



Влияние водородных эффектов на прочность металлических сплавов и конструкций

Докладчик: Перекрестов С.С.

Студент 4 курса, группа 5030103/00302

Научный руководитель: к.ф.-м.н., доцент, Григорьева П. М.

Актуальность проблемы

- Сильный интерес к высокопрочным сплавам и металлам
- Потребность в более легких, но одновременно прочных конструкциях
- Частое возникновение трещин из-за включений в материале

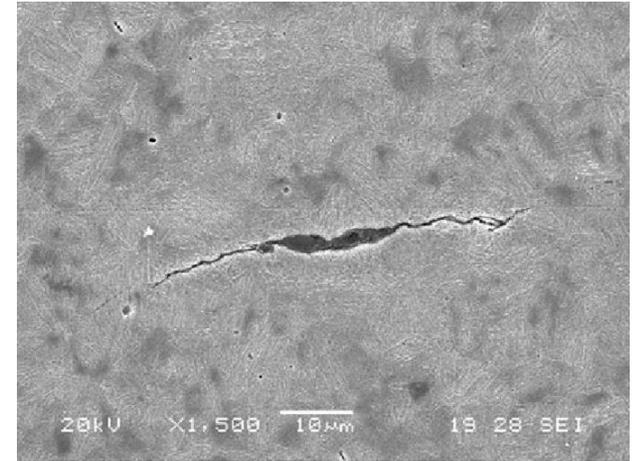
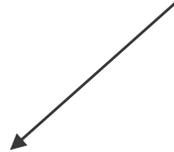


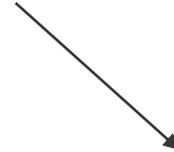
Рис.1 Развитие трещины (Botazzi, 2012)

Актуальность проблемы

Основные методы моделирования водородного охрупчивания



HEDE модель (Ориани, 1987):
При накоплении водорода в металле или сплаве происходит уменьшение сцепления берегов трещины (когезии).



HELP модель (Софронис, 1980):
Из-за насыщения металла водородом происходит локальный рост пластичности.

HEDE и HELP модели принципиально отличаются друг от друга. HEDE модель рассматривает хрупкое разрушение материала, а HELP модель пластическое.

Цель работы

Целью работы является исследование устойчивости плоской круглой трещины в бесконечном пространстве под внешним давлением с учетом деформаций, индуцированных водородом.

Постановка задачи

Рассматривается бесконечное пространство с плоской круглой трещиной. Трещина радиусом a , пространство растягивается внешним давлением p . Материалом пространства является титан.

Граничные условия:

1) При $z = 0, r < a$ должны выполняться следующие условия:

$$\sigma_z = 0, \tau_{rz} = 0$$

2) При $z = 0, r > a$ должны выполняться следующие условия:

$$u_z = 0, \tau_{rz} = 0$$

3) При $z \rightarrow \infty$ должны выполняться следующие условия:

$$u_z \rightarrow 0, \sigma_z \rightarrow 0$$

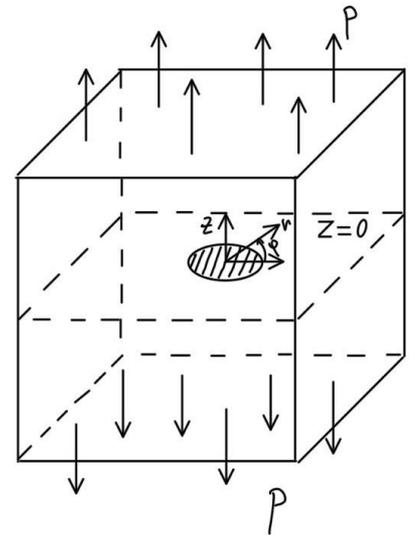


Рис.2. Постановка задачи

Определяющие уравнения

- Рассматриваемая задача является модельной
- Рассматриваемая задача является квазистатической
- Массовые силы f равны нулю

1) Закон баланса сил:

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} = 0 \rightarrow \begin{cases} \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_\varphi}{r} = 0, \\ \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\tau_{rz}}{r} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = 0. \end{cases}, \quad (1)$$

2) Закон Гука с учетом деформаций, индуцированных водородом:

$$\boldsymbol{\sigma} = \lambda(\text{tr} \boldsymbol{\varepsilon} - 3\alpha c) \mathbf{E} + 2\mu(\boldsymbol{\varepsilon} - \alpha c \mathbf{E}), \quad (2)$$

3) Условие совместности деформации:

$$\Delta \boldsymbol{\sigma} + \frac{1}{1 + \nu} \nabla \nabla \text{tr} \boldsymbol{\sigma} = 0 \rightarrow \Delta(\sigma_r + \sigma_\varphi + \sigma_z) = 0, \quad (3)$$

Зависимость концентрации водорода от времени

Модель Киссинджера (Kissinger, 1957):

$$\frac{dc}{dt} - k(1 - c)^n = 0, \quad (4)$$

Эмпирическим путем найдено, что для реакции титана с водородом $n = 1$.

В начальный момент времени водорода в трещине нет, его концентрация равна нулю
 $\rightarrow c(0) = 0$.

Зависимость концентрации водорода от времени:

$$c(t) = 1 - e^{-kt}, \quad (5)$$

Параметры материала

Коэффициент Пуассона : $\nu = 0.35$

Модуль Юнга: $E = 105 \text{ Гпа}$

Константа скорости реакции : $k = 0.005 \text{ с}^{-1}$

Коэффициент расширения $\alpha = 0.36 \frac{\text{м}^3}{\text{моль}}$

Решение задачи

Зададимся произвольной функцией $\Phi = \Phi(r; z)$, которую будем называть упругим потенциалом.

u_r и u_z зададим через упругий потенциал Φ :

$$u_r = -\frac{1}{2\mu} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r \partial z}, \quad u_z = \frac{1}{2\mu} \left[2(1-\nu) \tilde{\Delta} \Phi - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} \right]$$

Компоненты тензора напряжений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_r = \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu \tilde{\Delta} \Phi - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} \right) - \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \alpha c, \\ \sigma_\varphi = \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu \tilde{\Delta} \Phi - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} \right) - \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \alpha c, \\ \sigma_z = \frac{\partial}{\partial z} \left((2-\nu) \tilde{\Delta} \Phi - \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) - \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \alpha c, \\ \tau_{rz} = \frac{\partial}{\partial r} \left((1-\nu) \tilde{\Delta} \Phi - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} \right). \end{array} \right. , \quad (6)$$

Решение задачи

Из условия совместности деформаций следует:

$$\tilde{\Delta}\tilde{\Delta}\Phi = 0, \quad (7)$$

Применим к этому уравнению интегральное преобразование Фурье-Бесселя:

$$\int_0^{+\infty} \tilde{\Delta}\tilde{\Delta}\Phi r J_0(\xi r) dr = 0, \quad (8)$$

Получим однородное дифференциальное уравнение относительно функции $H_\xi(z)$:

$$\xi^4 H_\xi(z) - 2\xi^2 H_\xi(z) + \frac{\partial^4 H_\xi(z)}{\partial z^4} = 0, \quad (9)$$

Решение будет иметь вид:

$$H_\xi(z) = C_1 e^{\xi z} + C_2 z e^{\xi z} + C_3 e^{-\xi z} + C_4 z e^{-\xi z}, \quad (10)$$

Решение задачи

Подстановка граничных условий:

$$u_z \Big|_{z \rightarrow \infty} \rightarrow 0, \sigma_z \Big|_{z \rightarrow \infty} \rightarrow 0 \leftrightarrow C_1 = C_2 = 0$$

$$\tau_{rz} \Big|_{z=0, r>a} = 0 \leftrightarrow C_3 = \frac{2\nu}{\xi} C_4$$

Тогда функция $H_\xi(z)$ будет выглядеть:

$$H_\xi(z) = C_4 \left(\frac{2\nu}{\xi} e^{-\xi z} + z e^{-\xi z} \right), \quad (11)$$

Решение задачи

$\sigma_z|_{z=0, r < a} = 0, u_z|_{z=0, r > a} = 0:$

$$\left\{ \begin{array}{l} \int_0^{+\infty} x f(x) J_0(xr) dx = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \alpha c - p, r < a \\ \int_0^{+\infty} f(x) J_0(xr) dx = 0, r > a \end{array} \right., \quad (12)$$

Где $\xi = x, f(x) = C_4 x^2$.

Решив систему, получим $f(x)$:

$$f(x) = \frac{2}{\pi} \left(p - \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \alpha c \right) \left(\frac{\cos ax}{x} - \frac{\sin ax}{x^2} \right), \quad (13)$$

C_4 найдено:

$$C_4 = \frac{2}{\pi} \left(p - \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \alpha c \right) \left(\frac{\cos a\xi}{\xi^3} - \frac{\sin a\xi}{\xi^4} \right), \quad (14)$$

Решение задачи

$H_\xi(z)$ найдена:

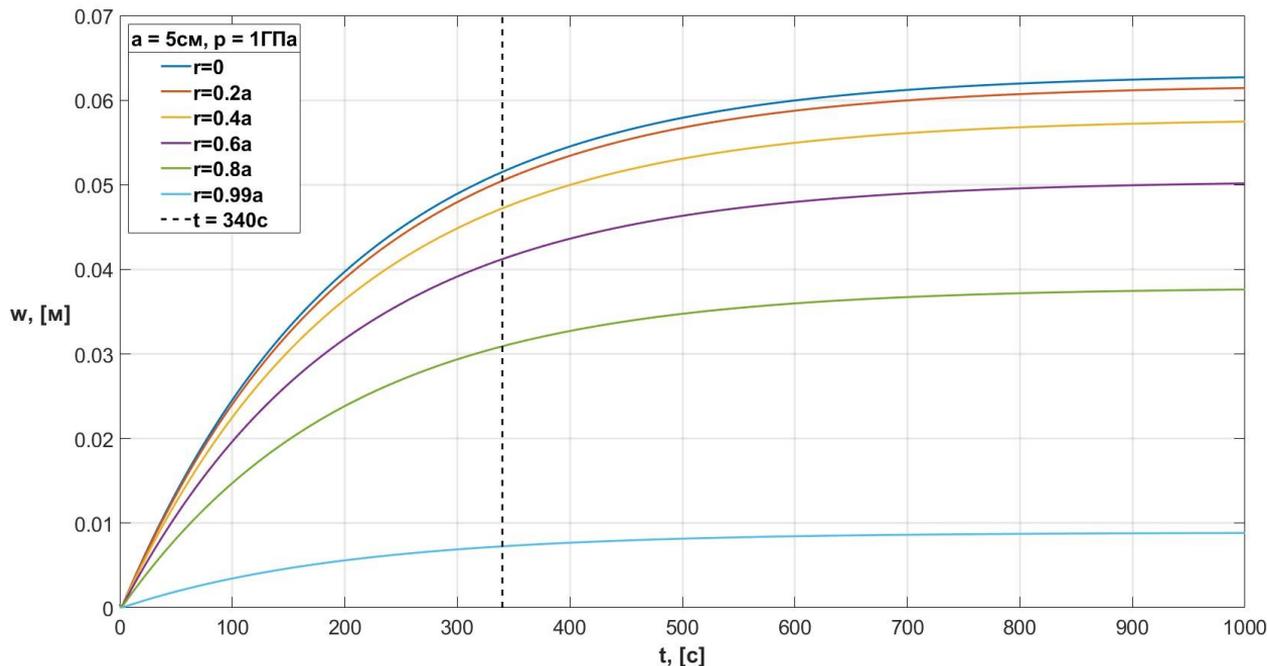
$$H_\xi(z) = \frac{2}{\pi} \left(p - \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \alpha c \right) \left(\frac{\sin(a\xi)}{\xi^4} - \frac{a \cos(a\xi)}{\xi^3} \right) \left(\frac{2\nu}{\xi} e^{-\xi z} + z e^{-\xi z} \right), \quad (15)$$

Выражения для u_z и σ_z в плоскости, где лежит трещина:

$$u_z = -\frac{4a(1-\nu)^2}{\pi E} \left(p - \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \alpha c \right) \sqrt{1 - \frac{r^2}{a^2}}, \quad r < a, \quad (16)$$

$$\sigma_z = p + \frac{2}{\pi} \left(p - \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \alpha c \right) \left(\frac{1}{\sqrt{\frac{r^2}{a^2} - 1}} - \arcsin\left(\frac{a}{r}\right) \right), \quad r > a, \quad (17)$$

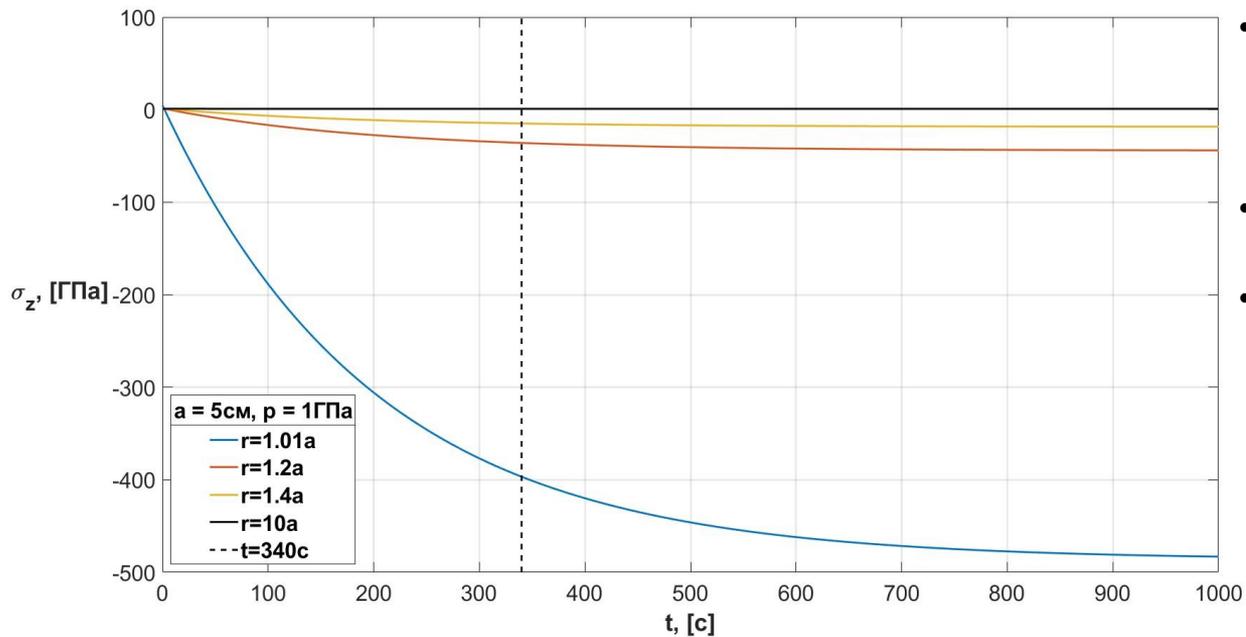
Обсуждение результатов



- Раскрытие имеет максимальное значение в центре трещины и минимальное значение на краю трещины
- С какого-то момента времени раскрытие перестает изменяться во времени
- С момента $t = 340$ с могут наблюдаться пластические деформации

Рис.3. Зависимость раскрытия от времени t при разных значениях r

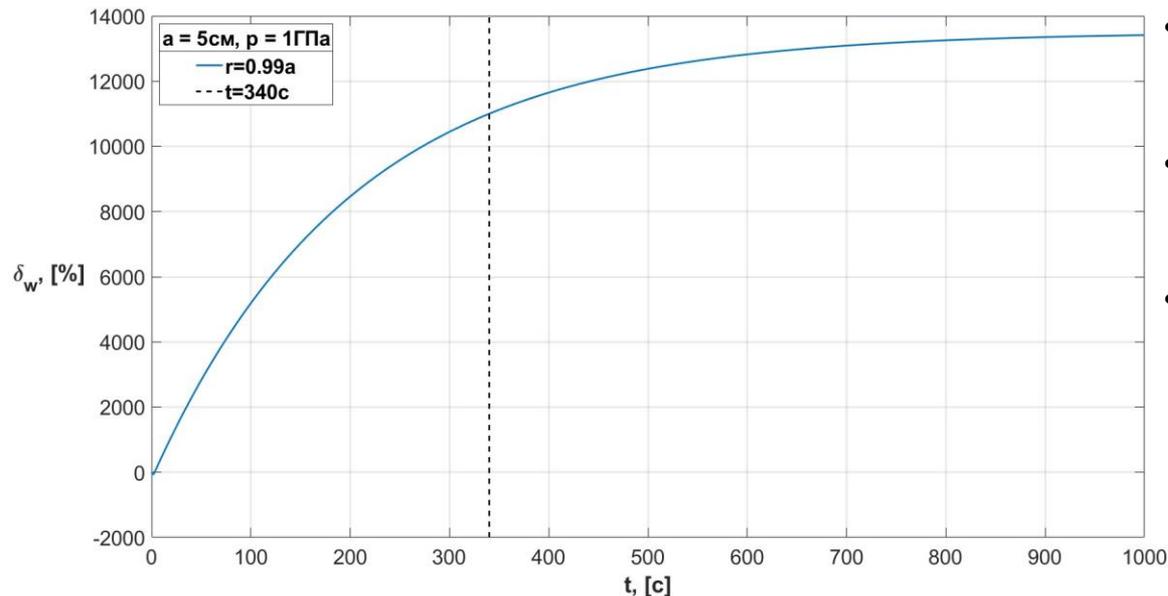
Обсуждение результатов



- σ_z имеет максимальное значение на краю трещины и на больших расстояниях от трещины равно нулю
- С какого-то момента времени σ_z перестает изменяться во времени
- С момента $t = 340 \text{ с}$ могут наблюдаться пластические деформации

Рис.4. Зависимость σ_z от времени t при разных значениях r

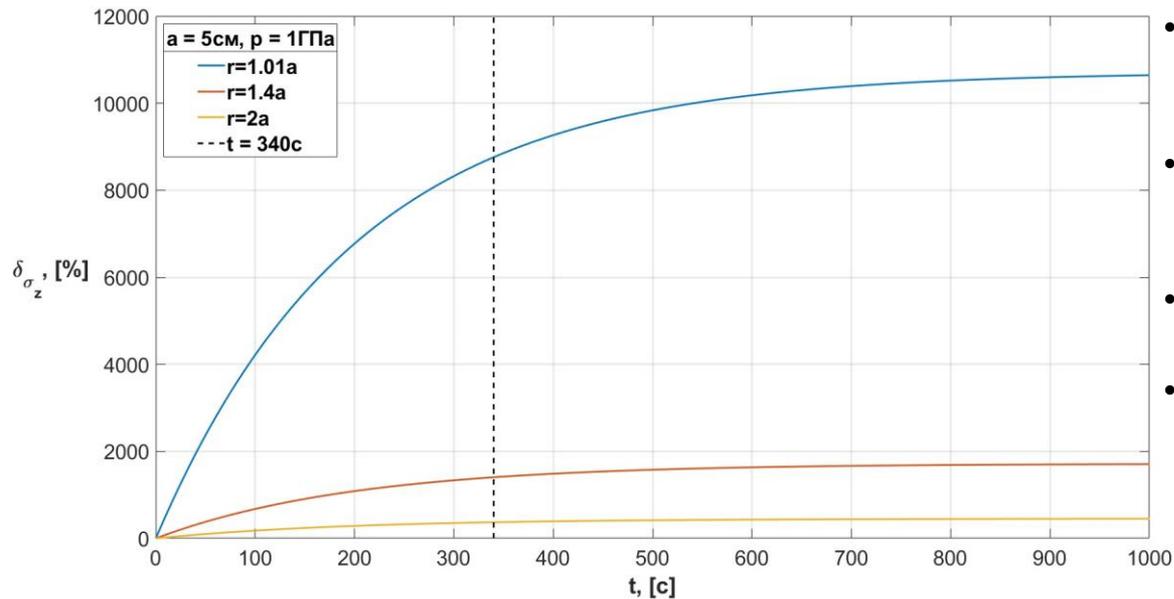
Обсуждение результатов



- Относительная разность равна нулю в начальный момент времени, после начинает возрастать
- С какого-то момента времени относительная разность перестает изменяться во времени
- Максимальное значение относительной разности практически достигает 14000%

Рис.5. Относительная разность раскрытий с учетом деформаций, индуцированных водородом, и без их учета

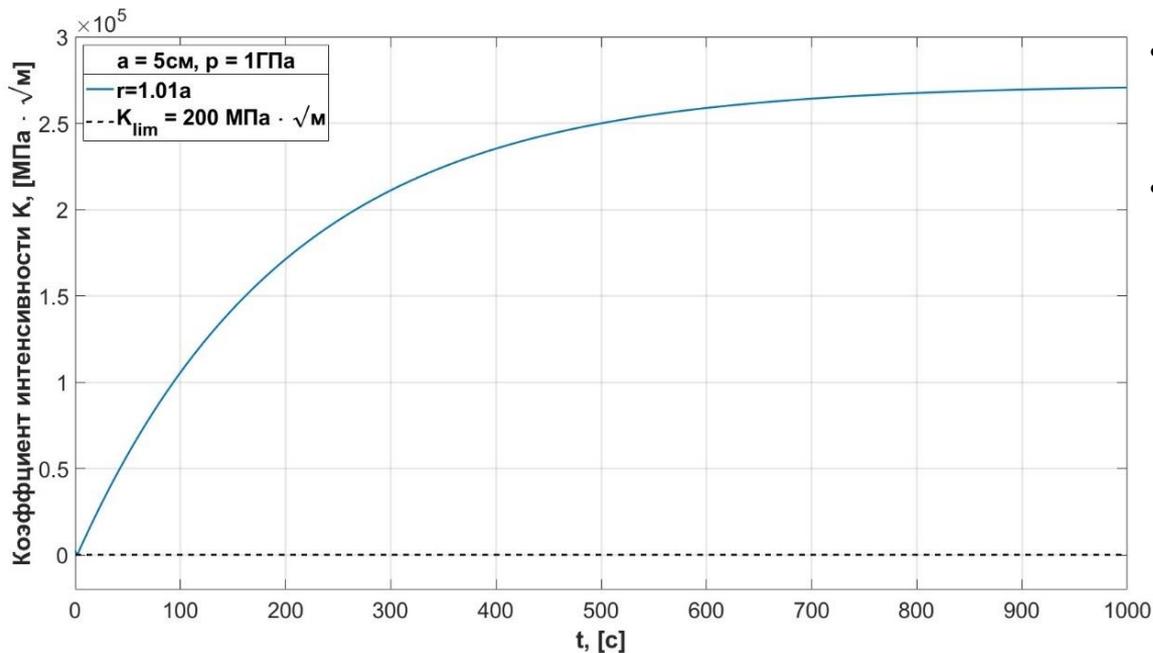
Обсуждение результатов



- Относительная разность равна нулю в начальный момент времени, после начинает возрастать
- С какого-то момента времени относительная разность перестает изменяться во времени
- Максимальное значение относительной разности практически достигает 12000%
- Чем больше значение r , тем меньше значение относительной разности

Рис.6. Относительная разность σ_z с учетом деформаций, индуцированных водородом, и без их учета

Обсуждение результатов



- Пунктирной линией на графике отмечено предельное значение коэффициента интенсивности.
- Практически сразу коэффициент интенсивности достигает свое предельное значение.

Рис.7. Зависимость коэффициента интенсивности K от времени t

Выводы

- Водород оказывает столь сильное влияние, что им нельзя пренебрегать при моделировании поведения материалов в условиях повышенной водородной концентрации.
- Полученные результаты качественно согласуются с практическими наблюдениями.
- В дальнейшем можно усложнять модель, вводя зависимость концентрации водорода не только от времени, но и от пространственных переменных.