**Пример решения контрольной задачи на принцип возможных скоростей**

На систему 2х стержней действует сила, момент и распределенная нагрузка.

q

M

**F**

B

C

D

𝛼

1. Для каждой внешней реакции преобразуйте внешние связи, напишите уравнения возможных мощностей их реакций и соотношения скоростей.
2. Вопрос: как нужно направить прямой стержень, чтобы задача стала статически неопределимой, а связи недостаточными?

A

А.Костарев

1. **Решение**

 Связи достаточны, т.е. обеспечивают покой системы двух тел при любой плоской нагрузке. К такой системе принцип применить непосредственно нельзя.

XA

A

YA

NDA

mD

Q

M

**F**

B

C

D

𝛼

Чтобы найти внешние реакции XA, YA, ND, mD будем для каждой реакции преобразовывать связи так, чтобы система могла перемещаться вдоль искомой реакции связи, образовав механизм с одной степенью свободы,.

**Реакция X**A

Шарнир А заменяем катком вдоль оси х. Получаем механизм с одной степенью свободы.

**X**A

A

**Y**A

**N**DA

mD

Q

M

**F**

B

C

D

𝛼

**V**A

**V**BCD

ω

P

Искомую реакцию XA считаем неизвестной активной силой, уравновешивающей остальные силы.

Изучать движение механизма начинаем с изогнутого стержня BCD, совершающего более простое поступательное движение. Даем стержню BCD возможную скорость VBCD вдоль CD, изображая ее в общей точке В.

 При этом точка А стержня АВ приобретет скорость **V**Aвдоль реакции **X**A. Стержень АВ совершает плоское движение, вращаясь в данный момент вокруг мгновенного центра скоростей (МЦС) Р с возможной угловой скоростью ω. Р находится на пересечении перпендикуляров к возможным скоростям точек А и В.

Поскольку механизм находится в покое, то выполняется принцип возможных скоростей.

Приравниваем нулю возможную мощность всех активных сил. Мощность сил, приложенных к стержню АВ в плоском движении, вычисляем как произведение момента силы на угловую скорость стержня ω

$$X\_{A}APω-Q\frac{AB}{3}ω-FV\_{BCD}Sin∝=0$$

Кинематическая связь:

$$V\_{BCD}=ωВР, BP=\frac{AB}{Cos∝} , AP=ABtg∝, Q=\frac{1}{2}qAB$$

оставляет в уравнении одну неизвестную XA.

**Реакция Y**A

Шарнир А заменяем катком вдоль оси у.

**X**A

A

**Y**A

**N**DA

mD

Q

M

**F**

B

C

D

𝛼

**V**A

ω

P

𝛼

 Даем шарниру А возможную скорость **V**Aвдоль оси у. Скорость шарнира В может быть направлена только вдоль СD, поэтому МЦС стержня АВ находится в точке В. Это значит, что стержень ВСD неподвижен, а стержень АВ вращается вокруг В с возможной угловой скоростью $ω$**.**

Приравниваем нулю возможную мощность всех сил, приложенных к стержню АВ, вычисленную как произведение момента силы относительно В на угловую скорость стержня ω.

$$-Y\_{A}ABω+Q\frac{2AB}{3}ω=0$$

Это уравнение определяет реакцию $Y\_{A}.$

А.Костарев

**Реакция** mD

Скользящую заделку D ставим на шарнир, давая возможность поворота вокруг D.

**X**A

A

**Y**A

**N**DA

mD

Q

M

**F**

B

C

D

𝛼

**V**B

ωBCD

P

ωAB

Стержень АВ совершает вращение вокруг А. Даем ему возможную угловую скорость $ω.$ Общая точка B приобретает возможную скорость **V**B.

Скорость точки D направлена вдоль CD, поэтому стержень в плоском движении совершает вращение вокруг МЦС Р с возможной угловой скоростью $ω\_{BCD}$. Ее направление определено скоростью **V**B.

 Приравниваем нулю возможную мощность всех сил. Мощность сил вычисляем как произведение момента относительно их центров скоростей А и Р соответственно на угловые скорости стержней.

$$Q\frac{AB}{3}ω\_{AB}+(m\_{D}-FCB-M)ω\_{BCD}=0$$

Связь скоростей $ω\_{AB}$ и $ω\_{BCD}$ находим через выражение скорости $V\_{B}$ общей точки В:

$$V\_{B}=ABω\_{AB}=BPω\_{BCD}, BP=CDSin∝-\left(BC-CDCos∝\right)Ctg∝ , $$

Подстановка связи скоростей в уравнение мощностей позволяет найти момент реакции mD

**Реакция N**D

Скользящую заделку D заменяем двойной скользящей заделкой, которая позволяет стержню BCD двигаться произвольно, но только поступательно. Направление поступательного движения задает общий шарнир В.

**X**A

A

**Y**A

**N**DA

mD

Q

M

**F**

B

C

D

𝛼

**V**В

ω

**V**В

 Даем стержню АВ возможную угловую скорость$ω$вокруг шарнира А**.** Возможныескорости всех точек стержня BCD одинаковы и равны **V**В.

 Приравниваем нулю возможную мощность всех активных сил. Мощность сил, приложенных к стержню АВ в его вращении вокруг А вычисляем как произведение момента на угловую скорость стержня ω. Искомая реакция **N**D  создает мощность на скорости **V**В

$$-N\_{D}V\_{B}Sin∝+Q\frac{AB}{3}ω=0$$

Кинематическая связь:

$$V\_{B}=ABω$$

Подстановка связи скоростей в уравнение мощностей позволяет найти реакцию $N\_{D}$

А.Костарев

1. **Ответ на вопрос**

Перпендикулярно CD.

Здесь следует исходить из факта, что при правильном числе неизвестных, как только связи становятся избыточными в одном направлении, они становятся недостаточными в другом направлении.

Если стержень АВ перпендикулярен CD, то появляется свобода перемещения стержня BCD вдоль CD. Одновременно связи будут избыточными по направлению АВ.