



POLYTECH

Peter the Great
St. Petersburg Polytechnic
University

Peter the Great Saint-Petersburg Polytechnic University Higher School of Theoretical Mechanics

Математическое моделирование течения двухфазной среды с учётом эрозийного износа.

Выполнил: студент группы 3630103/70201 Хафизова А.Ф.

Научный руководитель: доцент, Вильчевская Е.Н.

Консультант: Смирнов А.В.

29.06.2021



Рис. 1. Сравнительный вид рабочего колеса шламового насоса.

- Эрозия (износ) – изменение размеров, формы, массы или состояния поверхности изделия или инструмента вследствие разрушения (изнашивания) поверхностного слоя изделия при трении [7].
- Гидроабразивный износ вызывается механическим действием твердых частиц, перемещаемых потоком жидкости. В этом случае разрушение металла происходит в результате срезания, выкрашивания, выбивания и многократного пластического деформирования его поверхностных микрообъемов [6].

Цель:

- Исследовать математическую модель течения двухфазной среды с учётом эрозийного износа.
- **Задачи:**
- Построить математическую модель течения двухфазной среды.
- Рассмотреть полную (3D) и упрощенную (2D) постановку задачи.
- Проанализировать влияние эрозийного износа.
- Сравнить полученные данные с экспериментальными.
- Проанализировать сеточную зависимость.

- Уравнение неразрывности [3]:

$$\rho \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_j) = 0 \quad (1)$$

- Уравнение количества движения [3]:

$$\rho \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_i \partial x_i} + \left(\frac{1}{3} \mu + \mu_\tau \right) \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) + f_i \quad (2)$$

- Уравнение энергии [3]:

$$\rho \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial (\rho E + p)}{\partial x_i} = - \frac{\partial q}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\partial (\tau u_i)}{\partial x_j} \right), \quad E = e \frac{1}{2} (u^2 + v^2 + w^2) \quad (3)$$

Траектория частиц выражается в Лагранжевой системе отсчета:

$$\frac{dx}{dt} = V_p, \quad \frac{dV_p}{dt} = F_D (U - V_p) + \frac{g(\rho_p - \rho)}{\rho_p} + F \quad (4)$$

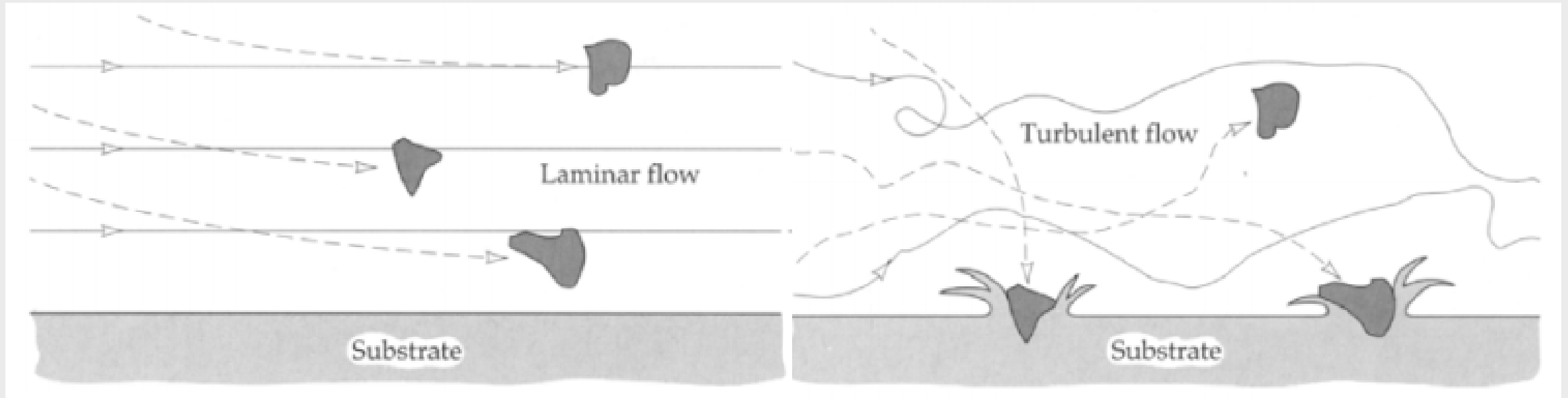


Рис. 2. Влияние потока на эрозионный износ [2].

- Модель турбулентности k-omega / SST [1, 5]:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + G_k - Y_k \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \omega u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + G_\omega + Y_\omega + D_\omega \quad (6)$$

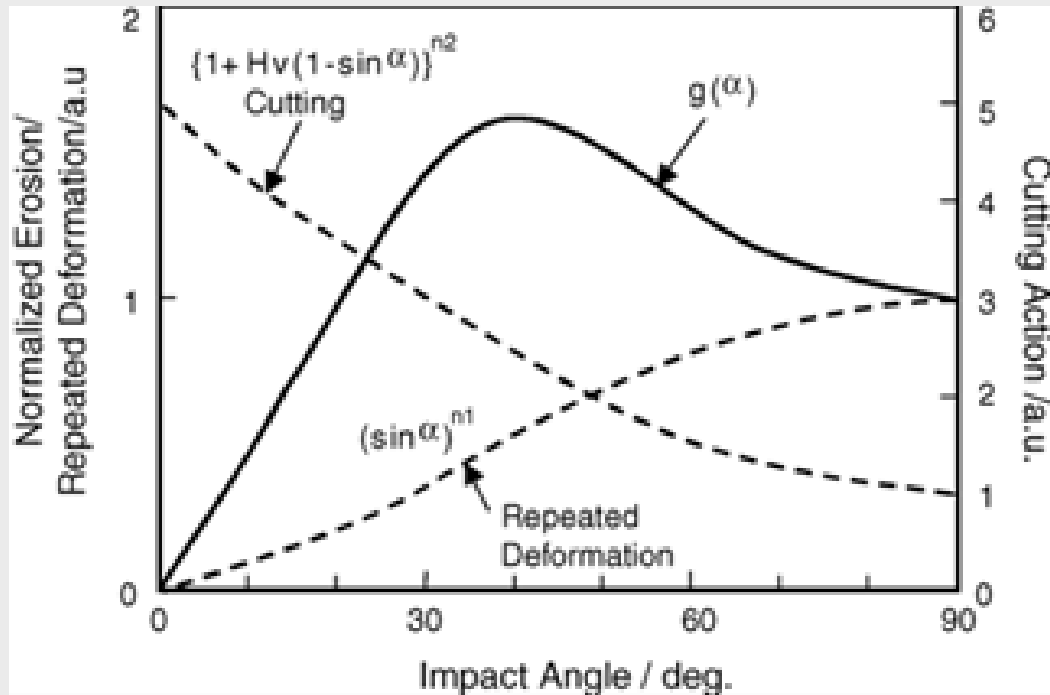


Рис. 3. Повторяющаяся пластическая деформация и износ при резании в зависимости от угла удара.

Модель эрозии Ока [4]:

$$E(\alpha) = g(\alpha)E_{90} \quad (7)$$

где E_{90} является скоростью эрозии при нормальных ударах частиц, а $g(\alpha)$ обозначает зависимость угла удара нормализованной эрозии.

$$g(\alpha) = \sin\alpha^{n1} (1 + Hv(1 - \sin\alpha))^{n2} \quad (8)$$

$$E_{90} = K(Hv)^{k1} (V_p/V')^{k2} (D_p/D')^{k3} \quad (9)$$

$$n1 = s1(Hv)^{q1}, \quad n2 = s2(Hv)^{q2}, \quad (10)$$

$$k2 = 2.3(Hv)^{0.038}$$

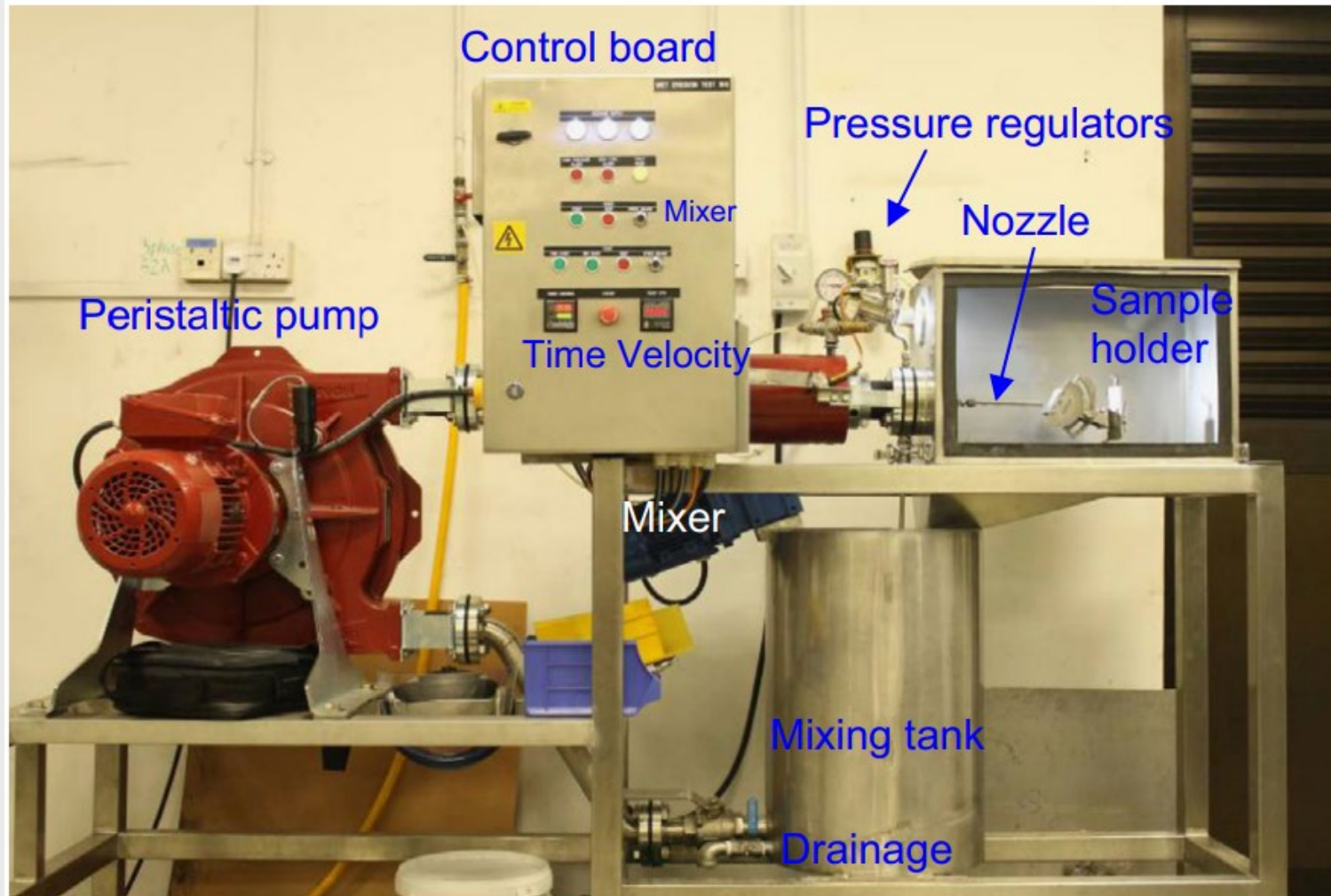


Рис. 4. Экспериментальная установка [3].

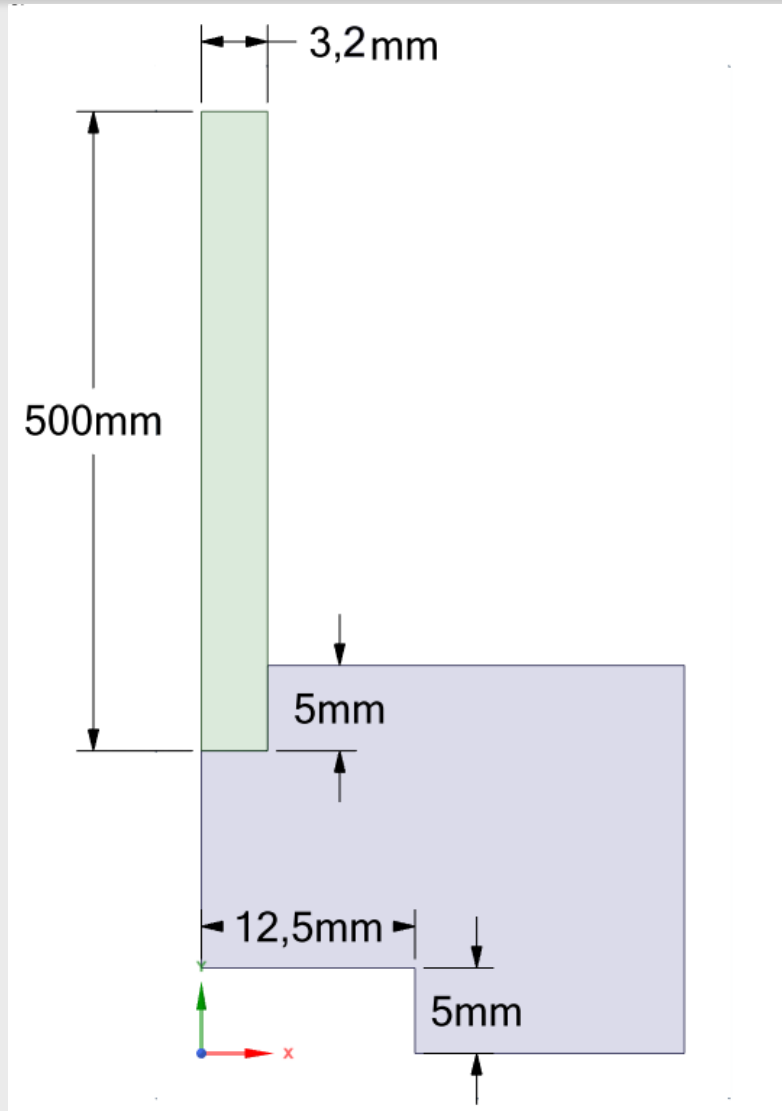


Рис. 5. Расчетная область 2D.

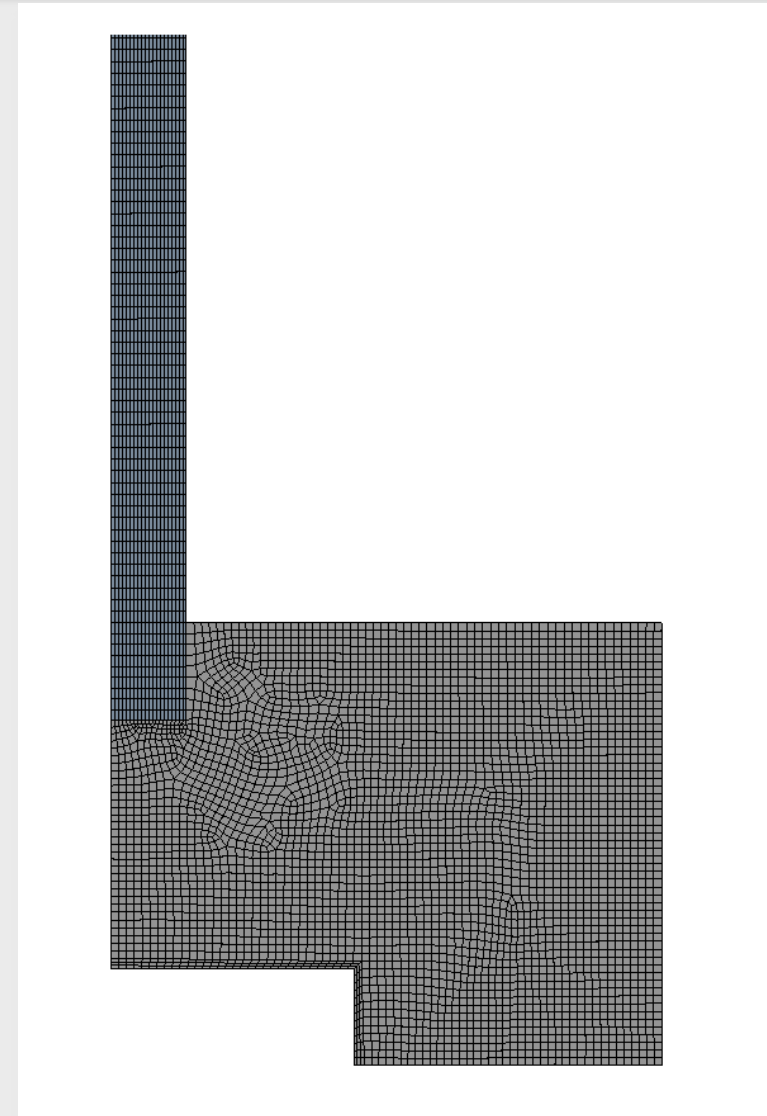


Рис. 6. Конечно-элементная модель 2D.

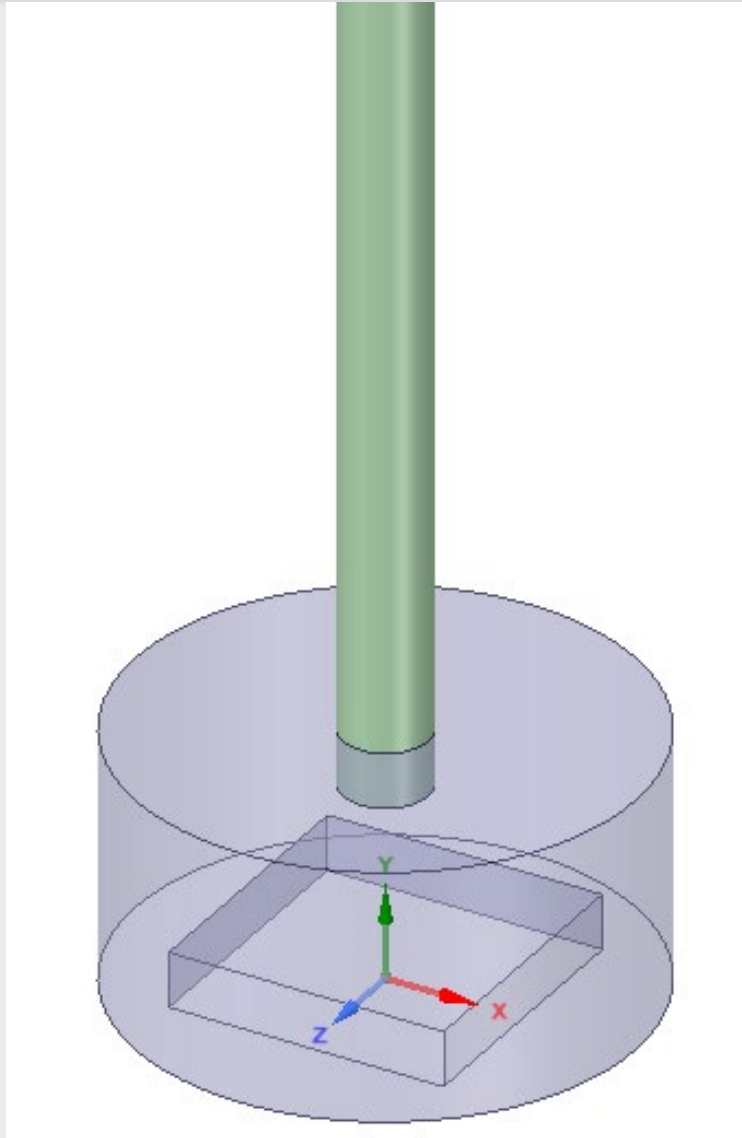


Рис. 7. Расчетная область 3D.

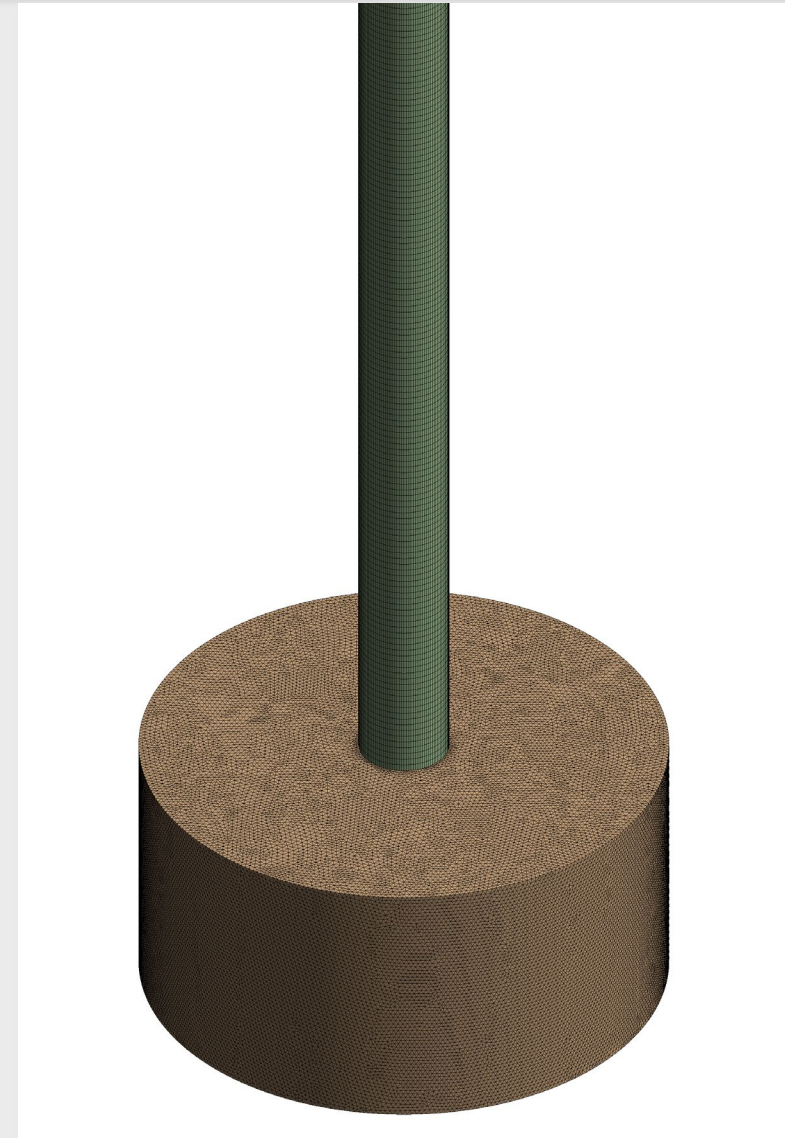


Рис. 8. Конечно-элементная модель 3D.

Граничные условия:

- inlet: Задаем скорость потока воды и частиц песка ($v = 30 \text{ м/с}$), направлена по нормали.
- outlet: открытая граница ($p = 0 \text{ Па}$).
- ego: непроницаемая стенка, условие на эрозийный износ.
- wall: непроницаемая стенка.
- axis: ось вращательной симметрии (только для 2D).

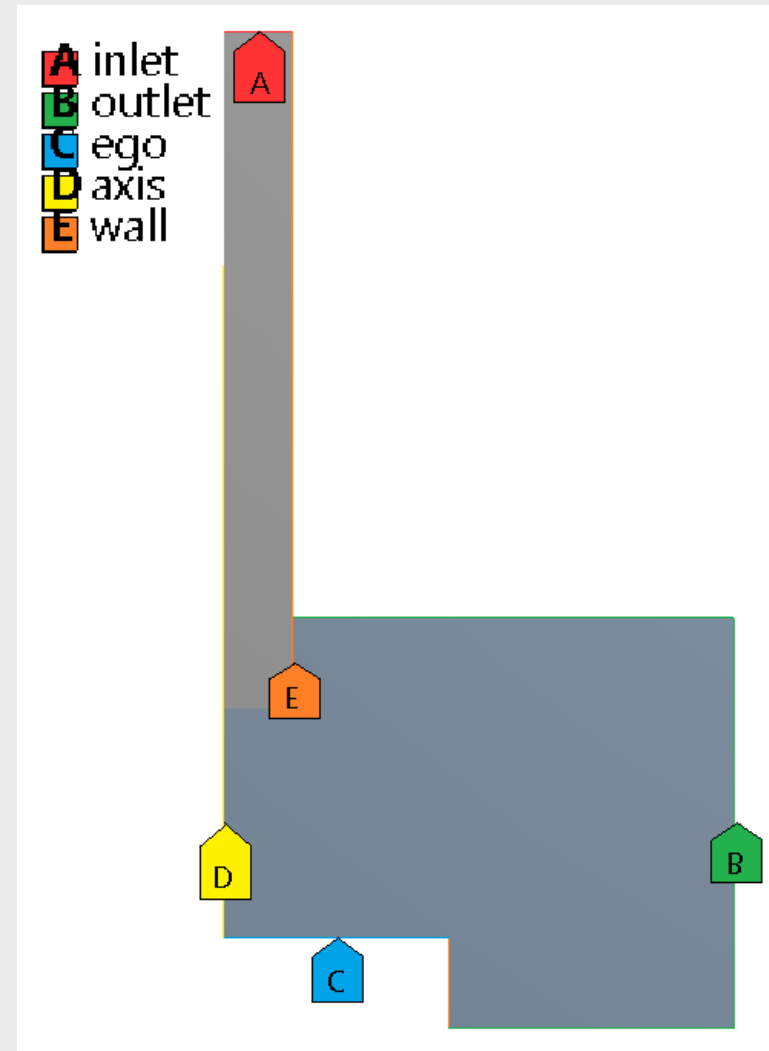


Рис. 9. Граничные условия.

Непрерывная фаза

- $\rho = 998.2 \text{ кг/м}^3$
- $\mu = 0.001003 \text{ кг/м}\cdot\text{с}$

Дискретная фаза

- $\rho = 2400 \text{ кг/м}^3$
- $d = 210 \cdot 10^{-6} \text{ м}$
- $\varphi = 0.58$

Испытуемая модель

- $\rho = 7929 \text{ кг/м}^3$
- $H\nu = 1.96 \text{ ГПа}$

Частица	Песок
<i>s1</i>	0.71
<i>s2</i>	2.4
<i>q1</i>	0.14
<i>q2</i>	-0.94
<i>n1</i>	0.78
<i>n2</i>	1.275
<i>K</i>	65
<i>k1</i>	-0.12
<i>k2</i>	2.36
<i>k3</i>	0.19
<i>V'</i>	104 м/с
<i>D'</i>	$326 \cdot 10^{-6} \text{ м}$

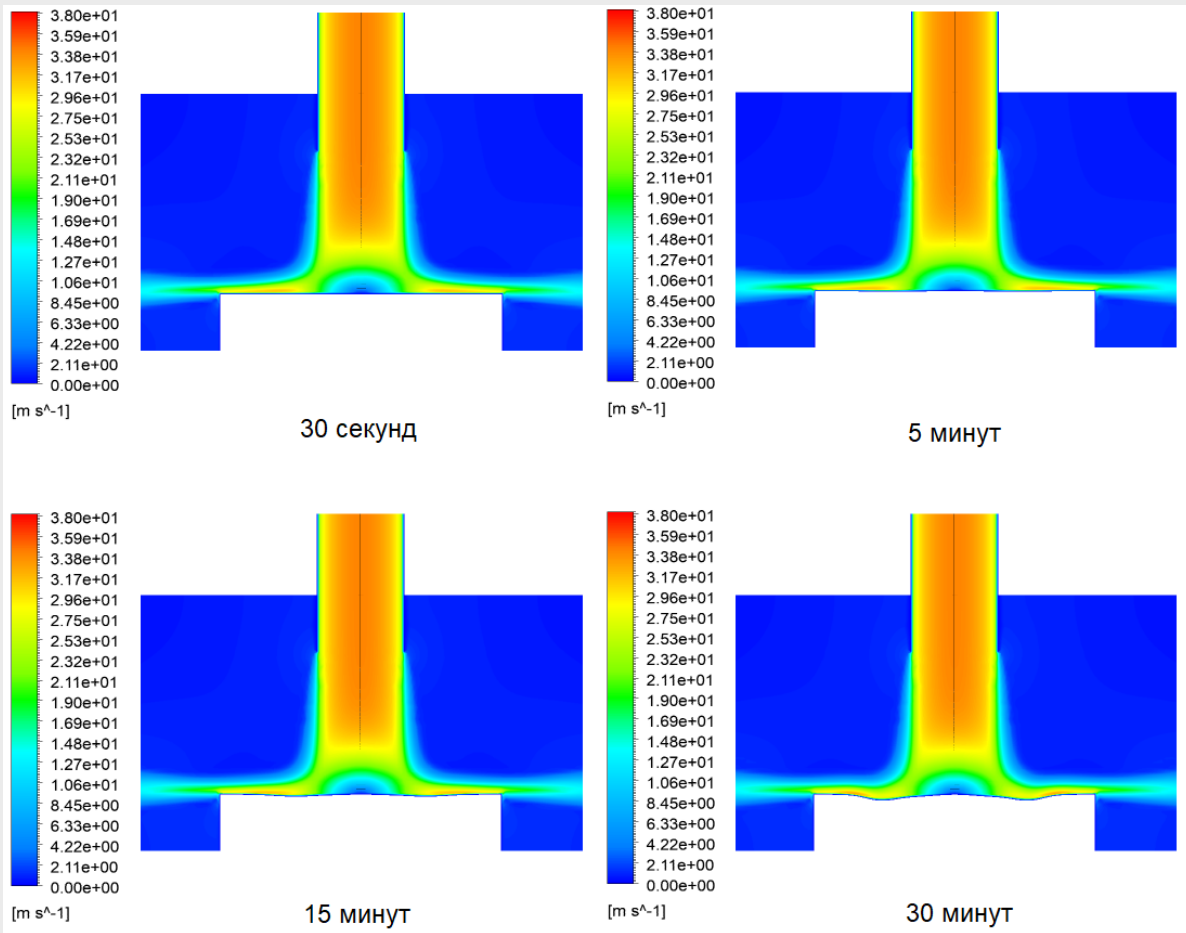


Рис. 10. Поле скорости 2D.

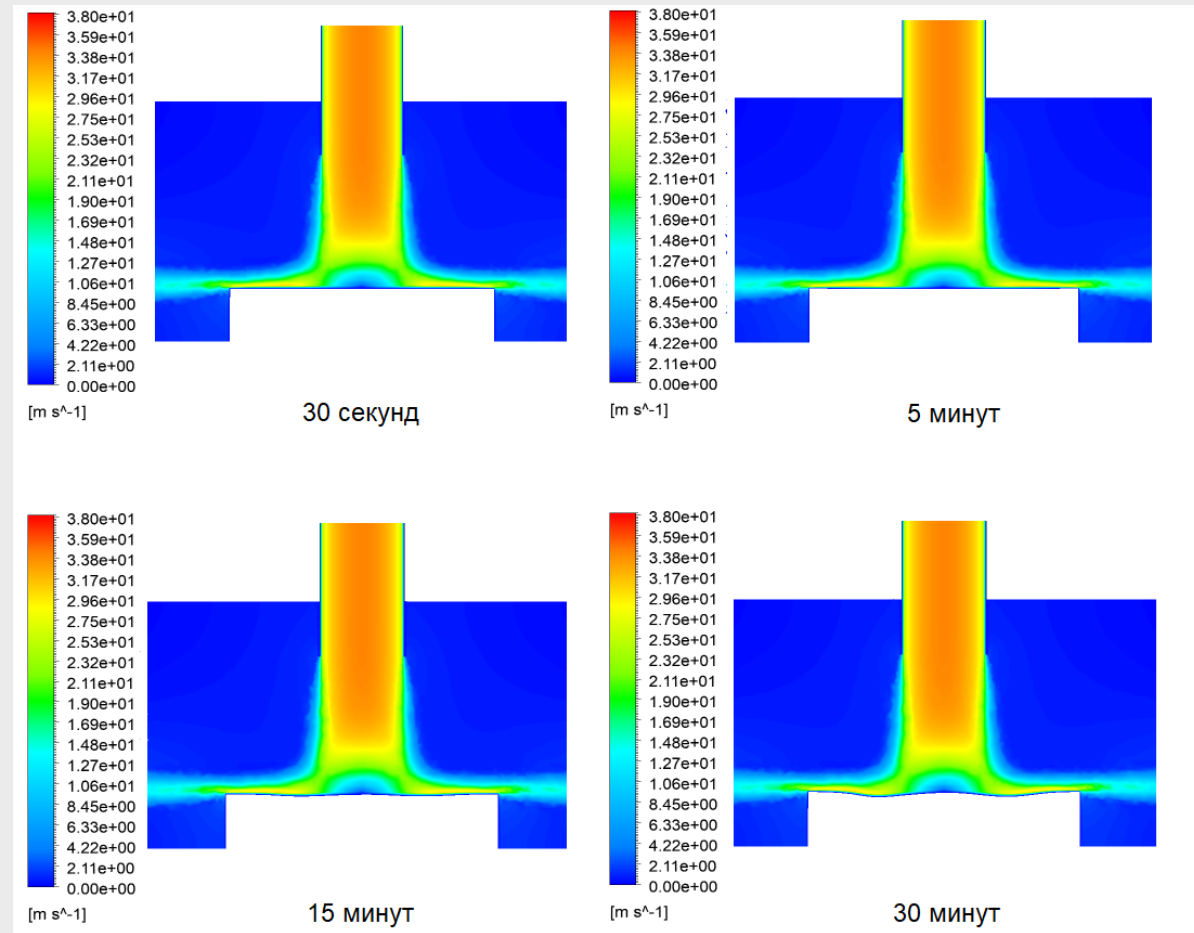


Рис. 11. Поле скорости 3D.

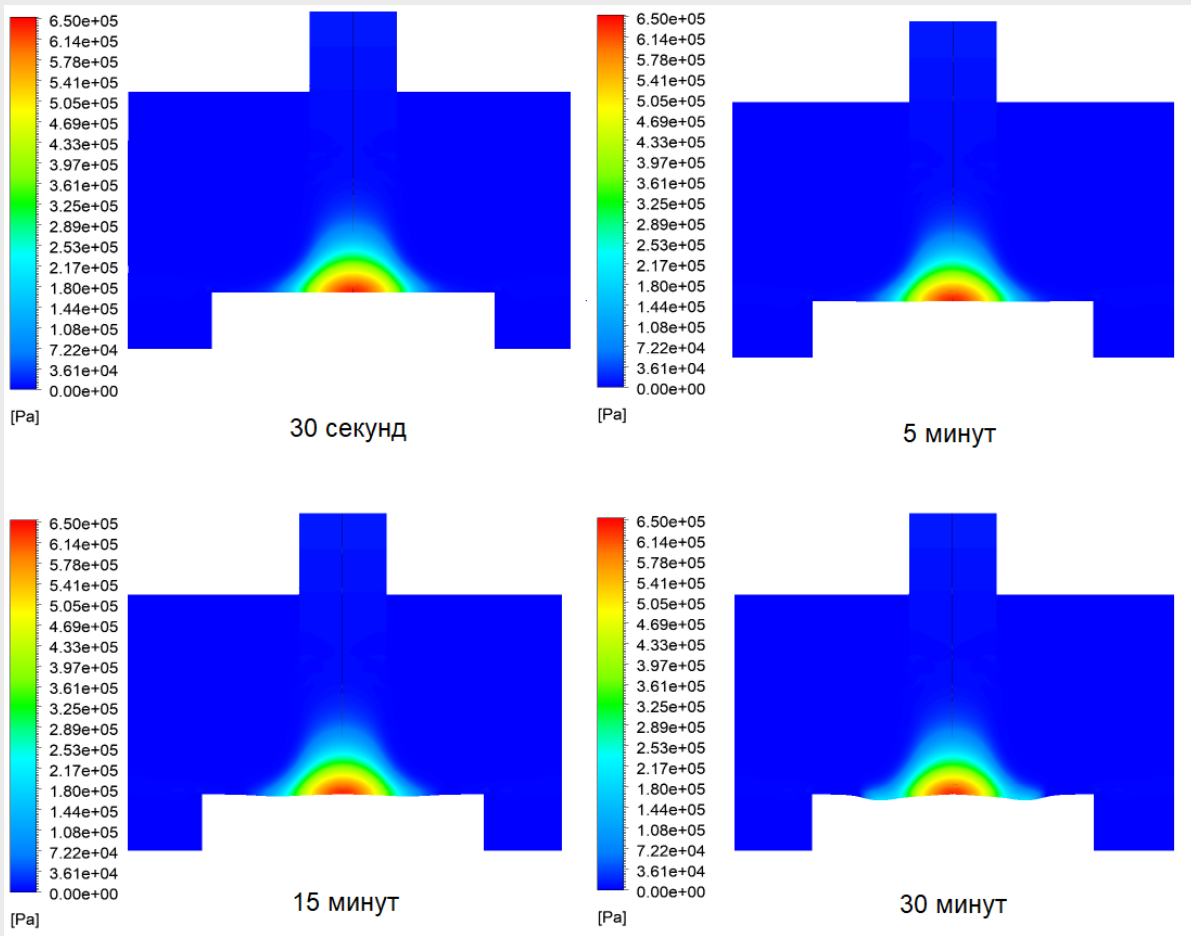


Рис. 12. Поле давления 2D.

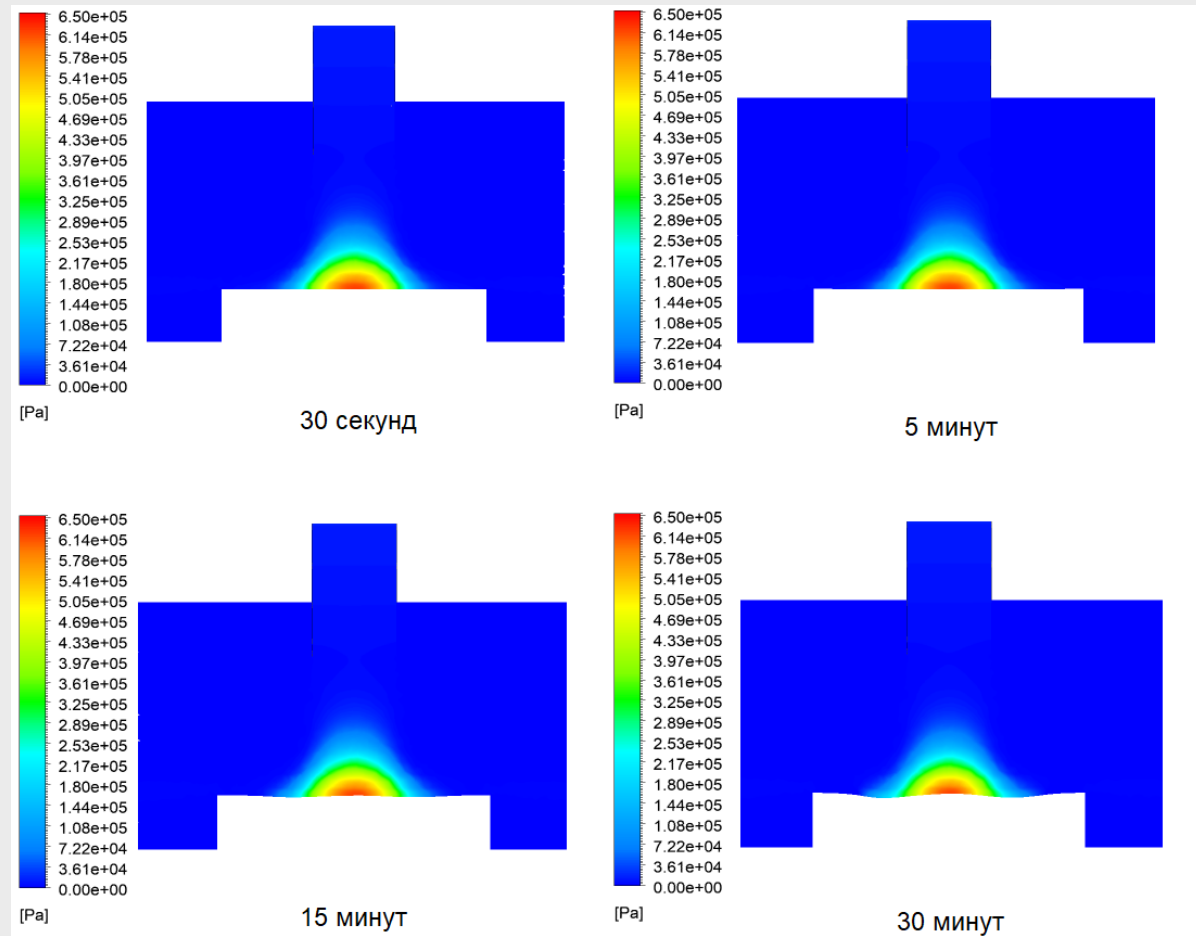


Рис. 13. Поле давления 3D.

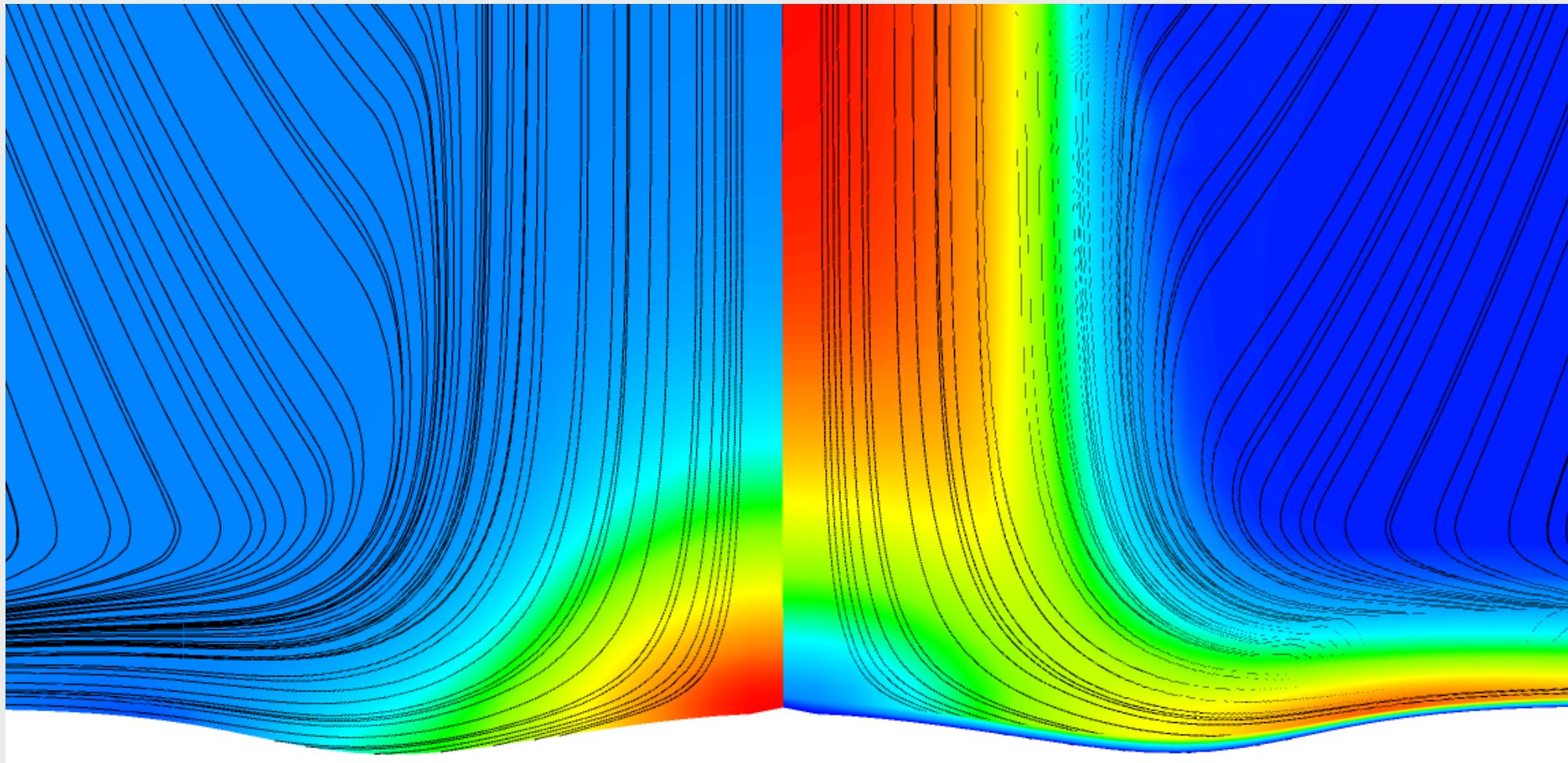


Рис. 14. Траектория потока воды над поверхностью испытуемого образца при времени работы 30 минут, слева поле статического давления, справа поле скорости.

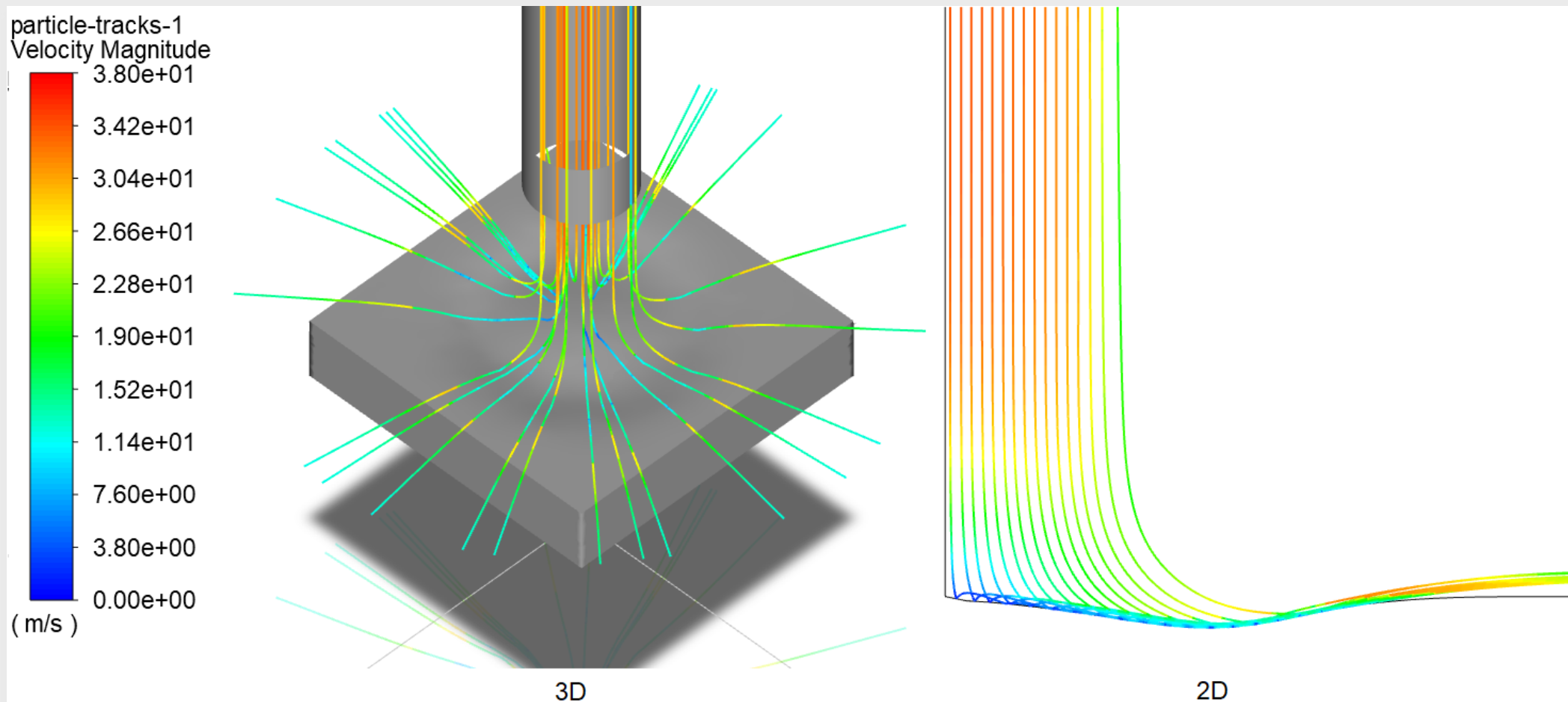


Рис. 15. Траектория частиц песка при времени работы 30 минут.

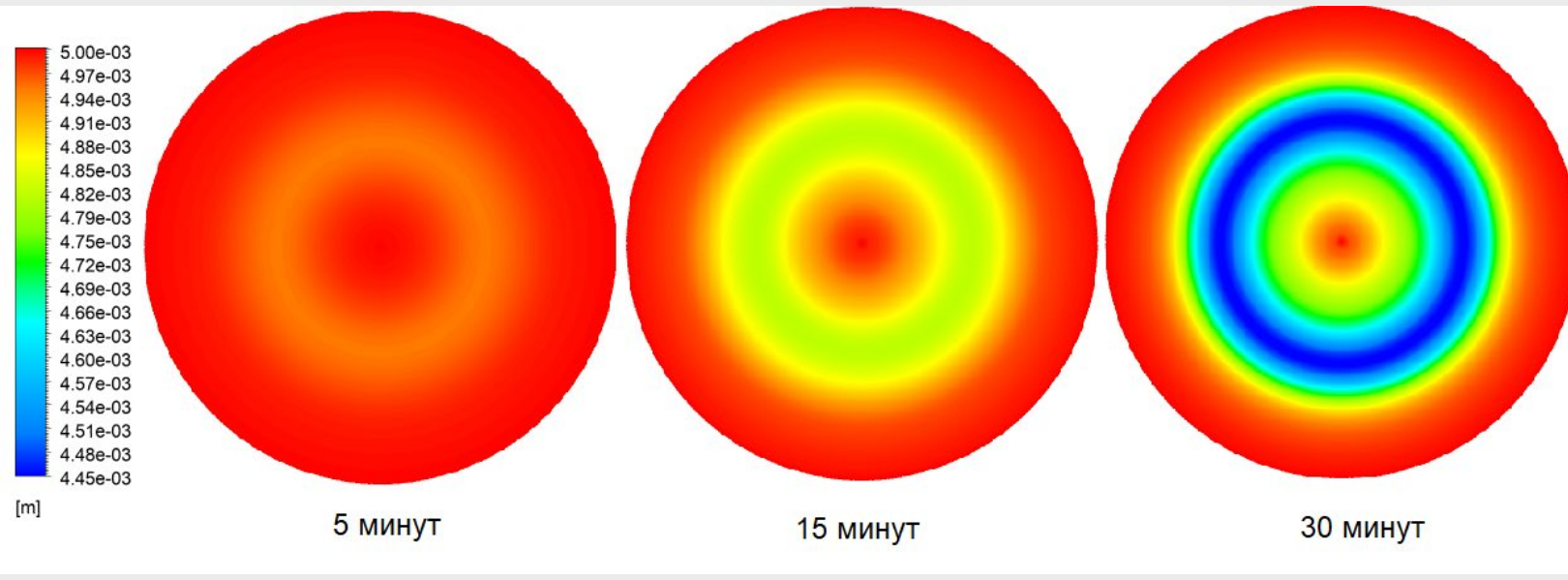


Рис. 16. Износ 2D модели.

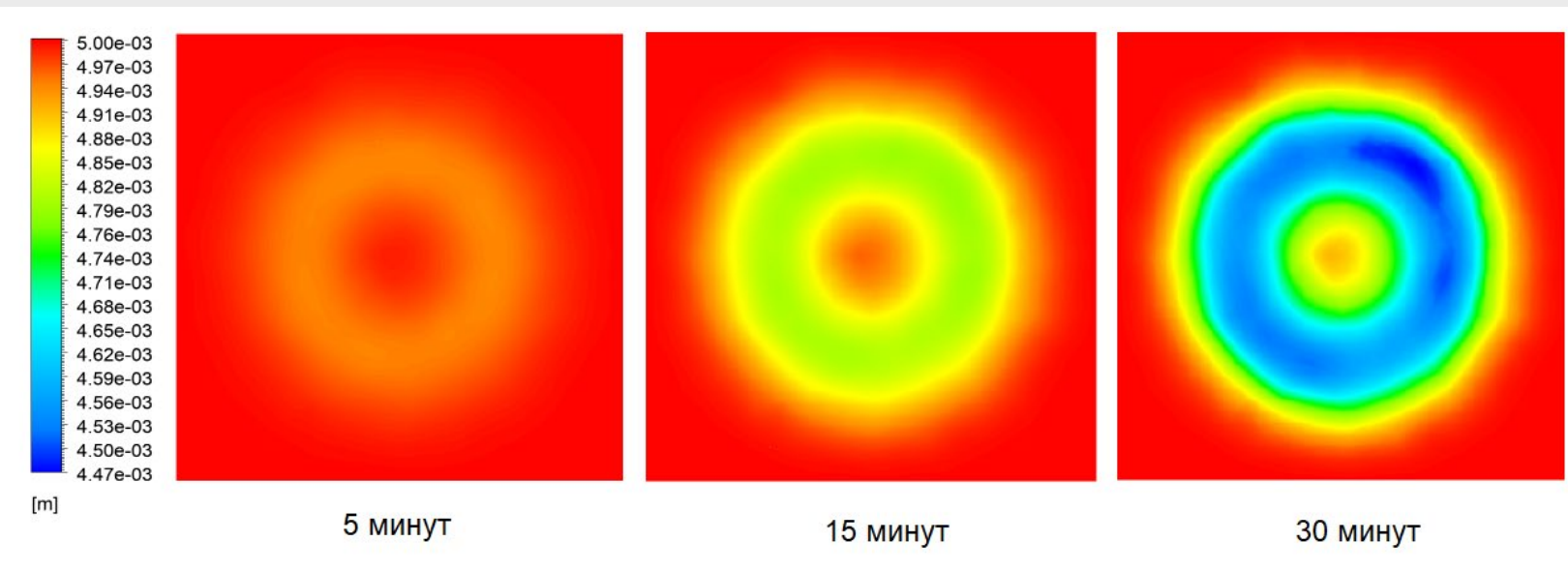


Рис. 17. Износ 3D модели.

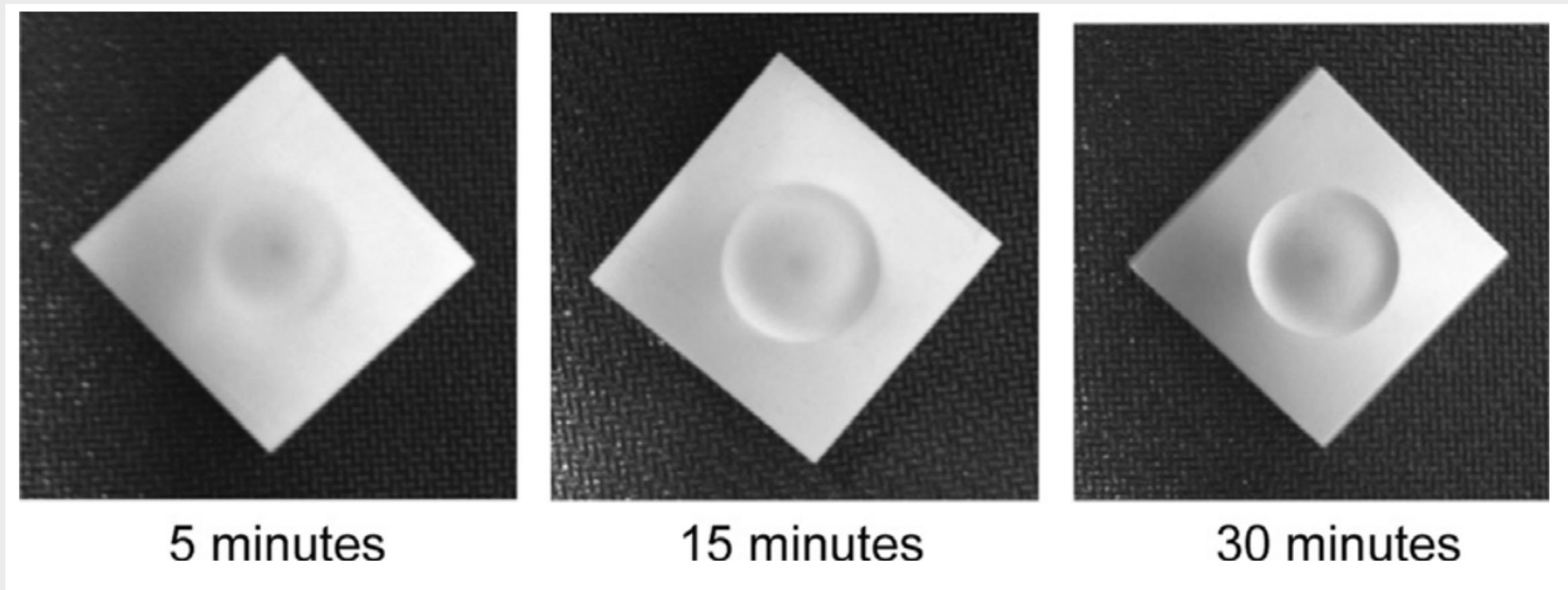


Рис. 18. Экспериментальный износ поверхности [3].

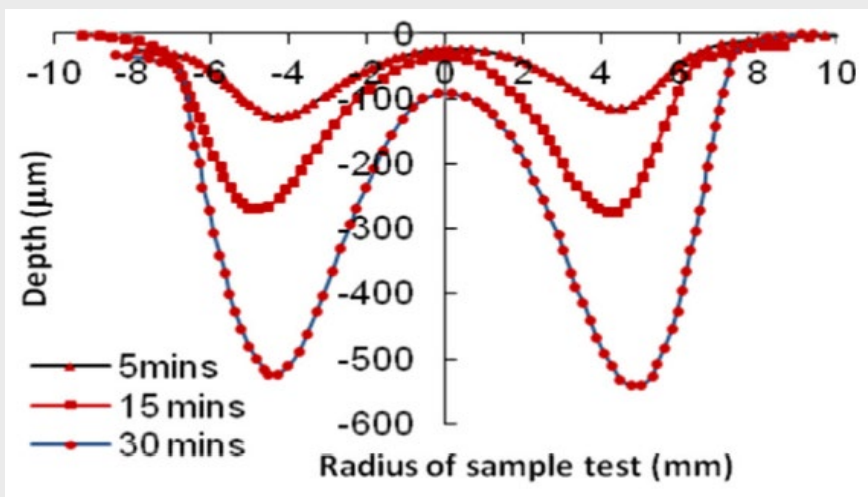


Рис. 19. Экспериментальные данные износа тестовой модели [3].

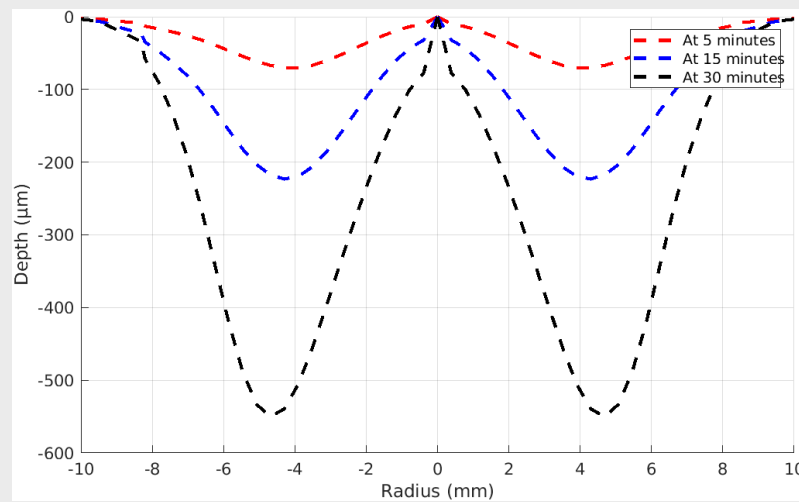


Рис. 20. Износ 2D модели.

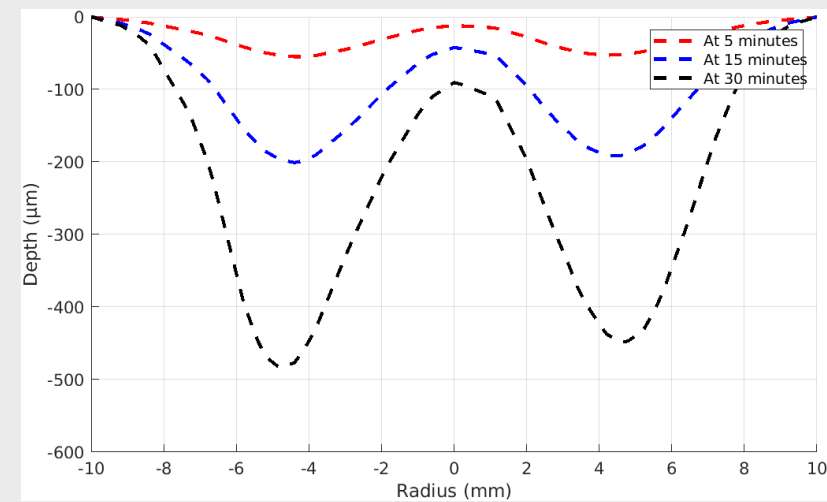


Рис. 21. Износ 3D модели.

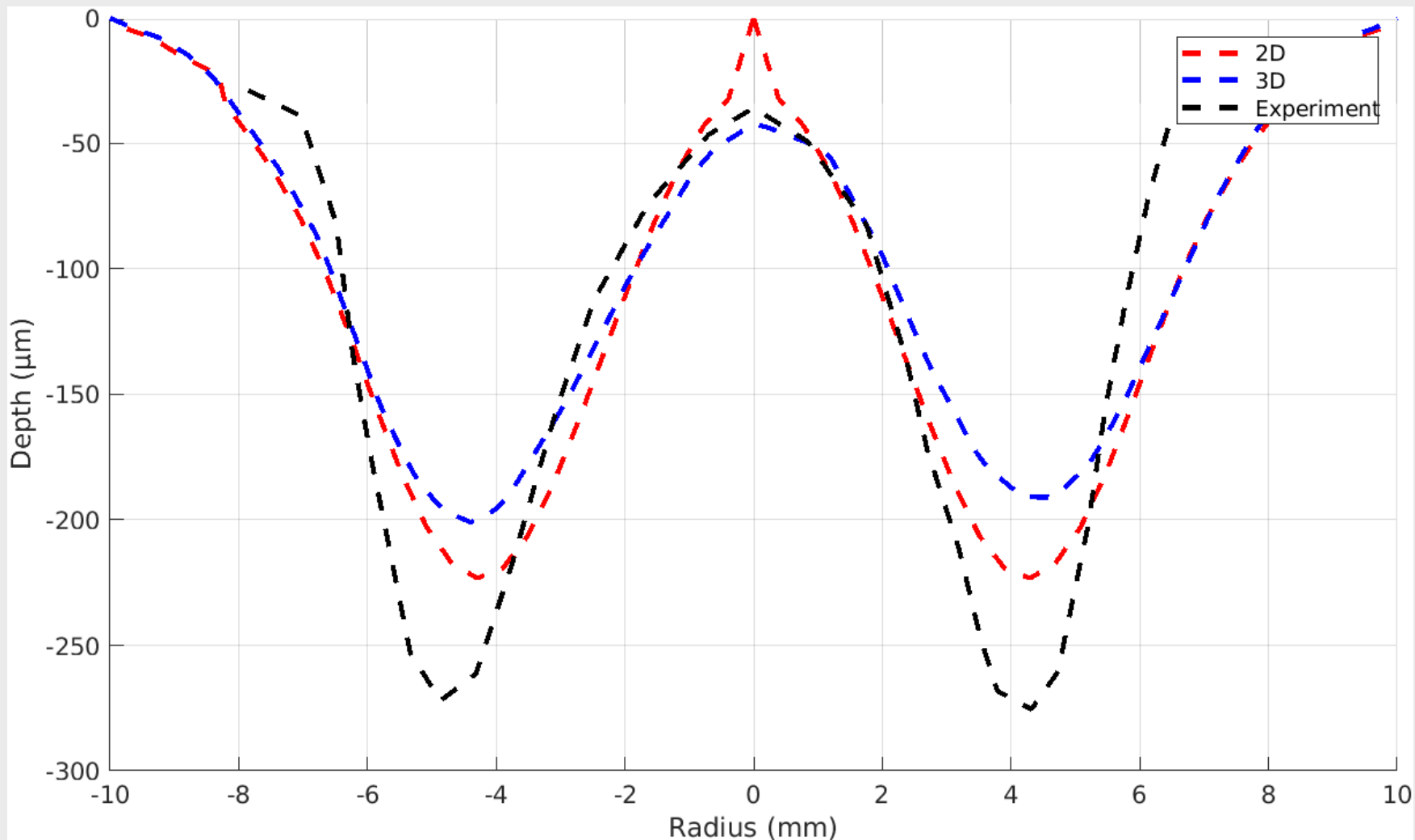


Рис. 22. Профили поверхности испытуемого образца при времени работы 15 минут.

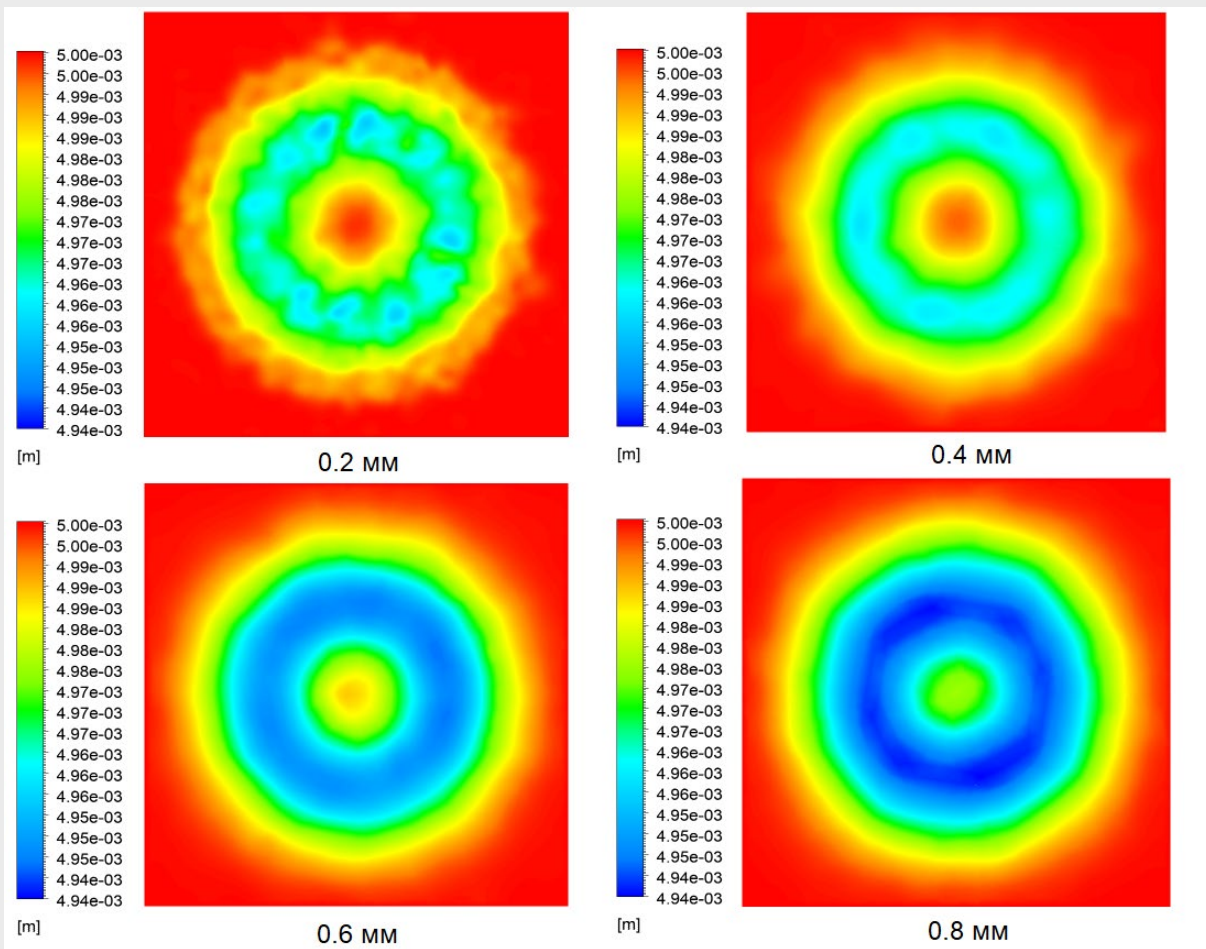


Рис. 23. Зависимость эрозийного износа от размера элемента при времени работы 5 минут.

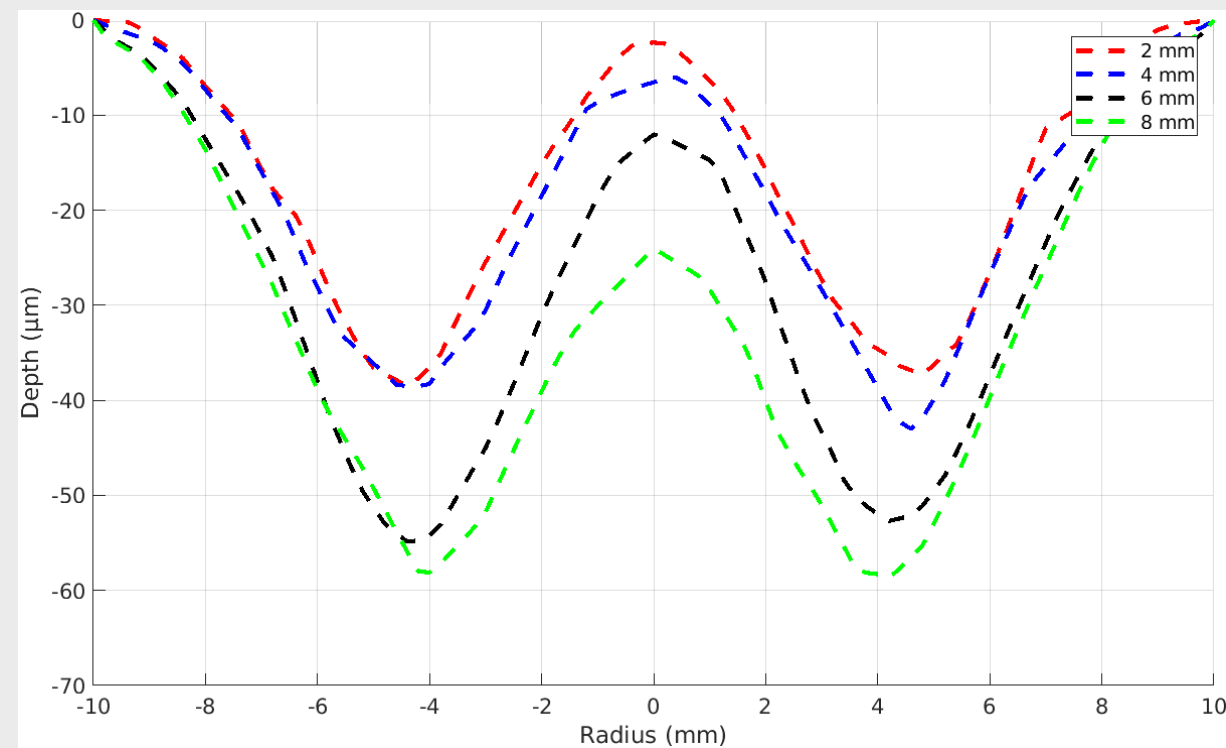


Рис. 24. Зависимость профиля эрозийного износа от размера элемента при времени работы 5 минут.

- Модель эрозии эмпирически зависима. Все параметры подбираются индивидуально для каждой модели.
- В 3D модели наблюдается сеточная сходимость только при очень маленьком размере элементов, что не всегда является реализуемым.
- 2D постановка задачи позволяет достигнуть результатов, близких к экспериментальным, если не учитывать точку застоя;
- Применение 2D моделей эрозии в реальных задачах затруднительно в силу их плоской симметрии;
- Результаты качественно верны, но не сходятся количественно.

- [1] Chung T. J. et al. Computational fluid dynamics. – Cambridge university press, 2002.
- [2] Neopane H. P. Sediment erosion in hydro turbines. – 2010.
- [3] Nguyen V. B. et al. A combined numerical–experimental study on the effect of surface evolution on the water–sand multiphase flow characteristics and the material erosion behavior //Wear. – 2014. – Т. 319. – №. 1-2. – С. 96-109.
- [4] Oka Y. I., Okamura K., Yoshida T. Practical estimation of erosion damage caused by solid particle impact: Part 1: Effects of impact parameters on a predictive equation //Wear. – 2005. – Т. 259. – №. 1-6. – С. 95-101.
- [5] Снегирев А. Ю. Высокопроизводительные вычисления в технической физике. Численное моделирование турбулентных течений: учебное пособие для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению подготовки 140400 «Техническая физика». – 2008.
- [6] Хрущов М. М., Бабичев М. А. Абразивное изнашивание. – наука, 1970.
- [7] Хрущов М. М., Бабичев М. А. Исследования изнашивания металлов. – АН СССР, 1960.



POLYTECH

Peter the Great
St. Petersburg Polytechnic
University

Thank you for your attention!