



**ПОЛИТЕХ**

Санкт-Петербургский  
политехнический университет  
Петра Великого

# Моделирование процессов деформирования керна с учетом реконструкции порового пространства

Студент группы 5040103/00101 – Прихна Д.О.

Научный руководитель – Семенов А.С., к.ф.-м.н., доцент

**Цель работы:** Определение физико-механических характеристик образцов керна на основе реконструкции томографических снимков порового пространства.



# План

## 1. Введение

- Физико-механические свойства кернов
- Рентгеновская томография кернов

## 2. Методы идентификации поровой структуры керна.

- Реконструкция порового пространства с помощью компьютерного зрения на основе рентгеновской томографии

## 3. Постановка краевой задачи определения эффективных свойств керна

## 4. Результаты определения эффективных упругих и упругопластических свойств керна

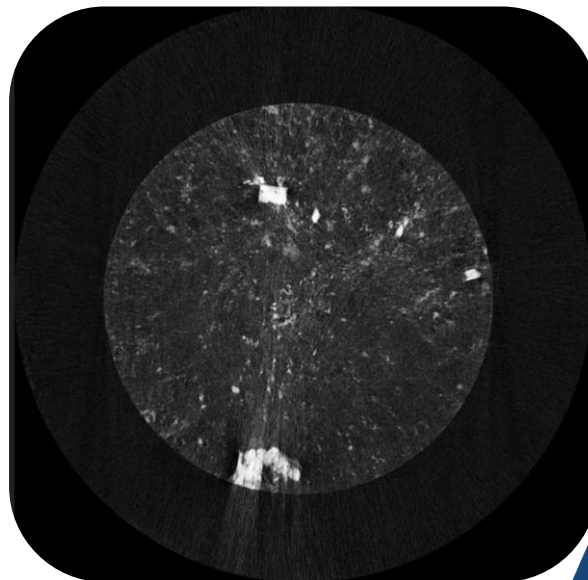
## 5. Анализ влияния пористости на физико-механические свойства

## 6. Выводы



# Рентгеновская томография

- Рентгеновская томография керна – метод исследования структуры горной породы (кернов) с помощью рентгеновского излучения.
- С помощью рентгеновской томографии появляется возможность создания цифрового двойника поровой структуры керна.
- При помощи цифровой реконструкции возможно прогнозировать с высокой степенью достоверности упругие и прочностные свойства породы.



## Реконструкция порового пространства

- Для реконструкции порового пространства разработана программа «Реконструктор»
- Язык программирования: Python, C
- Основные методы реконструкции:
  1. Компьютерное зрение;
  2. Метод марширующих кубов.

```
-----  
Для реконструкции создайте папку директории где будет находиться модель, в  
Поместите туда снимки срезов и граничных поверхностей, в соответственно зар  
lek'  
-----  
Введите любое значение для старта  
  
Введите путь директории данных:C:\Users\dprik\Desktop\  
Введенный путь C:\Users\dprik\Desktop\  
-----  
Введите коэффициент упрощения модели (Пример 1, 2, 3):1  
Введите координату X смещения центра изображения по пикселя(Пример -44):-44  
Введите координату Y смещения центра изображения по пикселя(Пример 45):45  
Введите пиксельный диаметр зерна (Пример 3304):3304  
Введите фильтр пикселей (Пример 5):5  
Введите шаг модели (Пример 1, 2, 3):1
```

### Основные шаги работы реконструктора:

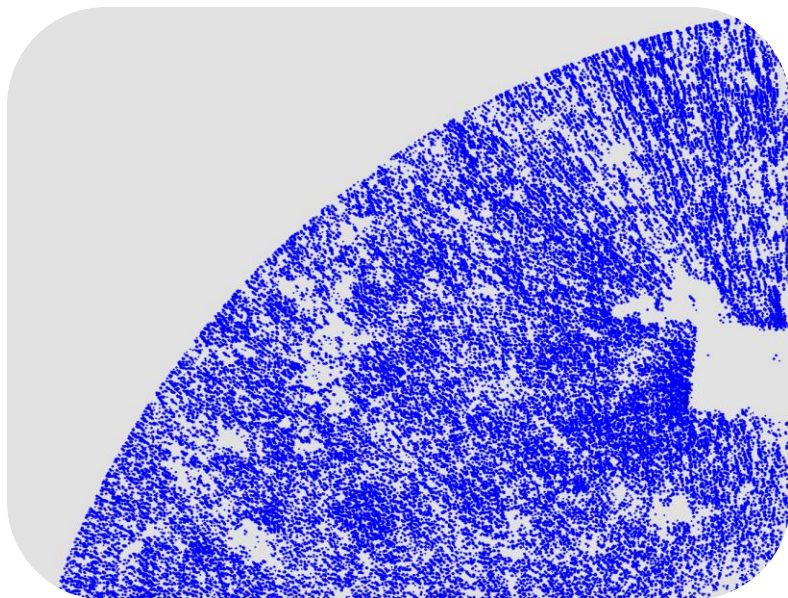
1. Обработка томографических изображений;
2. Воссоздание твердотельной модели зерна;
3. Упрощение твердотельной модели и порового пространства;
4. Определение пористости зерна;
5. Построение сетки и экспорт конечно-элементной модели.



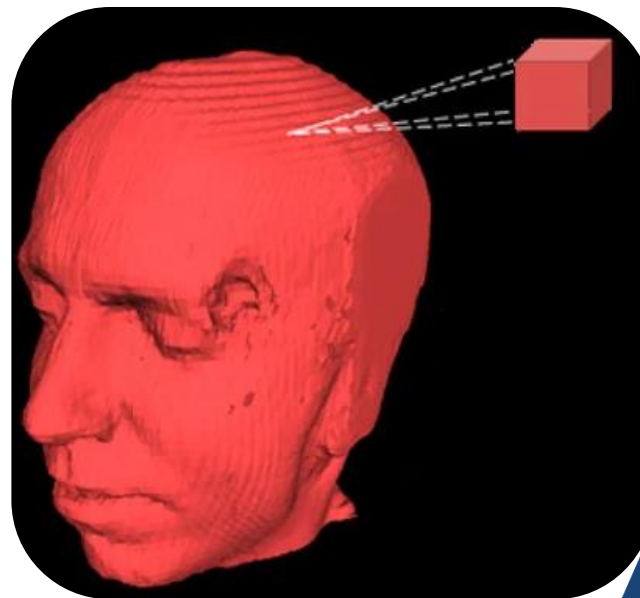
## Методы реконструкции

- Компьютерное зрение – это область науки, которая занимается задачами, связанными с анализом изображений и видео
- Метод марширующих кубов – алгоритм, основанный на обработке полигональной сетки изоповерхности трехмерного скалярного поля (Пиксель => Воксель)

*Поиск пор с помощью компьютерного зрения*

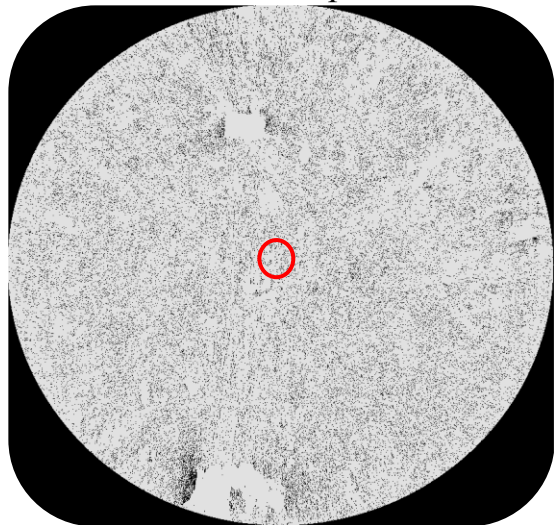


*Пример реализации маркирующих кубов*

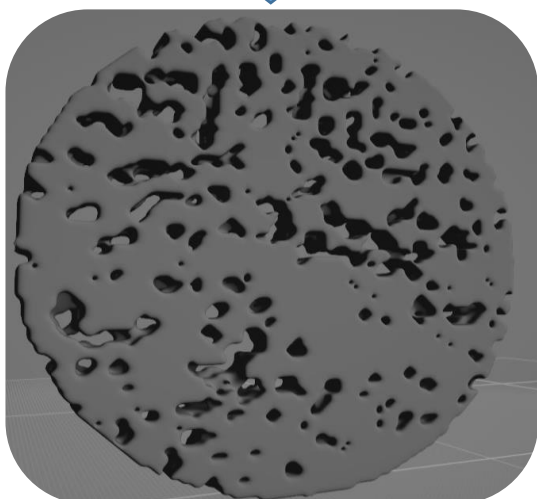
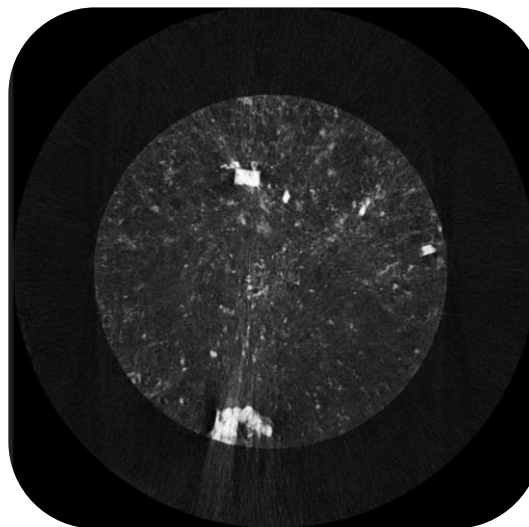


# Работа реконструктора

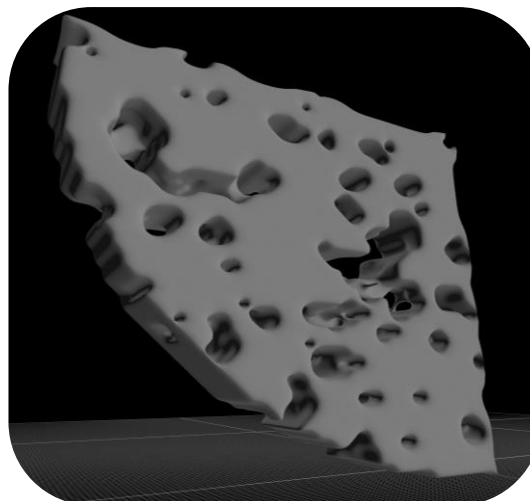
*Слой после обработки*



*Входной слой томографического снимка (5 см)*



*Модель твердого тела (200 мкм)*



*Модель с применением симметрии*

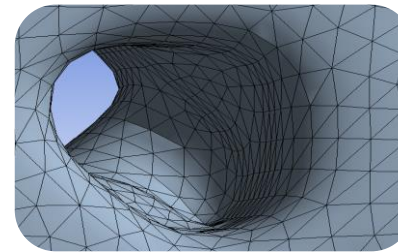


# Конечно-элементная модель

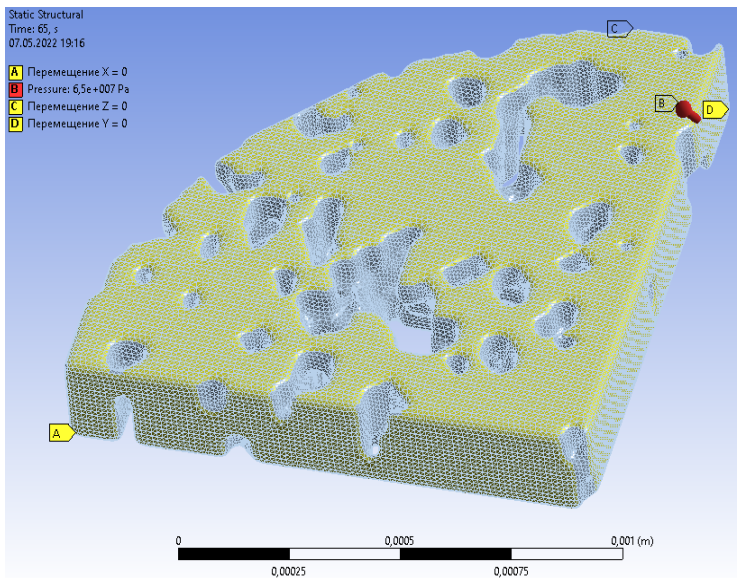
- Абсолютная пористость 10%
- Распределенная осевая нагрузка  $P_z = 65 \text{ МПа}$  / Перемещения  $u_z \big|_{z=h} = 1 \text{ мкм}$
- Граничные условия (условия симметрии):

1.  $u_x \big|_{x=0} = 0$ ;
2.  $u_y \big|_{y=0} = 0$ ;
3.  $u_z \big|_{z=0} = 0$ .

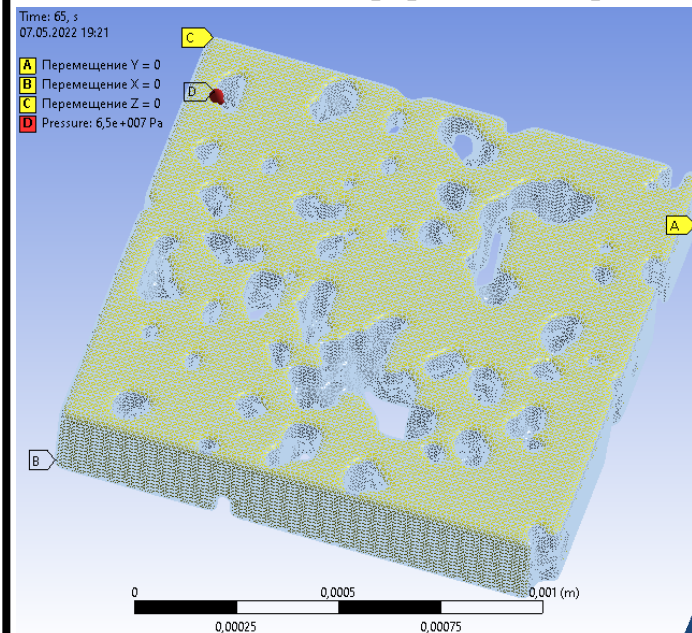
Сетка конечно-элементной модели (пора)



КЭ модель ПО в форме цилиндра



КЭ модель ПО в форме гексаэдра





## Уравнения КЭ гомогенизации

- Эффективные упругие свойства (обобщенный закон Гука):

$$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}} = {}^4\bar{\mathbf{C}} \cdot \bar{\boldsymbol{\sigma}}$$

${}^4\bar{\mathbf{C}}$  - тензор эффективных упругих податливостей 4-го ранга

- Тензор деформаций, осредненный по объему:

$$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}} = \frac{1}{V_{\text{по}}} \int_{V_{\text{по}}} \boldsymbol{\varepsilon} \, dV$$

- Тензор напряжений, осредненный по объему:

$$\bar{\boldsymbol{\sigma}} = \frac{1}{V_{\text{по}}} \int_{V_{\text{по}}} \boldsymbol{\sigma} \, dV$$

- Условие Хилла-Манделя:

$$\overline{\boldsymbol{\sigma} \cdot \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}} = \bar{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \bar{\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}}$$

- Уравнение равновесия:

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{0}$$



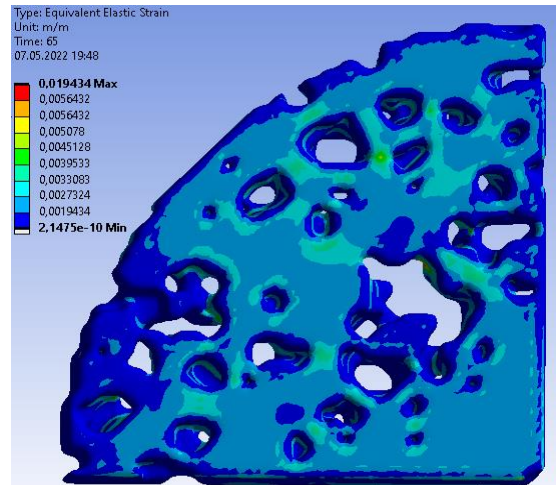
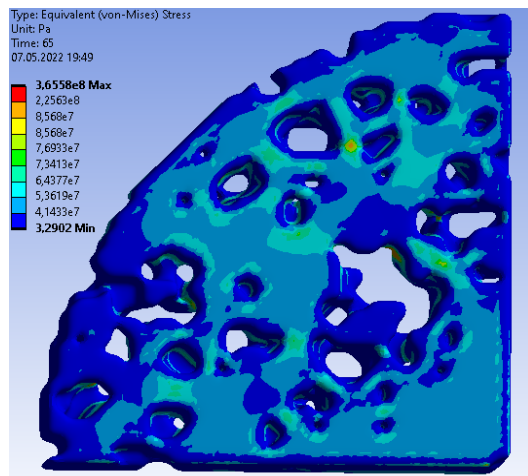
# Эффективные поля для модели цилиндра

## Линейно упругая модель материала

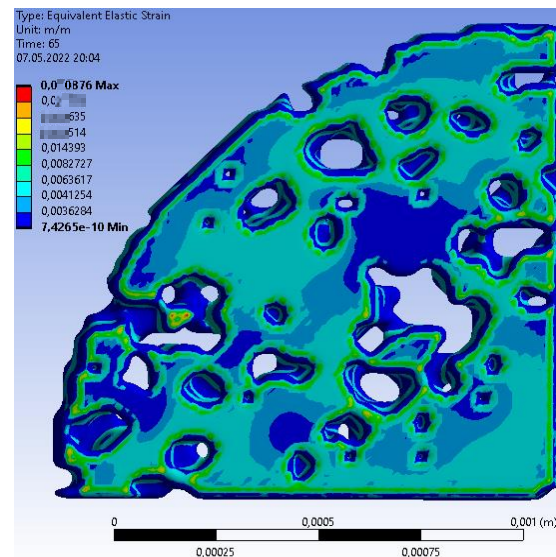
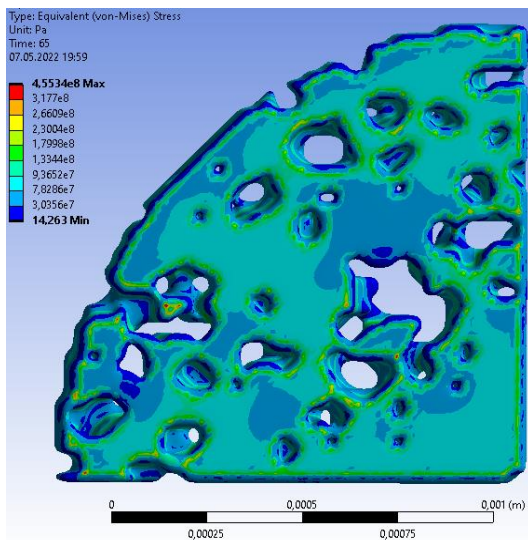
*Мягкое нагружение (осевая нагрузка 65 МПа)*

Поля напряжений (Па)

Поля деформаций (м/м)



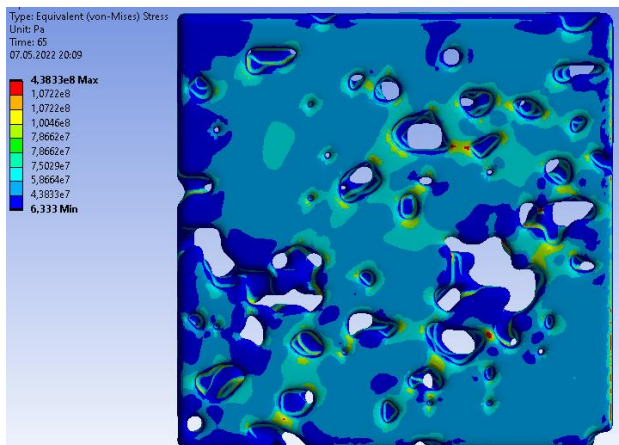
*Жесткое нагружение (осевые перемещения 1 мкм)*



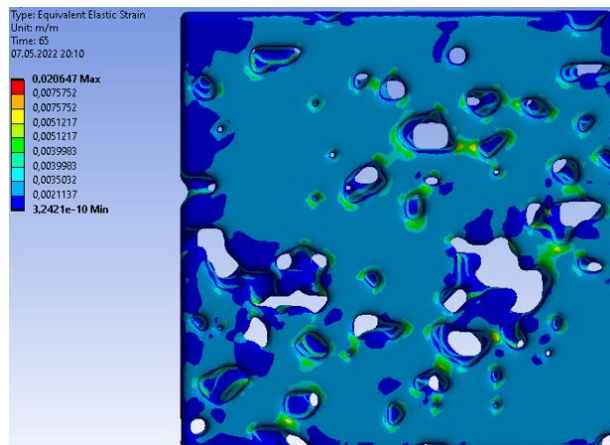
# Эффективные поля для модели гексаэдра Линейно упругая модель материала

*Мягкое нагружение (осевая нагрузка 65 МПа)*

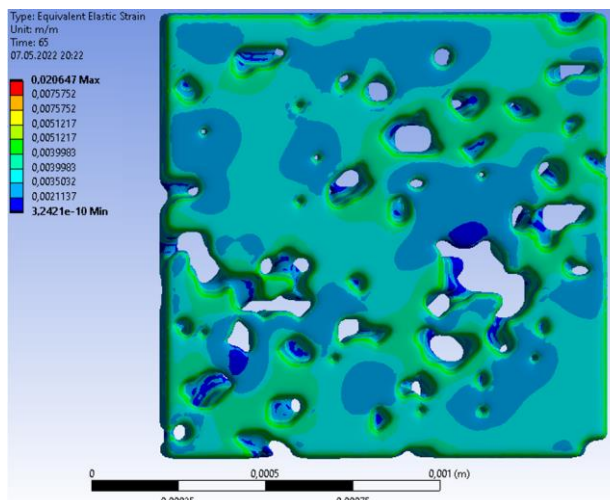
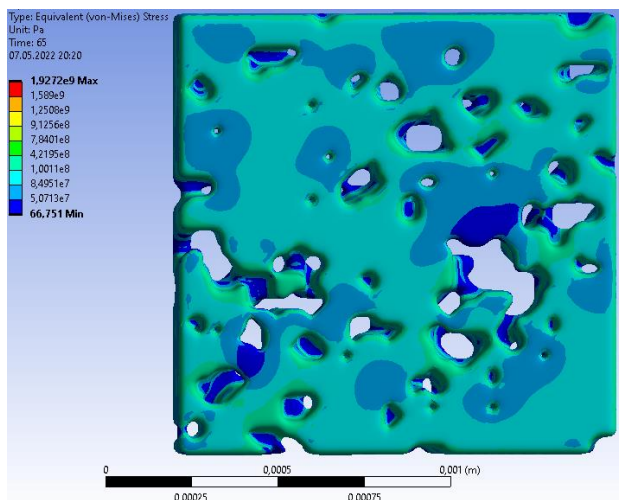
Поля напряжений (Па)



Поля деформаций (м/м)

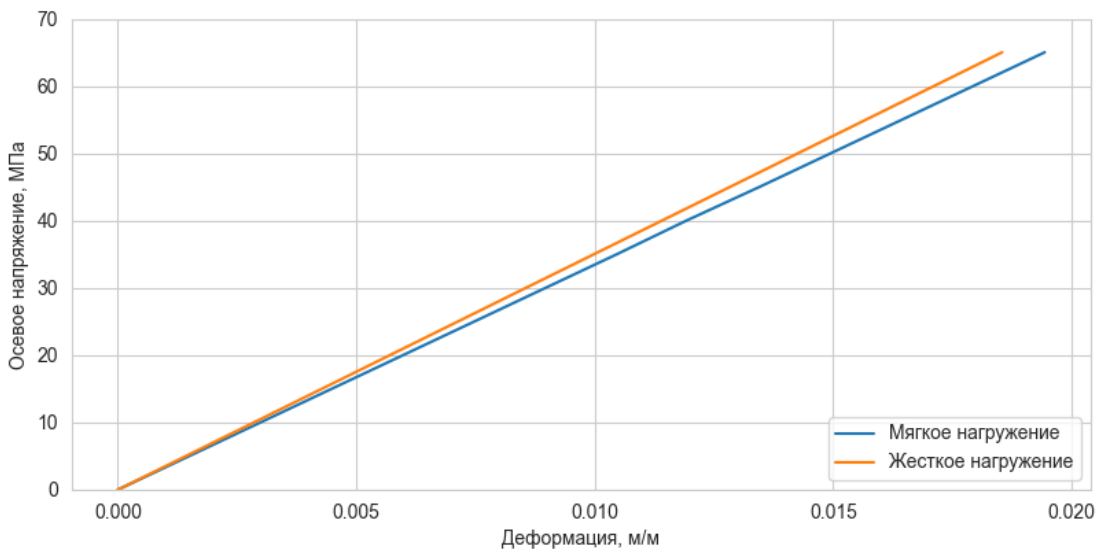


*Жесткое нагружение (осевые перемещения 1 мкм)*



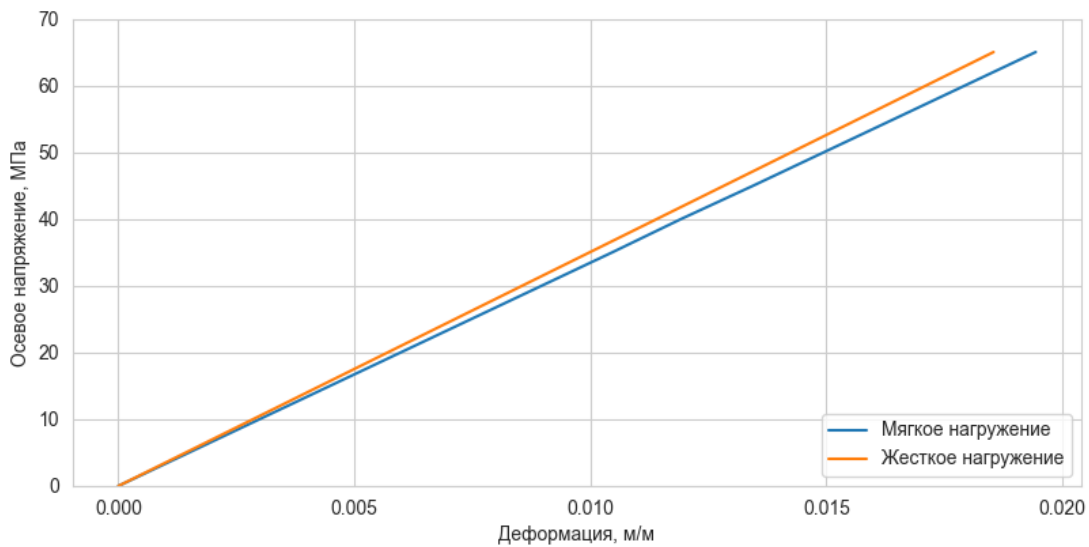
# Графики зависимости напряжений от деформаций

## Линейно упругая модель материала



**Модель цилиндра**

- $\bar{\epsilon}_{max} = 1,9\%$

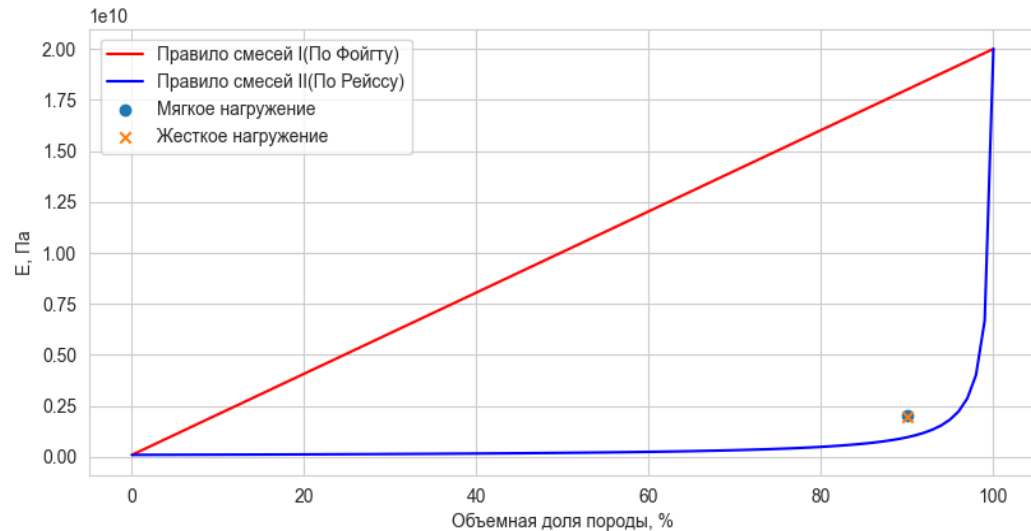


**Модель гексаэдра**

- $\bar{\epsilon}_{max} = 2\%$

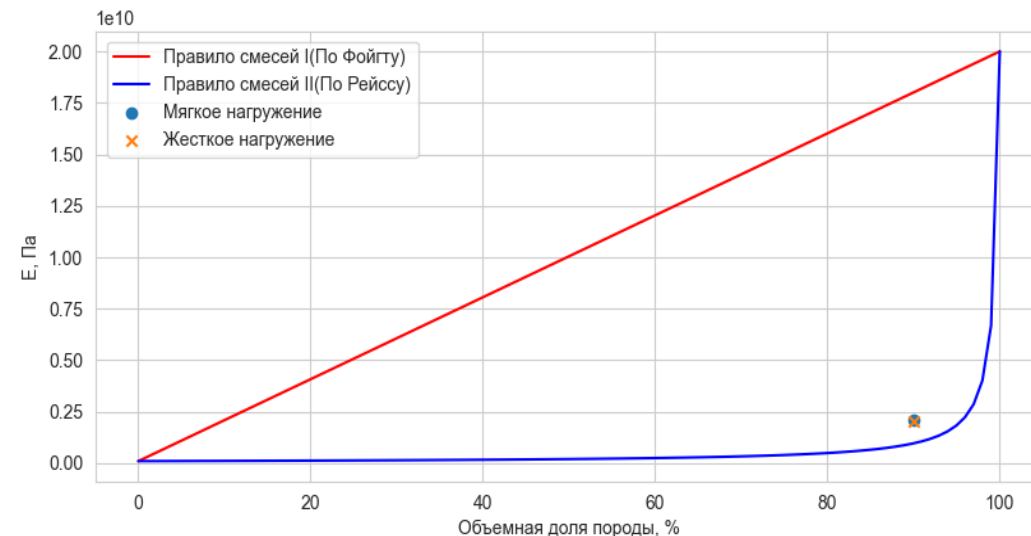


# Оценка зависимости эффективного модуля Юнга в вертикальном направлении ( $E_z$ )



## Модель цилиндра

- Жесткое нагружение:  
 $E = 2037$  МПа
- Мягкое нагружение:  
 $E = 2048$  МПа



## Модель гексаэдра

- Жесткое нагружение:  
 $E = 2006$  МПа
- Мягкое нагружение:  
 $E = 2094$  МПа

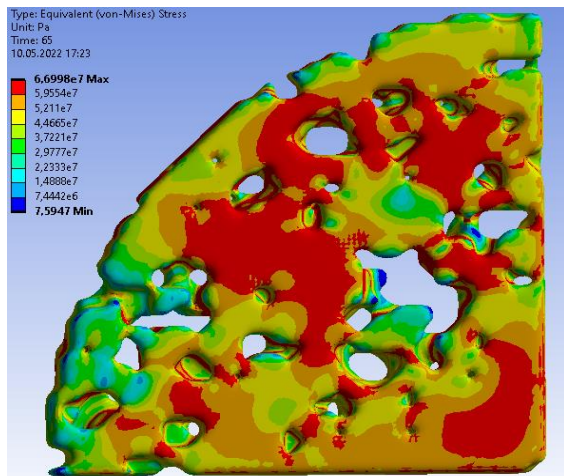


# Эффективные поля для модели цилиндра

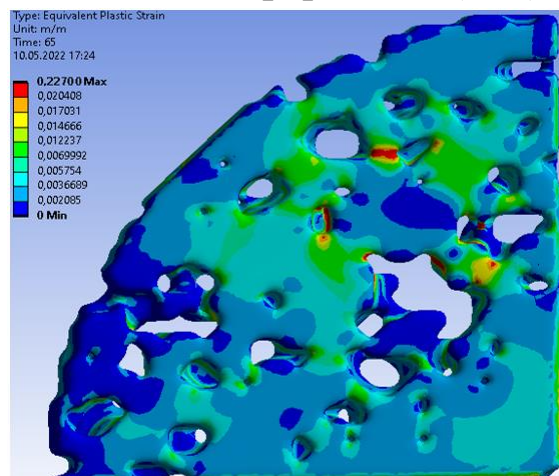
## Упруго-пластическая модель материала

*Мягкое нагружение (осевая нагрузка 65 МПа)*

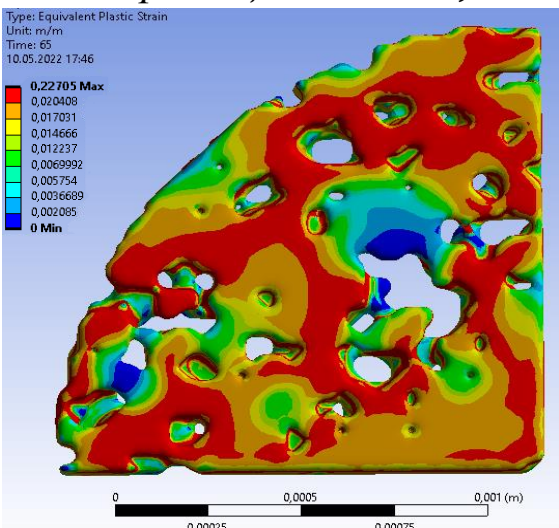
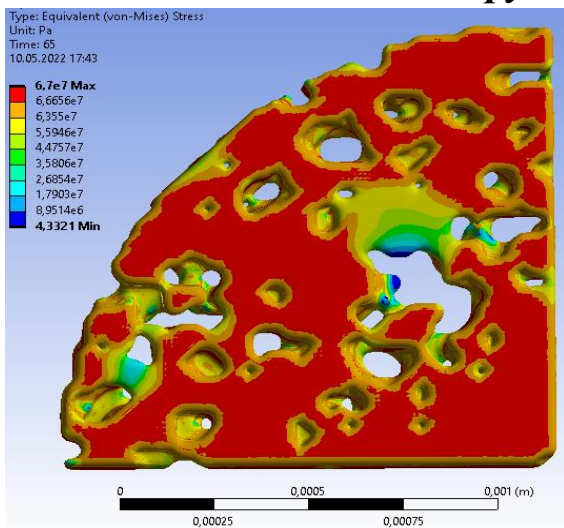
Поля напряжений (Па)



Поля деформаций (м/м)



*Жесткое нагружение (осевые перемещения 1 мкм)*

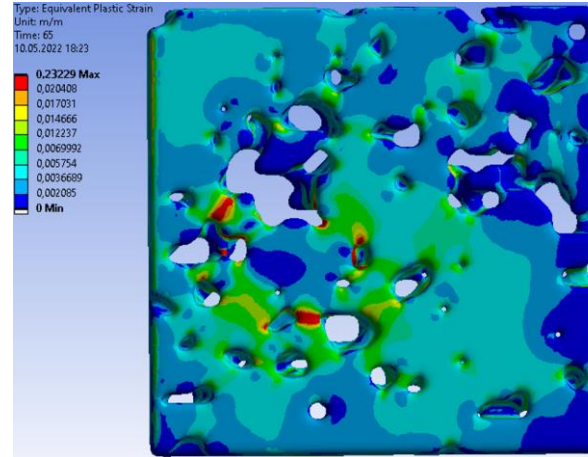
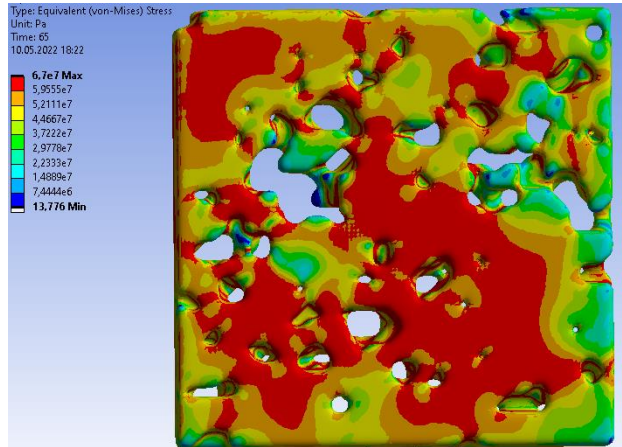


# Эффективные поля для модели гексаэдра Упруго-пластическая модель материала

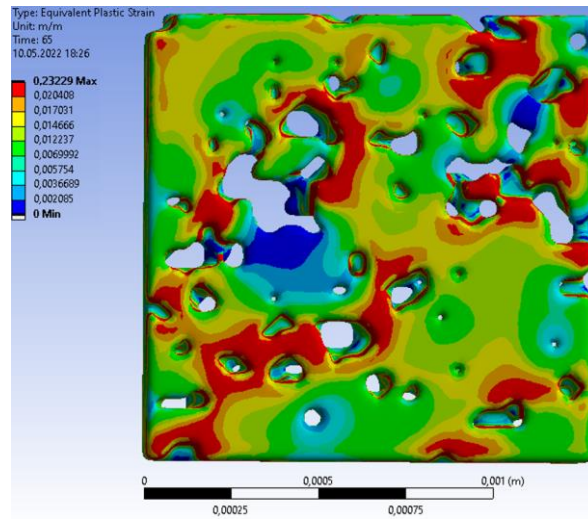
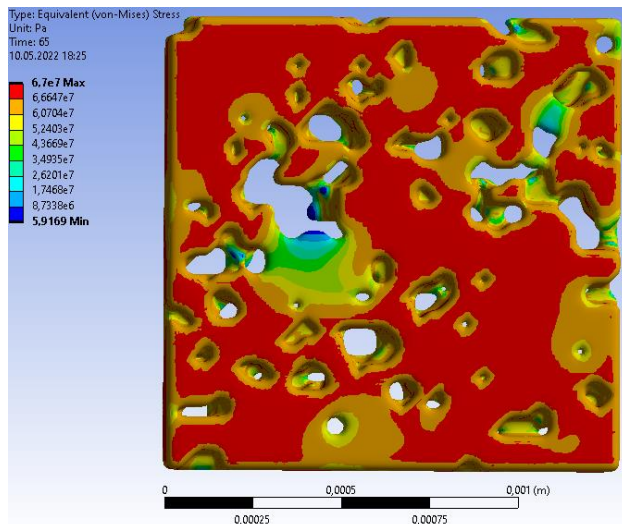
*Мягкое нагружение (осевая нагрузка 65 МПа)*

Поля напряжений (Па)

Поля деформаций (м/м)

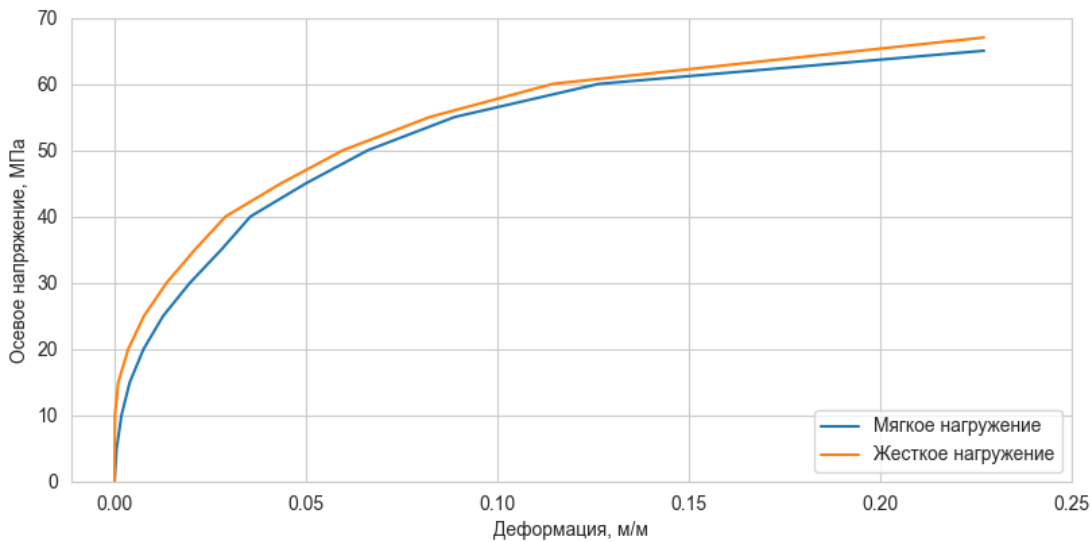


*Жесткое нагружение (осевые перемещения 1 мкм)*



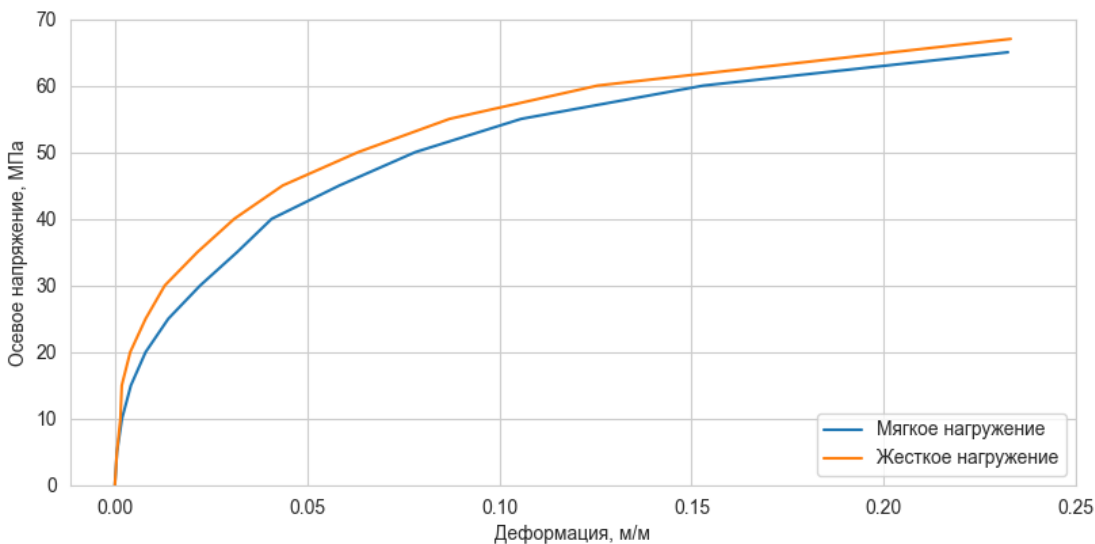
# Графики зависимости напряжений от деформаций

## Упруго-пластическая модель материала



Модель цилиндра

- $\bar{\epsilon}_{max} = 22,7 \%$



Модель гексаэдра

- $\bar{\epsilon}_{max} = 23,3 \%$

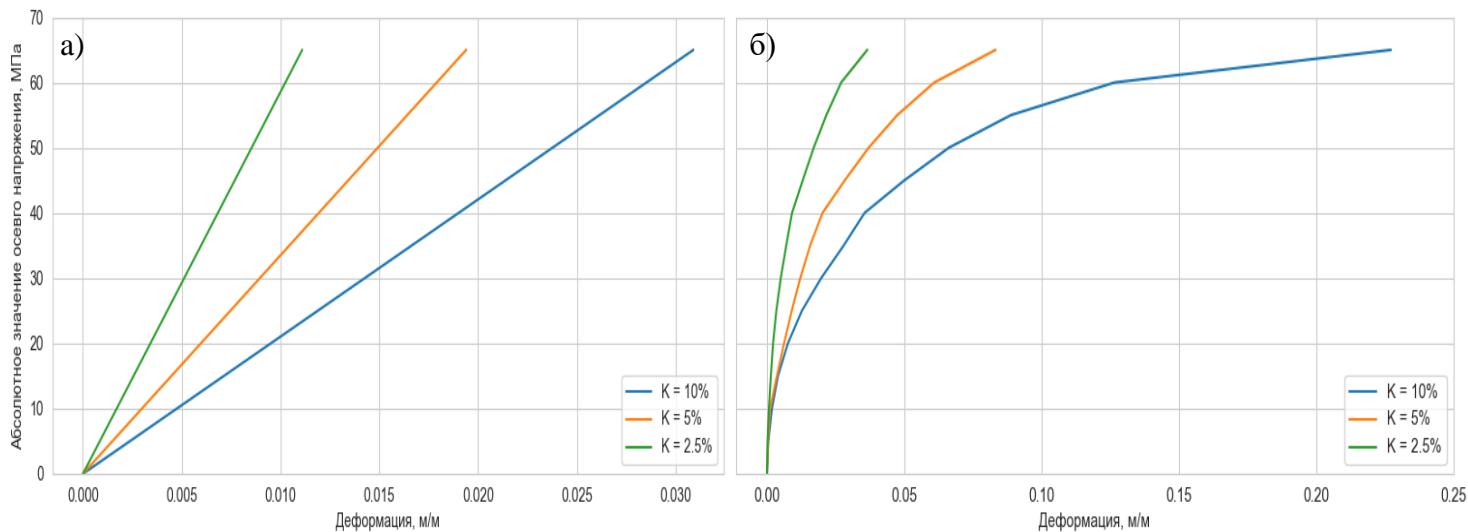




## Влияние пористости на физико-механические свойства

- Анализируются упругие и упругопластические свойства для:
  1. 10% пористость керна;
  2. 5% пористость керна;
  3. 2.5% пористость керна.
- Наблюдается существенная чувствительность полученных результатов к изменению пористости

### Влияние пористости на зависимости напряжений от деформаций



а) Упругая модель материала

б) Упруго-пластическая модель материала



## Выводы

1. Произведен систематический анализ результатов петрофизических свойств образцов кернов;
2. Рассмотрены основные принципы, методы и аспекты практического применения рентгеновской томографии в геомеханике;
3. Рассмотрены основные подходы реконструкции порового пространства на основе алгоритмов компьютерного зрения, в том числе машинного обучения, и методов марширующих кубов;
4. Разработана программа «Реконструктор» и представлен алгоритм;
5. Дана формулировка основных уравнений конечно-элементной гомогенизации для пористых материалов пород;
6. Получены результаты расчетов эффективных физико-механических свойств керна в упругой и упруго-пластической постановках;
7. Произведен анализ влияния пористости на физико-механические свойства.



**Спасибо за внимание**

