

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования

«Санкт-Петербургский государственный политехнический университет»

Институт прикладной математики и механики

Кафедра теоретической механики

Работа допущена к защите

Зав. кафедрой, д.ф.-м.н., проф.

_____ А. М. Кривцов

"__" _____

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание академической степени

МАГИСТРА

Тема: Разработка системы ориентации и стабилизации малых космических аппаратов

Направление: 01.04.03 – Механика и математическое моделирование

Выполнил студент гр. 63604/1 Буй Ван Шань

Руководитель: А.С. Мурачёв.

Санкт-Петербург

2016

Содержание работы:

Введение.....	3
1. Магнитное управление, принцип работы и особенности.....	4
2. Разработка имитатора геомагнитного поля	12
3. Расчет параметров магнитных исполнительных органов	21
4. Управление движением макета спутника	26
5. Заключение	37
Приложение. Инструкция по технике безопасности	Error! Bookmark not defined.
Литература	39

Введение

В последнее десятилетие отмечается значительный рост числа запусков космических аппаратов, масса которых не превышает 10 кг. Традиционно такие спутники используются для обучения и отработки новых технологий, однако сфера их применения постоянно расширяется. Важную роль в этом направлении играет стандарт «CubeSat», в соответствии с которым выполнено большинство подобных спутников. Появление стандарта «CubeSat» связано с необходимостью решения одной из важнейших проблем подготовки специалистов в космической отрасли - проблемы проведения практических занятий. С одной стороны, практические работы по созданию и эксплуатации реальных, пусть даже простейших, спутников могли бы существенно повысить уровень подготовки будущих специалистов. С другой стороны, такие работы требуют значительного времени и попросту не вписываются в учебные планы, а необходимые для этого финансовые средства слишком велики даже для бюджетов крупнейших учебных центров.

Стандарт накладывает ограничения на размеры и массу спутника: его корпус должен представлять собой алюминиевый куб объемом $10 \times 10 \times 10 \text{ см}^3$, общая масса которого не должна превышать 1 кг. Характеристики всех остальных систем и устройств разработчики выбирают по своему усмотрению. Кроме этого, данный стандарт также позволяет создать так называемые двойные (объемом $10 \times 10 \times 20 \text{ см}^3$ и массой 2.66 кг - 2U) и тройные ($10 \times 10 \times 30 \text{ см}^3$, 4 кг - 3U) спутники.

Одной из самых важных задач при разработке космических аппаратов является создание системы управления угловым движением. Работоспособность космических аппаратов существенным образом зависит от функциональных возможностей, а также технических и эксплуатационных характеристик этих систем. Системы управления движением спутников можно разделить на активные и пассивные. Под активными подразумеваются системы, в процессе работы которых расходуется масса рабочего тела. Вследствие этого, время эксплуатации активных систем, а также самих космических аппаратов ограничено. Наоборот, под пассивными системами подразумеваются системы, которые не расходуют в процессе работы рабочее тело. Для создания управляющих моментов, пассивные системы используют внешние по отношению к космическим аппаратам факторы, а именно: гравитационные и магнитные поля, давления солнечного излучения, аэродинамические силы и др. Иногда пассивными называют системы, которые не используют электроэнергию.

Особое место среди перечисленных систем занимают магнитные системы управления. Такие системы используют для получения управляющих моментов электромагнитные исполнительные органы, взаимодействующие с внешним магнитным полем. С помощью магнитных систем сравнительно легко выполняются все функции управления, такие как: гашение начальных угловых скоростей объекта, приобретенных им в результате отделения от ракеты носителя; разгрузка маховичных систем ориентации и регулирование их кинетического момента; пространственные развороты, т.е. перевод объекта из одного ориентированного положения в другое; стабилизация, т.е. поддержание заданного положения и т.д.

В магнитных системах управления в отличие от всех других систем легко изменять управляющие моменты и, следовательно, реализовывать самые разнообразные законы управления, что позволяет обеспечить точную ориентацию. Кроме этого, масса магнитных систем не зависит от продолжительности работы системы, в то время как энергопотребление системы незначительно. В магнитных системах также отсутствуют движущиеся элементы, в конструктивном отношении они просты и имеют высокую надежность. Все это позволяет космическим аппаратам долгосрочно выполнять свои функции.

Основной целью работы является создание и разработка алгоритма управления магнитной системой ориентации и стабилизации небольших космических аппаратов. В качестве тела, над которым проводились эксперименты, был выбран макет спутника стандарта «CubeSat 1U». Исполнительными органами данной системы были выбраны токовые катушки, так как их использование представляет собой наиболее простой способ управления спутником, а процесс их создания и управления наиболее прост в реализации.

В процессе создания системы управления необходимо было определить геометрические и электромагнитные параметры для токовых катушек. Также необходимо было спроектировать имитатор геомагнитного поля, который позволял создать магнитное поле заданной величины и направления.

1. Магнитное управление, принцип работы и особенности

1.1. Магнитное поле Земли

В учении о земном магнетизме поле обычно рассматривают в прямоугольной системе координат $Ox_r-y_r-z_r$, которую мы назовем географической. Ось Ox_r ориентирована вдоль географического меридиана по направлению к северу, ось Oy_r – вдоль параллели по

направлению к востоку, а третья ось Oz_T занимает вертикальное положение и направлена к центру Земли.

Составляющие X , Y и Z полного вектора напряженности \mathbf{T} магнитного поля Земли (МПЗ) по осям Ox_T , Oy_T и Oz_T носят названия северной, восточной и вертикальной составляющих соответственно. Проекция вектора \mathbf{T} в горизонтальной плоскости называется горизонтальной составляющей и обозначается буквой \mathbf{H} . Вертикальная плоскость z_TON , в которой лежит вектор \mathbf{H} , называется плоскостью магнитного меридиана, а угол между магнитным меридианом (направлением \mathbf{H}) и плоскостью $x_T Oz_T$ – магнитным склонением, которое обозначается буквой D . Наконец, угол между векторами \mathbf{H} и \mathbf{T} носит название магнитного наклона J . Склонению D приписывается положительный знак, если вектор \mathbf{H} отклонен от оси Ox_T к востоку, а наклонение считается положительным когда вектор \mathbf{T} направлен вниз от поверхности Земли, что имеет место в северном полушарии. Составляющие X , Y , Z , H , склонение D и наклонение J носят названия элементов земного магнетизма.

Многочисленные измерения МПЗ как на поверхности земного шара, так и в околоземном пространстве показывают, что это поле в первом приближении близко к полю однородного намагниченного шара или к полю диполя, помещенного в центр Земли.

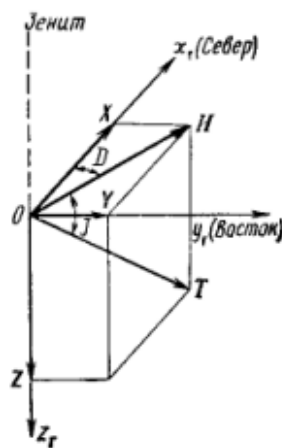
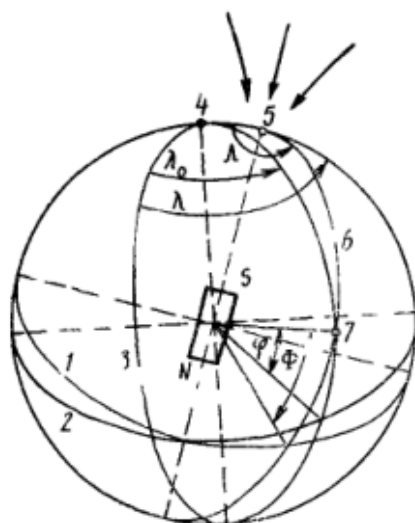


Рис.1. Элементы МПЗ



1—геомагнитный экватор; 2—географический экватор; 3—гринвичский меридиан, 4—географический северный полюс, 5—геомагнитный южный полюс; 6—геомагнитный меридиан; 7—точка наблюдения

Рис.2. Геомагнитные координаты

Магнитная ось этого диполя, которую называют геомагнитной осью, отклонена от оси вращения Земли примерно на $11,5^{\circ}$, а магнитный момент его, то есть магнитный момент M_3 Земли, вычисленный по экспериментальным данным о напряженности МПЗ, составляет около $8.1 \cdot 10^{25}$ ед. СГСМ. Точки пересечения магнитной оси диполя Земля с поверхностью земного шара называют геомагнитными полюсами в отличие от магнитных полюсов – точек, в которых вектор \mathbf{T} направлен строго по вертикали т.е. наклонение $J = \pm 90^{\circ}$. Магнитный и геомагнитный полюсы северного полушария называют северными, эти же полюсы южного полушария – южными. Однако следует особо подчеркнуть, что с физической точки зрения названия геомагнитных полюсов должны быть противоположны, в частности, геомагнитный полюс северного полушария – это южный полюс геомагнитного диполя, так как магнитные силовые линии здесь направлены вниз, к центру Земли, т.е. к полюсу, что справедливо только в отношении южного физического полюса.

Координаты, у которых полярной осью служит геомагнитная ось, называются геомагнитными. Под их широтой Φ понимается угол между радиусом-вектором, проведенным из центра Земли и плоскостью геомагнитного экватора. Геомагнитная же долгота Λ есть угол между геомагнитным меридианом места и магнитным меридианом географического полюса. Соотношения между географическими и геомагнитного полюса. Соотношения между географическими и геомагнитными координатами таковы:

$$\sin \Phi = \sin \varphi \sin \varphi_0 + \cos \varphi_0 \cos \varphi \cos (\lambda_0 - \lambda),$$

$$\sin\Lambda = \cos\varphi \frac{\sin(\lambda_0 - \lambda)}{\cos\phi}$$

где φ, λ – географические широта и долгота соответственно;

φ_0, λ_0 – географические координаты геомагнитного полюса (для северного полушария они равны $\varphi_0 = 78.5^\circ \text{N}, \lambda_0 = 69^\circ \text{W}$).

Приближенное представление о величине МПЗ на поверхности Земли можно получить, воспользовавшись выражением магнитного потенциала шара, равного, как известно, потенциалу диполя:

$$U = \frac{M_3}{R^2} \cos\theta_M$$

где $\theta_M = 90 - \phi$ - дополнение к геомагнитной широте, R – радиус Земли.

Величины составляющих вектора \mathbf{T} , очевидно будут равны:

$$Z = -\frac{\partial U}{\partial z_r} = \frac{\partial U}{\partial R} = -\frac{2M_3}{R^3} \cos\theta_M, H = -\frac{\partial U}{\partial x_r} = -\frac{\partial U}{R \partial \theta_M} = \frac{M_3}{R^3} \sin\theta_M, \quad (1)$$

Причем

$$T = \frac{M_3}{R^3} \sqrt{1 + 3\cos^2\theta_M}, \quad (2)$$

а

$$\text{tg}J = \frac{Z}{H} = -2\text{ctg}\theta_M = -2\text{tg}\phi. \quad (3)$$

Из выражений (2) следует, что величина T изменяется от наименьшего значения на экваторе $\frac{M_3}{R^3}$ до наибольшего на полюсах $\frac{2M_3}{R^3}$, что после учета конкретных значений M_3 и R ($R \approx 6371$ км) даст значения напряженности 0.31 и 0.62 Э соответственно.

Вычисление в соответствии с формулами (1) - (2) значения элементов МПЗ только в первом приближении соответствуют наблюдаемым величинам этих элементов. К примеру, положения геомагнитного и магнитного полюсов северного полушария отличаются по широте на $6-7^\circ$, а по долготе на 27° . Отклонения наблюдаемых величин от теоретических значений

поля однородно намагниченного шара объясняются особенностями глубинного и поверхностного строения земного шара.

1.2. Основное уравнение магнитного управления, управляющие моменты

Принцип действия любой магнитной системы основан на взаимодействии магнитного момента космического аппарата с МПЗ. Момент этого взаимодействия \mathbf{M} может быть записан следующим образом:

$$\mathbf{M} = \mathbf{L} \times \mathbf{B} \quad (4)$$

где \mathbf{L} – вектор магнитного момента космического аппарата; \mathbf{B} – вектор индукции МПЗ.

Назовем это векторное выражение основным уравнением управления, поскольку оно является наиболее общим выражением для управляющего момента \mathbf{M} космического аппарата, справедливым для любых магнитных средств управления.

Наряду с (4) встречается также выражение для момента взаимодействия в таком виде:

$$\mathbf{M} = \mathbf{L} \times \mathbf{H} \quad (5)$$

где \mathbf{H} – вектор напряженности МПЗ.

В проекциях на оси управления космического аппарата выражение (4) принимает вид

$$\begin{cases} M_x = L_y B_z - L_z B_y \\ M_y = L_z B_x - L_x B_z \\ M_z = L_x B_y - L_y B_x \end{cases} \quad (6)$$

Изменяя соответствующим образом \mathbf{L} или, что-то же самое, его проекции L_x , L_y , L_z и изменяя тем самым по определенному закону управляющие моменты M_x , M_y , M_z , можно в принципе обеспечить желаемый режим управления.

Из выражений (4) и (6) вытекают следующие основные особенности управления в МПЗ:

Первая особенность, как это следует со всей очевидностью из формулы (4), заключается в том, что вектор управляющего момента перпендикулярен вектору \mathbf{B} и поэтому нельзя создать управляющий момент вдоль направления поля; все возможные положения \mathbf{M} заключены в плоскости, нормальной \mathbf{B} .

Вторая особенность, иллюстрируемая выражением (6) состоит в том, что управление по осям оказывается зависимым (управляющие магнитные моменты действуют не только в «своем» - одноименном – канале управления, но и в других каналах). Независимое управление может быть обеспечено лишь относительно двух осей. Например, при известных в данный момент проекциях поля V_x, V_y, V_z для получения требуемого управляющего момента M_x в канале x необходимо установить определенные L_y и L_z . Тогда требуемый управляющий момент в канале y может быть достигнут лишь соответствующим подбором L_x , при этом управляющий момент канала z окажется уже установленным в зависимости от ранее выбранных L_x и L_y .

Хотя отмеченные особенности и ограничивают в некоторой степени применение магнитных средств управления по сравнению с классическими универсальными средствами, такими, как системы с микро-реактивными двигателями, они тем не менее не препятствуют принципиальной возможности обеспечения независимого управления по отдельным осям. Объясняется это тем, что в процессе полета космического аппарата по орбите вектор \mathbf{V} изменяется как по величине, так и по направлению относительно осей управления, при этом всякий раз создаются новые условия для управления. Если в данный момент эти условия в некотором смысле не оптимальны, то через некоторое время они окажутся близкими к оптимальным. В самом деле, уравнения (4) и (6) допускают частный случай, когда вектор \mathbf{V} совпадает с какой-либо осью управления. Пусть к примеру, вектор \mathbf{V} совпадает с осью z . Тогда уравнения (6) примут вид

$$\mathbf{M}_x = L_y \mathbf{V}_z, \quad \mathbf{M}_y = -L_x \mathbf{V}_z, \quad \mathbf{M}_z = 0 \quad (7)$$

то есть по двум осям управление становится независимым, а по третьей – невозможным. При совпадении вектора \mathbf{V} с другой осью появится возможность управления и в канале z . Таким образом, управление в таких случаях будет иметь импульсный характер и лишь на отдельных участках орбиты, где выполняются определенные условия в отношении направления вектора \mathbf{V} в системе осей управления. Оно возможно в различных системах и в частности системах разгрузки маховиков или в системах управления космического аппарата, стабилизированных собственным вращением.

Отметим ещё одно важное свойство магнитного управления. Как следует из выражения (4), при совпадении вектора магнитного момента \mathbf{L} и поля \mathbf{V} управление невозможно.

Раскладывая вектор на две составляющие, одну из которых L_{\parallel} направим вдоль вектора поля, а вторую L_{\perp} перпендикулярно к нему, получим

$$\mathbf{M} = \mathbf{L} \times \mathbf{B} = (\mathbf{L}_{\perp} + \mathbf{L}_{\parallel}) \times \mathbf{B} = \mathbf{L}_{\perp} \times \mathbf{B} \quad (8)$$

то есть управляющий момент создается только составляющей вектора магнитного момента, перпендикулярной \mathbf{B} . Отсюда важный вывод: для повышения эффективности управления (увеличения управляемого момента, уменьшения энергопотребления) необходимо стремиться к тому, чтобы выполнялось условие $\mathbf{L} \perp \mathbf{B}$.

1.3. Энергетические соотношения и принцип действия магнитных систем управления

Общим свойством всех магнитных систем управления (МСУ) является то, что их управляющие моменты образуются от взаимодействия, полученного тем или иным способом на борту КА магнитного момента с МПЗ. Рассмотрим механику этого взаимодействия и установим энергетические соотношения, которые при этом имеют место.

Рассмотрим замкнутую механическую систему, состоящую из КА, обладающего некоторым магнитным моментом, и Земли со связанным с ней магнитным полем. Если эта система консервативна, т.е. в ней не происходит потери энергии, то для нее справедливы закон сохранения кинетического момента

$$K_c + K_z = h \quad (9)$$

и энергии

$$T_c + T_z + \Pi = E \quad (10)$$

где K_c , K_z – кинетические моменты соответственно КА (спутника) и Земли; T_c , T_z – кинетическая энергия КА и Земли; Π – потенциальная энергия системы; h , E – постоянные.

Полагаем, что Земля и КА представляют собой однородные сферические тела с моментами инерции J_z и J_c , а индукция МПЗ на орбите всюду постоянна. Кроме того, будем учитывать лишь вращательное движение тел системы. Можно было бы рассмотреть и более общий случай, когда КА является произвольным телом с реальным полем и движущимся по орбите, но это сделает излишне громоздкими выкладки, не приводя к каким-либо качественно новым результатам.

Согласно выражению (4) на КА с магнитным моментом \mathbf{L} со стороны МПЗ, т.е. со стороны Земли, с которой это поле связано, действует определенный управляющий момент \mathbf{M} . Такой же момент, очевидно, в соответствии с третьим законом механики будет приложен к Земле, т.е. при движении КА в МПЗ часть его энергии будет переходить к Земле, а часть – на изменение потенциальной энергии его магнитного момента в МПЗ.

В этом случае выражение (10) имеет вид

$$\Delta T_c + \Delta T_3 + \Delta \Pi = \frac{J_c \Delta \omega_c^2}{2} + \frac{J_3 \Delta \omega_3^2}{2} + \Delta \Pi = 0 \quad (11)$$

где Δ - знак приращения соответствующей величины, а ω_c и ω_3 – угловые скорости вращения КА и Земли.

Закон сохранения кинетического момента (9) также может быть записан в приращениях:

$$\Delta K_c + \Delta K_3 = J_c \Delta \omega_c + J_3 \Delta \omega_3 = 0 \quad (12)$$

Легко установить, что приращение кинетической энергии Земли ΔT_3 пренебрежимо мало по сравнению с изменением кинетической энергии КА ΔT_c . В самом деле, учитывая выражение (12), находим

$$\frac{\Delta T_3}{\Delta T_c} = \frac{J_3 \Delta \omega_3^2}{J_c \Delta \omega_c^2} = \left| \frac{(J_3 \Delta \omega_3) \Delta \omega_3}{(J_c \Delta \omega_c) \Delta \omega_c} \right| = \left| \frac{\Delta \omega_3}{\Delta \omega_c} \right| = \frac{J_c}{J_3} \ll 1$$

поскольку момент инерции КА на много порядков меньше момента инерции Земли.

Таким образом, в процессе работы магнитной системы управления согласно (12) происходит равноценная передача кинетического момента от КА к Земле (или наоборот), а кинетическая энергия вращательного движения КА к Земле практически не передается, т.е.

$$\Delta T_c + \Delta \Pi = 0 \text{ или } T_c + \Pi = E.$$

Нетрудно видеть, что это справедливо не только в случае консервативных систем, но и при наличии диссипации энергии на КА. Следовательно, при анализе энергетических превращений нужно учитывать лишь преобразование энергии на самом КА. В частности, в рассматриваемом случае это означает, что на КА происходит преобразование только его кинетической энергии в потенциальную и наоборот.

В пособии [2] рассматриваются разные картины демпфирования системы. Показано, что работу магнитных систем демпфирования угловых движений можно уподобить работе демпфера сухого трения. В таких демпферах, изменение кинетической энергии равно работе потенциальных моментов, которая затрачивается на преодоление трения в демпфере и преобразуется в нем в тепло.

По принципу действия магнитная система демпфирования с катушечными и электромагнитными МИО – это по существу электродвигатель постоянного тока. В нем можно выделить все основные функциональные элементы: статор – это Земля, поле статора – МПЗ, ротор – КА, обмотки ротора – катушки МИО, коллектор – электронная часть системы, регулирующая и переключающая токи в МИО.

Отличаются эти системы только режимом работы и «конструктивными» особенностями. Так, в отличие от классического электродвигателя рассматриваемый «двигатель» работает большей частью в режиме торможения; обычный режим двигателя бывает только, когда есть необходимость в увеличении скорости вращения КА. «Конструктивная» особенность состоит в том, что здесь используем в некотором смысле обращенная конструкция: ротор – КА с МИО – находится не внутри статора, а вне его (Земли). Кроме того, «ротор» не фиксирован относительно «статора»: он совершает линейное движение относительно «статора», а также имеет три степени свободы и соответственно три системы обмоток (катушек МИО) – это как бы двигатель со сферическим ротором.

Понятно, что энергетические соотношения, характерные для таких магнитных систем, будут такими же, как и для электродвигателей постоянного тока.

2. Разработка имитатора геомагнитного поля

Необходимость отработки способов управления спутником с магнитной системой ориентации в полунатурных условиях до его вывода на орбиту требует создания наземного стенда. С этой целью предполагается в лабораторных условиях имитировать геомагнитное поле. В поле будет находиться макет спутника. Макет спутника представляет собой конструкцию, единственной точкой подвеса, расположенной по возможности ближе к ее центру масс. Это позволяет уменьшить возмущающее влияние момента силы тяжести на динамику макета. Судя по поведению макета спутника в имитирующем поле, можно будет сделать выводы об ориентации спутника при его движении по орбите.

Создаваемый стенд состоит из имитатора поля и макета спутника. Имитатор поля создает магнитное поле с заданной напряженностью и направлением. Макет спутника содержит в себе исполнительные органы, взаимодействующие с магнитным полем. Напомним, что в данной работе роль исполнительных органов играют магнитные катушки, ток через которые устанавливается системой управления.

Сформулируем требования к имитатору поля и приведем расчет его основных геометрических и электрических параметров.

2.1. Расчет напряженности поля

Наглядно, создаваемое поле имитатором, должно быть достаточно велико, чтобы превалировать над естественным геомагнитным полем в месте проведения экспериментов. Поскольку внешнее поле может меняться во время работы стенда, необходимо, чтобы имитирующее его поле было хотя бы на порядок больше геомагнитного поля. В этом случае можно будет считать геомагнитное поле постоянным, что гораздо проще, чем делать поправки на его изменения, которые заранее неизвестны.

Возможно два варианта помещения макет спутника в имитаторе: если центр масс находится ниже точки подвеса и, если центр масс находится выше точки подвеса. В работе [5] показано что второй вариант не удовлетворяет разумным требованиям рассеиваемой мощности. Поэтому, будем основываться сразу на первом способе помещения спутник в имитаторе, то есть центр масс находится ниже точки подвеса. Это может служить случай, когда макет повешен на некоторой струне. Выполним оценку максимальной требуемой напряженности магнитного поля в данном случае. Для простоты определим параметры поля, чтобы механические моменты, действующие на макет, могли бы вынудить его совершать гармонические колебания.

Пусть в постоянном магнитном поле с индукцией \mathbf{B} находится макет спутника, содержащий в себе жестко закрепленный постоянный магнит с дипольным моментом \mathbf{m} . К магниту, а значит и ко всему макету, со стороны поля приложен механический момент \mathbf{M} , равный $\mathbf{m} \times \mathbf{B}$. Предположим, что механические колебания макета являются плоскопараллельным движением. Для малых колебаний можно записать

$$M = mB\sin\varphi \approx mB\varphi \quad (13)$$

где φ - угол отклонения макета от положения равновесия. Тогда для циклической частоты таких колебаний справедлива формула

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{mB}{J}}, \quad (14)$$

где T - период колебаний, J - момент инерции макета, A – амплитуда колебания. Выразив B , получаем

$$H = \frac{B}{\mu_0} = \frac{4\pi^2 J}{\mu_0 m_m T^2} \quad (15)$$

Пусть $A = \pi$ рад, $J = \frac{mR^2}{2} = 0.5 \cdot 10^{-2} [\text{Кг} \cdot \text{м}^2]$ – момент инерции однородного цилиндра массой 1 кг и радиусом 0.1 м относительно оси вращения. Примем $T = 60$ с а магнитный момент m примем близким к максимальному моменту магнитных катушек ориентации реальных микроспутников, $m = 0.6 \text{ Ам}^2$. Подставляя эти данные, получаем, что необходимая для таких колебаний напряженность поля составляет $H \approx 200 \text{ А/м}$. Если учитывать поправку на геомагнитное поле, то H надо увеличить еще на 50-100 А/м, чтобы надежно подавить геомагнитный фон. Таким образом получаем, что необходимая напряженность поля равна 250 А/м (~5 раз больше МПЗ). Можно потребовать другие значения периода T или параметров макета, и это приведет к другому значению требуемого поля. Но для определенности будем ориентироваться именно на полученное значение.

Кроме этого, поле должно быть однородным в той области пространства, где находятся магнитные элементы системы управления макетом спутника. Допустим, что область пространства, ограниченной сферой радиусом 10 см, будет достаточно для проведения экспериментов. Необходимо, чтобы в этой области пространства выполнялось неравенство [1] $\delta_m < 5\%$. Где δ_m - степень неоднородности модуля напряженности поля. Неоднородность поля не имеет смысл делать меньше, так как указанная величина сравнима с погрешностями типовых магнитодатчиков.

2.2. Выбор конструкции и расчет параметров имитатора

Имитирующее поле, которое удовлетворяет выведенным требованиям, проще всего создать, используя токовые катушки. Так как размер катушек имитатор обычно составляет порядка несколько десятков сантиметров, сердечники использовать нецелесообразно. Это приводит, во-первых, к значительному повышению массы стенда, во-вторых к неудобству при изменении поля, так как приходится учитывать эффект гистерезиса. Кроме того, чтобы

область однородного поля была доступна, диаметр сердечника должен больше её диаметра, что делает очень дорогим создание стенда.

Существуют различные геометрические конфигурации токовых катушек для создания однородное поле. В пособиях [1][2] рассматриваются следующие варианты геометрических конфигураций катушек:

- пара одинаковых круглых колец (рис.3а),
- пара одинаковых квадратных колец (рис.3б),
- пара кратного двум количества колец (рис.3в и рис.3г).

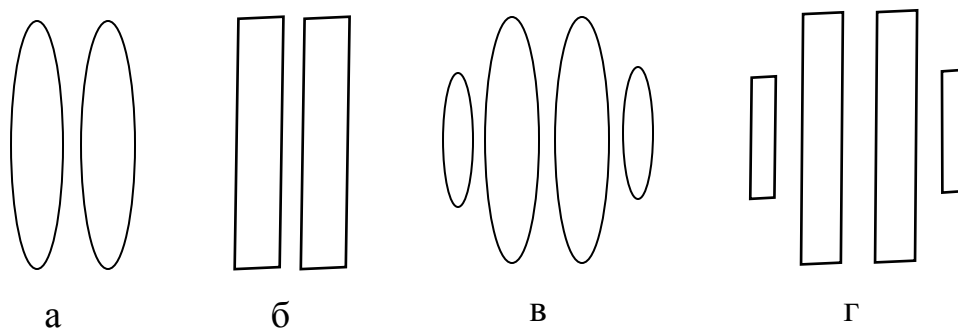


Рис.3. Различные геометрические конфигурации колец

В [1] показано, что в случае кратных колец оптимальной с точки зрения потребляемой мощности и однородности создаваемого поля конфигурацией является та, для которой все кольца имеют одинаковый размер и пространственно совпадают, образуя первую или вторую конфигурацию. Существует оптимальная геометрическая конфигурация у круглых колец, при которой они имеют меньшие габариты по сравнению с квадратными, если объемы создаваемых ими однородных полей одинаковы. С точки зрения энергетике, круглые кольца в такой конфигурации также являются оптимальными. Таким образом, наилучшей геометрической конфигурацией среди перечисленных является конфигурация с круглыми некратными кольцами.

Обозначим радиус катушки через a_c , расстояние между центрами катушек - d_c (рис.4). Показано [1][2], что оптимальной конфигурацией является та, для которой выполняется соотношение $d_c/a_c = 1.116$. Такую конфигурацию ещё называют - кольца Гельмгольца. Назовем номинальным полем пары катушек создаваемое ими поле на их оси посередине между их центрами. Его напряженность приблизительно можно выразить следующей формулой:

$$H = \frac{NI}{a_c \left(\left(\frac{d_c}{2a_c} \right)^2 + 1 \right)^{\frac{3}{2}}} \quad (16)$$

где NI – число ампер-витков в каждой из катушек [3].

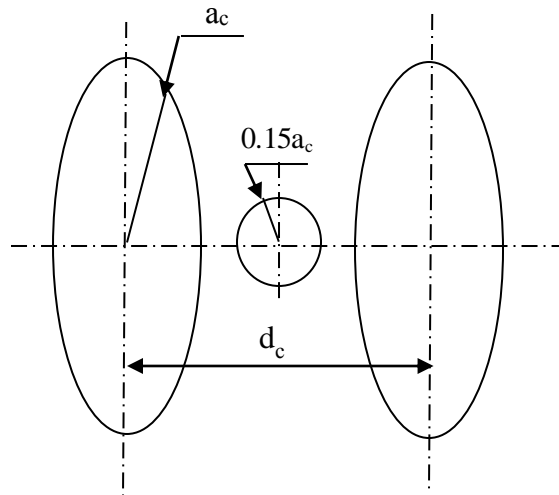


Рис.4. Кольца Гельмгольца

При выполнении оптимальной геометрической конфигурации, в объеме, ограниченном сферой радиусом $r = 0.15a_c$, поле распределено с высокой степенью однородности. Для нашего проекта, в этот объем должна уместиться часть макета спутника, взаимодействующая с внешним магнитным полем. Ее габариты предполагаются порядка 15 см, то есть $r \approx 7.5$ см, следовательно, $a_c \approx 50$ см. Конечно, a_c можно выбрать больше, но это приводит к значительному усилению требований к источнику питания и увеличению количества расходных материалов. Из (16) получаем, что число ампер-витков для $H = 250$ А/м при $a_c = 0.5$ м и $d_c/a_c = 1.116$ составит $NI=258$ А.витк.

Выберем число витков $N = 110$, $I = 2.3$ А. В связи с большим значением тока протекающего на катушках, необходимо выбрать провод с достаточно большим диаметром. Это позволяет избежать от перегрева катушек в процессе работы. Однако провод с слишком большой площадью сечения делает катушки тяжёлыми и сложно для их наматывания. Достаточно выбрать медный провод с диаметром 0.75 мм.

Выведем теперь электрические параметры катушек имитатора на основе выбранного значения числа витков и диаметра провода. Обозначим R – сопротивление обмотки, S_0 – площадь

поперечного сечения проводящей жилы обмоточного провода (то есть без учета изоляции), ρ – удельное сопротивление материала провода. Сопротивление каждой катушки составляет

$$R = \frac{2\pi a_c}{S_0} \rho N \approx 12.4 \Omega$$

Напряжение, необходимое для поддержания нужного числа ампер витков, определяется формулой

$$U = RI = \frac{2\pi a_c}{S_0} \rho NI \approx 32 \text{ В.}$$

Мощность, рассеиваемая обмоткой, определяется формулой

$$P = UI = \left(\frac{2\pi a_c}{S_0} \rho NI\right) I \approx 83 \text{ Вт.}$$

2.3. Компьютерное моделирование имитатора

Создаваемое выбранной конфигурацией поле можно визуально представить с помощью компьютерной модели, построенной в среде Comsol Multiphysics. На рис.5 показана модель токовых катушек, каждая из которых состоит из 110 витков; катушки расположены на расстоянии 0.5 м друг от друга; ток на каждой катушке 2.3 А. Красные стрелки показывают направление и интенсивность силовых линий создаваемого поля. Очевидно, что при выполнении оптимальной конфигурации силовые линии распределены однородно и параллельно в геометрическом центре катушек.

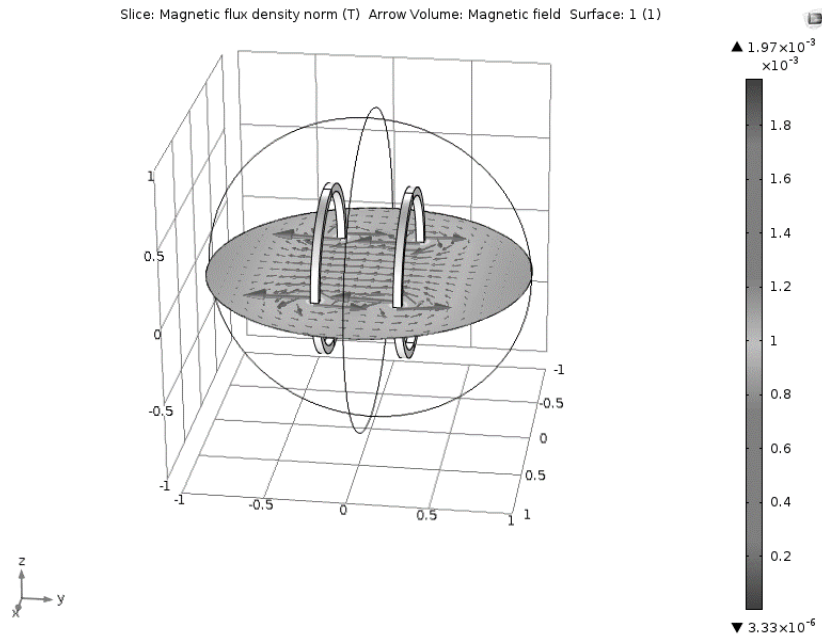


Рис.5. Силовые линии создаваемого двумя токовыми катушками поля

На произвольной линии, проходящей через центральную точку и параллельной двум катушкам (рис.6) поле достаточно однородно в некотором окрестности порядка 25 см. То есть в этом диапазоне напряженности поля не меняется. Максимальная напряженность поля составляет 271 А/м.

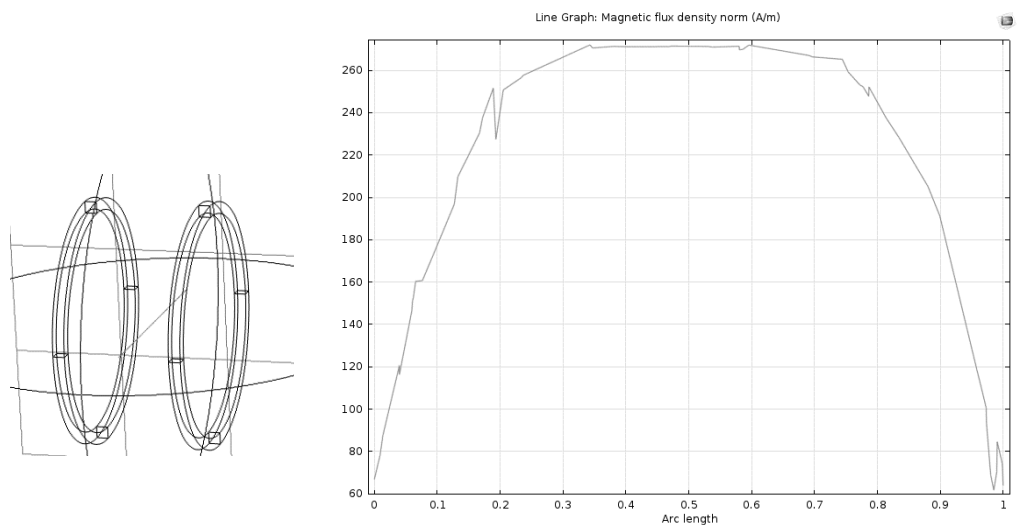


Рис.6. Напряженности поля на линии параллельной катушкам, проходящей через центральную точку

Такое же распределение поля получено на линии проходящей через центры двух катушек. Длина зоны однородности составляет порядка 30 см (рис. 7).

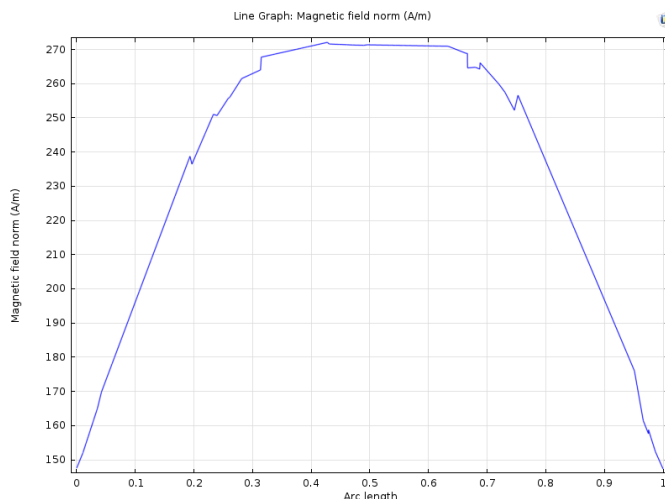
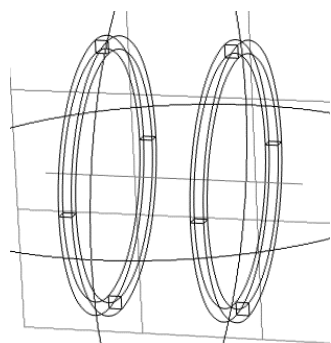


Рис.7. Напряженности поля на линии проходящей через центры двух катушек

Из полученных результатов можно сделать вывод о том, что при протекании током 2.3 А на каждой катушке в некоторой сфере диаметром $\sim 20\text{-}30$ см образуется однородное поле. Так как размер макет спутника составляет $10 \times 10 \times 10$ см³, он полностью вмещается в данной сфере при его вращении вокруг центра масс.

2.4. Экспериментальный образец и электрические параметры имитатора

Согласно предположенной конструкции был создан экспериментальный образец имитатора [рис.8]. Рамка для имитатора была вырезана из фанеры толщины 12 мм на лазерном станке. Каркасом для катушек служит монтажная планка ПВХ U-профиля размера 10x15мм. Это позволяет уложить в внутри профиля до 150 витков выбранного для намотки провода. Реальное количество витков в каждой катушке составляет 110. Внутреннее расстояние между катушками составляет 50 см; внешнее расстояние – 52 см. Диаметр каждой из катушек - 1 м. Катушки закреплены на стойке, также вырезанной из фанеры.

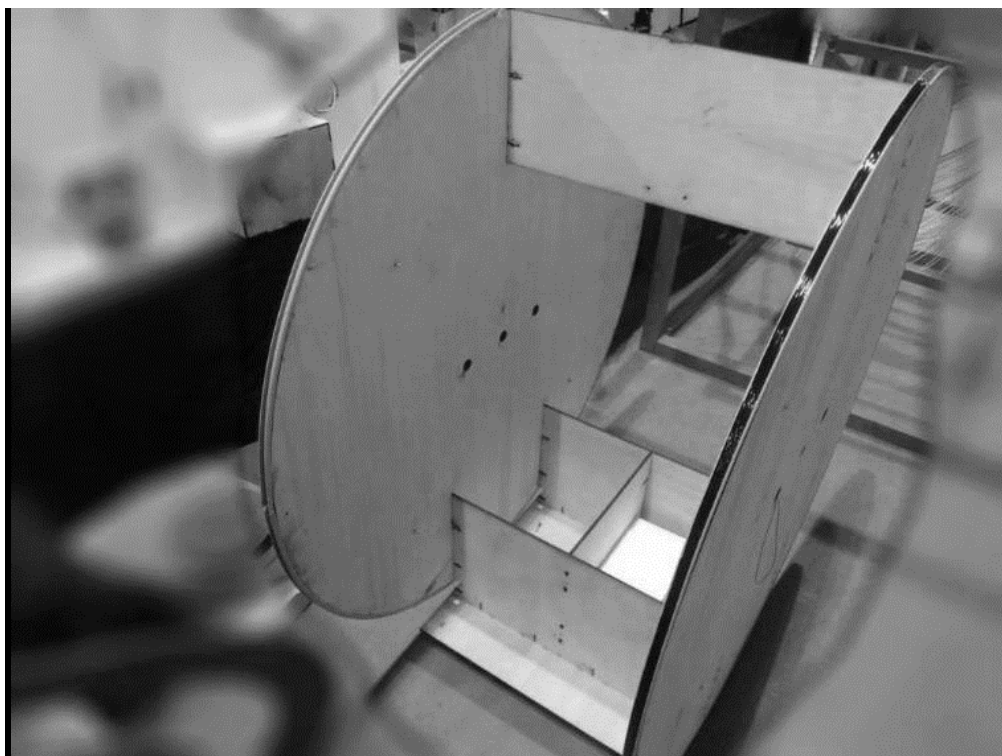


Рис.8. Экспериментальный образец имитатора поля

Измеряемые сопротивления катушек лежат в интервале от 12 до 13 Ом, причем для каждой из катушек погрешность измерения составляет ± 1 Ом. Такая погрешность может быть вызвана деформированием катушек вследствие изгиба деревянной рамки, на которых катушки закреплены или изменением температурой катушек в процессе работы.

Заметим, что две катушки должны управляться независимо друг от друга. Это дает возможность сделать поправку на различие в числе витков, различие в сопротивлении подводящих проводов и другие неблагоприятные факторы. Учитываем, что максимальное сопротивление каждой из катушек равно 13 Ом, максимальный ток через каждую из катушек равен 2.6 А. Чтобы поддерживать поле в пределах его требуемого значения, необходим суммарный ток на все катушки 5.2 А. Мощность, рассеиваемая одной катушкой при максимальном токе – 87.9 Вт.

Измеряемая напряженность поля в центре рамки при подаче тока 2.3 А на каждую катушку составляет 262 А/м. Отклонение от расчетного значения составляет 4.8%.

3. Расчет параметров магнитных исполнительных органов

3.1. Теоретические положения

Важно отметить, что стандарт «CubSat» накладывает ограничения на размеры и массу космического аппарата. Кроме этого, для таких небольших спутников также актуальный вопрос по энергопотреблению. Целесообразно основную часть массы и энергетического резервуара космического борта отдать под полезную нагрузку, а не на систему управления движением. Поэтому, введем некоторые намеренные ограничения на энергетику и массу магнитных катушек. То есть необходимо минимизировать массу и рассеиваемую мощность катушек при определении размера и выборе провод для их наматывания.

Варьируемыми параметрами при выбранном материале провода являются площадь проводящего сечения проволоки обмотки S_r , число витков N и площадь сечения катушки S .

Дипольный момент катушки вычисляется по формуле [2]:

$$m = ISN \quad (17)$$

где I – ток, S – площадь сечения катушки, N – число витков в обмотке. Ток в обмотке равен:

$$I = \frac{U}{rN} \quad (18)$$

где U – подаваемое напряжение, r – сопротивление одного витка. Далее известно, что:

$$r = \rho \frac{\pi l}{S_r} \quad (19)$$

где S_r - площадь сечения провода, l – характерный размер витка, тогда $S = \pi l^2/4$. Подставляя все полученные выражения в формулу (17), имеем:

$$m = (U \cdot l \cdot S_r)/(4\rho) \quad (20)$$

и получаем следующее выражение для площади сечения обмотки:

$$S_r = \frac{4\rho m}{Ul} \quad (21)$$

Теперь рассмотрим потребляемую катушкой мощность $W = U^2 / (rN)$. После подстановки в эту формулу выражения для сопротивления витка и площади сечения проволоки получим следующее выражение для потребляемой мощности:

$$W = \frac{U^2}{\pi \rho l} \cdot \frac{4 \rho m}{lU} \cdot \frac{1}{N} = \frac{4m}{\pi l^2} \cdot \frac{U}{N} \quad (22)$$

Из формулы (22) видим, что чем больше сечение катушки, тем меньше потребляемая мощность (при фиксированных магнитном моменте, напряжении, количестве витков в катушке). Если учесть, что количество витков в катушке в случае плотной намотки определяется площадью сечения проволоки и длиной катушки L , то тогда получаем $N = L / \sqrt{S_r}$, в этом случае выражение для мощности будет следующим:

$$W = \frac{4m_m}{\pi l^2} \cdot \frac{U \sqrt{S_r}}{L} \quad (23)$$

Теперь рассчитаем массу катушки, как произведение плотности материала обмотки на объем проводника

$$M_k = \tilde{\rho} \cdot \pi l S_r \cdot N \quad (24)$$

Итоговое выражение для массы катушки после подстановки выражения для площади сечения проволоки (21)

$$M_k = 4\pi \tilde{\rho} \rho m \frac{N}{U} \quad (25)$$

Так как нам необходимо минимизировать и мощность, и массу, рассмотрим их произведение

$$M_k W = \frac{16m^2 \tilde{\rho} \rho}{l^2} \quad (26)$$

Из формулы (26) видим, что сечение катушки следует брать максимальным, а материал выбирать с минимальным произведением $\rho \tilde{\rho}$. То есть в качестве токовой катушки на спутник из соображений минимума массы и потребляемой мощности выгодно брать плоскую катушку [2].

Запишем формулу для напряжения источника тока

$$U = IrN = \rho \frac{\pi l}{S_r} IN \quad (27)$$

Аналогично запишем формулы для случая квадратного сечения катушек. В результате подстановки преобразованных соответствующим образом выражений для площади сечения и диаметра проволоки формулы для напряжения, массы и мощности запишутся следующим образом:

$$W = \frac{m_m}{l^2} \cdot \frac{U}{N} \quad (28)$$

$$M = 16\rho\tilde{\rho}m_m \frac{N}{U} \quad (29)$$

$$MW = 16\rho\tilde{\rho}m_m \frac{N}{U} \cdot \frac{m_m U}{l^2 N} = \frac{16m_m^2 \rho\tilde{\rho}}{l^2} \quad (30)$$

$$U = IrN = \rho \frac{4l}{S_r} IN \quad (31)$$

Видим, что полученные формулы незначительно отличаются (множителем $\pi/4$) от соответствующих формул (23, 25, 26, 27) для круглого сечения.

Из полученных выражений следует, что напряжение питания пропорционально количеству витков и диаметру катушки и обратно пропорционально площади обмотки.

3.2. Расчет параметров катушек для магнитной системы управления

В общем случае для полного управления движением спутника в пространстве магнитная система должна содержать в себе три взаимно перпендикулярных токовых катушки, расположенных на гранях спутника. Изменяя силы токов, протекающих на катушках, принципиально можно изменить величину и направление создаваемого ими дипольного момента, и соответствующим образом можно создать требуемый механический момент. Однако в силу аналогичности управления токовыми катушками, в данной работе допускается некоторое упрощение. Пусть магнитная система управления движением содержит лишь две катушки, расположены на взаимно последующих боковых гранях макета спутника. Макет в своей очереди подвешен на нитке в однородном поле. Таким образом задача управления угловым движением спутника в пространстве сводится к задаче управления вращением

спутника относительно вертикальной оси подвеса. Такая задача может ставится в случае стабилизации по полю, ориентации на Солнце и т.д.

С соображением, высказанным в разделе 2.1 проведем расчет электрических параметров для токовых катушек. Выразим из соотношения (15) дипольный момент катушки:

$$m = \frac{4\pi^2 JA}{BT^2} = \frac{4\pi^2 JA}{H\mu_0 T^2}$$

Пусть $A = \pi$ рад, $J = \frac{mR^2}{2} = 0.5 \cdot 10^{-2} [\text{кг} \cdot \text{м}^2]$ - момент инерции однородного цилиндра массой 1 кг и радиусом 0.1 м относительно оси вращения, $T = 60\text{с}$, $H = 250 \text{ А/м}$. Подставляя эти данные, получаем, что дипольный момент должен быть равен $m \approx 0.4 \text{ Ам}^2$. Если брать более большой период, допустим равен 5 мин, после постановки в выражение получаем равным $m \approx 0.02 \text{ Ам}^2$. Однако, для обеспечения заметного вращения макета, необходимо ориентироваться на более маленький период осцилляции, поэтому будем взять дипольного момента порядка 0.4 Ам^2 .

Приведем расчет электрических параметров и выбор провода для наматывания токовых катушек с учетом всех наложенных сверху ограничений.

Исходные данные:

- напряжение источника – 12 В,
- требуемый момент - порядка 0.4 Ам^2 ,
- длина ребра макета спутника - 0.1 м.

Ограничения на массу и мощность катушек введем условно с согласием о том, что основная часть массы и мощности резервуара борта должна выделиться на полезную нагрузку.

- $W \leq 2 \text{ Вт}$ - джоулева мощность на одной катушке (то есть в сумме это составляет менее 4Вт на двух катушках),
- $M \leq 0.1 \text{ Кг}$ - масса одной катушки (суммарная масса не превышает 0.2 кг).

Характеристики меди:

- $\tilde{\rho} = 8.9 \cdot 10^3 [\text{кг/м}^3]$ – плотность меди,

- $\rho = 0.0175 \cdot 10^{-6} [\text{Ом} \cdot \text{м}]$ – удельное сопротивление меди.

Из формул (28) и (29) получаем

$$\rho\check{r} = 0.156 \cdot 10^{-3} \rightarrow \begin{cases} M = 10^{-3} \cdot \frac{N}{U} \\ W = 40 \cdot \frac{U}{N} \end{cases} \quad (32)$$

Применим ограничения на массу и мощность катушки, получаем:

$$\begin{cases} M = 10^{-3} \cdot \frac{N}{U} \leq 0.1 \\ W = 40 \cdot \frac{U}{N} \leq 2 \end{cases}$$

Преобразуем эти условия, получаем следующие ограничения на количество витков катушки: $20 \leq N/U \leq 100$. Откуда при заданном значении напряжения следуют неравенства $240 \leq N \leq 1200$. Получаем совместное условие на количество витков. Чем больше количество витков, тем больше масса и тем меньше будет мощность катушки. Выбор количества витков зависит от того, какую величину хотим уменьшить - массу или энергопотребление. Выберем минимальное количество витков, то есть $N = 240$. Таким образом, мы приходим к следующим выводам:

- материалом катушки следует брать медь,
- масса катушки $M = 0.02$ Кг,
- диаметр витка $l = 0.1$ м,
- площадь сечения материала обмотки должна быть равна $S_r = 2.34 \cdot 10^{-8} \text{ м}^2 = 2.34 \cdot 10^{-2} \text{ мм}^2$, что соответствует диаметру $d = 0.172$ мм,
- напряжение на катушке равно 12 В,
- количество витков берем равным 240,
- длина катушки (в случае однослойной намотки) $L \approx 0.1$ м,
- мощность каждой катушки $W = 2$ Вт.

3.3. Экспериментальные результаты

В соответствии с выбранными параметрами были созданы токовые катушки для спутника. Проволока, используемая для намотки катушек, была выбрана с диаметром 0.2 мм. Сопротивление каждой катушки $R = N \cdot r = 53.5$ Ом. Измеряемое сопротивление каждой

катушки составляет ≈ 55 Ом. То есть отклонение измеренного сопротивления от расчетного составляет $\approx 3\%$. Такая разница может вызвана превышением числа витков в процессе ручной намотки. Используя формулы (20), получим создаваемый дипольный момент равен 0.42 Ам^2 . Относительное отклонение от требуемого значения момента составляет $\sigma = 5\%$. Разницы моментов и сопротивления катушек будут учтаны при выводе закона управления системы. Расположение двух катушек на макете спутника показано на рисунке 9.

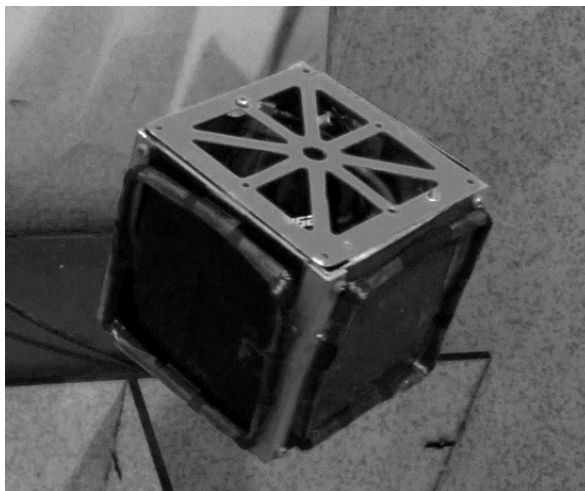


Рис.9. Макет спутника с установленными во взаимно перпендикулярных плоскостях тремя катушками

4. Управление движением макета спутника

4.1. Уравнение движения спутника

Рассмотрим макет спутника, подвешенный на нити. Предположим, что струна бесконечно длинная. Как следствие этого считаем, что точка подвеса всегда находится в одной и той же горизонтальной плоскости. Таким образом, положение точки подвеса A можно задать двумя переменными x и y (рис. 10) в неподвижной системе координат $Oxyz$. Ориентация макета задается ещё тремя переменными (углами Эйлера φ , ψ и θ). Свяжем с макетом систему координат $Ax'y'z'$ как показано на рисунке 10. Пусть центр масс макета лежит на оси z' и смещен вниз на расстояние d от точки подвеса. Его координаты в системе координат $Ax'y'z'$ - $(0,0,-d)$. Из сделанного предположения также вытекает, что упругий момент, возникающий при закручивании нити, равен нулю. Действительно, если принять длину подвеса равной бесконечности, то погонный угол закрутки будет равен нулю. И, согласно [5], крутящий момент тоже будет равен нулю.

К центру масс C тела приложена сила тяжести F_T (рис.11). Сила реакции N подвеса направлена всегда вверх. Так как точка A подвеса всегда лежит в одной и той же горизонтальной плоскости, то сила реакции N не совершает работы.

Обозначим массу тела M , моменты инерции вокруг главных осей - A , B и C . Пусть, для простоты, эти оси направлены параллельно осям координат x' , y' и z' .

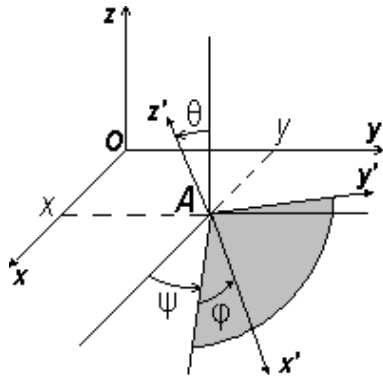


Рис.10. Системы координат

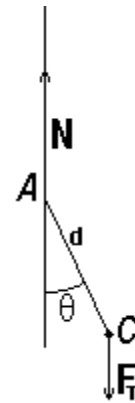


Рис.11. Силы, действующие на тело

Для того чтобы составить уравнения Лагранжа второго рода для макета спутника, найдем его кинетическую и потенциальную энергию. Кинетическая энергия макета складывается из энергии поступательного движения центра масс и энергии его вращения вокруг центра масс. Скорость движения центра масс складывается из переносной скорости движения точки подвеса и относительной скорости движения центра масс вокруг точки подвеса. В проекциях на оси x , y , z

$$\begin{aligned} v_{Cx} &= \dot{x} - d \cdot \cos \theta \sin \psi \cdot \dot{\theta} - d \cdot \sin \theta \cos \psi \dot{\psi}, \\ v_{Cy} &= \dot{y} + d \cdot \cos \theta \cos \psi \cdot \dot{\theta} - d \cdot \sin \theta \sin \psi \dot{\psi}, \\ v_{Cz} &= d \cdot \sin \theta \cdot \dot{\theta}. \end{aligned}$$

Согласно теореме Кенига, кинетическая энергия запишется в виде

$$T = \frac{M(v_{Cx}^2 + v_{Cy}^2 + v_{Cz}^2)}{2} + \frac{Ap^2 + Bq^2 + Cr^2}{2},$$

где p , q , r - проекции угловой скорости вращения макета на его главные оси инерции, вычисляемые по формулам

$$\begin{aligned}
p &= \dot{\psi} \sin \theta \sin \varphi + \dot{\theta} \cos \phi, \\
q &= \dot{\psi} \sin \theta \cos \varphi - \dot{\theta} \sin \phi, \\
r &= \dot{\psi} \cos \theta + \dot{\phi}.
\end{aligned}$$

Потенциальная энергия макета складывается из его потенциальной энергии в поле силы тяжести и потенциальной энергии закрученной струны. Как предположили выше, в следствие бесконечной длины струны, потенциальная энергия закрученной струны пренебрежимо мала по сравнению с потенциальной энергией макета. Таким образом, можно записать

$$\Pi = -Mgd \cdot \cos \theta .$$

В случае активной системы управлению к потенциальной энергии добавляется механический момент взаимодействия исполнительных органов с МПЗ. Если внешнее магнитное поле постоянно и равно B_0 и на макете спутника находится постоянный магнит с моментом m , потенциальная энергия запишется в виде:

$$\Pi = -Mgd \cdot \cos \theta - mB_0$$

Уравнения Лагранжа второго рода тогда запишутся в виде:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0 \quad (33)$$

где: Лагранжиан системы $L = T - \Pi$; q_i ($i = 1, 2 \dots 6$) - сопряженные координаты системы.

В общем случае система (33) должна содержать в себе 6 уравнений в соответствии с шестью степенями свободы. В нашей задаче, будем считать, что макет спутника может совершать вращение только относительно вертикальной оси, соответственно он обладает только одной степенью свободы. Имеем: $oz \equiv oz' \rightarrow p = q = 0, r = \dot{\psi} = \omega$

Получаем: $T = \frac{Cr^2}{2}, \Pi = -mB = -mB_0 \cos \psi$

$$(33) \rightarrow \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}} - \frac{\partial L}{\partial \psi} = \frac{d}{dt} Cr + mB_0 \sin \psi = \frac{d}{dt} C\dot{\psi} + mB_0 \sin \psi = 0.$$

Обозначим момент инерции макета относительно вертикальной оси через J , получаем уравнение движения спутника относительно вертикальной оси:

$$J \frac{d}{dt} \omega + mB_0 \sin \psi = 0 \quad (34)$$

где: m – дипольный момент КА; ω – угловая скорость макета вокруг вертикальной оси;

ψ – угол отклонения дипольного момента КА от вектора индукции МПЗ.

Уравнение (34) также можно записать в следующем виде:

$$J\dot{\psi} + mB_0\sin\psi = 0. \quad (35)$$

Если спутник содержит две токовых катушки, его дипольный момент складывается из моментов двух катушек. Перепишем уравнение (34) для случая двух катушек:

$$J\frac{d}{dt}\omega + m_1B_0\sin\psi + m_2B_0\sin(\pi/2 - \psi) = 0$$

или

$$J\frac{d}{dt}\omega = -m_1B_0\sin\psi - m_2B_0\cos\psi \quad (36)$$

где: m_1, m_2 – дипольный момент первой и второй катушек соответственно; ψ – угол между моментом первой катушки и индукция МПЗ.

В качестве примера проинтегрируем численным методом уравнение (36) с некоторыми начальными условиями. Пусть: $M = 1$ Кг, $J = 0.005$ Кг.м², $d = 0.1$ м, $m_1 = 0.4$ Ам² ($I_1 = 0.24$ А), $m_2 = 0$, $\psi_0 = \frac{\pi}{2}$ рад, $\omega_0 = 0$ рад/с. Графики угловой скорости и угла между дипольным моментом первой катушки (выбран за главным направлением спутника) и индукцией поля при движении системы, представлены на рис.12 и рис.13.

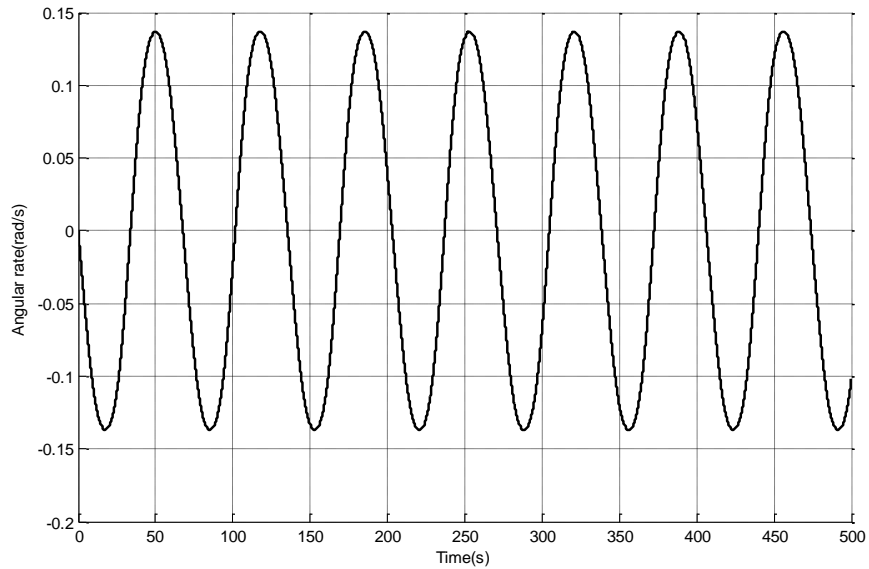


Рис.3. Зависимость угловой скорости от времени при движении системы

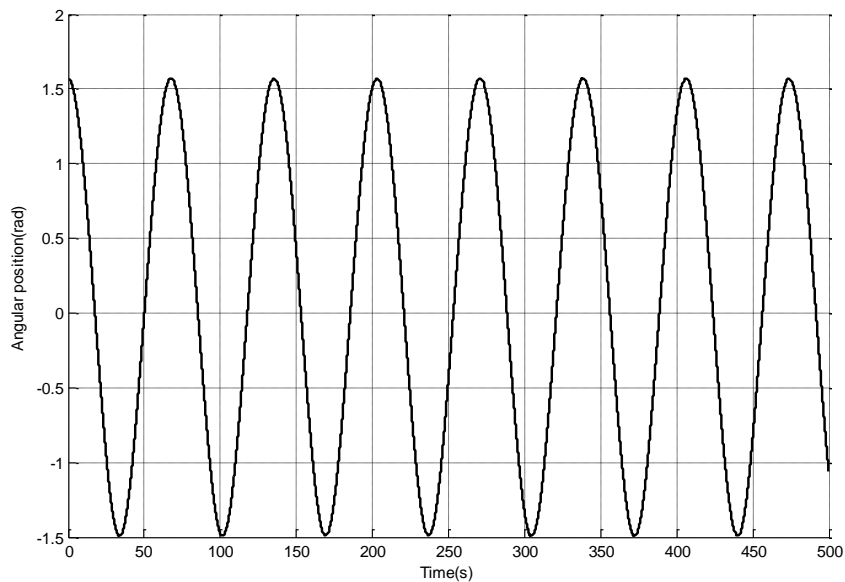


Рис.13. Изменения угла поворота

Из полученных результатов можно сделать вывод о том, что при подаче токов на первую и вторую катушки соответственно 0.25 А и 0 А, при заданном начальном отклонении равным $\pi/4$ (угол отклонения между нормалью первой катушки и линией индукции поля) макет спутника поворачивается из начального положения в положение равновесия (когда нормаль первой катушки совпадает с направлением индукцией), а потом колеблется вокруг этого

положения. Так как данная система консервативная, она продолжает колебаться с постоянным периодом и постоянной амплитудой.

Для обеспечения затухания процесса (для стабилизации спутника в нужном положении) в данной работе применяется пропорционально-интегрально-дифференцирующий регулятор (ПИД). Входным сигналом для регулятора является разность e между требуемым и фактическим углом поворота. Выходной сигнал регулятора используется для определения желаемого дипольного момента следующим образом [13]:

$$m = K_p e + K_d \frac{de}{dt} + K_i \int e, \quad (37)$$

где: - K_p , K_d , K_i : пропорциональный, дифференцирующий интегральный коэффициенты, соответственно;

- $e = \psi_{\text{желаемый}} - \psi$: разность между желаемым и измеряемым углами.

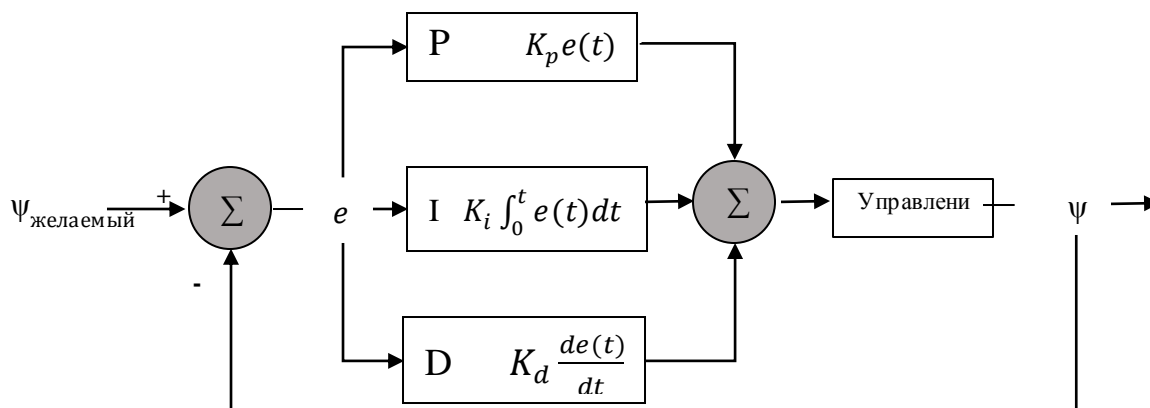


Рис.14. Схема ПИД регулятора

Рассмотрим случай стабилизация по МПЗ. Пусть желаемое положение спутника совпадает с направлением поля ($\psi_{\text{желаемый}} = 0$), перепишем (37) в следующем виде:

$$m = K_p \psi + K_d \frac{d\psi(t)}{dt} + K_i \int_0^t \psi(t) dt, \quad (38)$$

Так как дипольный момент катушек взаимодействует с магнитным полем только по перпендикулярному направлению, дипольный момент, который нужно приложить на катушки определяется следующим образом:

$$\mathbf{M} = \frac{\mathbf{m} \times \mathbf{B}}{|\mathbf{B}|}$$

где \mathbf{B} – индукция поля в связанной системе координат. Так как \mathbf{M} является векторным произведением требуемого момента и индукции поля, для получения дипольного момента относительно одной оси, необходимо приложить дипольные моменты вдоль двум остальным осям в соответствии с выражением:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = \mathbf{m} \times \mathbf{b} = \begin{bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_z \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_y b_z - m_z b_y \\ m_z b_x - m_x b_z \\ m_x b_y - m_y b_x \end{bmatrix},$$

где $\mathbf{b} = \frac{\mathbf{B}}{|\mathbf{B}|}$ – нормированный вектор индукции поля в связанной системе координат.

Таким образом, получаем дипольные моменты для первой и второй катушек: $M_x = m_y b_z - m_z b_y - m_z b_y$ и $M_y = m_z b_x - m_x b_z$. В нашем случае учитываем, что составляющая индукции по вертикальному направлению при вращении спутника незначительна, то есть $b_z = 0$, получаем:

$$M_x = -m_z b_y$$

$$M_y = m_z b_x.$$

Кроме это, при небольших углах, вектор индукции в связанной системе координат можно приблизительно записать:

$$\mathbf{B} = A(\varphi, \theta, \psi) \mathbf{B}^0 = \begin{bmatrix} 1 & \psi & -\theta \\ -\psi & 1 & \varphi \\ \theta & -\varphi & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_x^0 \\ B_y^0 \\ B_z^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_x^0 + \psi B_y^0 + \theta B_z^0 \\ -\psi B_x^0 + B_y^0 + \varphi B_z^0 \\ \theta B_x^0 - \varphi B_y^0 + B_z^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_x^0 + \psi B_y^0 \\ -\psi B_x^0 + B_y^0 \\ \theta B_x^0 - \varphi B_y^0 \end{bmatrix}.$$

Откуда получаем, $b_x = \frac{B_x}{|\mathbf{B}|} = \frac{B_x^0 + \psi B_y^0}{|\mathbf{B}|}$ и $b_y = \frac{-\psi B_x^0 + B_y^0}{|\mathbf{B}|}$. Где: B^0 – индукция поля в мировой системе координат, $|\mathbf{B}| = |B^0|$; A - матрица поворота.

Коэффициенты K_p, K_i, K_d в законе управления (38) необходимо подбирать так, чтобы максимальные управляющие дипольные моменты M_x и M_y не превысили максимального момента, которые могли бы создать катушки. На рис.15 и рис.16 показаны зависимости угловой скорости и угла поворота спутника для разных K_p (0.1; 0.2; 0.3), при $K_d = 0.5, K_i = 0.5$.

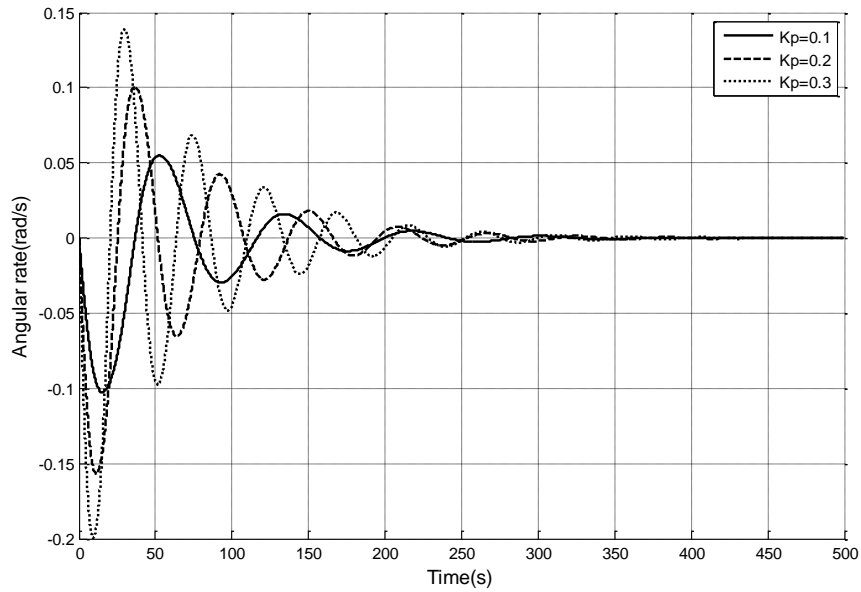


Рис.15. Угловая скорость спутника при $K_d = 0.5$, $K_i = 0.5$, $K_p = 0.1$ (—); $K_p = 0.2$ (- -); $K_p = 0.3$ (···)

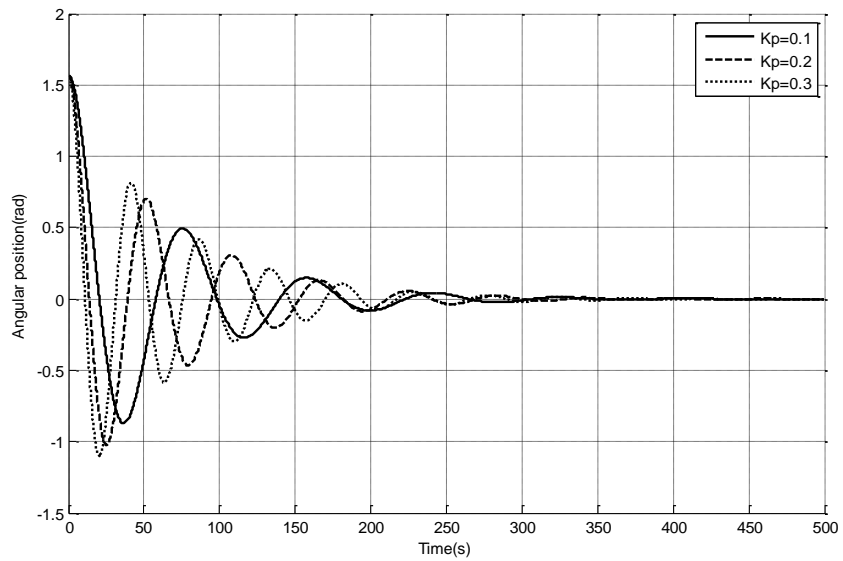


Рис.16. Угол поворота спутника при $K_d = 0.5$, $K_i = 0.5$, $K_p = 0.1$ (—); $K_p = 0.2$ (- -); $K_p = 0.3$ (···)

На рис.17 и рис.18 показаны зависимости угловой скорости и угла поворота спутника для разных K_d при $K_p = 0.1$, $K_i = 0.5$:

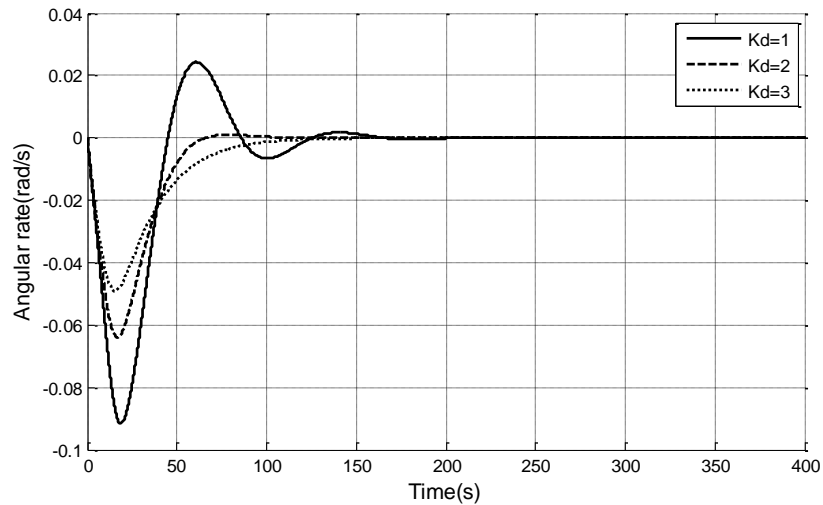


Рис.17. Угловая скорость спутника при $K_p = 0.1$, $K_i = 0.5$, $K_d = 1$ (—); $K_d = 2$ (---); $K_d=3$ (···)

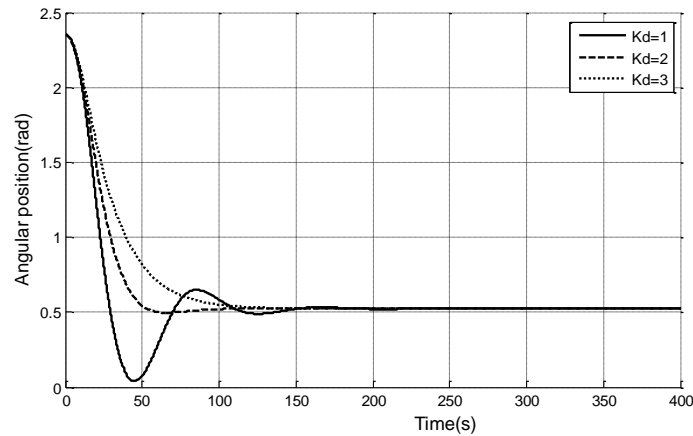


Рис.18. Угол поворота спутника при $K_p = 0.1$, $K_i = 0.5$, $K_d = 1$ (—); $K_d = 2$ (---); $K_d=3$ (···).

4.2. Система управления

Кроме токовых катушек система стабилизации включает в себя ещё управляющую плату, акселерометр, магнитометр, регулятор токов, датчик света и блок питания. В данной работе, роль управляющей платы играет плата Arduino Nano. Однако алгоритм управления при этом не меняется. Для управления токами на катушках используется модуль Широтно-импульсной модуляции - L298. По назначению модуль является промежуточным звеном между контроллером и двигателем и используется для управления скоростью и направлением вращения электрических двигателей. Так как меняя управляющий входного сигнал можно изменить его выходное напряжение, он применяется как регулятором токов.

Для определения угловой скорости спутника и углы поворота спутника от линии индукции МПЗ применяется модуль GY-521. Модуль содержит трехосный акселерометр (MPU6050) и гироскоп. Оба два устройства позволяет определить угол поворота спутника относительно некоторому зафиксированному положению. Однако в случае гироскопа точность расчетов снижается из-за дрейфа нуля и ошибок интегрирования. В случае же акселерометра слишком большая чувствительность к внешним воздействиям. Существуют разные способы (фильтры) улучшения качества измерения. В данной работе применяется следующий комплементарный фильтр [12]:

$$\text{angle} = A \cdot \text{angle}_{\text{gyro}} + (1 - A) \cdot \text{angle}_{\text{acce}}, \quad (39)$$

где: - angle – отфильтрованный угол поворота

- $\text{angle}_{\text{gyro}}$ и $\text{angle}_{\text{acce}}$ – значения угла поворота, полученные гироскопом и акселерометром соответственно.

- A – коэффициент комплементарного фильтра. A может принимать значение от 0.95 – 0.99.

Из (39) видно, итоговая величина угла поворота представляет собой сумму интегрированного значения гироскопа и мгновенного значения акселерометра. По сути, главная задача комплементарного фильтра заключается в том, чтобы нивелировать дрейф нуля гироскопа и ошибки дискретного интегрирования. Указанное выражение именно это и делает. На каждом шаге интегрирования корректируется интеграл угла наклона с помощью показаний акселерометра. Сила же этой коррекции определяется коэффициентом фильтра A.

Трехосный магнитометр HMC5883 используется для определения направления Геомагнитного поля. После каждого оборота спутника, положение спутника относительно направлению поля уточняется измерением магнитометра.

Датчик света используется для определения направления источника света. Источником света могут служить солнце, луна либо звезды. При солнечной ориентации, световые лучи солнца попадают на испытываемую поверхность датчика и поменяют при этом сопротивления модуля. Следя за измеряемые величины датчиком при вращении спутника можно определить в каком направлении самый сильный источник света и куда нужно повернуть спутник.

4.3. Алгоритмы управления

При отделении наноспутника возникают крутящие моменты, связанные с несинхронным срабатыванием элементов электромеханической системы. Поэтому в первый момент отделения, спутник начинает вращаться с начальной угловой скоростью порядка одного радиана в секунду по всем трем ортогональным осям. При неудачном срабатывании электромеханики ракеты-носителя угловая скорость наноспутника может достигать нескольких десятков радиан в секунду. Задача стабилизации положения спутника под заданному углу можно разбить на следующие этапы:

1. Определить пространственную ориентацию спутника по компасу и акселерометру.
2. Определить требуемый угол (фотодатчиком, датчиком звезд...) и вычислить необходимые углы поворота.
4. Включить катушки и регулятор для обработки и стабилизации необходимых углов поворота.
5. Уточнить положение спутника по измерительным данным датчиков.

4.4. Результаты

В лабораторных условиях был проведен ряд экспериментов. В качестве коэффициентов закона управления были выбраны $K_p = 0.1$, $K_d = 0.5$, $K_i = 0.5$. Начальный угол и начальная угловая скорость спутника задаются в моменте отпуска. Эксперименты показывают, что после отпуска, спутник колеблется за некоторое время при этом амплитуда колебания постоянно уменьшается. Время стабилизации спутника зависит от его начального положения и начальной скорости.

На рис.19 и рис.20 показаны графики реальных угловых положений спутника для разных заданных углов $\psi_{\text{желаемый}} = \pi/3$ и $\psi_{\text{желаемый}} = 2\pi/3$ соответственно. Абсолютная ошибка ориентации спутника составляет 10 град. (~0.17 рад). Получаемые нами результаты достаточно близки к расчетным. Небольшое отклонение между экспериментальными и расчетными результатами может объяснено присутствием возмущающих моментов в месте проведения экспериментов, силой кручения нитки или неточность измерения датчика.

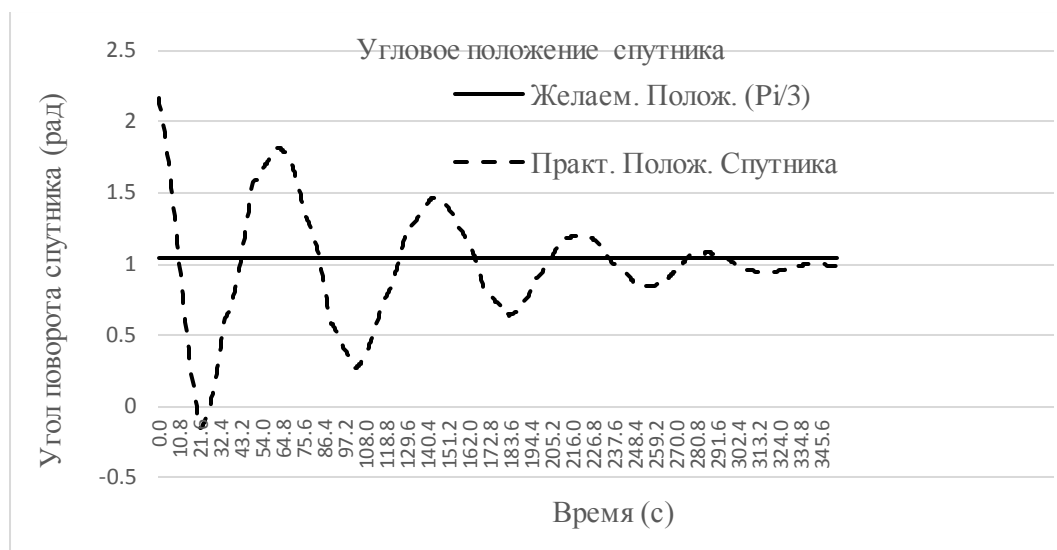


Рис.19. Реальные угловые положения спутника, $\psi_{\text{желаемый}} = \pi/3$



Рис.20. Реальные угловые положения спутника, $\psi_{\text{желаемый}} = 2\pi/3$

5. Заключение

В ходе работы был изучен принцип магнитного управления малыми космическими аппаратами, подробно рассмотрены его особенности, достоинства и недостатки. Для создания имитатора геомагнитного поля был проведен анализ требований, выбрана конструкция, проведены расчеты его электромагнитных параметров. После проведения расчетов, был создан имитатор поля, который позволяет создавать магнитное поле заданной напряженности и направлению.

Для создания магнитной системы управления были проведены расчеты параметров исполнительных органов (катушек) магнитной системы управления. Изучено уравнение движения спутника, построена математическая модель и проведено численное решение. Реализован ПИД регулятор для обеспечения стабилизации спутника. В результате работы, была создана система стабилизации и ориентации для микро-спутника, точность ориентации составляет 10 град. Такая точность системы достаточно адекватна и сопоставима с точностью других аналогичных магнитных систем. Полученный результат можно применить в дальнейших работах по созданию малых спутников.

Литература

1. M. Pastena and M. Grassi, Optimum Design of a three-axis Magnetic Field Simulator, IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems, Vol.38, No.2, April 2002, pp.488-501.
2. Коваленко А.П. Магнитные системы управления космическими летательными аппаратами. М., «Машиностроение», 1975, 248с.
3. Д.В. Сивухин. Общий курс физики. Учебное пособие: для вузов. В 5 т. Т.Ш. Электричество. 4-е изд., стереот. М.: Физматлит; Издательство МФТИ, 2002 г, 656 с.
4. Айзерман М.Ф. Классическая механика. «Наука» Изд.; М, 1980г, 368 с.
5. Овчинников М.Ю., Цветков Е.А. Москва, 2005 Проектирование имитатора геомагнитного поля в составе лабораторного стенда для отработки способов управления ориентацией микроспутников.
6. П.Л. Калантаров, Л.А.Цейтлин. Расчет индуктивностей: Справочная книга. 3-е изд., переработанное и дополненное. Л.: Энергоатомиздат, Ленинградское отделение, 1986 г, 488 с.
7. Active magnetic control system for gravity gradient stabilized spacecraft. Francois Martel, Parimal K.Pal and Mark Psiaki, Cornell University
8. Control systems, robotics and automation - Vol. II - PID Control - Araki M.
9. Севастьянов Н.Н., Бранец В.Н., Панченко В.А., Казинский Н.В., Кондрации Т.В., Негодяцев С.С. Анализ современных возможностей создания малых космических аппаратов для дистанционного зондирования Земли. Труды МФТИ No3, том 1. -2009.
10. Гуцин В.Н. Основы устройства космических аппаратов. М.: Машиностроение, 2003.
11. Ziegler, J.G & Nichols, N. B. (1942). "Optimum settings for automatic controllers". Transactions of the ASME 64.
12. Euston, M.; Coote, P.; Mahony, R.; Kim, J.; Hamel, T. A complementary filter for attitude estimation of a fixed-wing UAV. In Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Acropolis Convention Center, Nice, France, 22–26 September 2008.