Санкт-Петербургский государственный политехнический университет

Институт Прикладной Математики и Механики

**Кафедра «Теоретической механики»**

**ОТЧЕТ**

о выполнении лабораторной работы по вычислительной механике

**«Использование разностной схемы для решения уравнения теплопроводности.»**

Выполнил

студент гр.33604/1 Филимонов А.С

Руководитель

Ассистент Ле-Захаров С.А.

Санкт-Петербург

2015

**СОДЕРЖАНИЕ**

1. Постановка задачи………................................................................................ 3

2. Выполнение расчетов в MATLAB ................................................................. 4

3. Результаты......................................................................................................... 5

4. Выводы.............................................................................................................. 6

**Постановка задачи**

Дан однородный металлический стержень. Необходимо решить уравнение теплопроводности, используя разностную схему (рис.1).

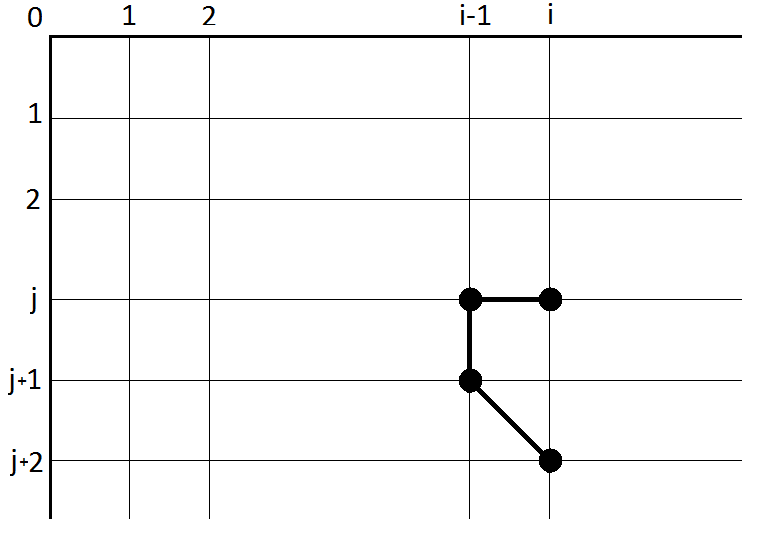


Рис.1. Разностная схема.

Исходные данные:

= 1 м – длина стержня



= 1 м/c2 – коэффициент температуропроводности м/c2



Уравнение теплопроводности:



Начальные условия:

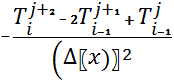
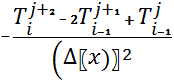


Граничные условия для данной задачи будут иметь вид:



Уравнение теплопроводности принимает вид:

*+* (1)



– шаг интегрирования по расстоянию;



– шаг интегрирования по времени;



– температура в j-ой точке в момент времени i.



**Выполнение расчетов в MATLAB**

Выразим из уравнения теплопроводности (1):



=



А также из того же уравнения теплопроводности(1):



=



Используя пакет прикладных программ MatLab реализуем разностную схему:

function scheme();

format short ; format compact

n = 4; %ввод количества рассматриваемых точек(четное)

dt = 0.0001; %ввод шага интегрирования по времени

t = 0.01; %ввод количества шагов по времени

kappa = 1; %ввод постоянной

mid = round(n/2);

dx = 1/(n-1);

T=zeros(n,round(t/dt));

T0 = 1;

T1 = 0;

for j=1:mid

T(j,1)=T0;

end;

for j=(mid+1):n

T(j,1) = T1;

end;

for i=2:(t/dt)

T(1,i) = T0;

T(n,i) = T1;

for j=1:+2:n-3

T(j+2,i)=2\*T(j+1,i-1)-T(j,i-1)+(dx)\*(dx)\*(1/kappa)\*(1/dt)\*(T(j,i)-T(j,i-1));

end;

for j=n-2:-2:1

T(j,i)=(1/dx)\*(1/dx)\*(kappa)\*(dt)\*(T(j+2,i)-2\*T(j+1,i-1)+T(j,i-1))+T(j,i-1);

end;

end;

T(:,round(t/dt)

На выходе из данной программы получаем распределение температуры между ее граничными значениями.

**Результаты**

В случае, когда схема расходится.



Произведем расчет разностной схемы, с сеткой, состоящей из 4 точек, шагом интегрирования по времени 0.01( и количеством шагов по времени равным 400(10 секунд) (Рис. 2)

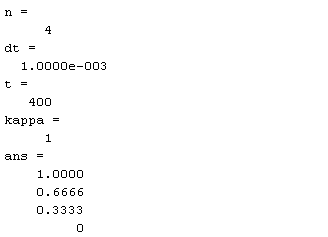


Рис. 2 Результат расчёта задачи с использованием разностной схемы.

В итоге мы получили равномерное распределение температуры от 1 до 0.

Исследуем, как быстро при использовании данной схемы, можно прийти к равномерному распределению температуры в описанных выше условиях.

Таблица 1. Зависимость распределения температуры от количества шагов интегрирования.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| № шага интегрирования | 1-ая точка сетки  (0 м) | 2-ая точка сетки  (0.33 м) | 3-ья точка сетки  (0.66 м.) | 4-ая точка сетки  (1 м.) |
| 5 | 1 | 0.9817 | 0.9815 | 0 |
| 20 | 1 | 0.8723 | 0.7564 | 0 |
| 50 | 1 | 0.7543 | 0.5136 | 0 |
| 100 | 1 | 0.6884 | 0.3768 | 0 |
| 400 | 1 | 0.6666 | 0.3333 | 0 |

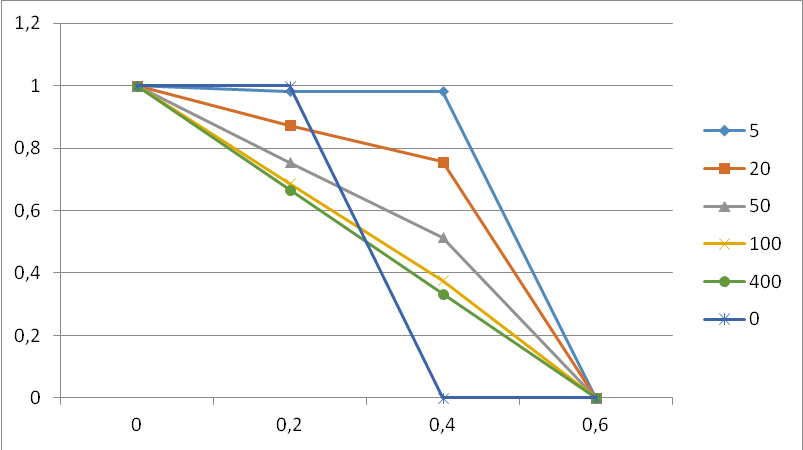


Рис. 3. График зависимости распределения температуры на разных шагах интегрирования.

**Выводы**

Заданная разностная схема с учетом начальных и граничных условий была успешно реализована на языке программирования MATLAB. В процессе работы над этой задачей, мы пришли к выводу, что схема расходится в случае и сходится в случае .



Для второго случая получили график зависимости распределения температуры на разных шагах интегрирования. (Рис.3). Здесь мы можем увидеть, что распространение тепла по стержню происходит в холодную область, а затем охлаждение теплой области вплоть до установления линейной зависимости температуры от координаты.