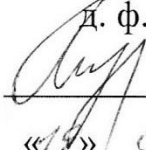




Министерство образования и науки Российской Федерации  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
Физико-технический факультет  
Кафедра прикладной газовой динамики и горения


ДОПУСТИТЬ К ЗАЩИТЕ В ГАК

Зав. каф. прикладной  
газовой динамики и горения,

д. ф.-м. н., профессор  
  
Г.Р. Шрагер  
«19» сентября 2011г.

Кривчиков Аркадий Валерьевич  
РАСЧЕТ ТЕЧЕНИЯ ПРОДУКТОВ СГОРАНИЯ В  
ГАЗОДИНАМИЧЕСКОМ ТРАКТЕ ВЫСОТНОГО СТЕНДА  
(выпускная работа на степень бакалавра)  
140400 – Техническая физика

Научный руководитель

  
И.В. Еремин

Выполнил

студент 4 курса, 10701 группы

  
А.В. Кривчиков

Томск 2011

## Оглавление

---

Введение.....	3
1. Системы имитации высотных условий.....	4
2.1. Газодинамические функции.....	10
2.2. Квазиодномерное приближение.....	13
2. Метод расчета.....	15
3. Результаты расчетов.....	17
Заключение.....	25
Список использованной литературы.....	26

## Введение

---

Создание двигательных установок (ДУ) ракетно-космических комплексов (РКК) требует проведения как расчетно-проектных работ, так и большого объема испытаний двигателей, ДУ и их систем в стендовых и летных условиях. Поэтому успех создания ДУ во многом определяется надежностью и безопасностью эксплуатации испытательных и стартовых комплексов (ИК и СК). При наземных испытаниях применяют сложное оборудование для имитации полетных условий эксплуатации. Одним из видов такого оборудования являются высотные газодинамические стенды, позволяющие проводить испытания работы ракетных двигателей в расчетном режиме.

При проектировании высотных стендов необходимо разрабатывать, в том числе, системы управления стендов.

Целью настоящей работы является разработка математической модели и модели расчета для определения газодинамических параметров в ходе работы высотного стенда.

## 1. Системы имитации высотных условий

---

Системы имитации высотных условий можно разделить на две группы:

- система с барокамерой и откачивающими средствами, содержащая выхлопные диффузоры и эжекторные установки, которая позволяет получить разрежение на срезе сопла двигателя и вокруг двигателя на уровне 150...3000 Па;
- система с барокамерой и откачивающими средствами на основе конденсации выхлопных газов, где наряду с выхлопными диффузорами и эжекторными установками применяются устройства для охлаждения и конденсации газов водой и криогенными компонентами (жидкими азотом и водородом) на криопанелях, охлаждаемых до температур 77 К и 20 К.

К первой группе относятся системы имитации высотных условий на стенде при испытаниях ЖРД и РДТТ с использованием барокамеры, выхлопного диффузора (газодинамической трубы) и эжекторного устройства, которые могут применяться как по отдельности, так и совместно.

Ко второй группе систем имитации высотных (космических) условий (разрежение меньше 10-2 Па) можно отнести систему конденсационного типа, в которой могут применяться откачные и теплообменные устройства с уровнем охлаждения до 77 К (для вымораживания водяного пара и двуокиси углерода) и до 20 К (для вымораживания газов – азота и кислорода) с применением воды, жидких азота и водорода.

Основным элементом имитирующих систем является выхлопной диффузор. Выхлопной диффузор представляет собой обратное сопло Лавалья, в котором происходит восстановление давления посредством системы последовательных ударных волн и постепенного, но не обязательно плавного замедления скорости потока до звуковой. Изменение параметров потока в

тракте диффузора показано на рис.1, где цифрами обозначены характерные сечения.

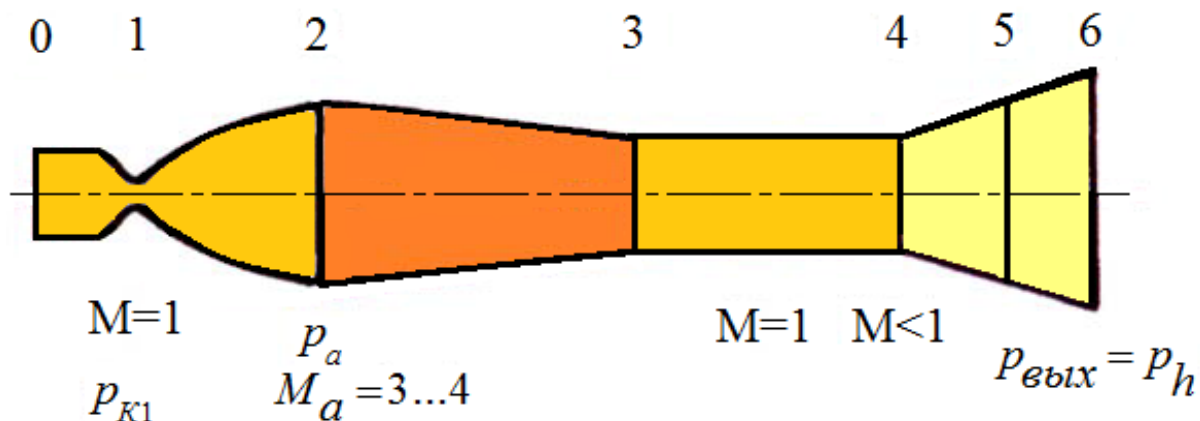


Рис. 1. Изменение параметров газа в выхлопном диффузоре

Простейшим выхлопным диффузором может быть прямая цилиндрическая труба, присоединенная либо к выходному сечению сопла двигателя, либо к камере. Зависимость геометрических характеристик диффузора типа цилиндрической трубы от параметров испытываемого двигателя, полученная экспериментально, представлена на рис. 2.

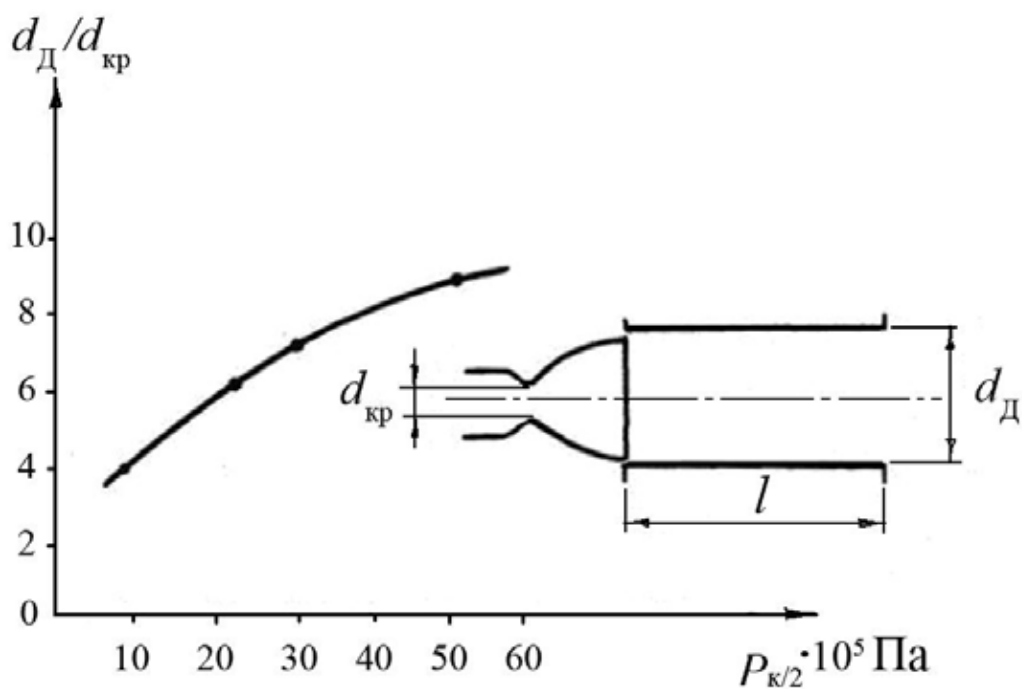


Рис. 2. Зависимость геометрических характеристик диффузора

В зависимости от диаметра критического сечения камеры  $d_{кр}$  выбирается диаметр диффузора  $d_d$ , а длина диффузора  $l$  на основании опыта выбирается из условия  $l/d_d = 6...10$ .

Несколько более эффективным является диффузор с переменной площадью поперечного сечения (рис. 3). Диффузор состоит из сужающегося входного участка 1, цилиндрической горловины 2 и расширяющегося выходного участка 3 (индекс "Г" соответствует параметрам горловины).

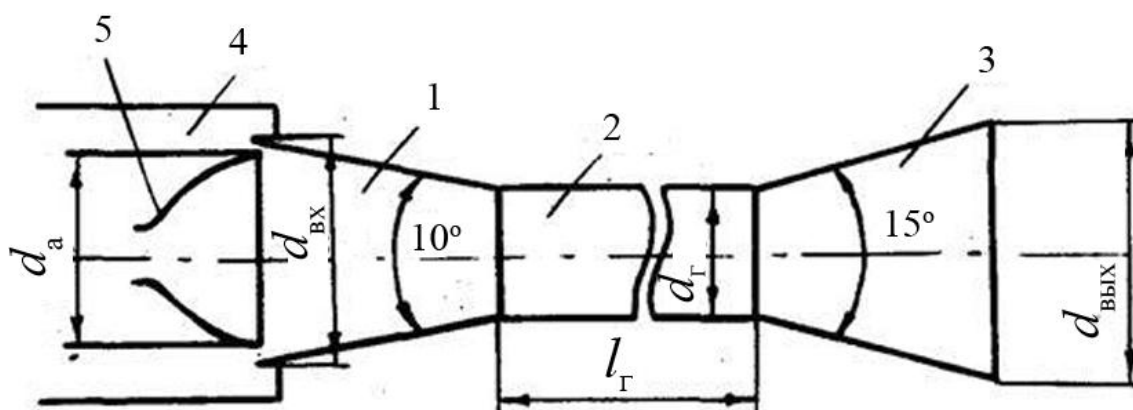


Рис. 3. Схема выхлопного диффузора с переменной площадью поперечного сечения: 1 – сужающийся входной участок; 2 – цилиндрическая горловина; 3 – расширяющийся выходной участок; 4 – барокамера; 5 – сопло двигателя

Для обеспечения измерения тяги двигателя с приемлемой точностью обычно сопло двигателя в сужающейся части входного участка диффузора устанавливается с небольшим кольцевым зазором (20-30 мм), через которое обеспечивается подсос воздуха в полость диффузора,  $d_{вх} = d_a + (40-60 \text{ мм})$ , см. рис. 3.

Диффузоры со второй горловиной (первой горловиной является критическое сечение сопла двигателя) могут иметь более низкое, чем у цилиндрических труб, рабочее полное давление на входе в диффузор, значение которого можно приблизительно определить, предположив, что прямой скачок уплотнения расположен в критическом сечении (горле) диффузора. При этом

полное давление перед скачком вычисляется по статическому давлению за ним, принимаемому равным атмосферному. Исходя из этого условия, определяется максимальная геометрическая степень сужения диффузора  $\frac{F_a}{F}$ . Анализ конструкции диффузора со второй горловиной показал, что его характеристики в значительной степени зависят от конструкции входной части и улучшаются, если  $\frac{l_2}{d_2} > 8$  (см. рис. 3). Полное давление на входе в диффузор, необходимое для его запуска ( $p_{кз}$ ), можно определить исходя из того, что при запуске прямой скачок уплотнения должен находиться во выходном сечении сопла. Расчетная схема диффузора представлена на рис. 1. В процессе запуска происходит непрерывное изменение расхода газа через камеру сгорания, и скорость газа в различных сечениях камеры и диффузора можно определить из уравнения расхода с использованием газодинамических функций

$$\dot{m}_2 = m_6 \frac{p_6^* q(\lambda_6) F_6}{\sqrt{T_6^*}} = m_i \frac{p_i^* q(\lambda_i) F_i}{\sqrt{T_i^*}}, \quad (1)$$

где  $p_i^*, T_i^*$  - давление и температура заторможенного потока в  $i$ -м сечении;  $F_i$  - площадь  $i$ -го поперечного сечения диффузора;  $\lambda = \frac{v}{a_{кр}}$  - приведенная скорость;  $v$  - скорость газа;  $a_{кр}$  - скорость газа в критическом сечении сверхзвукового сопла;  $q = q(\lambda)$  - газодинамическая функция, характеризующая безразмерную плотность тока;  $\dot{m}_2$  - расход газа.

Величина  $q(\lambda)$  и  $m$  определяются известными соотношениями газовой динамики:

$$q(\lambda) = \left(\frac{n+1}{2}\right)^{\frac{1}{n-1}} \cdot \lambda \left(1 - \frac{n-1}{n+1} \lambda^2\right)^{\frac{1}{n-1}};$$

$$m = \sqrt{n \left( \frac{2}{n+1} \right)^{\frac{n+1}{n-1}} \cdot \frac{g}{R}},$$

где  $n$  – показатель политропы;  $R$  – газовая постоянная;  $g$  – ускорение свободного падения.

Для идеального газа имеем  $p_6^\bullet = p_i$ ;  $T_6^* = T_i$ ;  $m_6 = m_i$ ; и уравнение (1) примет вид:

$$q(\lambda_6)F_6 = q(\lambda_i)F_i \quad (2)$$

Статическое давление в  $i$ -м сечении определится выражением:

$$p_i = p_6^* \cdot \pi(\lambda_i), \quad (3)$$

$$\text{где } \pi(\lambda) = \left( 1 - \frac{n-1}{n+1} \lambda_i^2 \right)^{\frac{n}{n-1}}.$$

Потери полного давления в тракте диффузора, включая сопло двигателя, определяются выражением:

$$\sigma = \frac{p_k}{p_0^*};$$

$$\sigma = \frac{p_h}{p_6} \frac{p_6^*}{p_0^*} \sigma_{\text{вых}} \cdot \sigma_{\text{ПС}}, \quad (4)$$

где  $\sigma_{\text{ПС}}$  - потери давления в прямом скачке уплотнения;  $p_h$  - давление окружающей среды;  $p_6^*$  - давление заторможенного потока в нулевом сечении (давление в камере).

В настоящее время распространен метод расчета, в котором все потери (давления и скорости) сосредоточены в одном прямом скачке уплотнения, движущемся по соплу от сечения 0-0 при увеличении давления в камере сгорания.

В прямом скачке уплотнения в произвольном  $i$ -м сечении

имеем  $\lambda_i \cdot \lambda_{11}^1 = 1$ . Тогда получим выражение:



$$\sigma_{ПС} = \frac{p_6^*}{p_0^*} = \frac{q(\lambda_1)}{q\left(\frac{1}{\lambda_1}\right)} = \frac{F_1}{F_i} \cdot \frac{1}{q\left(\frac{1}{\lambda_1}\right)} \quad (5)$$

Скорости потока от сечения 0 - 0 до прямого скачка уплотнения (до сечения  $i - i$ ) определяются уравнением:

$$q(\lambda) = \frac{F_1}{p_1} \quad (6)$$

Давление, соответствующее моменту запуска диффузора, определится из выражения (4):

$$(p_0^*)_{ЗАП} = \frac{p_h}{\sigma} \quad (7)$$

Чем больше поджатие диффузора, тем меньшее давление в камере требуется для запуска диффузора. Поэтому площадь горла  $F_r$  стремятся делать меньше, но есть предельная величина, исключающая запираение диффузора. Увеличение длины рабочей части и длины сходящейся части диффузора приводит к увеличению потерь и, как следствие, может привести к ухудшению запуска.

С учетом поджатия горла диффузора давление запуска будет меньше и определится выражением:

$$(p_0^*)_{ЗАП} = \frac{p_h}{\sigma_{ЗАП} \cdot \sigma_{ВЫХ}}, \quad (8)$$

где  $\sigma_{ЗАП} = \sigma_{ПС} \cdot \sigma$ ;  $\sigma$  - коэффициент, характеризующий потери давления при запуске с учетом поджатия горла диффузора, который определяется по эмпирической формуле:

$$\sigma = 0,51\phi + 0,31, \quad (9)$$

$$\text{где } \phi = \frac{F_a}{F_\Gamma}.$$

Рассмотрение зависимостей (4) - (8) показывает, что существенно улучшить характеристики запуска диффузора можно введением в сечение стыка “сопло двигателя – сужающийся входной участок диффузора” центрального тела (см. рис. 3), которое подвергается воздействию высокотемпературного потока газа и должно иметь надежную систему охлаждения центрального тела и узлов его крепления.

## 2.1. Газодинамические функции

---

Запишем уравнение Бернулли, пренебрегая изменением потенциальной энергии и технической работы, в следующем виде:

$$\frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{p_1}{\rho_1} \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right] + \frac{u_2^2 - u_1^2}{2} = 0.$$

Рассмотрим случай идеального торможения газовой струи, определим давление  $p_2 = p_0$ , которое получится, если скорость течения изоэнтропическим путем уменьшается от  $u_1 = u$  (при этом  $p_1 = p$ ,  $\rho_1 = \rho$ ) до  $u_2 = 0$ . Уравнение Бернулли в этом случае дает

$$\frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{p}{\rho} \left[ \left( \frac{p_0}{p} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right] = \frac{u^2}{2},$$

откуда

$$\frac{p_0}{p} = \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} \frac{u^2}{\gamma \frac{p}{\rho}} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}.$$

Используя выражение  $a = \sqrt{\gamma R T} = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}} = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}}$ , связывающие скорость звука с параметрами состояния газа, получим формулу для вычисления давления в идеально заторможенной газовой струе, в функции давления  $p$  и числом Маха перед торможением:

$$p = \frac{p_0}{\left( 1 + \frac{\gamma - 1}{k} M^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}}. \quad (10)$$

Пользуясь соотношениями для идеальной адиабаты, получим формулу для вычисления температуры и плотности:

$$T = \frac{T_0}{1 + \frac{\gamma - 1}{\gamma} M^2}, \quad (11)$$

где  $T$  – температура, К,

$$\rho = \frac{\rho_0}{\left( 1 + \frac{\gamma - 1}{\gamma} M^2 \right)^{\frac{1}{\gamma - 1}}}. \quad (12)$$

Рассмотрим зависимость скорости от площади поперечного сечения сопла. Для этого, пользуясь уравнением неразрывности, свяжем произвольное сечение сверхзвукового сопла с его минимальным сечением:

$$\rho U F = \rho_* U_* F_*,$$

отсюда

$$\frac{F}{F_*} = \frac{\rho_* u_*}{\rho u}.$$

Т.к.  $u = aM$  и  $M_* = 1$ , поэтому

$$\frac{F}{F_*} = \frac{\rho_* a_*}{\rho a M}.$$

Как известно,

$$\frac{a_*}{a} = \left( \frac{T_*}{T} \right)^{\frac{1}{2}},$$

и при идеальном процессе

$$\frac{\rho_*}{\rho} = \left( \frac{T_*}{T} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}}.$$

Через подстановку получим,

$$\frac{F}{F_*} = \left( \frac{T_*}{T} \right)^{\frac{\gamma+1}{2} \gamma-1} \frac{1}{M}.$$

На основании равенств

$$T = \frac{T_0}{1 + \frac{\gamma-1}{\gamma} M^2},$$

$$T_* = \frac{2T_0}{\gamma+1},$$

имеем

$$\frac{T_*}{T} = \frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2}}.$$

Отсюда следует

$$\frac{F}{F_*} = \frac{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}}{M \left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}},$$

или

$$\frac{F}{F_*} = \frac{\left[\frac{2}{\gamma+1} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)\right]^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}}{M}. \quad (13)$$

Уравнения (10), (11), (12) являются газодинамическими функциями для адиабатического изоэнтропического потока, позволяющие рассчитать параметры потока в одномерном приближении, если известно число Маха. Число Маха в свою очередь, определяется из решения уравнения (13), при известном отношении площади текущего сечения сопла к площади минимального сечения.

## 2.2. Квазиодномерное приближение

Для описания стационарного несжимаемого невязкого газа в квазиодномерном приближении необходимо записать законы сохранения массы, количества движения и энергии. Запишем их в следующем виде:

$$\begin{aligned} d[\rho u F] &= 0, \\ d\left[F \rho u^2 + p\right] &= p \frac{dF}{dx}, \\ d\left[\rho u F \left(\frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2}\right)\right] &= 0. \end{aligned} \quad (14)$$

Для дальнейшего использования перепишем систему уравнений (14) в векторном виде:

$$\frac{dA}{dx} = B, \quad (15)$$

где

$$A = \begin{pmatrix} \rho u F \\ F \rho u^2 + p \\ \rho u F \left( \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2} \right) \end{pmatrix}, \quad (16)$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 \\ p \frac{dF}{dx} \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (17)$$

Для замыкания системы (14) используем уравнение состояния идеального газа

$$p = \rho R T. \quad (18)$$

В качестве начальных условий задается сверхзвуковое течение в сверхзвуковой части сопла Лавалю, путем задания числа Маха

$$M = M_1 = 1.07.$$

## 2. Метод расчета

---

Решение обыкновенного дифференциального уравнения (15) реализуется модифицированным методом Эйлера с пересчетом, в следующем виде:

Предиктор:

$$\bar{A}_{i+1} = A_i + hB_i,$$

Корректор:

$$A_{i+1} = A_i + \frac{h}{2} B_i + \bar{B}_{i+1} .$$

где

$$h = x_n - x_0 / n ,$$

$x_n$  – координата среза сопла,  $x_0$  – координата минимального сечения сопла,  $n$  – число разбиений.

Для определения газодинамических параметров  $u$ ,  $p$ ,  $\rho$  и  $T$ , перепишем систему уравнений (16) в следующем виде

$$\begin{cases} A^{(1)} = \rho u F \\ A^{(2)} = A^{(1)} u^2 + F p \\ A^{(3)} = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{A^{(1)} p}{\rho} + A^{(1)} \frac{u^2}{2} \end{cases} .$$

Выразим давление и плотность, подставим в третье уравнение в первый член значение вектора  $A^{(1)}$ , получим:

$$\begin{cases} \rho = \frac{A^{(1)}}{uF} \\ p = \frac{A^{(2)} - A^{(1)}u}{F} \\ A^{(3)} = \frac{\gamma}{\gamma - 1} uFp + A^{(1)} \frac{u^2}{2} \end{cases} .$$

Подставим в третье уравнение в первый член второе уравнение, получим следующее квадратное уравнение:

$$-\frac{1 + \gamma}{2(\gamma - 1)} A^{(1)} u^2 + \frac{\gamma}{\gamma - 1} u A^{(2)} - A^{(3)} = 0. \quad (19)$$

Решая квадратное уравнение (19), получим дискриминант

$$D = \gamma^2 A^{(2)2} - 2A^{(1)} A^{(3)} \gamma^2 - 1 .$$

Тогда решением квадратного уравнения (19) будет являться следующее выражение

$$u = \frac{\gamma A^{(2)} + \sqrt{D}}{1 + \gamma A^{(1)}} .$$

Таким образом, найдя скорость, можно определить остальные параметры газа, которые будут определяться в следующем виде:

$$\rho = \frac{A^{(1)}}{uF},$$

$$p = \frac{A^{(2)} - A^{(1)}u}{F} .$$

Используя уравнение состояния газа, определим температуру

$$T = \frac{p}{\rho R} .$$



### 3. Результаты расчетов

Для расчета сверхзвукового стационарного течения продуктов сгорания твердого топлива в сопле Лавалья реализовано приложение на языке программирования C# с использованием платформы .Net. Общий вид приложения приведен на Рис. 4. В программе предусмотрено задание геометрии сопла, диффузора и газодинамических параметров расчета. В программу включена библиотека графической визуализации результатов расчетов.

В данной программе можно производить расчеты как для косинусоконического сопла с диффузором по заданным параметрам, так и для любого другого контура из файла.

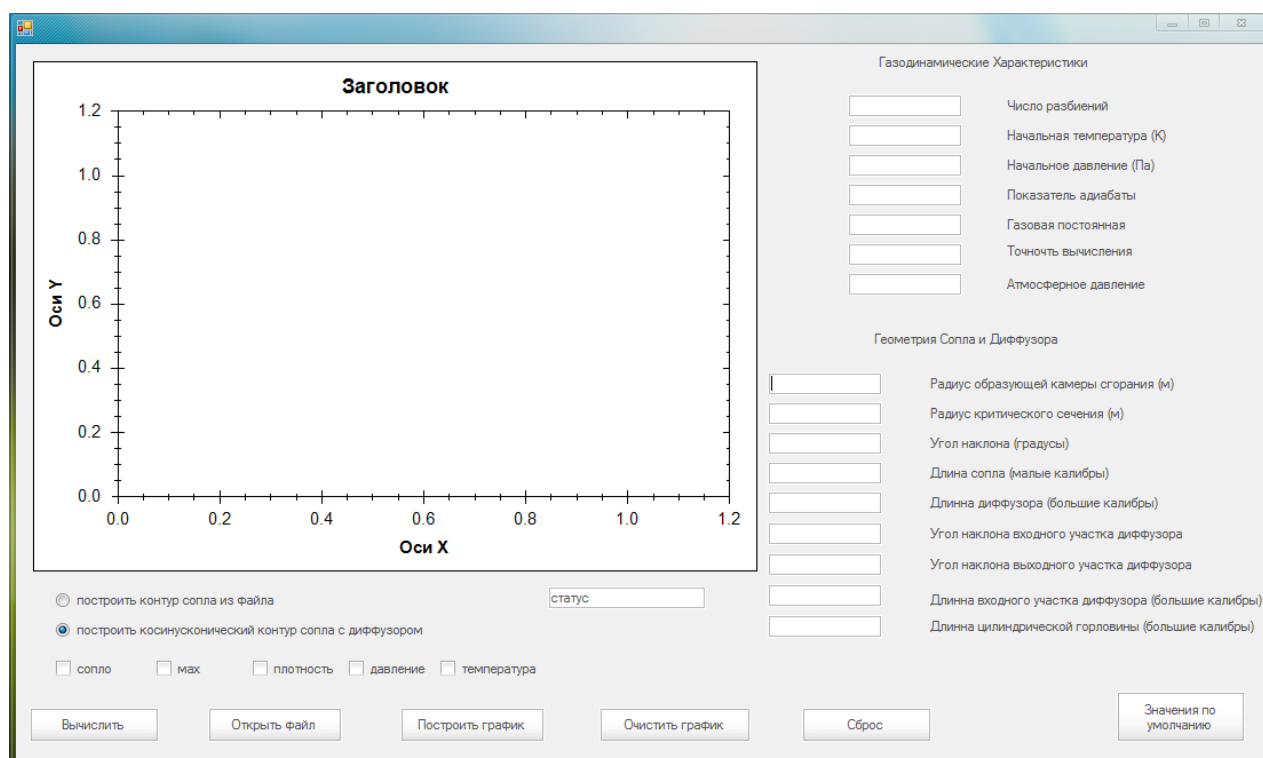


Рис. 4. Windows приложение

При проведении расчетов использовались следующие исходные данные:

$$P_a = 17225.25 \text{ Па} - \text{давление в камере сгорания};$$

$$T_0 = 400 \text{ К} - \text{температура в камере сгорания};$$

$$R = 287 \text{ Дж/кгК};$$

$$\gamma = 1.4;$$

$$\varepsilon = 0.00001 \text{ – точность вычисления};$$

$$M = 1.07 \text{ – граничное условие};$$

Геометрия контура газодинамического тракта определялась следующими параметрами:

1. Радиус образующей камеры сгорания равен 0.3 м;
2. Радиус критического сечения равен 0.1 м;
3. Угол наклона выходного участка сопла равен  $11^\circ$ ;
4. Длина сопла равна 10 малым калибрам;
5. Длина диффузора равна 10 большим калибрам;
6. Угол наклона входного участка диффузора равен  $-5^\circ$ ;
7. Угол наклона выходного участка диффузора равен  $5^\circ$ ;
8. Длина входного участка диффузора равна 3 большим калибрам;
9. Длина цилиндрической горловины равна 4 большим калибрам.

На рис. 5 представлена геометрия проточной части.

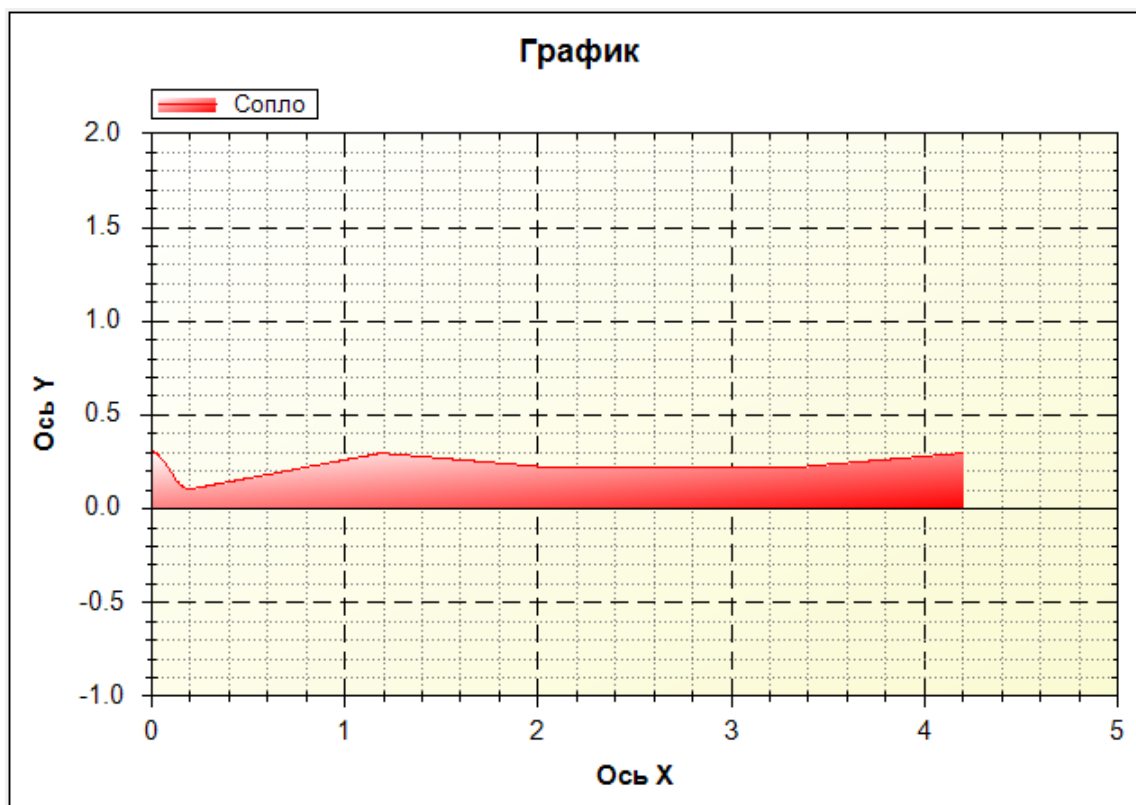


Рис. 5. Контур тракта

Для данного газодинамического тракта были проведены расчеты при степенях нерасчетности равных:  $n = 0,17; 0,25; 0,3; 0,5; 0,75$

Для степени нерасчетности  $n = 0,17$  (были получены следующие результаты:

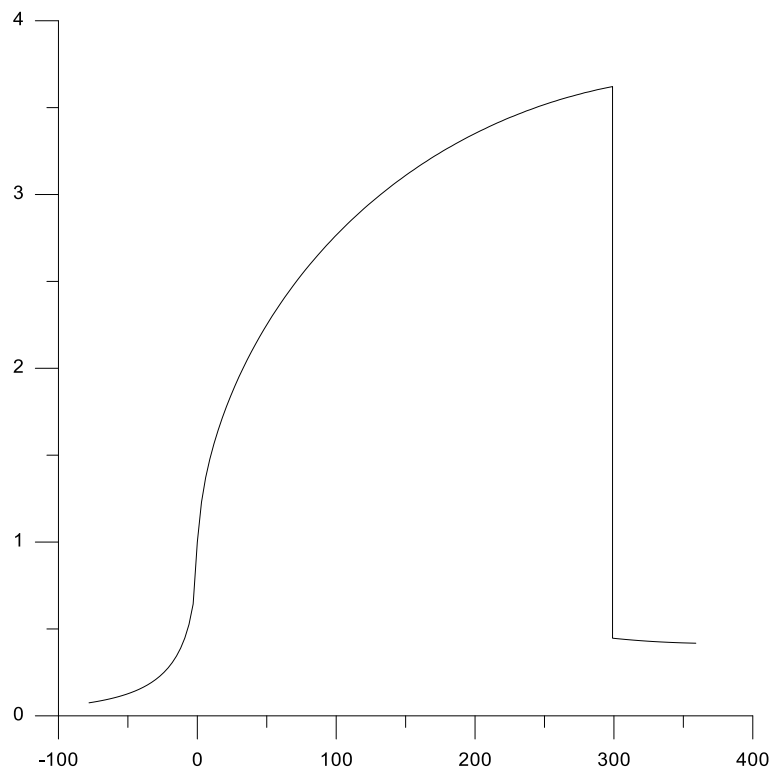


Рис. 6. Распределение числа маха при степени нерасчетности  $n = 0.17$

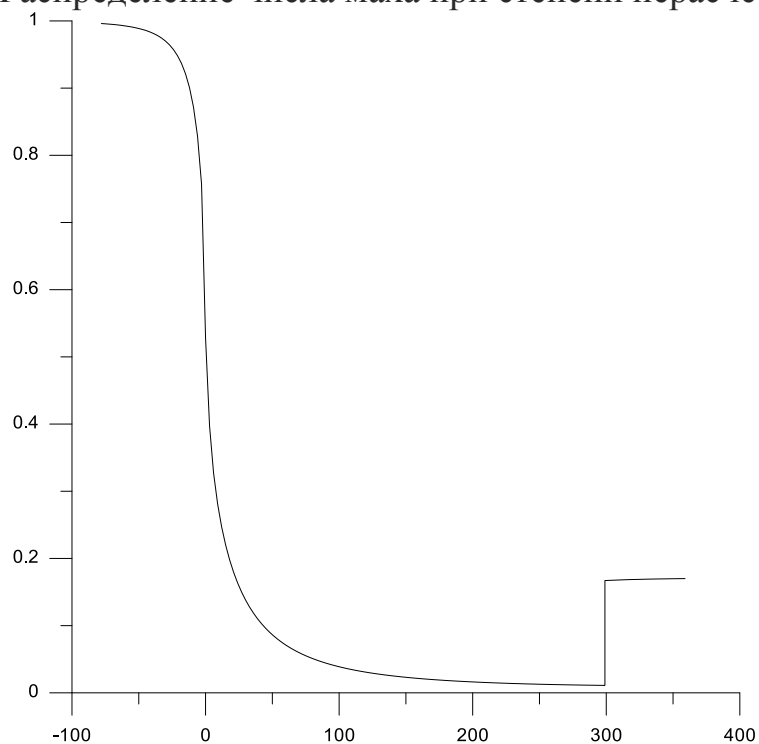


Рис.7. Распределение давления при степени нерасчетности  $n = 0.17$

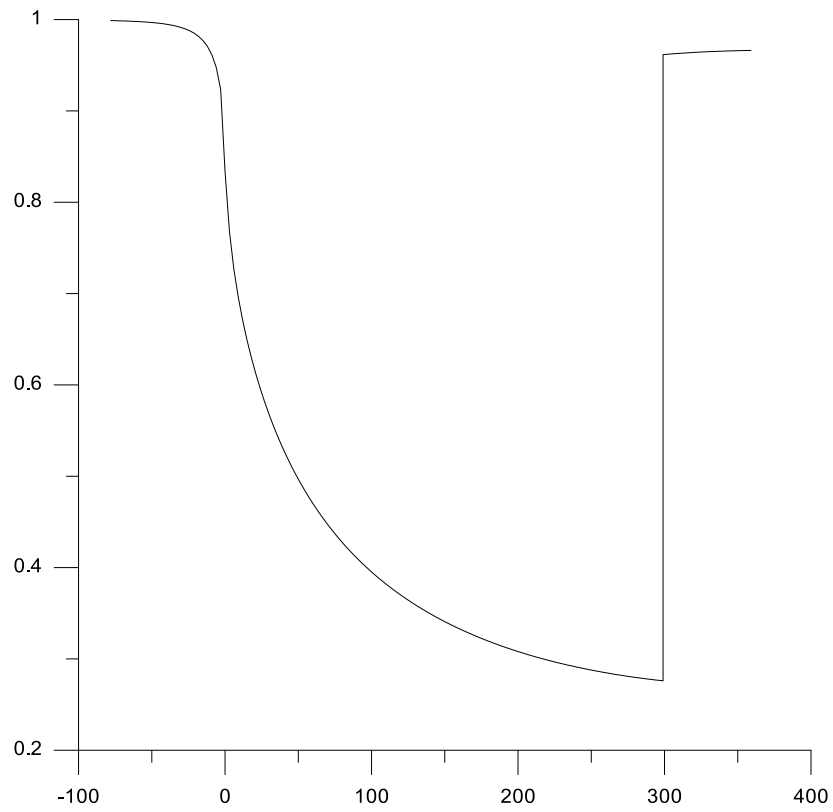


Рис. 8. Распределение Температуры при степени нерасчетности  $n = 0.17$

Для степени нерасчетности  $n = 0,25$  получены следующие результаты:

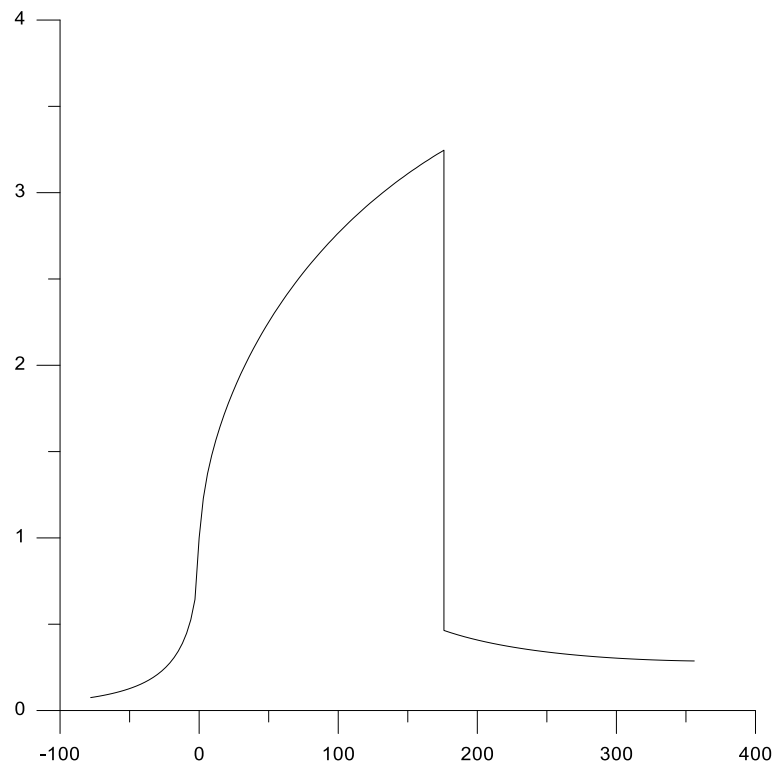


Рис. 10. Распределение числа маха при степени нерасчетности  $n = 0,25$

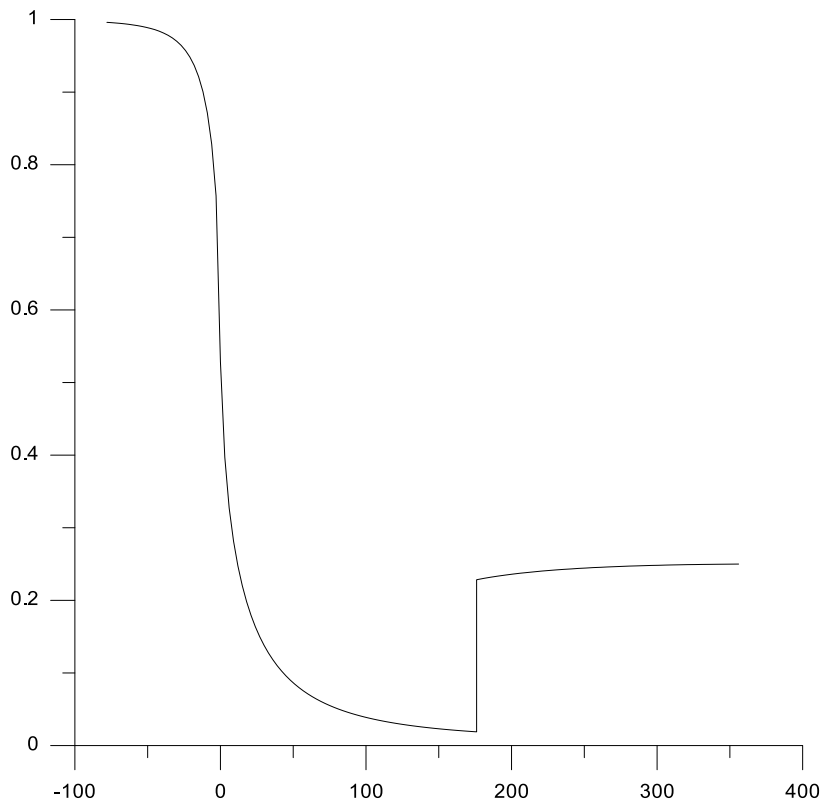


Рис. 11. Распределение давления при степени нерасчетности  $n = 0,25$

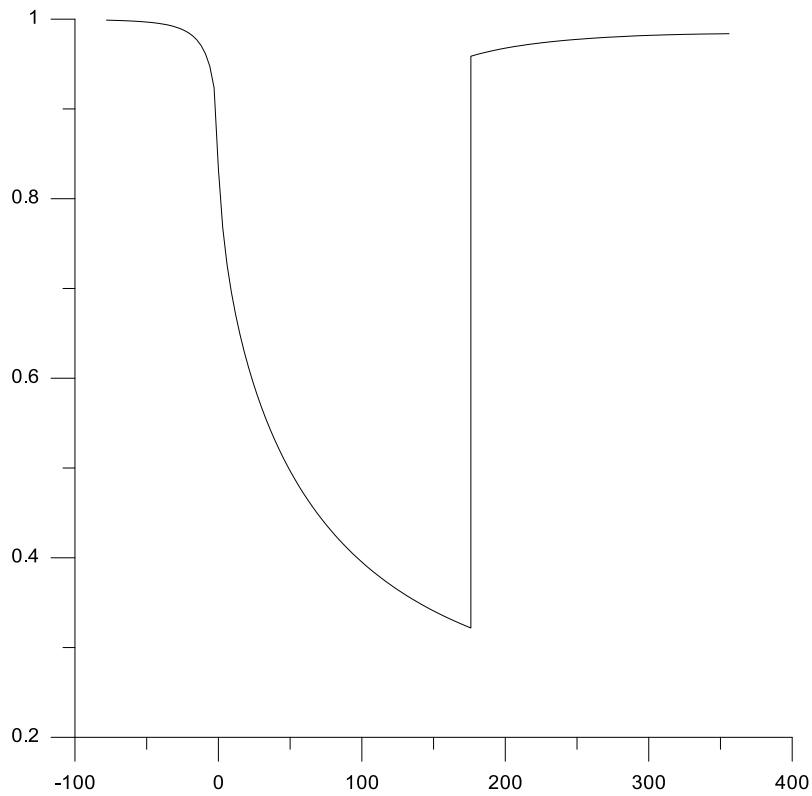


Рис. 12. Распределение температуры при степени нерасчетности  $n = 0,25$

Для степени нерасчетности  $n = 0,3$  получены следующие результаты:

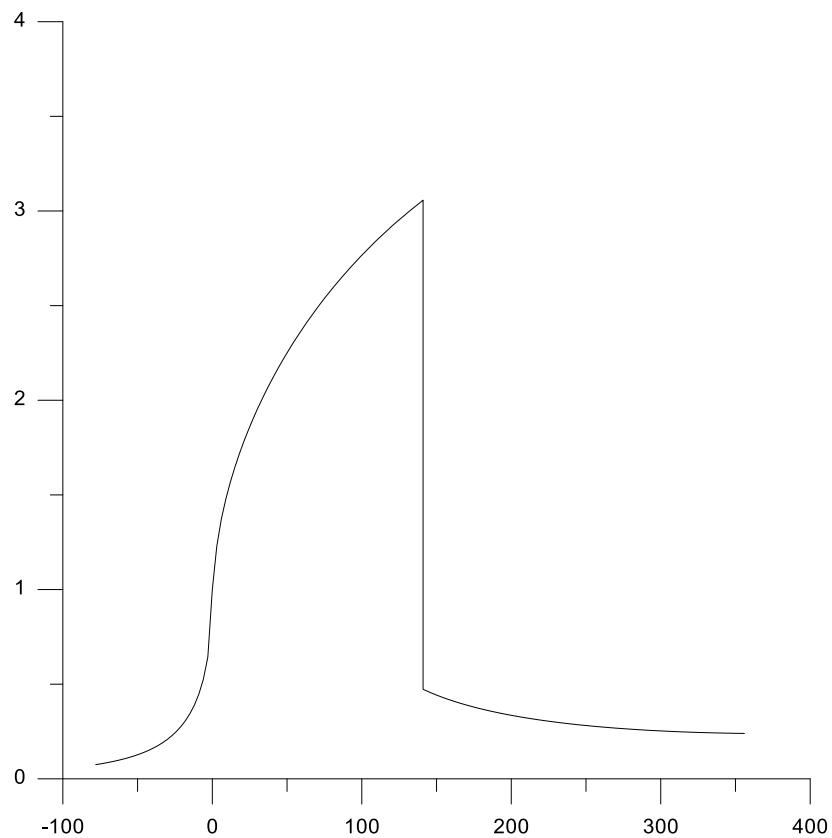


Рис. 13. Распределение числа маха при степени нерасчетности  $n = 0,3$ .

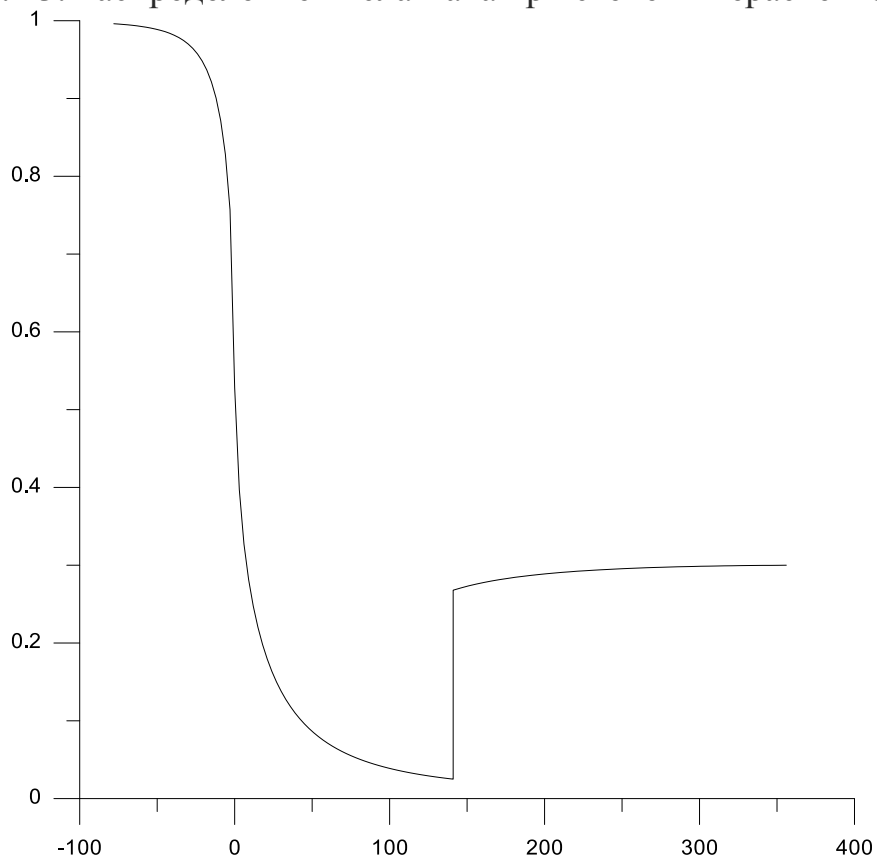


Рис. 14. Распределение давления при степени нерасчетности  $n = 0,3$ .

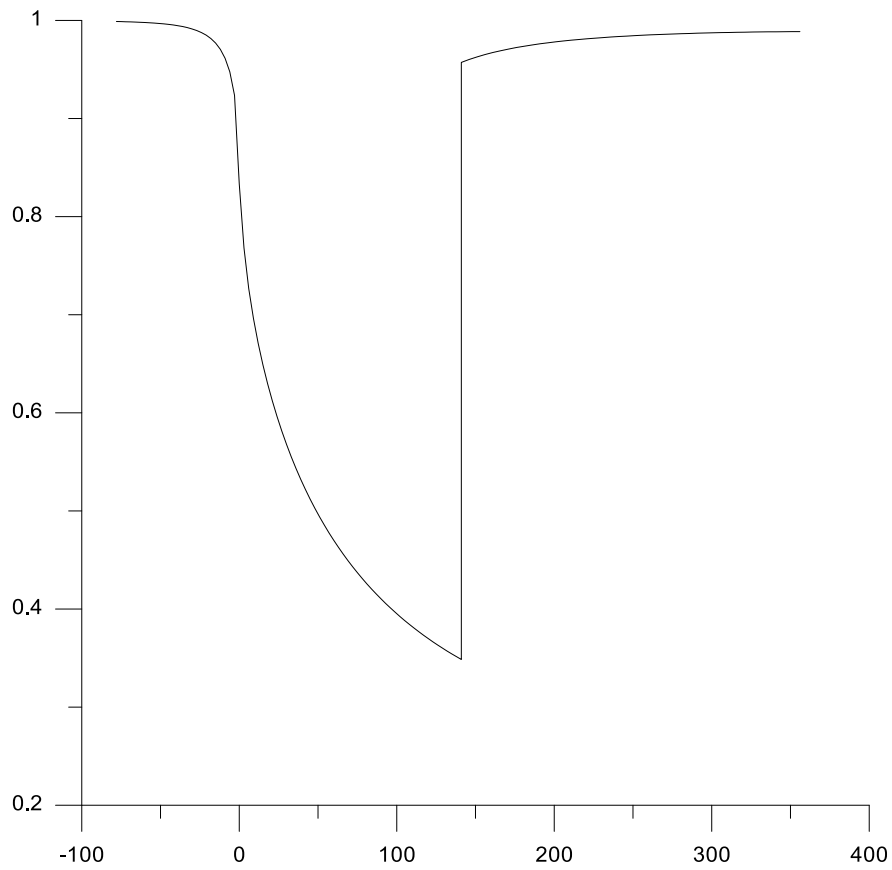


Рис. 15. Распределение температуры при степени нерасчетности  $n = 0,3$ .

Для степени нерасчетности  $n = 0,5$  получены следующие результаты:

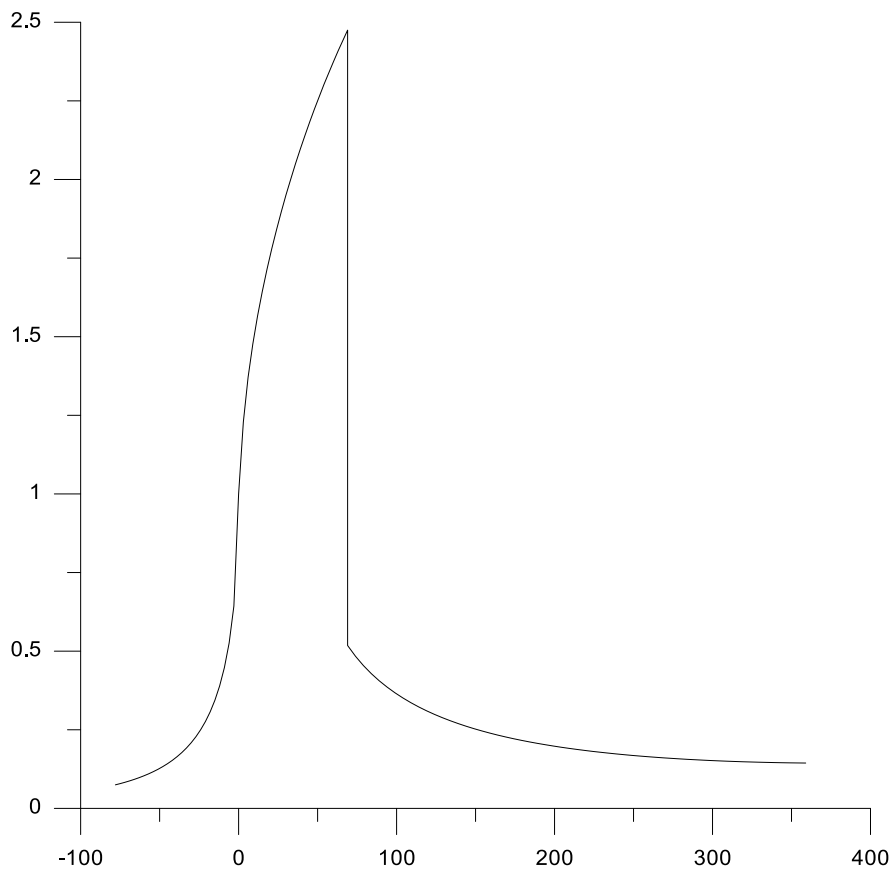


Рис. 16. Распределение числа маха при степени нерасчетности  $n = 0,5$ .

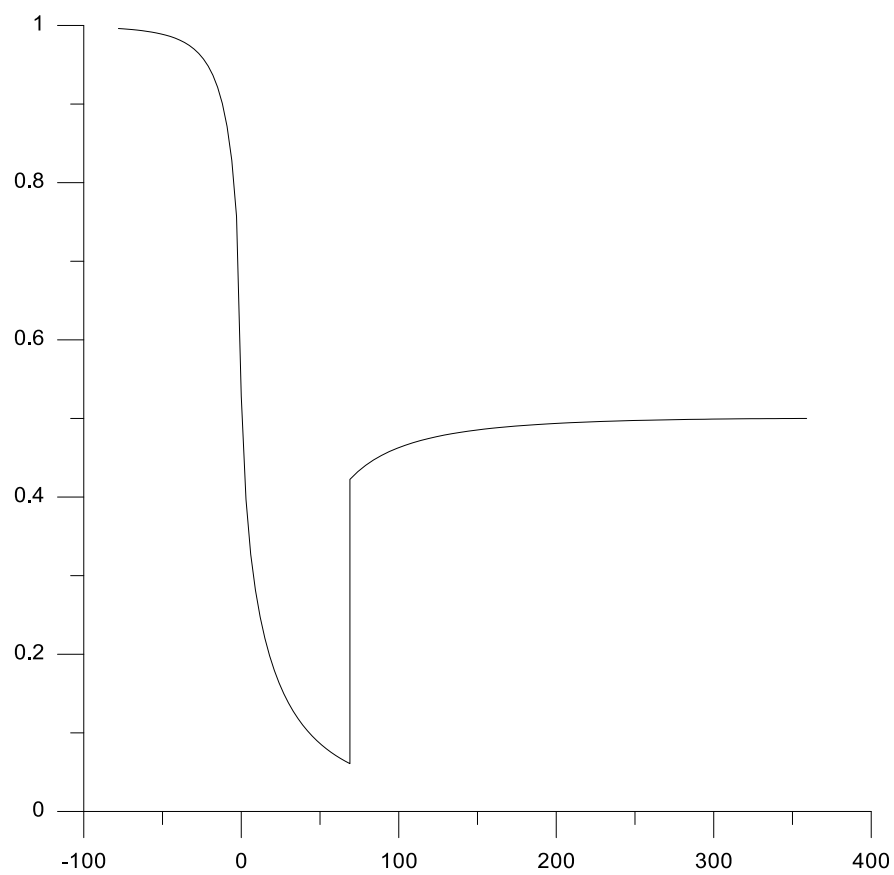


Рис. 17. Распределение давления при степени нерасчетности  $n = 0,5$ .

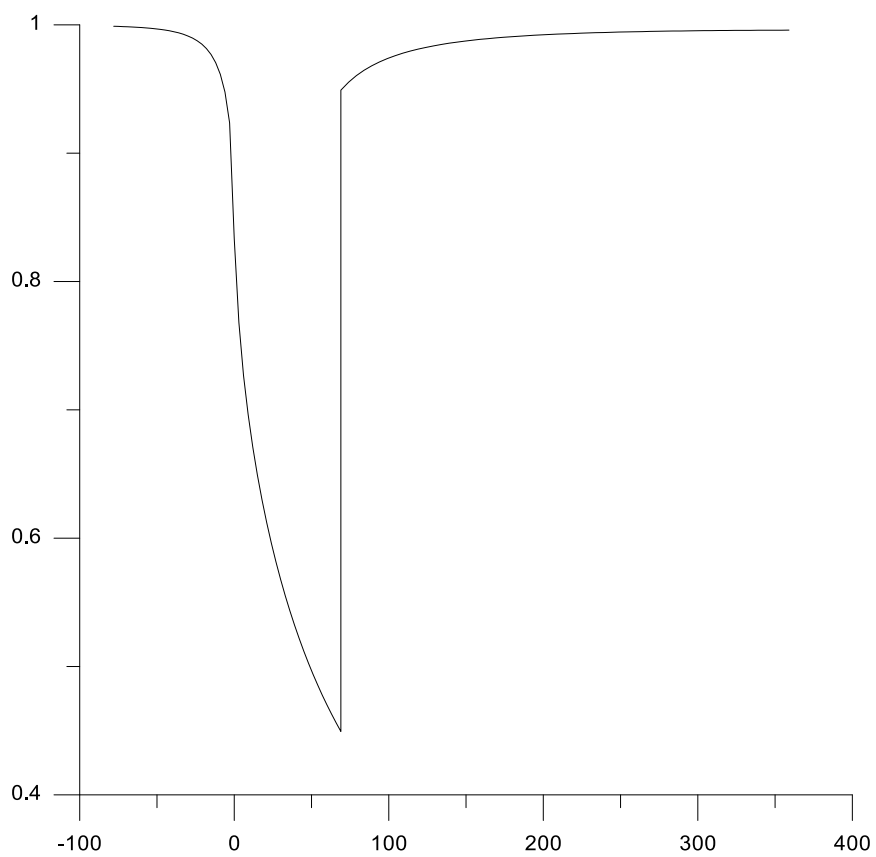


Рис. 18. Распределение температуры при степени нерасчетности  $n = 0,5$ .



## Заключение

---

В ходе выполнения дипломной работы были изучены конструкции высотных стендов, сформулирована математическая модель для определения параметров течения в газодинамическом тракте высотного стенда. Была разработана вычислительная программа с графическим интерфейсом, позволяющая проводить расчет изменения газодинамических параметров в ходе газодинамического тракта и получать визуализированный результат.

Получена исходная информация в виде распределения газодинамических параметров вдоль газодинамического тракта сопла и диффузора высотного стенда для последующего моделирования системы управления высотного стенда.

## Список использованной литературы

---

1. Абрамович Г. Н. Прикладная газовая динамика. В 2 ч. Ч. 1: Учеб. руководство: Для вузов. – 5-е. изд., перераб. и доп. – М.: Наука. Гл. ред. физ-мат. лит., 1991. – 600 с.
2. Газовая динамика двухфазных течений в соплах / И.М. Васенин, В.А. Архипов, В.Г. Бутов, А.А. Глазунов, В.Ф. Трофимов. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1986. – 264 с.
3. Теория ракетных двигателей: Учебник для студентов высших технических учебных заведений/ В. Е. Алемасов, А. Ф. Дрегалин, А. П. Тишин; Под ред. В. П. Глушко. – М.: Машиностроение, 1989. – 464 с.
4. Пирумов У. Г., Росляков Г. С. Газовая динамика сопел. – М.: Наука. Гл. ред. физ-мат. лит., 1990. – 368 с.
5. Миньков С. Л., Миньков Л. Л. Основы численных методов: Учебное пособие.–Томск: Изд-во НТЛ, 2006. – 260с.
6. Галеев А.Г.. Основы устройства испытательных стендов для отработки жидкостных ракетных двигателей и двигательных установок: Учебное пособие. – М.: Изд-во ФКП “НИЦ РКП”., 2010. – 180 с.