Выпускная квалификационная работа

Моделирование процесса роста трещины при монотонном и циклическом нагружении в условиях смешанных мод разрушения

Работу выполнил: студент гр. 5040103/20101 Фролов М.М.

Научный руководитель: д.ф.-м.н., профессор ВШМиПУ Семенов А.С.

Консультант: Инженер-конструктор 1 категории, АО «Силовые машины» Савиковский А.В.

Санкт-Петербург
2024 г.

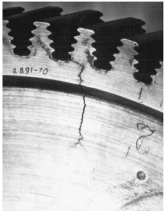
Актуальность, цель и задачи работы

Актуальность : траектория возможного распространения трещины представляет интерес для уточненной оценки надежности и долговечности высоконагруженных ответственных элементов энергетического оборудования, авиационной и автомобильной техники.

Цель работы : исследование влияние критерия определения направления распространения трещины на её расчетную траекторию при монотонном квазихрупком разрушении и в условиях многоцикловой усталости.

Задачи работы:

1. Разработать алгоритм для расчета траектории распространения трещины на основе пользовательского критерия определения траектории;
2. Произвести валидацию результатов расчета при квазихрупком разрушении под действием монотонной нагрузки;
3. Произвести валидацию результатов расчета в случае многоцикловой усталости.

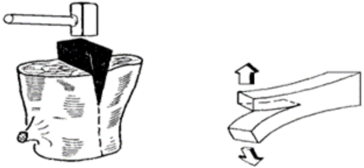


План доклада

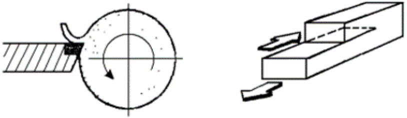
1. Параметры разрушения;
2. Критерии расчета траектории роста;
3. Расчет траектории трещины при квазихрупком разрушении под действием монотонной нагрузки:
   3.1 Трехточечный изгиб балки с отверстиями;
   3.2 Растяжение пластины с отверстием;
   3.3 Трехточечный изгиб балки с центральной трещиной.
4. Расчет траектории трещины многоцикловой усталости:
   4.1 Растяжение компактного образца силой, приложенной под углом.
5. Заключение.

Параметры разрушения

Моды разрушения



Мода I – нормальный отрыв



Мода II – продольный сдвиг

Параметры разрушения

Коэффициенты интенсивности напряжений

$$\sigma_{ij} = \sum_n \frac{K_n}{\sqrt{2\pi r}} f^n_{ij}(\theta) \qquad (1)$$

$$K_I, K_{II}$$

Вектор потока энергии

$$\mathbf{J} = \lim_{\delta \to 0} \int_{\Gamma_\delta} (\rho f \mathbf{E} - \nabla \mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\sigma}) \cdot \mathbf{n} d\Gamma \qquad (2)$$

$$J_1 = \frac{K_I^2 + K_{II}^2}{\hat{E}} \ , \ J_2 = -2\frac{K_I K_{II}}{E} \qquad (3)$$

Критерии расчета траектории роста

Управляющий параметр – смешанность мод

$$\zeta = \frac{K_{II}}{K_I} \tag{4}$$

Максимальные окружные напряжения (MTS)

$$\frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} = 0 \qquad \sin\theta + \zeta\,(3\cos\theta - 1) = 0 \tag{5}$$

Минимум плотности энергии деформаций (MSED)

$$\frac{\partial w}{\partial \theta} = 0 \qquad a_{11} + 2a_{12}\zeta + a_{22}\zeta^2 = 0 \tag{6}$$

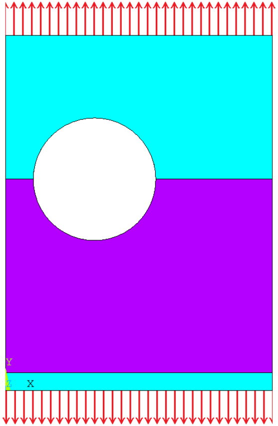
Максимум выделения энергии (MER)

$$\theta = \max_\theta(\mathbf{e}_r \cdot \mathbf{J}) \qquad \mathrm{tg}\theta = -\frac{2\zeta}{1+\zeta^2} \tag{7}$$

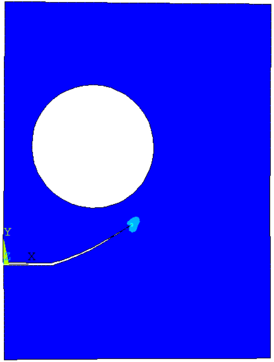
Максимум трехосности напряженного состояния (MTF)

$$\frac{\partial M}{\partial \theta} = 0\,, \alpha = \mathrm{tg}\,\frac{\theta}{2} \qquad \alpha^4 - \frac{3}{\zeta}\alpha^3 - \frac{\zeta^2-2}{\zeta^2}\alpha^2 + \frac{\zeta^2-1}{\zeta^2}\frac{\alpha}{2\zeta} - \frac{1}{2} - \frac{1}{2\zeta^2} = 0 \tag{8}$$

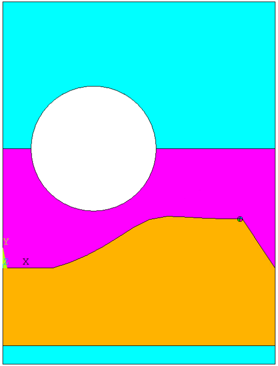
Пример работы APDL макроса для расчета траектории трещины



Начальная геометрия образца



Промежуточный расчет НДС



Финальная геометрия образца

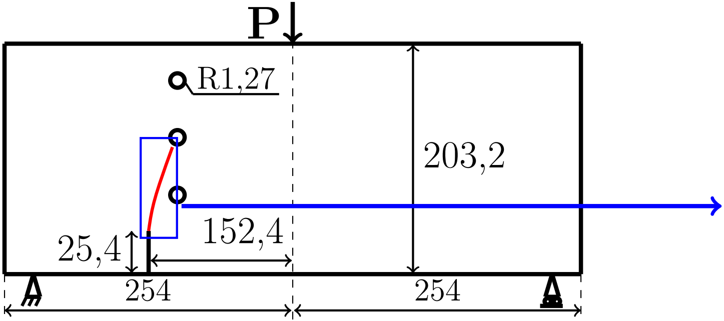
Расчет траектории трещины при хрупком разрушении под действием монотонной нагрузки

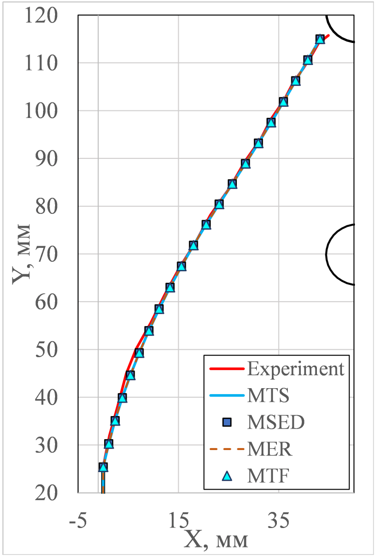
Задачи:

1. Трехточечный изгиб балки с отверстиями;
2. Растяжение пластины с отверстием;
3. Трехточечный изгиб балки с центральной трещиной.

В задачах постепенно повышается смешанность мод $\zeta = K_{II}/K_I$ – от 0,12 до 0,8.

1. Трехточечный изгиб балки с отверстиями





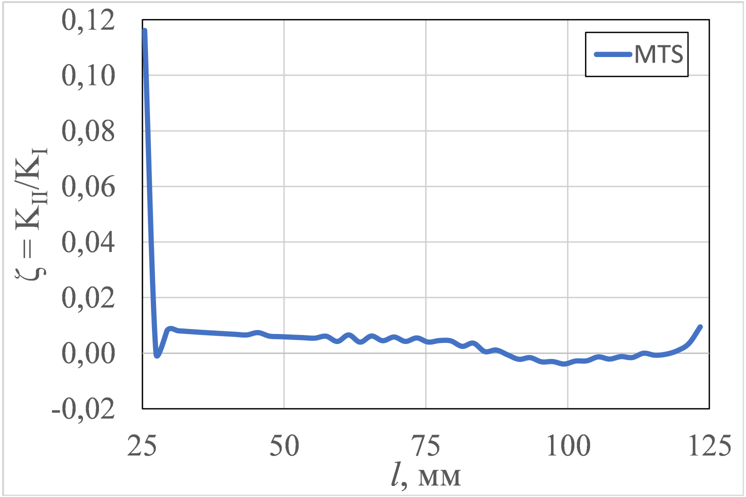
Свойства материала (PMMA)

$E = 2{,}89$ ГПа , $\nu = 0{,}4$

$$\zeta = \frac{K_{II}}{K_I} = 0{,}12$$

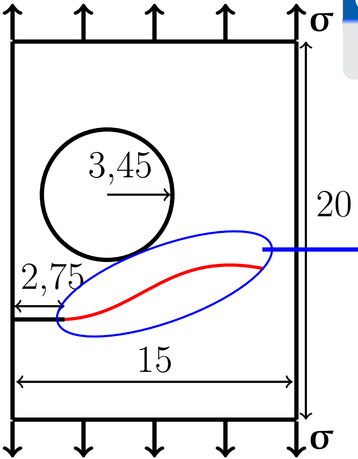
Bittencourt T.N., Wawrzynek P.A., Ingraffea A.R., Sousa J.L. Quasi-automatic simulation of crack propagation for 2D LEFM problems / Eng. Fract. Mech., 55(2), 1996.

1. Трехточечный изгиб балки с отверстиями, смешанность мод



Согласованность прогнозов траектории по различным критериям обеспечивается малостью смешанности мод на большей части траектории.

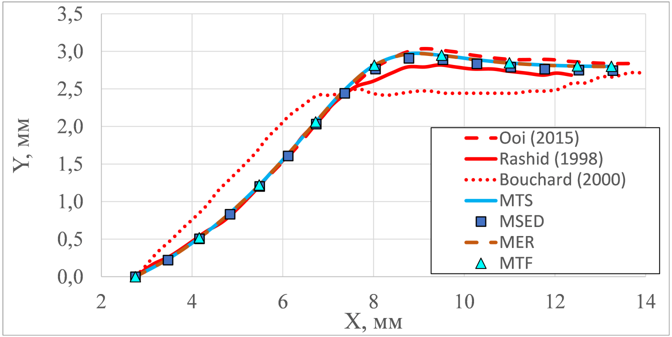
2. Растяжение пластины с отверстием



Свойства материала

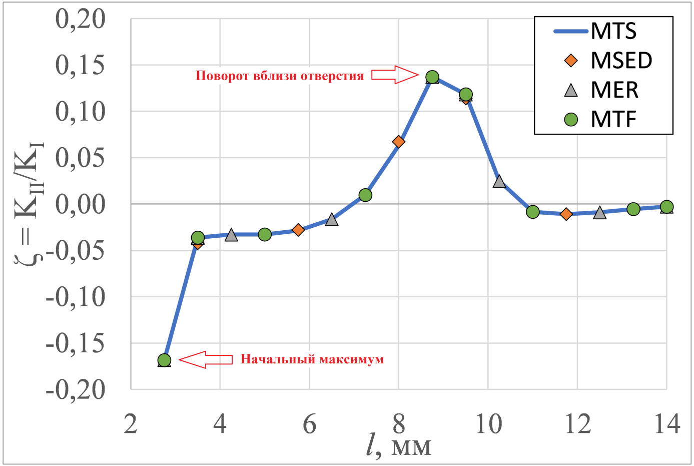
$E = 98$ ГПа , $\nu = 0{,}3$

$$\zeta = \frac{K_{II}}{K_I} = 0{,}17$$



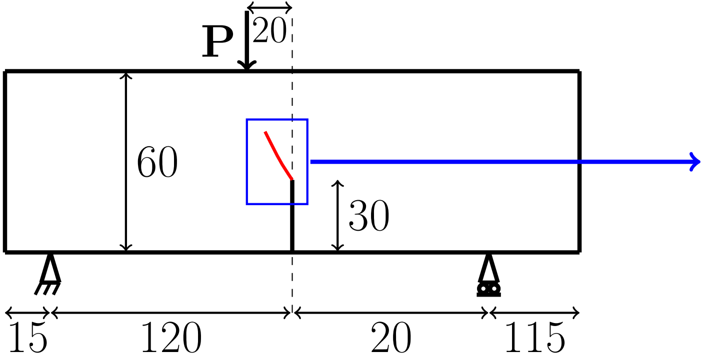
Ooi E.T., Man H., Natarajan S., Song C. Adaptation of quadtree meshes in the scaled boundary finite element method for crack propagation modelling / Eng. Fract. Mech., 144, 2015.

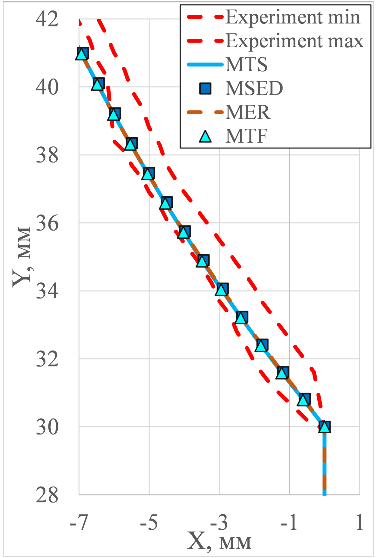
2. Растяжение пластины с отверстием, смешанность мод



На графике смешанности мод наблюдается вторичный «пик» в области поворота трещины вблизи отверстия. После поворота трещины смешанность мод падает практически до нуля, трещина выходит на горизонтальный режим распространения.

3. Трехточечный изгиб балки с центральной трещиной (1)





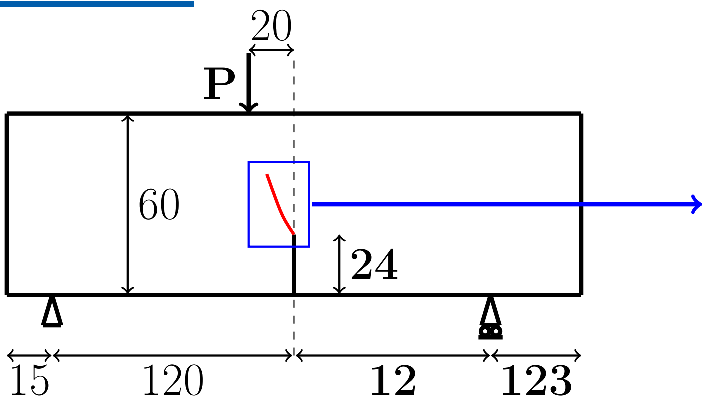
Свойства материала (PMMA)

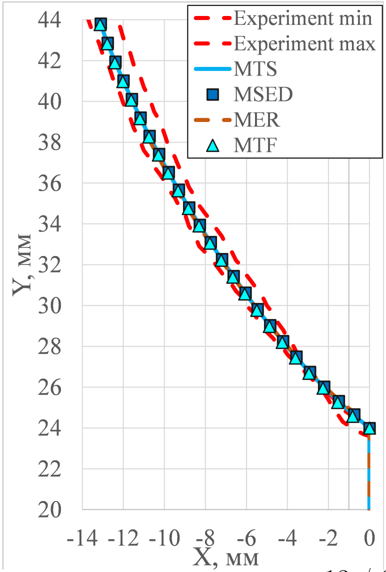
$E = 2{,}89$ ГПа , $\nu = 0{,}4$

$$\zeta = \frac{K_{II}}{K_I} = 0{,}43$$

Galvez J.C., Elices M., Guinea G.V., Planas J. Crack trajectories under mixed mode and non-proportional loading / Int. J. of Fract., 81, 1996.

3. Трехточечный изгиб балки с центральной трещиной (2)



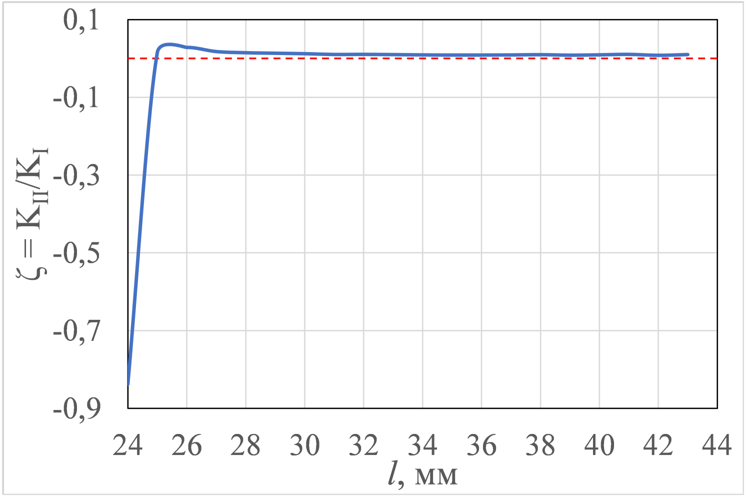


Свойства материала (PMMA)

$E = 2{,}89$ ГПа , $\nu = 0{,}4$

$$\zeta = \frac{K_{II}}{K_I} = 0{,}8$$

3. Трехточечный изгиб балки с центральной трещиной (2), смешанность мод



Сравнение начальных углов отклонения

Эксперимент	$\zeta = K_{II}/K_I$	угол начального отклонения, $^\circ$					разброс
		Эксперимент	MTS	MSED	MER	MTF	
1	0,12	12,7	12,99	12,92	12,99	12,99	0,07
2	0,17	17,5 – 20,5	18,15	17,28	18,13	18,17	1,47
3	0,43	33,7 – 79,4	37,08	34,40	36,04	37,99	3,59
4	0,80	45 – 71,6	50,37	47,91	44,56	55,18	10,62

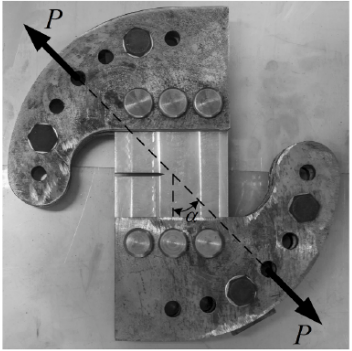
Эксперименты:
1 – трехточечный изгиб балки с отверстиями,
2 – растяжение пластины с отверстием,
3 – трехточеный изгиб балки с центральной трещиной (1),
4 – трехточечный изгиб балки с центральной трещиной (2).

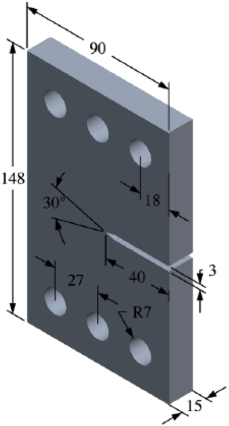
С увеличением начальной смешанности мод ζ растет угол отлонения трещины и различие между прогнозами различных критериев. Однако разница в начальных углах отклонения практически не оказывает влияния на траекторию в целом.

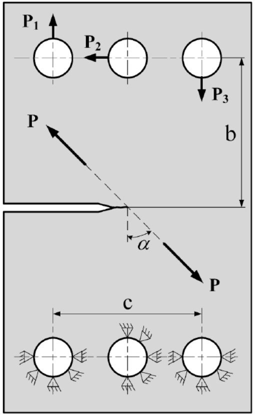
Расчет траектории трещины многоцикловой усталости

Задача: растяжение компактного образца силой, приложенной под углом.

Постановка задачи







Условия нагружения: $P_{max} = 16$ кН, $R = 0{,}1$, $f = 10$ Гц.

Рассматриваемые углы α приложения нагрузки: $30, 45, 60$ градусов.

Sajith S., Murthy K.S.R.K., Robi P.S. Experimental and numerical investigation of mixed mode fatigue crack growth models in aluminum 6061-T6 / Int. J. of Fatigue, 130, 2020.

Закон роста

Закон Пэриса (Вычисляем количество циклов ΔN при заданом инкременте Δl):

$$\frac{\delta l}{\delta N} = C\left(\Delta K_{eq}\right)^m \quad \Longrightarrow \quad \boxed{\Delta N = \frac{\Delta l}{C\left(\Delta K_{eq}\right)^m}} \; C = 4{,}3378 \cdot 10^{-7}, \; m = 2{,}6183 \tag{9}$$

Выражения для ΔK_{eq}:

- Irwin (1958)

$$\Delta K_{eq} = \sqrt{\Delta K_I^2 + \Delta K_{II}^2} \tag{10}$$

- Richard (2003)

$$\Delta K_{eq} = \frac{\Delta K_I}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\Delta K_I^2 + 4(1{,}155\Delta K_{II})^2} \tag{11}$$

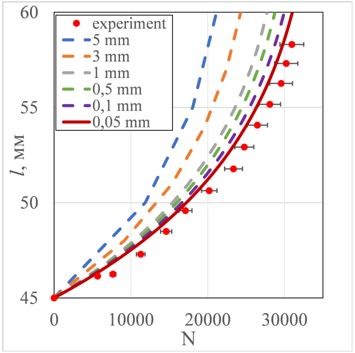
- Tanaka (1974)

$$\Delta K_{eq} = \sqrt{\Delta K_I^2 + 2\Delta K_{II}^2}\,, \; \Delta K_{eq} = \sqrt[4]{\Delta K_I^4 + 8\Delta K_{II}^4} \tag{12}$$

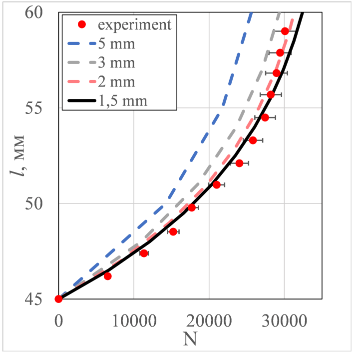
- Demir (2017)

$$\Delta K_{eq} = \sqrt[4]{1{,}0519\Delta K_I^4 - 0{,}035\Delta K_{II}^4 + 2{,}3056\Delta K_I^2 \Delta K_{II}^2} \tag{13}$$

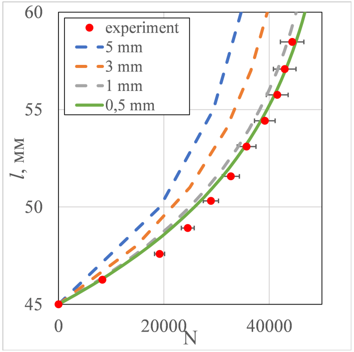
Сходимость оценки расчетного ресурса по инкременту



Угол нагружения 30°

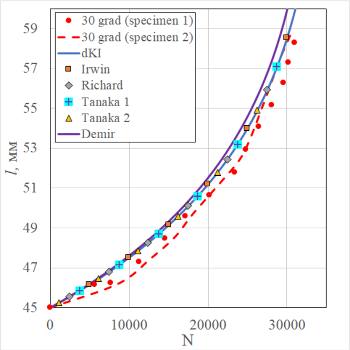


Угол нагружения 45°



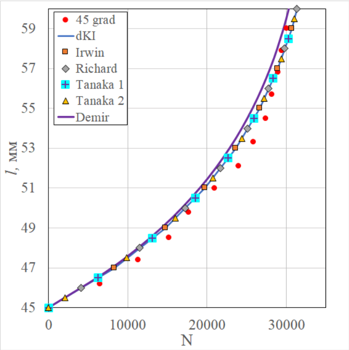
Угол нагружения 60°

Кинетика усталостной трещины при разных углах нагрузки



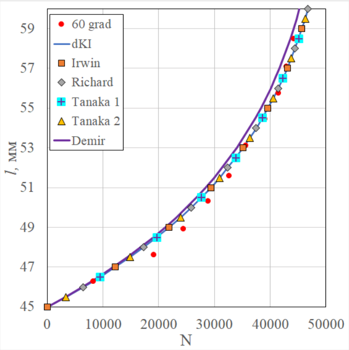
Угол нагружения 30°

Погрешность:
3,8 % (ΔK_I – Tanaka 2),
6,94 % (Demir)



Угол нагружения 45°

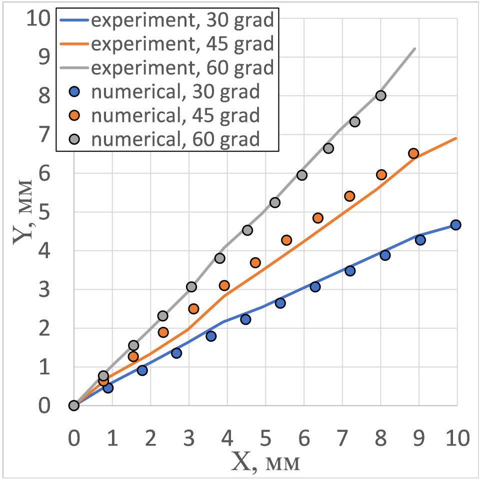
Погрешность:
$-1{,}9$ % (ΔK_I – Tanaka 2),
1,44 % (Demir)

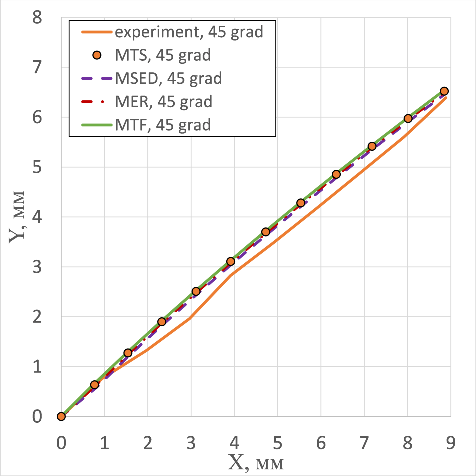


Угол нагружения 60°

Погрешность:
$-0{,}25$ % (ΔK_I – Tanaka 2),
0,09 % (Demir)

Траектория усталостной трещины при разных углах нагрузки



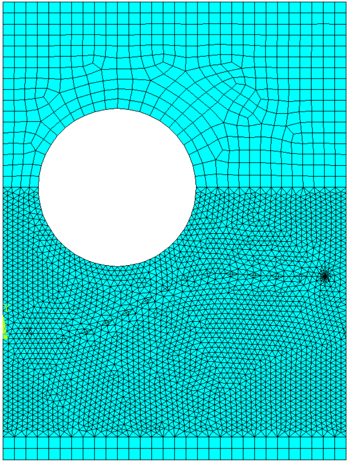


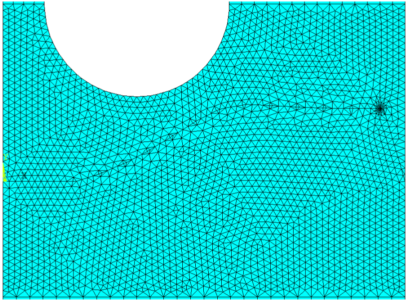
Заключение

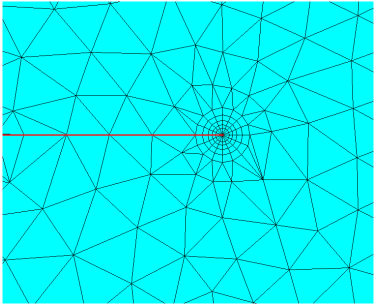
- Разработаны методы, алгоритмы и ПО для расчета траектории распространения трещины при квазихрупком разрушении;
- Решены 4 краевые задачи о распространении трещины при монотонном и циклическом нагружении в смешанной моде для образцов различной геометрии;
- Валидация результатов расчетов показала хорошее (погрешность $< 5\%$ по траектории и $< 10\%$ по количеству циклов) совпадение с экспериментальными данными;
- Показано, что выбор критерия роста оказывает значительное влияние на начальный угол отклонения трещины, но практически не влияет на траекторию в целом;
- Для рассмотренного класса задач выбор критерия расчета траектории распространения трещины оказал на результаты меньшее влияние, чем иные параметры модели (величина инкремента и характерный размер КЭ).

Спасибо за внимание!

Пример конечно-элементной сетки для монотонного нагружения

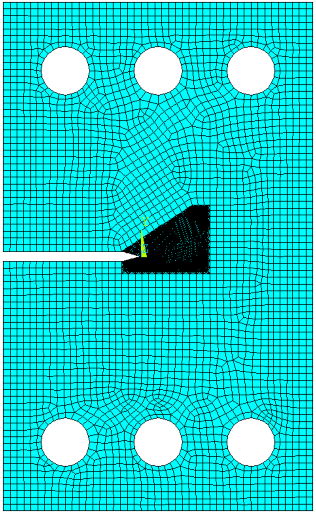


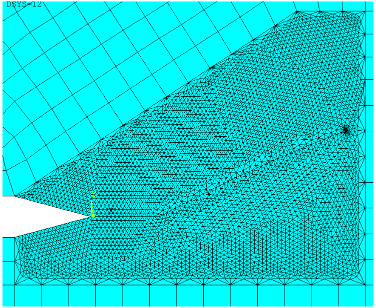


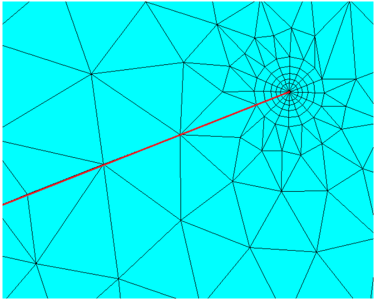


Размер КЭ в области распространения трещины – 0.25 мм.
Размер КЭ во внешней области 0.5 мм.
Общее количество элементов ≈ 5500.
Тип элемента PLANE183, двумерный квадратичный конечный элемент.

Пример конечно-элементной сетки для усталостного разрушения







Размер КЭ в области распространения трещины – 0.3 мм.
Размер КЭ во внешней области 2 мм.
Общее количество элементов ≈ 12000.
Тип элемента PLANE183, двумерный квадратичный конечный элемент.