энергия $T\_{1}$ , содержащая $\dot{x}$ в первой степени и ее производная

$$T\_{1}=m\dot{x}\dot{φ}R \dot{T}\_{1}=Rm\left(\ddot{x}\dot{φ}+\dot{x}\ddot{φ}\right) (5.16)$$

Энергия $T\_{0},$ содержащая $\dot{x}$ в нулевой степени и ее производная

$T\_{0}=m\frac{\dot{φ}^{2}}{2}\left(x^{2}-2Rx+2R^{2}\right) 2\dot{T}\_{0}=2m\ddot{φ}\dot{φ}\left(x^{2}-2Rx+2R^{2}\right)+2\dot{φ}^{2}\dot{x}m(x-$R)$ (5.17)$

Мощность реакции в переносном движении точки

$$N\_{y}∙v\_{e}=N\_{y}\dot{φ}\left(x-R\right) (5.18)$$

После подстановки в теорему (5.13) получаем

$N\_{y}\dot{φ}\left(x-R\right)=Rm\left(\ddot{x}\dot{φ}+\dot{x}\ddot{φ}\right)+2m\ddot{φ}\dot{φ}\left(x^{2}-2Rx+2R^{2}\right)+2\dot{φ}^{2}\dot{x}m(x-$R)$ $

$$N\_{y}=2\dot{x}\dot{φm}+\frac{Rm\left(\ddot{x}\dot{φ}+\dot{x}\ddot{φ}\right)+2m\ddot{φ}\dot{φ}\left(x^{2}-2Rx+2R^{2}\right)}{\dot{φ}\left(x-R\right)} (5.19)$$

Проверим выражение (для реакции$ N\_{y} $в условиях задачи А, где**:**  $\dot{φ}=-2=Const, \ddot{φ}=0 $

Подставив эти условия в (5.19), получаем

$$N\_{y}=-72\dot{x}+\frac{216\ddot{x}}{2(x-6)} $$

В силу дифференциального уравнения движения точки

$$\ddot{x}-4x=-24 $$

получаем то же выражение (1.8)

$$N\_{y}=-72\dot{x}+432$$

что и в задании И1.

**Ответ задачи В**

|  |  |
| --- | --- |
| **1** | 2 |
| $$\ddot{x}+\ddot{φ}R-\left(x-R\right)\dot{φ}^{2} =0$$$$\ddot{φ}\left(49589,28+18x^{2}-216x\right)+36\dot{x}\dot{φ}(x-6)+108\ddot{x} =0 $$ | $$\ddot{x}-4x=-24 $$ |

|  |  |
| --- | --- |
| **3** | **4** |
| $$\dot{φ}=\frac{648t^{2}}{49553.28+144t^{3}+72t^{6} } $$ | $$N\_{y}=-72\dot{x}+\frac{216\ddot{x}}{2(x-6)} $$$$N\_{y}=-72\dot{x}+432$$ |