

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого  
Физико-механический институт  
Высшая школа теоретической механики и математической физики

Работа допущена к защите

Директор ВШТМиМФ,

д. ф.-м. н., чл.-корр. РАН

А. М. Кривцов

« \_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2022 г.

## **ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА**

магистерская диссертация

### **ПЕРЕРАСПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ В ЗАДНЕЙ КОЛЕСНОЙ АРКЕ ГРУЗОВОГО АВТОМОБИЛЯ МЕТОДАМИ ТОПОЛОГИЧЕСКОЙ ОПТИМИЗАЦИИ С УЧЕТОМ ТЕХНОЛОГИИ ПРОИЗВОДСТВА ДЕТАЛИ**

По направлению подготовки

01.04.03 «Механика и математическое моделирование»

Направленность

01.04.03\_03 Механика и цифровое производство

Выполнил

студент гр. 5040103/00301

<подпись>

В. В. Троцкая

Руководитель

д.ф.-м.н.,

<подпись>

А. В. Порубов

профессор ВШТМиМФ

Санкт-Петербург

2022

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ПЕТРА ВЕЛИКОГО**

**Физико-механический институт  
Высшая школа теоретической механики и математической физики**

УТВЕРЖДАЮ

Директор ВШТМиМФ

А.М. Кривцов

«    » \_\_\_\_\_ 2022 г.

**ЗАДАНИЕ**

**по выполнению выпускной квалификационной работы**

студенту Троцкой Валерии Витальевне, группы 5040103/00301  
фамилия, имя, отчество (при наличии), номер группы

1. Тема работы: Перераспределение напряжений в задней колесной арке грузового автомобиля методами топологической оптимизации с учетом технологии производства детали.
2. Срок сдачи студентом законченной работы: 25.11.2022.
3. Исходные данные по работе: геометрия грузового автомобиля, данные о расчетных случаях, данные о доступных методах производства детали, характеристики материала детали и иные пожелания заказчика.
4. Содержание работы (перечень подлежащих разработке вопросов):  
Построение конечно-элементной модели грузового автомобиля;  
Задание модели для топологической оптимизации на основе выбранных расчетных случаев;  
Корректировка постановки задачи на основе расчета с предварительной моделью на всех расчетных случаях;  
Выполнение варьирования параметров производства детали на скорректированной модели;  
Исследование результатов топологической оптимизации, выделение характерных форм детали;  
Создание прототипа детали на основе наиболее удачного случая топологической оптимизации;  
Исследование результатов исходной задачи на усовершенствованной геометрии детали, демонстрация успешно выполненной топологической оптимизации;
5. Перечень графического материала (с указанием обязательных чертежей):  
расчетные случаи для задачи колесных нагрузок, распределение полей напряжения в конечно-элементной модели грузового автомобиля, внешний вид детали
6. Консультанты по работе: \_\_\_\_\_
7. Дата выдачи задания 25.10.2022.

Руководители ВКР

\_\_\_\_\_

(подпись)

А.В. Порубов  
\_\_\_\_\_

инициалы, фамилия

Задание принял к исполнению 25.10.2022.  
(дата)

Студент

\_\_\_\_\_

(подпись)

В.В. Троцкая  
\_\_\_\_\_

инициалы, фамилия

## РЕФЕРАТ

На 34 с., 18 рисунков, 2 таблицы

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** ТОПОЛОГИЧЕСКАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ, МЕТОД КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ, МИНИМИЗАЦИЯ ПОДАТЛИВОСТИ, ПЕРЕРАСПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ, ЗАДНЯЯ КОЛЕСНАЯ АРКА ГРУЗОВОГО АВТОМОБИЛЯ

Данная работа посвящена топологической оптимизации в задней колесной арке грузового автомобиля с целью перераспределения напряжения благодаря обновлению геометрии детали.

Для реализации поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

- 1) Построение конечно-элементной модели грузового автомобиля.
- 2) Задание модели для топологической оптимизации на основе выбранных расчетных случаев.
- 3) Корректировка постановки задачи на основе расчета с предварительной моделью на всех расчетных случаях.
- 4) Выполнение варьирования параметров производства детали на скорректированной модели.
- 5) Исследование результатов топологической оптимизации, выделение характерных форм детали.
- 6) Создание прототипа детали на основе наиболее удачного случая топологической оптимизации.
- 7) Исследование результатов исходной задачи на усовершенствованной геометрии детали, демонстрация успешно выполненной топологической оптимизации.

## THE ABSTRACT

34 pages, 18 pictures, 2 tables

KEYWORDS: TOPOLOGY OPTIMIZATION, FINITE ELEMENT METHOD, COMPLIANCE MINIMISATION, STRESS REDISTRIBUTION, VAN REAR WHEELHOUSE

This work is dedicated to the topology optimization of a rear wheelhouse of a van vehicle in order to redistribute stresses by improving the geometry of the part.

In order to realize the main purpose, it is necessary to solve the following tasks:

- 1) Construction of a finite-element model of a van vehicle.
- 2) Specifying a model for topology optimization based on selected subcases.
- 3) Adjusting the setting of the model based on the calculation with a pre-designed case for all calculation subcases.
- 4) Performing variation of part manufacturing parameters on the updated model.
- 5) Examination of the results of topology optimization, identification of the characteristic shapes of the part.
- 6) Prototyping a part based on the most successful topology optimization case.
- 7) Investigation of the results of the original task on an improved geometry, demonstration of a successfully performed topology optimization.

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	5
ГЛАВА 1. АНАЛИЗ МЕТОДОВ ТОПОЛОГИЧЕСКОЙ ОПТИМИЗАЦИИ....	7
1.1. Описание методики и виды постановок задачи топологической оптимизации .....	7
1.2. Метод конечных элементов .....	9
1.3. Значение колесных арок в обеспечении безопасности транспортного средства .....	11
1.4. Учет технологии производства детали в задаче топологической оптимизации .....	12
ГЛАВА 2. МЕТОДЫ РАСЧЕТОВ ПРЕДЕЛЬНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В ЭЛЕМЕНТАХ АВТОМОБИЛЯ .....	14
2.1. Использование напряжений по Мизесу для оценки предельных напряжений .....	14
ГЛАВА 3. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ТОПОЛОГИЧЕСКОЙ ОПТИМИЗАЦИИ.....	16
3.1. Обзор исходной модели, обоснование топологической оптимизации ....	16
3.2. Требования заказчика, связанные с доступной технологией производства детали.....	18
3.3. Расчетные случаи и их влияние на оценку предельных напряжений .....	18
ГЛАВА 4. ТЕХНИЧЕСКАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ .....	22
4.1. Подготовка конечно-элементной модели .....	22
4.2. Подготовка детали к топологической оптимизации .....	23
4.3. Настройка параметров топологической оптимизации .....	24
4.4. Выравнивание влияния расчетных случаев на результаты топологической оптимизации .....	24
4.5. Анализ результатов топологической оптимизации.....	26
4.6. Анализ конечной геометрии детали.....	28
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	32
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ .....	33

## ВВЕДЕНИЕ

Топологическая оптимизация – это математический метод, который рационально распределяет материалы в заданном пространстве с учетом заданных ограничений по нагружению или взаимодействию с окружающими деталями. Он получил широкое распространение в период развития аддитивных технологий, и в данное время используется во всех сферах инженерной разработки, что связано с усовершенствованием современных методов оптимизации, которые позволяют подробно учитывать условия производства.

Топологическая оптимизация уже много лет используется инженерами-механиками и инженерами-строителями, например, для минимизации количества используемого материала и энергии деформации конструкций при сохранении их механической прочности [4]. Метод максимизирует эффективность использования материалов производства за счет удаления избыточного материала из областей, которые не должны нести значительную нагрузку, но также используется и для решения расчетных проблем, таких как перераспределение резонансных частот или понижение напряжения в проблемных областях [7].

Современные требования к характеристикам выпускаемой продукции, таким как себестоимость продукции, ее безопасность и экологичность, а также конкуренция и необходимость в быстром выходе на рынок, приводят к усложнению как самой продукции, так и производственных процессов. Эти тенденции наиболее актуальны для высокотехнологичных областей, к примеру, для автомобилестроения, космической промышленности и производства промышленного оборудования. Так, согласно национальному рейтингу российских быстрорастущих технологических компаний, проведенному Российской венчурной компанией в 2016 году, наиболее популярной современной технологической тенденцией, позволяющей создавать новые продукты или улучшать уже изготовленные позиции, является использование цифрового проектирования и моделирования. [2] Данный ответ был дан представителями российских технологических компаний.

Для соответствия высоким стандартам современного производства необходимы новые подходы к производству материалов, автоматизации, интеллектуализации и цифровизации производства, а также к планированию жизненного цикла изделия от создания цифровой копии до утилизации.

Конструкции, созданные с помощью топологической оптимизации, часто включают сложные и неочевидные формы, которые сложно или невозможно изготовить традиционными методами производства. Однако

данные конструкции идеально подходят для процессов аддитивного производства, которые имеют более щадящие стандарты проектирования и могут легко воспроизводить сложные формы без дополнительных затрат.

Целью данной работы является исследование модели грузового автомобиля, арка заднего колеса которого не удовлетворяет поставленным требованиям по допустимым напряжениям, и решение задач топологической оптимизации, с целью достигнуть данных требований. Для этого необходимо выполнить следующие этапы исследования:

- изучение параметров, позволяющих симитировать реальные условия производства детали
- варьирование параметров в задаче топологической оптимизации для поиска удовлетворительных результатов для всех желаемых видов нагрузок, предоставленных заказчиком
- подготовка полученного распределения материалов для создания обновленного дизайна детали
- выполнение оценки эффективности новой модели

По полученным результатам можно сделать вывод о критически важных параметрах для топологической оптимизации, а также о нюансах постановки задачи, позволяющих получить корректные результаты.



# ГЛАВА 1. АНАЛИЗ МЕТОДОВ ТОПОЛОГИЧЕСКОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

## 1.1. Описание методики и виды постановок задачи топологической оптимизации.

В отличие от задач оптимизации толщины и размеров детали, задача топологической оптимизации представляет из себя более комплексное и эффективное решение, однако, по этой причине выбор корректной постановки задачи и методов решения представляет из себя более трудоемкий процесс.

За три последних десятилетия было предложено несколько методов топологической оптимизации, среди которых наиболее представительными являются метод плотности, эволюционная структурная оптимизация (ESO), и метод уровней (LSM).

Изначально, традиционные решения подобных задач выполнялись с помощью перебора комбинаций твердого материала и пустоты (ISE) для создания оптимальной структуры. Однако, из-за большого количества элементов, данный метод оказался чрезвычайно неэффективным с точки зрения времени вычисления. Поэтому в 1980-х годах основной целью исследователей в данной области была разработка более эффективных методов для получения более быстрых решений.

Двумя наиболее популярными современными методами в сфере автомобилестроения являются метод пенализации для твердого изотропного материала (SIMP) и метод эволюционной структурной оптимизации (ESO).

Метод пенализации для твердого изотропного материала был изначально предложен Бендсо и Кикучи [5] и Розваны и Чжоу [10]. Он прогнозирует оптимальное распределение материалов в пределах указанного проектного пространства и связан с созданием поля виртуальной плотности, представляющей аналог определенной характеристики реального объекта.

Метод эволюционной структурной оптимизации, разработанный Кси и Стивенсом в 1999 году [12, 13], и дополняющий его метод двунаправленной эволюционной структурной оптимизации (BESO) являются методами, основанными на итерационном удалении или добавлении конечного количества материала. Данный метод имеет под собой простую математическую основу, что упрощает его программную реализацию, однако основной недостаток данного метода заключается в том, что удаленный на ранних итерациях материал не доступен к восстановлению, что сокращает количество возможных изменений в конструкции.

Рассмотрим общую постановку задач топологической оптимизации [11]. Задача сводится к минимизации некой функции потерь  $F$ :

$$F = F(u(\rho), \rho) = \int_{\Omega} f(u(\rho), \rho) dV \quad (1.1)$$

Наиболее часто в данном типе задач в виде функции потерь выступает функция податливости детали, являющейся обратной функцией к жесткости. Таким образом, минимизация податливости приводит к максимизации жесткости структуры.

За переменную величину, описывающую распределение материала, принимается его плотность в каждой точке пространства. Благодаря этому возможно задать присутствие или отсутствие материала в каждой точке пространства (приняв значение за 1 или 0 соответственно).

Поскольку расчеты производятся в ограниченном объеме, который следует отделить от пространства, не подлежащего изменениям, необходимо определить область проектирования  $\Omega$ . Кроме этого, необходимо задать производственные ограничения, и ограничения, позволяющие построить корректную модель, такие как максимальная масса оптимизированной детали, максимальные значения напряжений или направление удаление материала:

$$G_0(\rho) = \int_{\Omega} \rho dV - V_0 \leq 0, \quad (1.2)$$

$$G_j(u(\rho), \rho) \leq 0, j = 1 \div m \quad (1.3)$$

Количество данных ограничений может варьироваться для достижения наилучшего результата.

Большинство методов топологической оптимизации выполняются путем совмещения использования автоматизированного проектирования (САПР), анализа структуры конструкции методом конечных элементов и различных алгоритмов оптимизации с учетом различных производственных технологий. Системы автоматизированного проектирования в данном случае необходимы для создания начальной модели оптимизируемой детали. На данном этапе нет необходимости в тщательном проектировании, модель может иметь грубые очертания, главная цель заключается в определении границ положения детали в пространстве [1].

Метод конечных элементов используется для наблюдения за распределением напряжений и перемещений по всей конструкции. Топологическую оптимизацию выполняют для удаления областей деталей, которые не подвергаются значительным нагрузкам и, таким образом, не вносят вклад в общую производительность детали. В зависимости от требования задачи проектирования используются различные алгоритмы

оптимизации для удаления части материала в детали, который не поддерживает приложенную нагрузку.

Топологическая оптимизация создает сложную естественную форму, которая показывает удаление материалов на основе целей и ограничений, установленных в задаче проектирования. Затем проект дорабатывается в стороннем программном обеспечении, чтобы получить гладкую деталь, доступную для производства, соответствующую форме, полученной в процессе топологической оптимизации. В конце разработки окончательный оптимизированный объект проверяется с использованием методов конечных элементов, чтобы продемонстрировать соответствие разработанного дизайна своим общим характеристикам.

В рамках данной работы невозможно опустить исследование параметров топологической оптимизации, поскольку они учитывают производственные ограничения. Игнорируя эти ограничения, получится создать только модель детали, производство которой экономически невыгодно, а иногда и вовсе невозможно. Цифровое производство создано для сопровождения детали на всех стадиях ее разработки, производства и эксплуатации, а потому конечные результаты проектирования должны соответствовать возможностям изготовления в рамках имеющихся инструментов и затрат [14].

В связи с этим, при работе с топологической оптимизацией, инженеру необходимо отметить все элементы детали, содержащие характерные особенности, такие как шаблоны симметрии, направление вытяжек, а также ограничения – к примеру, отсутствие полостей и углы наклона литья.

## 1.2. Метод конечных элементов.

Особую роль в задаче топологической оптимизации играет моделирование физических взаимодействий исследуемой детали с другими деталями и окружающей средой при помощи метода конечных элементов. Для нахождения искомого значения система разбивается на более мелкие и простые части, которые называются конечными элементами.

Это достигается определенной дискретизацией пространства по пространственным измерениям, которая реализуется построением расчетной сетки объекта – числовой областью решения, имеющей конечное число точек [3]. В итоге формулировка краевой задачи методом конечных элементов приводит к разрешимой системе алгебраических уравнений. Далее метод конечных элементов аппроксимирует неизвестную искомую функцию по области. Простые уравнения, которые моделируют эти конечные элементы, далее собираются в более общую систему уравнений, которая моделирует

всю расчетную задачу. Далее решение аппроксимируется с требованием минимизации соответствующей функции ошибок с помощью вариационного исчисления.

Рассмотрим применение метода конечных элементов на задаче линейной теории упругости.

Опишем состояние области  $V$ , ограниченной поверхностью  $S$ , и представимой в виде совокупности дискретных элементов  $V_e$ , состоящих из узлов и соединяющих их граней. Используем матрицу кинематических связей элемента  $\mathbf{a}_{f,e}$  для описания связи между глобальным вектором перемещений  $\mathbf{U}$  и локальным вектором перемещений  $\mathbf{u}_e$ :

$$\mathbf{u}_e^T = \mathbf{a}_{f,e} \mathbf{U}. \quad (1.4)$$

В произвольной точке пространства, заданной радиус-вектором  $\mathbf{r}$ , перемещения возможно выразить через матрицу интерполяционных полиномов  $\mathbf{N}_e^f$ :

$$\mathbf{r} = (x_1, x_2, x_3), \quad (1.5)$$

$$\mathbf{U}(\mathbf{r}) = \mathbf{N}_e^f \mathbf{u}_e = \mathbf{N}_e^f \mathbf{a}_{f,e} \mathbf{U}. \quad (1.6)$$

Запишем уравнение равновесия в перемещениях:

$$\nabla \cdot (\mathbf{C}(\mathbf{r}) \cdot \nabla \mathbf{u}(\mathbf{r})) + \mathbf{f}_v = 0, \quad (1.7)$$

где  $\mathbf{r}$  – радиус-вектор точки,  $\mathbf{C}$  – тензор упругих модулей,  $\mathbf{f}_v$  – вектор объемных сил.

Зададим граничные условия на границе  $S$ . Назовем часть границы, на которую действуют внешние силы,  $S_1$ , а часть границы, на которой задаются условия на вектор перемещений –  $S_2$ :

$$\mathbf{u}|_{S_1} = \mathbf{u}_{S_1}(\mathbf{r}), \quad (1.8)$$

$$\mathbf{n} \cdot (\mathbf{C}(\mathbf{r}) \cdot \nabla \mathbf{u}(\mathbf{r}))|_{S_2} = \mathbf{f}_{S_2}(\mathbf{r}), \quad (1.9)$$

где  $\mathbf{u}_{S_1}(\mathbf{r})$  – это функция, задающая перемещения точек тела на поверхности  $S_1$ ,  $\mathbf{f}_{S_2}(\mathbf{r})$  – вектор внешних сил, действующих на поверхности  $S_2$ , а  $\mathbf{n}$  – единичный вектор внешней нормали к поверхности  $S$ .

Опишем поведение среды через основные определяющие соотношения. Для малых деформаций и линейной анизотропной среды используем закон Гука и запишем связь между тензором деформация и вектором перемещений:

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{\partial W(\boldsymbol{\varepsilon})}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} = \mathbf{C}(\mathbf{r}) \cdot \boldsymbol{\varepsilon}, \quad (1.10)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2}(\nabla \mathbf{u} + (\mathbf{u}\nabla)^T) = (\nabla \mathbf{u})^S. \quad (1.11)$$

Подставим в последнее выражение формулу для локального вектора перемещений и используем его для записи закона Гука в новой форме:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{B}_e \mathbf{u}_e = \mathbf{B}_e \mathbf{a}_{f,e} \mathbf{U}, \quad (1.12)$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}_e \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{D}_e \mathbf{B}_e \mathbf{a}_{f,e} \mathbf{U}. \quad (1.13)$$

Используем принцип виртуальных перемещений и запишем равенство нулю суммы всех задаваемых сил, приложенных к системе, на ее возможном перемещении:

$$\int_V \delta \boldsymbol{\varepsilon}^T \cdot \boldsymbol{\sigma} dV - \int_V \delta \mathbf{u}^T \cdot \mathbf{f}_v dV - \int_V \delta \mathbf{u}^T \cdot \mathbf{f}_S dV = 0, \quad (1.14)$$

где  $\boldsymbol{\sigma}$  – тензор напряжений,  $\boldsymbol{\varepsilon}$  – тензор деформаций,  $\mathbf{f}_v$  – вектор объемных сил, а  $\mathbf{f}_S$  – вектор сил, заданных на поверхности тела.

Подставив соотношения 1.12 и 1.13 в 1.14, получим равенство, которое должно выполняться при любом значении  $\delta \mathbf{U}$ :

$$\begin{aligned} & \delta \mathbf{U}^T \left( \sum_{e=1}^n \mathbf{a}_{f,e}^T \left( \int_{V_e} \mathbf{B}_e^T \mathbf{D}_e \mathbf{B}_e dV \right) \mathbf{a}_{f,e} \right) \mathbf{U} = \\ & \delta \mathbf{U}^T \sum_{e=1}^n \mathbf{a}_{f,e}^T \left( \int_{V_e} \mathbf{N}_{f,e}^T \mathbf{f}_v dV + \int_S \mathbf{N}_{f,e}^T \mathbf{f}_S dV \right). \end{aligned} \quad (1.15)$$

Благодаря упомянутому выше условию, выражение можно сократить до системы линейных алгебраических уравнений:

$$\mathbf{K} \mathbf{U} = \mathbf{F}, \quad (1.16)$$

$$\mathbf{K} = \sum_{e=1}^n \mathbf{a}_{f,e}^T \mathbf{k}_e \mathbf{a}_{f,e}, \quad (1.17)$$

$$\mathbf{F} = \sum_{e=1}^n \mathbf{a}_{f,e}^T \mathbf{f}_e = \sum_{e=1}^n \mathbf{a}_{f,e}^T (\mathbf{f}_{v,e} - \mathbf{f}_{S,e}), \quad (1.18)$$

где  $\mathbf{K}$  – глобальная матрица жесткости,  $\mathbf{F}$  – глобальный вектор узловых сил,  $\mathbf{k}_e$  – локальная матрица жесткости элемента,  $\mathbf{f}_{v,e}, \mathbf{f}_{S,e}$  – объемные и поверхностные силы для каждого элемента.

Решив систему линейных алгебраических уравнений, можно получить перемещения во всех узлах данной конечно-элементной модели. Зная вектор узловых перемещений и подставляя его в выражения 1.12 и 1.13, можно определить напряжения и деформации в любой точке расчетной области.

1.3. Значение колесных арок в обеспечении безопасности транспортного средства.

Колесная арка – это дугообразная деталь, расположенная за колесом, позволяющая распределить напряжения, связанные с большой массой, приложенной к небольшой площади, и добавляющая дополнительную прочность всей конструкции подвески автомобиля. Грамотно сконструированная колесная арка может минимизировать повреждения автомобиля в аварийной ситуации, таким образом напрямую влияя на безопасность пассажиров и эффективность транспортного средства.

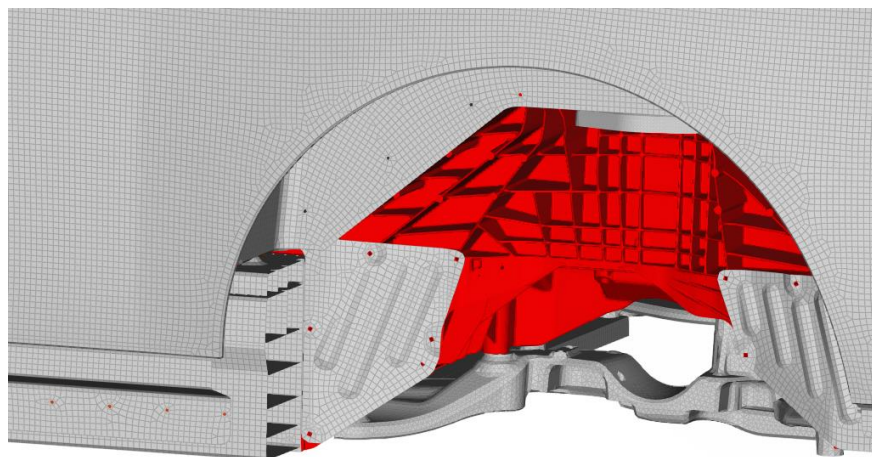


Рис. 1.1. Задняя колесная арка грузового автомобиля.

Поскольку колесная арка находится в области, которой свойственны большие напряжения, необходимо выбирать материалы и формы детали, которые бы обеспечили надежность конструкции без возможного разрушения.

#### 1.4. Учет технологии производства детали в задаче топологической оптимизации.

Задача топологической оптимизации всегда связана с реальными условиями среды и фиксированными параметрами производства. В то время, как более легкие варианты колесных арок могут быть выполнены из листового металла, более прочные и тяжелые детали, призванные обеспечить безопасное движение более массивных грузовых средств, выполняются путем ручного или автоматизированного литья на литейном производстве.

Литейное производство – производство детали путем заливки вещества в жидком агрегатном состоянии в заранее заготовленную форму. При этом возможно получение как отливок, схожих с желаемой деталью по форме и размерам, так и заготовительного литья для следующих итераций производства. Литье является экономически выгодным способом производства, кроме того, во многих случаях это единственный способ изготовления деталей большой массы и сложной формы, в связи с чем литье

получило большое распространение в сфере автомобильной промышленности. Помимо колесных арок, литье используется для производства таких деталей как каркасы, корпусы, рамы и обрамления.

Литые детали имеют более длительный срок службы, чем детали из листового металла. Кроме этого, производственный процесс подразумевает выпуск высокоточной детали с ровной рабочей поверхностью. В производстве применяют сплавы, отличающиеся уменьшенной плотностью и допускающие обработку.

Дополнительным преимуществом литья является возможность задействовать в процессе производства материалы, не поддающиеся ковке и штамповке.

Технология производства отливок складывается из следующих процессов:

- проектирование модели, подбор желаемого материала;
- изготовление формы, в которой будет производиться отливка;
- подготовка жидкого металла;
- заливка металла в формы;
- выбивка отливок из формы;
- обрубка, очистка, контроль на соответствие модели.

Для того, чтобы сконструировать подходящую для литья модель, необходимо учитывать технологию производства. Поскольку работа ведется с жидким металлом в замкнутой форме, необходимо добиться простой геометрии с плавными переходами от утолщений к тонким местам. Кроме этого, для быстрого извлечения детали из формы необходимо учитывать конусность и избегать сложных сечений.

## ГЛАВА 2. МЕТОДЫ РАСЧЕТОВ ПРЕДЕЛЬНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В ЭЛЕМЕНТАХ АВТОМОБИЛЯ

### 2.1. Использование напряжений по Мизесу для оценки предельных напряжений.

Испытания показывают, что при применении постепенно увеличивающейся нагрузки к детали рано или поздно наступает момент, когда материал детали повреждается, и деталь перестает функционировать. Теория разрушения материалов позволяет предсказать условия, при которых твердые материалы теряют свои характерные свойства под действием внешних нагрузок.

Для разных материалов термин «повреждение» имеет разные определения. Так, для пластичных материалов принято считать, что повреждение происходит в начале пластической деформации, а для хрупких – в момент распада единого объекта на составляющие. Данные состояния легко определить для одноосного напряженного состояния, к примеру, для одноосного растяжения, в лабораторных условиях. Они возникают, когда нормальное напряжение в объекте достигает предела текучести материала для пластичных материалов и предела прочности для хрупких материалов, однако для случаев нагружений при эксплуатации автомобиля, где нагрузка зачастую передается по всем осям, предсказать повреждение гораздо сложнее.

Лабораторные опыты подтвердили, что не существует универсального метода, способного предсказать повреждение материала. Следовательно, для каждого случая необходимо выбрать свою модель описания поведения материала под действием нагрузки и сравнить напряженное состояние объекта со свойствами материала, которые легко определить лабораторным путем, такими как предел текучести или предел прочности материала.

Любая удачная модель разрушения материала должна быть согласована с экспериментальными наблюдениями. Существует ключевое наблюдение, которое необходимо учитывать в теориях разрушения пластичных материалов, а именно тот факт, что гидростатические напряжения не вызывают текучести пластичных материалов, поскольку в материале не возникает сдвигового напряжения. Механизмом, который вызывает текучесть пластичных материалов, является сдвиговая деформация. Текучесть вызывается только напряжениями, вызывающими искажение формы исходного образца.

По этой причине теория максимального главного напряжения не является хорошей теорией для описания разрушения пластичных материалов



– каким бы большим ни было напряжение, важно исследовать только величину девиаторной части тензора напряжения.

Используем теорию максимальной энергии деформации Вон Мизеса. В ней говорится, что текучесть наступает, когда максимальная энергия деформации в материале равна энергии деформации при текучести в испытании на одноосное растяжение.

Запишем энергию деформации на единицу объема, используя главные напряжения:

$$u_d = \frac{1+\nu}{6E} ((\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2). \quad (2.1)$$

В случае текучести при испытании на растяжение максимальное главное напряжение равно пределу текучести материала, а два других главных напряжения равны нулю. Таким образом, можно рассчитать энергию деформации при текучести в испытании на растяжение, вставив соответствующие значения главного напряжения:

$$u_{d,y} = \frac{1+\nu}{6E} ((\sigma_y - 0)^2 + (0 - 0)^2 + (0 - \sigma_y)^2). \quad (2.2)$$

Приравнивая энергию деформации при текучести к общему уравнению для трехосного напряженного состояния, можно получить уравнение, определяющее критерий разрушения по Мизесу:

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{1}{2} ((\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2)}. \quad (2.3)$$

Эта теория учитывает разницу между главными напряжениями и поэтому не зависит от гидростатического напряжения. Правую часть выражения 2.3 принято называть эквивалентным напряжением Вон Мизеса. Если оно больше, чем предел текучести материала, то прогнозируется текучесть.

Эквивалентное напряжение по Мизесу обычно является результатом анализа напряжений, выполненного с использованием методом конечных элементов. Поскольку критерий текучести Вон Мизеса не зависит от гидростатического напряжения, он применим для анализа пластической деформации пластичных материалов, таких как металлы, так как предельное напряжение для преодоления предела текучести для этих материалов не зависит от данной величины.

## ГЛАВА 3. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ТОПОЛОГИЧЕСКОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

### 3.1. Обзор исходной модели, обоснование топологической оптимизации

Топологическая оптимизация – трудоемкая задача, требующая больших расчетных мощностей, поэтому перед ее выполнением необходимо оценить, насколько вероятно использовать другие, более быстрые методы улучшения прочностных характеристик детали.

Рассмотрим исходную геометрию задней колесной арки. Данная деталь прошла через серию конструкторских решений, направленных на увеличение жесткости в зонах повышенного напряжения, к примеру, большое количество ребер можно заметить на внутренней поверхности колесной арки.

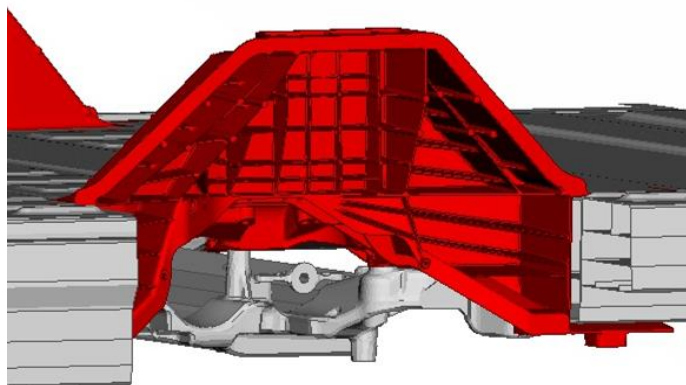


Рис. 3.1. Исходная геометрия детали.

Рассмотрим максимальные напряжения по Мизесу, собранные со всех расчетных случаев. Можно заметить проблемные зоны, не все из которых могут быть улучшены с помощью локальных изменений с учетом технологии производства и суммарных затрат.

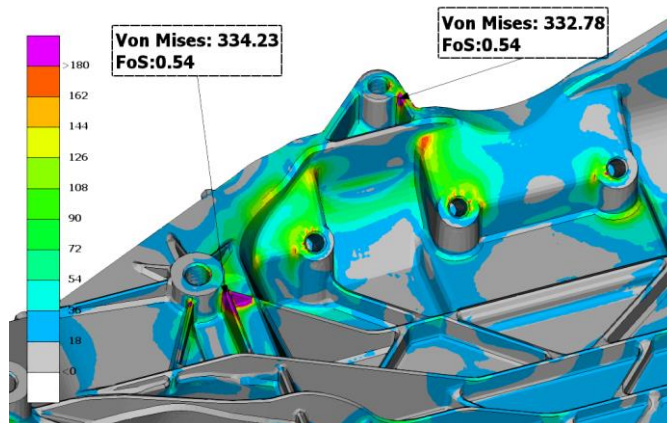


Рис. 3.2. Напряжения по Мизесу в проблемных зонах исходной детали.

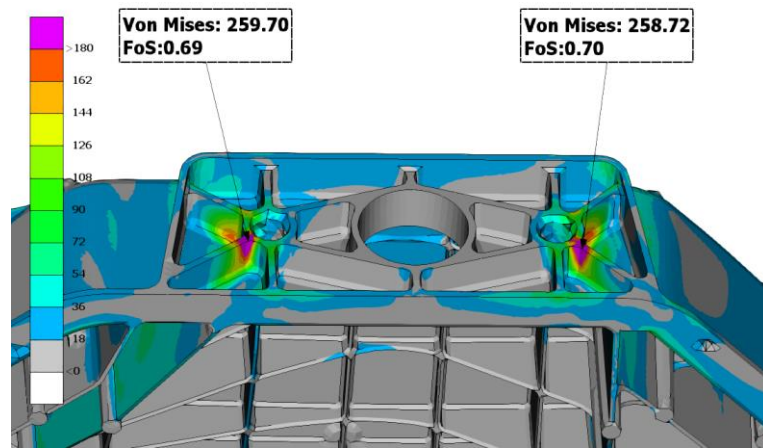


Рис. 3.3. Напряжения по Мизесу в проблемных зонах исходной детали.

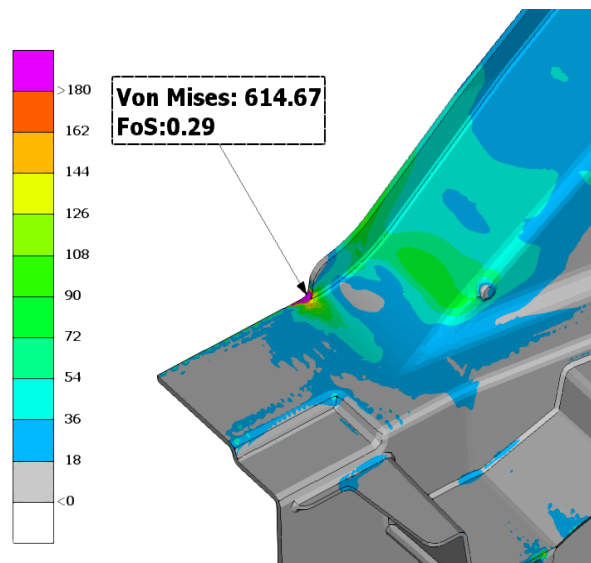


Рис. 3.4. Напряжения по Мизесу в проблемных зонах исходной детали.

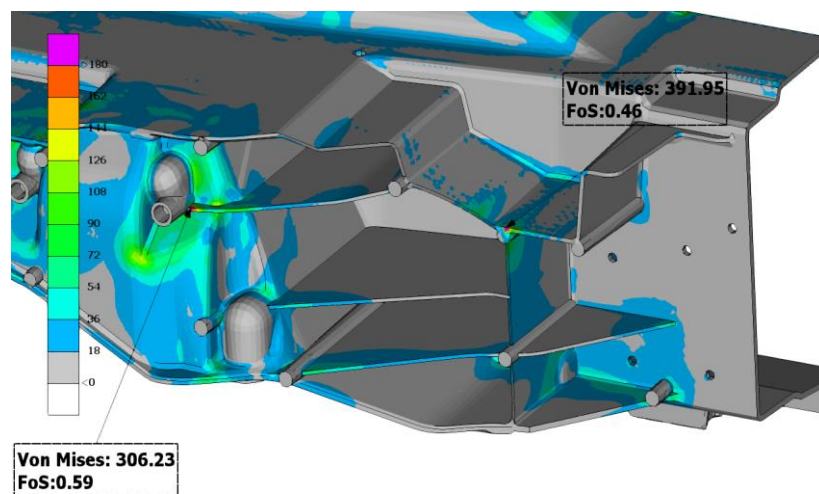


Рис. 3.5. Напряжения по Мизесу в проблемных зонах исходной детали.

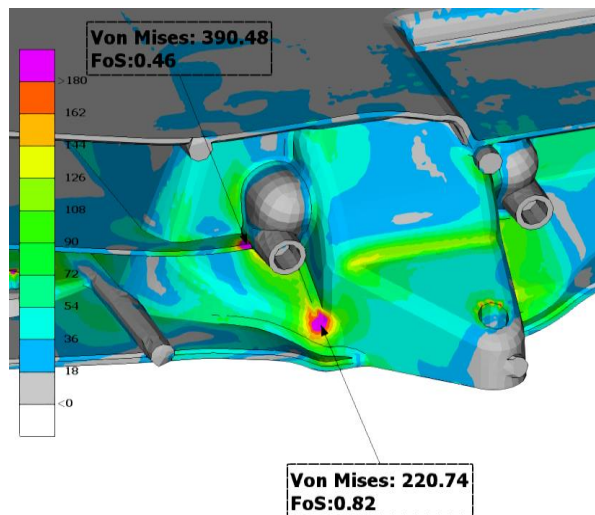


Рис. 3.6. Напряжения по Мизесу в проблемных зонах исходной детали.

### 3.2. Требования заказчика, связанные с доступной технологией производства детали.

Процесс производства известен и определен как литье под низким давлением. В связи с этим, были выбраны и согласованы оптимальные параметры модели, удовлетворяющие технологии производства:

- минимальная толщина основных поверхностей: 6 мм
- максимальная толщина основных поверхностей: 20 мм
- минимальное расстояние между гранями: 40 мм
- угол литья:  $3^\circ$
- допускается литье в разные стороны, но только при необходимости усложнить процесс производства ради достижения лучших результатов
- предыдущая деталь отливалась в направлениях осей Y и Z, заказчик ожидает сохранения характерного распространения материала вдоль одной или двух указанных осей

### 3.3. Расчетные случаи и их влияние на оценку предельных напряжений.

Подвеска автомобиля – конструкция, в которой особенно важно добиться надежности и безопасности. По этой причине, спектр задач, в которых нагрузка прикладывается на колеса, обширен и связан с большими коэффициентами запаса.

Коэффициент запаса – это отношение предельного допустимого напряжения к максимальному напряжению в детали. Коэффициент запаса меньше единицы говорит о том, что деталь начинает разрушаться раньше, чем

это допускают нормативные значения, и в многих видах расчетов недопустим, поскольку связан с критическими ситуациями и возможными поломками в системе. В данных расчетных случаях коэффициент запаса принимает значения от 1.0 до 1.8 (для оценки усталости). Более подробная информация о величине прикладываемых нагрузок представлена в Приложении 1.

Таблица 3.1. Описание расчетных случаев.

Расчетный случай	Описание приложения нагрузок	Коэффициент запаса
Экстремальные случаи, резкие удары		
Торможение транспортного средства	Нагрузки, приложенные ко всем четырем колесам транспортного средства, описывающие резкое замедление	1.0
Торможение на выбоине	Нагрузки, приложенные ко всем четырем колесам транспортного средства, учитывающие резкое столкновение с препятствием	1.0
Наезд на бордюр	Большие нагрузки, имитирующие столкновение с препятствием с минимальными моментами, приложенные ко всем четырем колесам транспортного средства	1.0
Наезд на бордюр задним ходом	Большие нагрузки на задние колеса, минимальные моменты. Силы и моменты приложены ко всем четырем колесам	1.0
Удар о бордюр	Большие силы, приложенные перпендикулярно к боковым панелям транспортного средства	1.0
Торможение задним ходом	Моменты и нагрузки, приложенные ко всем четырем колесам транспортного средства, описывающие резкое с основной нагрузкой на задние колеса	1.0

Таблица 3.1. Описание расчетных случаев (продолжение).

Экстремальные случаи, резкие удары		
Падение с бордюра	Большие нагрузки по оси Z, связанные с отдачей при резком падении транспортного средства	1.0
Оценка надежности при ежедневной эксплуатации		
Поворот	Большие нагрузки разных знаков по оси Z на все колеса транспортного средства	1.4
Торможение	Большие нагрузки разных знаков по оси Y, описывающие реакцию осей транспортного средства на резкое торможение	1.4
Ускорение	Нагрузки по всем направлениям на все колеса транспортного средства	1.4
Статическая парковка	Большие нагрузки на переднюю ось транспортного средства	1.4
Оценка усталостной прочности		
Статическое нагружение	Основные нагрузки направлены по оси Z вниз, расчетный случай описывает заполнение фургона грузом для транспортировки	1.8
Заезд на возвышение	Нагрузки симулируют заезд правым передним колесом на возвышение, основные нагрузки приложены по оси Y и по оси Z на задние колеса	1.8
Вертикальная отдача	Основные силы приложены ко всем четырем колесам вертикально вниз, описывая дополнительную нагрузку массы тела грузового автомобиля	1.8
Поворот (налево)	Дополнительная нагрузка на все колеса, кроме заднего левого	1.8
Поворот (направо)	Дополнительная нагрузка на все колеса, кроме заднего правого	1.8

Таблица 3.1. Описание расчетных случаев (продолжение).

Оценка усталостной прочности		
Рекуперативное торможение	Большие нагрузки в задних колесах, имитирующие сильное трение	1.8
Ускорение	Нагрузки, приложенные ко всем четырем колесам, имитирующие трение при ускорении	1.8

## ГЛАВА 4. ТЕХНИЧЕСКАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ

### 4.1. Подготовка конечно-элементной модели

На основе предоставленной заказчиком геометрии была построена расчетная сетка модели грузового автомобиля. Однако по причине большого количества узлов в расчетной сетке, а, следовательно, большого веса файла и больших затрат времени на вычисления, было принято решение уменьшить расчетную область и количество расчетных случаев, чтобы сэкономить время расчетов. По предварительному распределению нагрузок в области пола можно оценить, насколько напряжения в областях передних и задних колесных арок влияют друг на друга. Поскольку грузовой автомобиль обладает достаточно длинной колесной базой, влияния напряжений в передней и задней области друг на друга замечено не было, в данном случае возможно проводить расчеты на половине модели, без области, содержащей передние нагрузки, и, соответственно, без расчетных случаев, в которых нагрузка прикладывается к передним колесам. Кроме того, благодаря симметрии задачи и симметрии деталей с правой и левой стороны грузового автомобиля, область вычислений была сокращена до левой задней колесной арки и ее окружения.

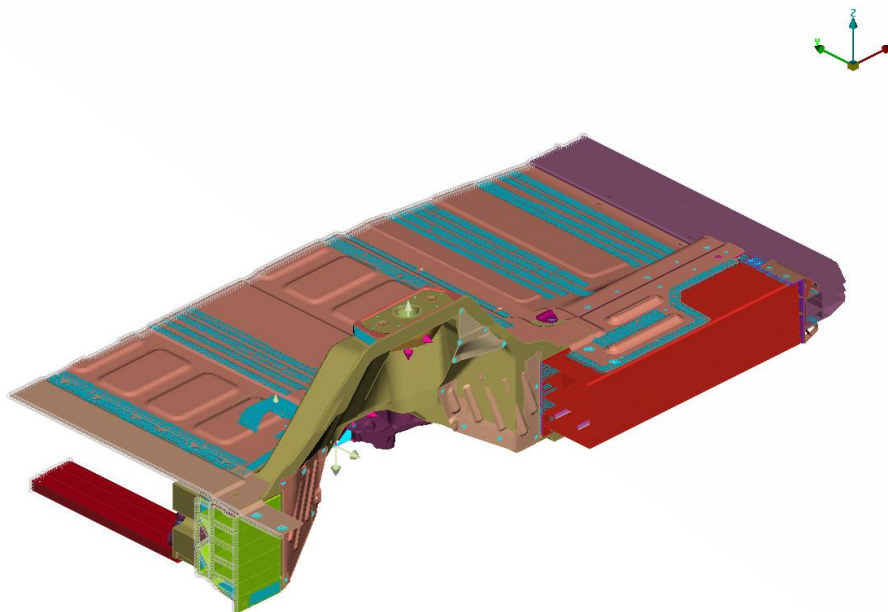


Рис. 4.1. Постановка задачи для сокращенной геометрии модели.

Поскольку в исходной, полной модели перемещения в области пола для данного типа задачи не были существенными, для имитации исходных граничных условий пол грузового автомобиля был закреплен по границе обрезки с условием запрета на перемещения.



Модель была построена в инструменте автоматизированного проектирования Beta CAE Ansa, подготовка задачи топологической оптимизации и расчеты велись в Altair HyperMesh с конечно-элементной технологией Altair OptiStruct, поскольку данный комплекс позволяет наиболее подробно учитывать особенности технологии производства.

#### 4.2. Подготовка детали к топологической оптимизации

Поскольку исходная геометрия детали была признана несостоятельной и не оптимальной для дальнейших конструкторских изменений, была запрошена упрощенная геометрия детали. Эта геометрия послужит основой для топологической оптимизации.

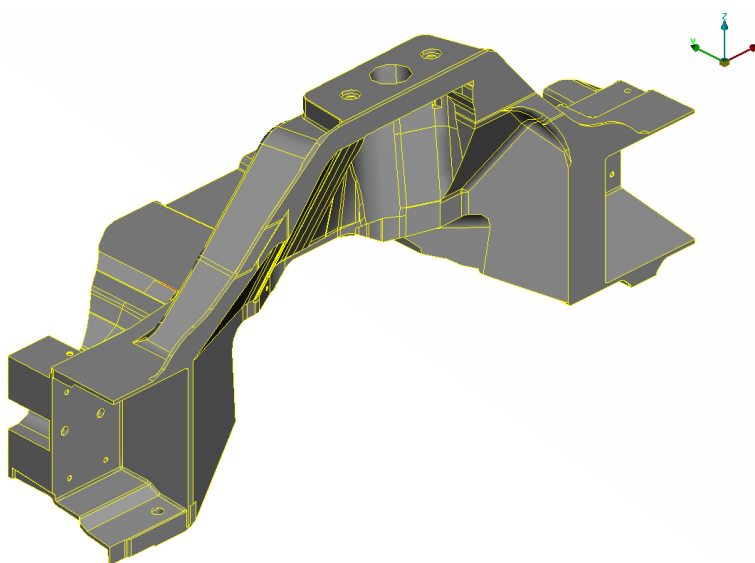


Рис. 4.2. Исходная геометрия детали, предоставленная заказчиком.

Объем детали был заполнен тем же материалом. Таким образом, была сформирована дизайн-область для топологической оптимизации. Дизайн-область была разбита на подобласти для задания разного направления литья на разных участках. Данное решение было принято, поскольку деталь имеет области сильных изгибов, и невозможно предположить, что добавление ребер только в одной плоскости будет удачным конструктивным решением.

В связи с особенностью детали и ее ролью в общей конструкции, крайне важно сохранить области креплений данной детали. Для этого данные области были выделены в отдельную группу, на которую был наложен запрет на изменения.

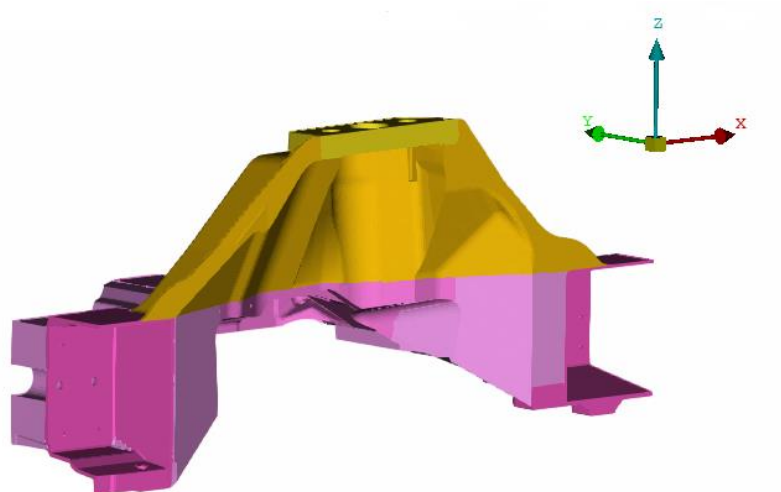


Рис. 4.3. Разделение дизайн-области на составляющие.

#### 4.3. Настройка параметров топологической оптимизации

Для построения успешной модели необходимо скорректировать производственные требования так, чтобы получить корректную модель, которую возможно доработать средствами 3д-инжиниринга [6]. Зная, что характерный размер элемента в требованиях к конечно-элементным моделям заказчика составляет 8 мм, было принято решение определить следующие минимальные и максимальные толщины основных поверхностей:

- минимальная толщина основных поверхностей: 16 мм (2 элемента)
- максимальная толщина основных поверхностей: 40 мм (5 элементов)

Минимальное расстояние между гранями сохраняется прежним и составляет 40 мм, поскольку это ограничение напрямую влияет на распределение напряжений. При перемещении ребер невозможно предсказать, как перераспределится напряжение. Также сохраняется минимальный угол литья  $3^\circ$  как необходимое условие для изготовления детали.

Поскольку уже существуют прототипы деталей, отлитых по направлению осей Y и Z, было решено сохранить данные направления. При этом в расчетах участвовали как варианты с литьем в одном направлении, так и в двух – по Y, Z, -Y, -Z.

#### 4.4. Выравнивание влияния расчетных случаев на результаты топологической оптимизации

Не все расчетные случаи вносят одинаково существенный вклад в картину напряжений. В обновлении геометрии детали необходимо отдавать приоритет расчетным случаям, в которых наблюдались критические напряжения. При этом, в связи с большим количеством расчетных случаев, сопоставление внешнего вида обновленных колесных арок и обобщение дизайна представляется нерациональным и ненадежным методом [8, 9].

Для корректного учета всех расчетных случаев, было принято решение создать предварительный расчет, в котором в равной степени учитывались все расчетные случаи. Результаты этого расчета не принимались во внимание, однако из файла, содержащего результаты топологической оптимизации, снимались значения функции податливости, минимизация которой является главной задачей расчета. Оценка значений податливости на первой итерации расчетов для разных расчетных случаев показала, что некоторые расчетные случаи изначально обладают областями со значительно большей податливостью. Эти расчетные случаи соответствуют максимальным напряжениям, что согласуется с тем, что максимальная податливость детали соответствует ее минимальной жесткости.

Далее, в расчете были опущены случаи с небольшим значением податливости на первой итерации, поскольку их жесткость при нагрузках была удовлетворительной на предварительном расчете. Все оставшиеся расчетные случаи были собраны в один расчет, их податливости были подвержены нормированию, чтобы получить своеобразные веса расчетных случаев. Как показывает таблица 4.1, наиболее влияющим на геометрию детали расчетным случаем считается случай ускорения, вес которого был принят за единицу. Это связано с тем, что для имитации ускорения транспортного средства ко всем колесам прикладываются нагрузки по всем направлениям, имитирующие реакцию подвески. Разносторонние нагрузки и являются причиной больших напряжений в детали.

Таблица 4.1. Весовые коэффициенты расчетных случаев.

Название расчетного случая	Вес расчетного случая
Ускорение	1.000
Наезд на бордюр задним ходом	0.654
Заезд на возвышение	0.460
Торможение на выбоине	0.321
Наезд на бордюр	0.206

Анализируя данные из таблицы 4.1, можно заметить, что в расчет не попали условия нагружения, в которых к заднему левому колесу прикладывались сравнительно небольшие по модулю силы. Это наблюдение позволяет сделать вывод о том, что весовые коэффициенты были подобраны верно, и в постановке задачи остались только расчетные случаи с максимальным вкладом в распределение напряжений в задней колесной арке.

#### 4.5. Анализ результатов топологической оптимизации

В результате расчетов была получена серия распределений плотности в дизайн-объеме для варьируемых значений параметров производства. На данных дизайн-объемах была выполнена проверка, призванная показать, что незначительные изменения в толщинах деталей не приводят к значительным изменениям геометрии, то есть показать, что существует устойчивое и доступное к производству решение.

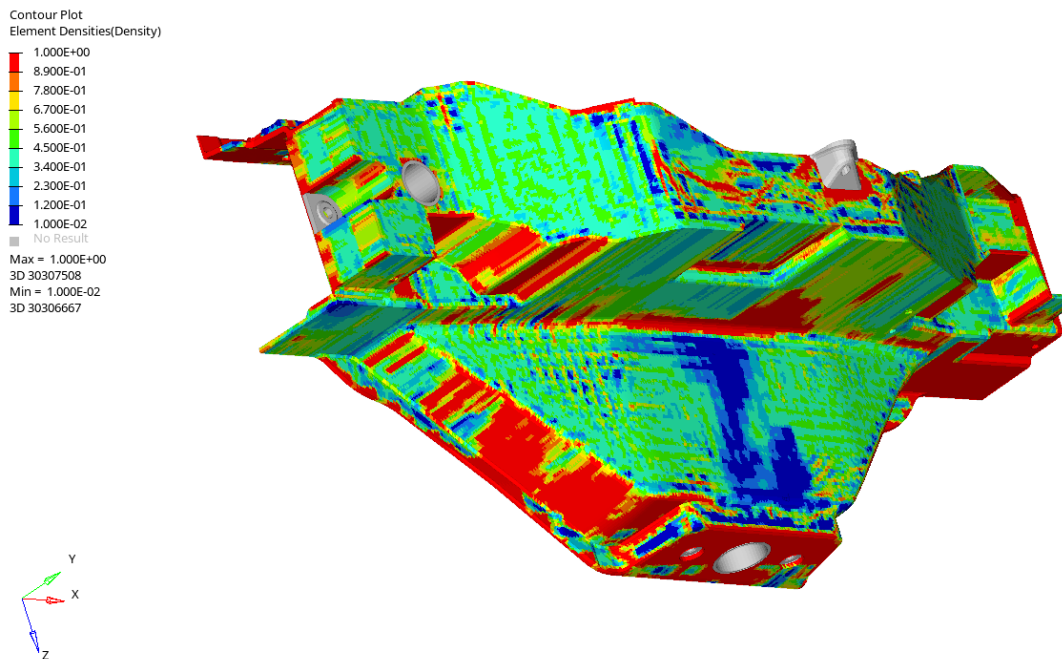


Рис. 4.4. Распределение плотности материала в области дизайн-пространства.

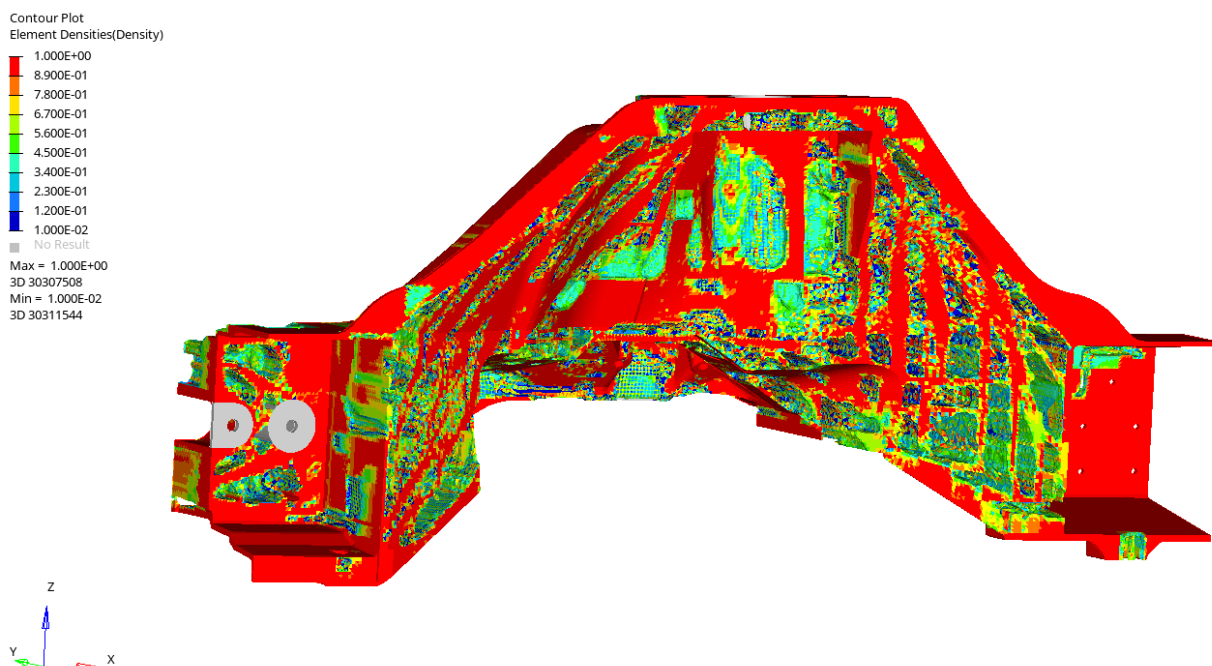


Рис. 4.5. Распределение плотности материала в области дизайн-пространства.

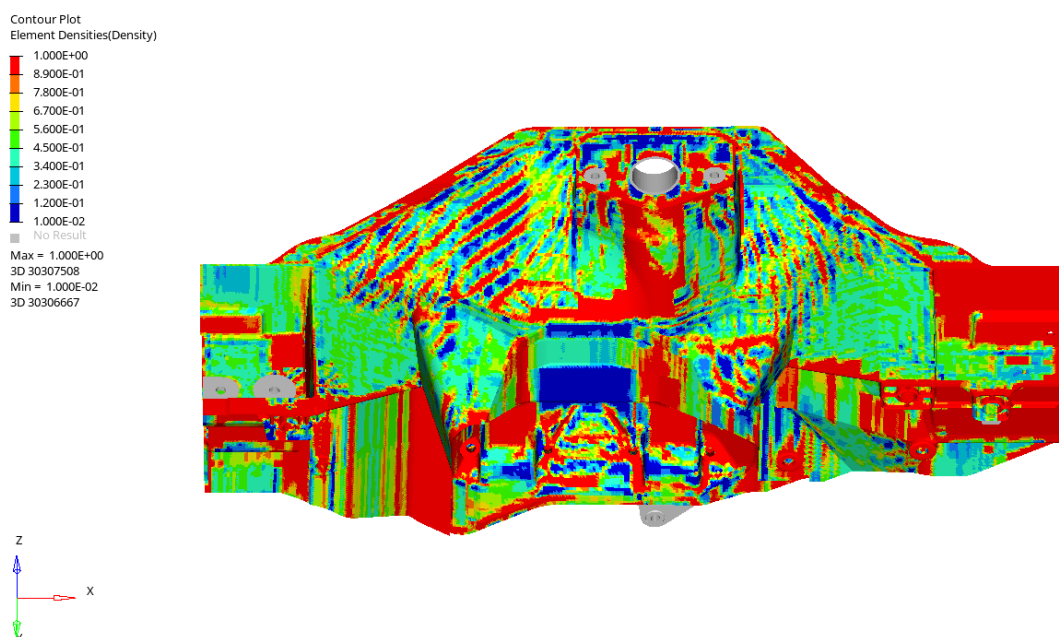


Рис. 4.6. Распределение плотности материала в области дизайн-пространства.

На схеме распределения плотности материала заметно четкое формирование силовых путей. Данные области (отмеченные красным на поверхности детали) критически важны для демонстрации хорошего распределения нагрузок, поскольку являются областями, в которых геометрия детали нуждается в дополнительной жесткости.

На данном этапе важно отобразить основные грани, выделенные в результате топологической оптимизации. Финальный продукт будет иметь гораздо более плавную форму без отверстий и резких перепадов толщин, однако должен сохранять основные направления силовых линий.

#### 4.6. Анализ конечной геометрии детали

После подтверждения заказчиком внешнего вида основных силовых линий и направлений литья, сглаженная модель задней колесной арки разбивается на характерные области. Далее в системе автоматизированного проектирования создается чертеж новой детали, имеющей основные характеристики полученной в результате топологической оптимизации модели. Чертеж собирается в новую геометрию детали, из которой создается обновленная расчетная сетка, которую можно использовать в будущих моделях, в том числе и для оценки эффективности проделанной работы.

На рисунках 4.7, 4.8 представлена модель обновленной колесной арки. Можно заметить, что количество ребер в геометрии детали было заметно уменьшено, однако их направления и углы наклона к поверхностям были сохранены. При сравнении формы новой детали со старой, до оптимизации, становится очевидными преимущества в производстве новой детали – в ее геометрии куда меньше ребер, и их размеры предполагают более надежную эксплуатацию с меньшим риском сколов на детали.

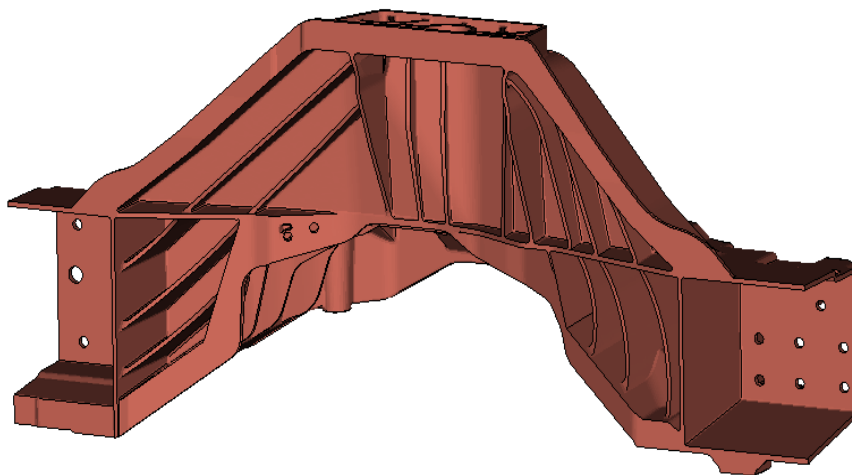


Рис. 4.7. Обновленная модель задней колесной арки.

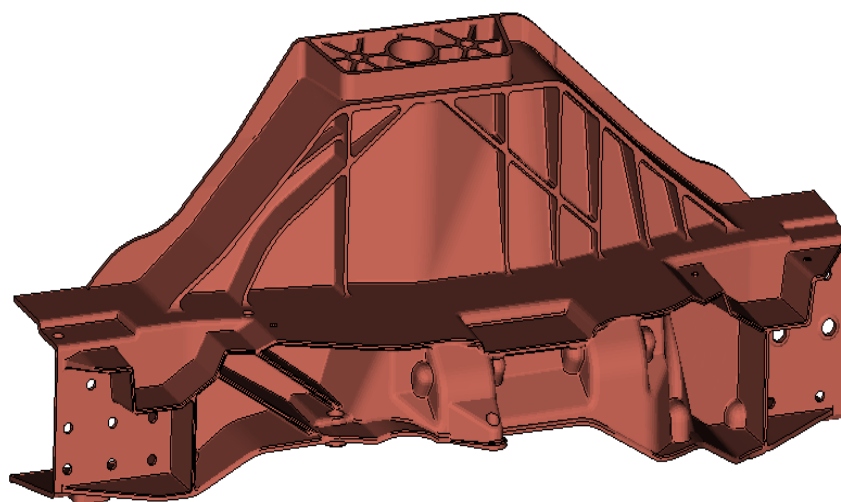


Рис. 4.8. Обновленная модель задней колесной арки.

Оценим прочностные свойства новой детали. Для этого рассмотрим максимальные напряжения на всех расчетных случаях, не меняя условия расчета и детали окружения.

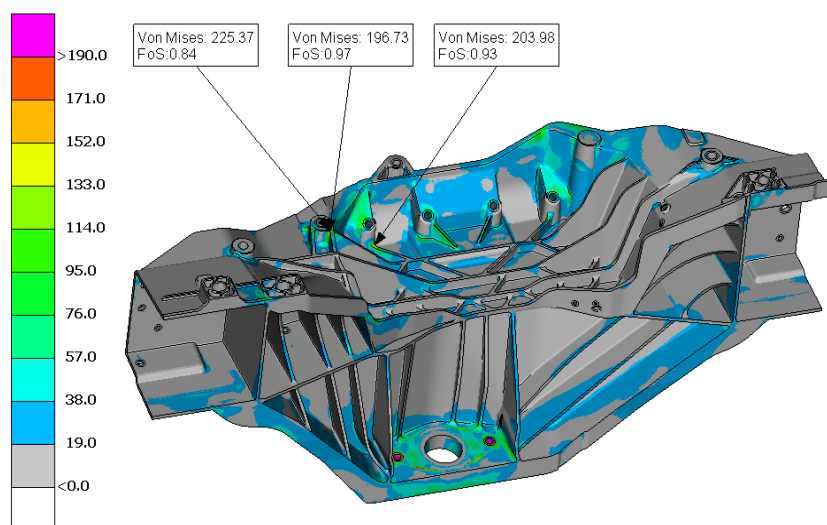


Рис. 4.9. Напряжения по Мизесу в обновленной колесной арке.

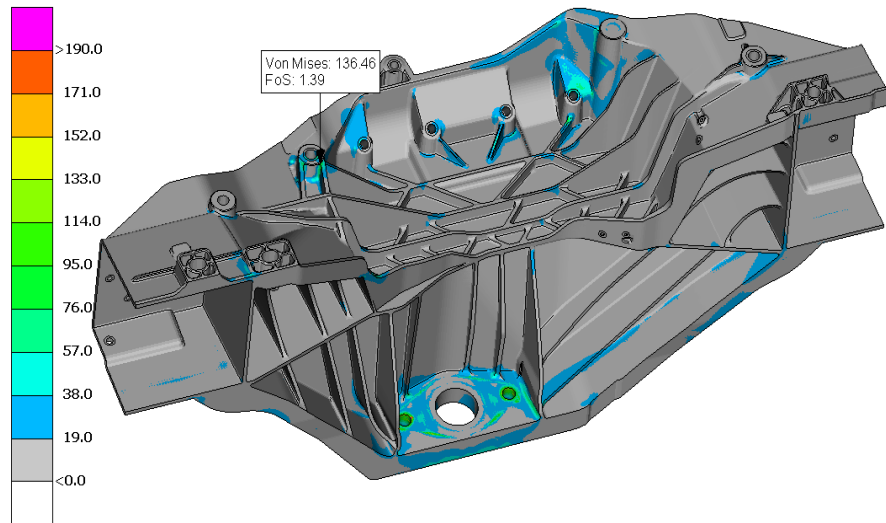


Рис. 4.10. Напряжения по Мизесу в обновленной колесной арке.

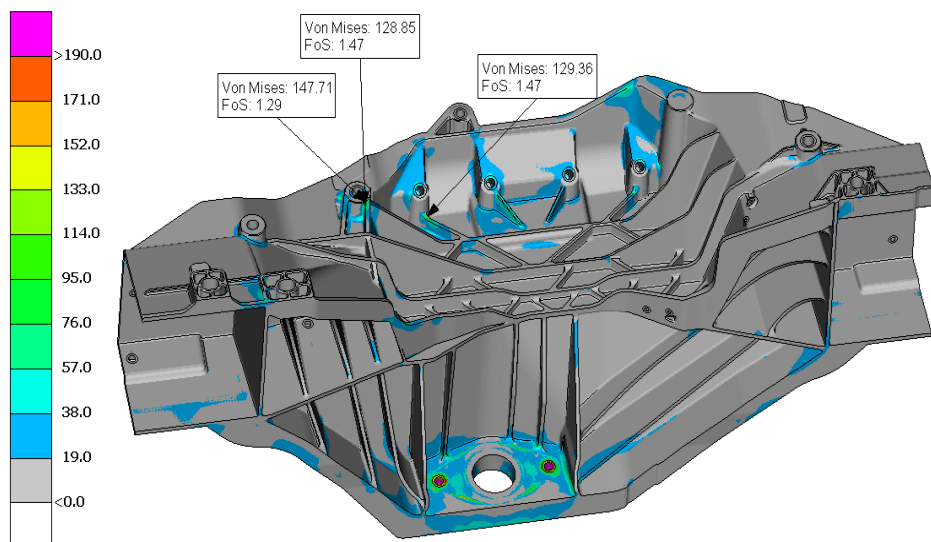


Рис. 4.11. Напряжения по Мизесу в обновленной колесной арке.

На рисунках 4.9–4.11 представлены напряжения по Мизесу в обновленной колесной арке. Заметим, что на детали остались очень локальные проблемные зоны. Их расположение объясняется наличием в данных зонах элементов, моделирующих монтажную пену, которые были исключены из оптимизации. Данные области легко поддаются исправлению путем увеличения диаметра отверстия и сглаживания граней.

Таким образом, процесс топологической оптимизации позволил определить основные траектории нагрузок, которые были воплощены в 3D-



модель в системе автоматизированного проектирования с учетом производственных ограничений.

Структура новой детали имеет совершенно новый вид, которого невозможно было бы достичь применением конструкторских решений к исходной геометрии, прочностные характеристики всей модели были значительно улучшены. Только одна локальная область является проблемной с точки зрения предельных напряжений, так как ее область крепления была исключена из оптимизации. Эта проблема может быть решена локально. Все текущие характеристики модели соответствуют поставленным заказчиком условиям и не противоречат требованиям для автоматизированного производства.

Корректировка производственных требований под конечно-элементную задачу привело к корректным результатам. Геометрия детали устойчива и не потеряла свои свойства при обновлении чертежа и сглаживании поверхностей.

Кроме этого, были сэкономлены ресурсы благодаря отсутствию изменения конструкции подвески вплоть до креплений детали к ее непосредственному окружению, а перераспределение напряжения было выполнено с сохранением массы детали.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках данной работы было выполнено конечно-элементное моделирование задней колесной арки грузового автомобиля. На основе предварительной модели были отобраны расчетные случаи, оказывающие наибольшее влияние на распределение напряжений в детали. На основе отобранных расчетных случаев были составлены весовые коэффициенты, которые вместе с параметрами производства привели к выполнению топологической оптимизации и исследованию геометрии силовых путей. Данная информация позволила получить 3D-модель обновленной детали, исследование которой показало преимущества усовершенствованной детали в сравнении с предыдущими версиями.

Деталь была одобрена заказчиком к производству и внедрению в прототип грузового транспортного средства.

По результатам исследования был сделан вывод о необходимости корректировки параметров, предоставляемых производством и заказчиком, под критерии и размер конечно-элементной модели. Соображения о необходимости задавать толщину детали в пределах 2–5 характерных размеров элемента и сохранять порядка 40% от дизайн-объема, показали себя целесообразными. Использование функции податливости материала как основной функции для минимизации привело к корректным результатам, соответствующим наблюдающимся картинам распределения напряжений.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Башин К.А., Торсунов Р.А., Семенов С.В. Методы топологической оптимизации конструкций, применяющиеся в аэрокосмической отрасли. Вестник ПНИПУ. Аэрокосмическая техника. 2017. № 51 – 11 с
2. Всемирный банк. 2018 год. Доклад о развитии цифровой экономики в России, сентябрь 2018 года, «Конкуренция в цифровую эпоху: стратегические вызовы для Российской Федерации» – Всемирный банк, Вашингтон, округ Колумбия. Лицензия: Creative Commons Attribution CC BY 3.0 IGO. – 176 с
3. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. – «Мир», Москва, 1975.
4. Bendsoe Martin P., Sigmund O. Topology Optimization: Theory, Methods, and Applications – Heidelberg : Springer-Verlag Berlin, 2004. – 370 с
5. Bendsoe M. P., Kikuchi N. Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method – Computational Methods in Applied Mathematics 71, 1988. – 197–224
6. Jankovics D. et al. Customization of Automotive Structural Components using Additive Manufacturing and Topology Optimization IFAC-2019 – 6 с
7. Jikai L. et al. Current and future trends in topology optimization for additive manufacturing. Structural and Multidisciplinary Optimization. 57. 10.1007/s00158-018-1994-3, 2018 – 28 с
8. Norberg E., Lövgren S. Topology Optimization of Vehicle Body Structure for improved Ride & Handling, Spring Semester 2011 – 56 с
9. Olason, A., Tidman, D. Methodology for topology and shape optimization in the design process. Department of Applied Mechanics, Division of Dynamics, Chalmers University of Technology, Göteborg, Sweden, 2010 – 74 с
10. Rozvany G., Zhou M. Applications of the COC method in layout optimization. In: Eschenauer H, Mattheck C, Olhoff N (eds) Proceedings of

- the International Conference on Engineering Optimization in Design Processes, Karlsruhe, Springer Verlag, Berlin, 1990. – 59–70
11. Tuna M., Trovalusci P. Topology optimization of scale-dependent non-local plates. *Structural and Multidisciplinary Optimization* 65, 248, 2022
  12. Xie Y., Steven G. P. Basic evolutionary structural optimization. *Evolutionary Structural Optimization*. Springer; 1997. – 12–29.
  13. Xie Y., Steven G. P. A simple evolutionary procedure for structural optimization. *Computers & Structures* 1993;49:885 – 96.
  14. Zhu J. et al. A review of topology optimization for additive manufacturing: Status and challenges, Chinese Society of Aeronautics and Astronautics & Beihang University, Chinese Journal of Aeronautics. 2021 – 20 c