

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
Физико-механический институт
Высшая школа теоретической механики и математической физики

Работа допущена к защите
Директор ВШТМиМФ, д.ф.-
м.н., чл.-корр. РАН
_____А.М. Кривцов
«__»_____2023 г.

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА
магистерская диссертация
ВЫБОР ОПТИМАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ РАЗРАБОТКИ

по направлению подготовки (специальности)

01.04.03 Механика и математическое моделирование

Направленность (профиль)

01.04.03_04 Математическое моделирование процессов нефтегазодобычи

Выполнил

студент гр. 5040103/10401

В.А. Дмитриев

Руководитель

Профессор ВШТМиМФ, д.ф.-м.н.

В.А. Кузькин

Ассистент ВШТМиМФ

Е.В. Шель

Санкт-Петербург

2023

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ПЕТРА ВЕЛИКОГО**

Физико-механический институт

Высшая школа теоретической механики и математической физики

УТВЕРЖДАЮ

Директор ВШТМиМФ

А.М. Кривцов

«__» _____ 20__ г.

ЗАДАНИЕ

на выполнение выпускной квалификационной работы

студенту Дмитриеву Владиславу Анатольевичу, гр. 5040103/10401

1. Тема работы: Выбор оптимальной системы разработки
2. Срок сдачи студентом законченной работы: 26.05.2023
3. Исходные данные по работе: научно-техническая литература, диссертации и статьи по теме исследования, режимы фильтрации флюида в пласте, экономические данные (САРЕХ, ставка дисконтирования)
4. Содержание работы (перечень подлежащих разработке вопросов): введение модели экономики и безразмерных параметров для упрощения аналитических выводов, описание режимов фильтрации и подсчет экономической модели каждого из них, разработка методики, оценивающей оптимальное расстояние между скважинами и полудлину трещины ГРП, сравнение полученной теории с реальными расчетами на специализированном ПО
5. Перечень графического материала (с указанием обязательных чертежей): не предусмотрено.
6. Консультанты по работе: Шель Егор Владимирович, ассистент ВШТМиМФ
7. Дата выдачи задания: 27.02.2023

Руководитель ВКР _____ В.А. Кузькин, профессор ВШТМиМФ, д.ф.-м.н.

Задание принял к исполнению: 27.02.2023

Студент _____ В.А. Дмитриев

РЕФЕРАТ

На 56 с., 24 рисунка.

ДИСКОНТИРОВАНИЕ, ЧИСТАЯ ПРИВЕДЕННАЯ СТОИМОСТЬ, БЕЗРАЗМЕРНЫЕ ПАРАМЕТРЫ, ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЙ СИМУЛЯТОР, ОПТИМАЛЬНАЯ СИСТЕМА РАЗРАБОТКИ МЕСТОРОЖДЕНИЯ, ГРП.

В данной работе представлен полуаналитический метод оценки оптимального расстояния между скважинами и полудлиной трещины гидравлического разрыва пласта в бесконечном пласте, разбитом на прямоугольные регулярные периодические ячейки с расположенными в центре наклонно-направленными скважинами. Проведен анализ уравнения пьезопроводности и его обезразмеривание, введена упрощенная экономическая модель и выбраны безразмерные управляющие параметры. Произведен расчет на гидродинамическом симуляторе, результаты сопоставлены с аналитической зависимостью между безразмерными параметрами, выведенной в теории.

ABSTRACT

56 pages, 24 figures.

DISCOUNTING, NET PRESENT VALUE, DIMENSIONLESS PARAMETERS, HYDRODYNAMIC SIMULATOR, OPTIMAL FIELD DEVELOPMENT SYSTEM, HYDRAULIC FRACTURING.

This paper presents a semi-analytical method for estimating the optimal well spacing and hydraulic fracture half-length in an infinite reservoir divided into rectangular regular periodic cells with directional wells located in the center. The analysis of the piezoconductivity equation and its non-dimensionalization is carried out, a simplified economic model is introduced, and dimensionless control parameters are chosen. A calculation was made on a hydrodynamic simulator, the results were compared with the analytical dependence between dimensionless parameters, derived in theory.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	5
ГЛАВА 1. ПОСТАНОВКА И ОПИСАНИЕ ЗАДАЧИ.....	13
1.1. Общая постановка задачи.....	13
1.2. Математическая модель.....	13
1.3. Физическая модель.....	14
1.4. Экономическая модель.....	15
ГЛАВА 2. АНАЛИЗ УРАВНЕНИЯ ПЬЕЗОПРОВОДНОСТИ. ВВЕДЕНИЕ БЕЗРАЗМЕРНЫХ ПАРАМЕТРОВ.....	17
2.1. Обезразмеривание уравнения пьезопроводности.....	17
2.2. Дисконтирование и NPV.....	18
ГЛАВА 3. РЕЖИМЫ ФИЛЬТРАЦИИ. ВЫВОД АНАЛИТИЧЕСКИХ ФОРМУЛ ОПТИМАЛЬНЫХ РАЗМЕРОВ ЯЧЕЙКИ СИСТЕМЫ РАЗРАБОТКИ.....	21
3.1. Режимы фильтрации.....	21
3.2. Формула Дюпюи (неустановившийся режим).....	21
3.3. Псевдостационарный режим.....	22
3.4. Псевдоустановившийся режим.....	26
3.5. Введение трещин ГРП в систему разработки.....	29
3.6. Линейный режим фильтрации.....	30
3.7. Учет цены ГРП и пропанта в NPV.....	32
3.8. Общий случай элемента системы разработки.....	38
3.9. Дополнительная оценка параметра a^*	42
ГЛАВА 4. СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТА ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО СИМУЛЯТОРА И ТЕОРИИ.....	48
4.1. Сравнение типа зависимости безразмерных параметров в теории и на практике при расчетах.....	48
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	54
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ.....	55

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время качество запасов нефти постепенно ухудшается - старые нефтяные месторождения затопляются, добываемые запасы зачастую относятся к трудноизвлекаемым запасам. Необходимо применять новые технологии для поддерживать (или даже увеличивать) уровень добычи и, следовательно, более эффективно разрабатывать месторождение и увеличивать конечную нефтеотдачу. Многие нефтяные месторождения (особенно с пониженной проницаемостью и трещиноватыми коллекторами) планируется разрабатывать горизонтальными скважинами, расположенными прямоугольными массивами. Важным шагом в планировании разработки нефтяного месторождения является определение рентабельных запасов, а также выбор оптимального расстояния между скважинами и оптимальной длины горизонтального ствола скважины для достижения максимального экономического эффекта, выраженного в терминах чистой приведенной стоимости (NPV).

Проблема оптимизации параметров схемы скважин широко обсуждается в нефтяной литературе. В исследованиях [3,4,10,11] решается задача оптимизации длины горизонтального ствола скважины с фиксированным расстоянием между колодцами. Однако для относительно крупных нефтяных месторождений (10 скважин и более) с увеличением длины горизонтального ствола становится выгоднее уменьшать количество скважин и, как следствие, увеличить расстояние между ними. В работах [7,12,15] оптимальное расстояние между скважинами определяется из предположения, что дебит не зависит от размера площади дренирования. Это предположение можно с высокой точностью применить к вертикальным и наклонно-направленным скважинам. Однако, как показывает анализ нефтяной литературы, для типичных соотношений длины скважин и расстояния между ними для нефтяных месторождений в России дебит в значительной степени зависит от расстояния между скважинами. Данное исследование предлагает метод определения оптимального расстояния между

скважинами в диаграмма направленности горизонтальных скважин при эксплуатации на истощении с постоянным забойным давлением.

Одним из наиболее эффективных методов повышения нефтеотдачи пластов является гидроразрыв пласта. Современные технологии предполагают создание горизонтальных скважин с множественным разрывом пласта (МГРП) в малопроницаемых коллекторах. Ввиду дороговизны этого метода большой интерес представляет задача оптимизации конструкции. В статье [14] получены следующие результаты:

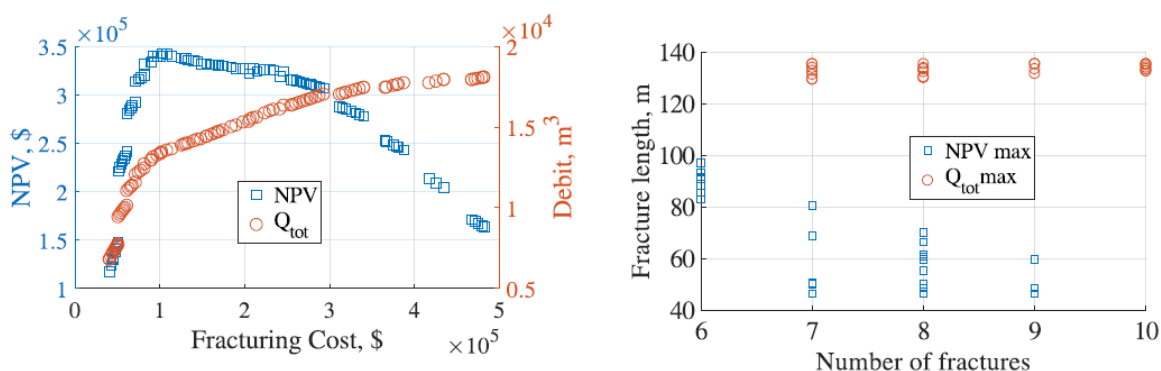


Рис.1. Фронт Парето для пласта проницаемостью 1 мД и максимумы дебита и NPV в зависимости от длины трещин ГРП и их количества

Тем самым авторы показали, что следует различать физическую оптимизацию, когда критерием успеха является достижение максимальной производительности и экономическую, когда максимальная добыча должна быть достигнута при определенных экономических ограничениях.

В статье [8] предложен полуаналитический метод оценки оптимального размещения скважин в сетке горизонтальных скважин с множественными трещинами ГРП при работе в режиме истощения с постоянным забойным давлением. В результате были получены измерительные сетки, с помощью которых можно определить рентабельность схемы скважин и оценить ее оптимальные параметры.

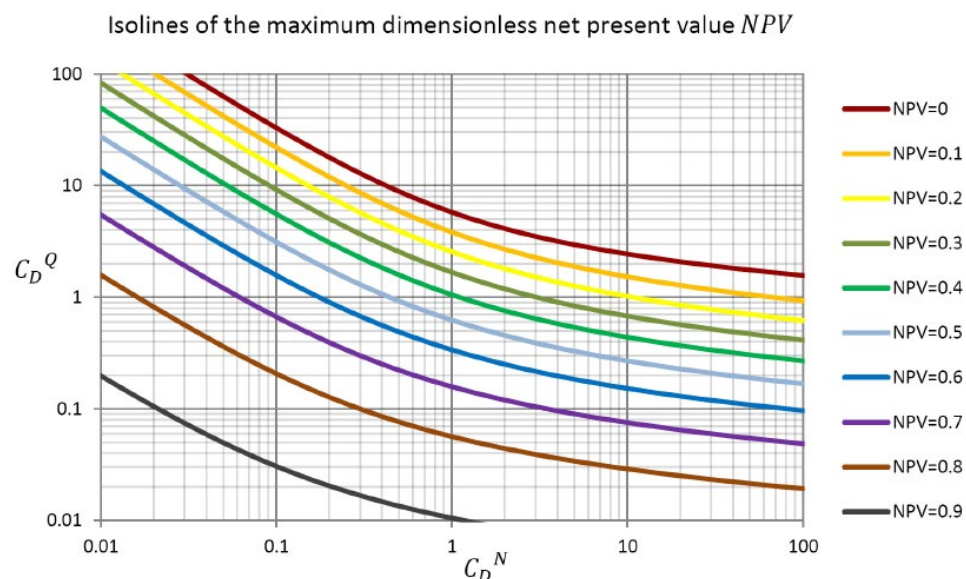


Рис. 2. Изолинии максимума безразмерной чистой приведенной стоимости в безразмерных координатах в случае псевдоустановившегося режима (разработка на истощение) и постоянной эффективности охвата

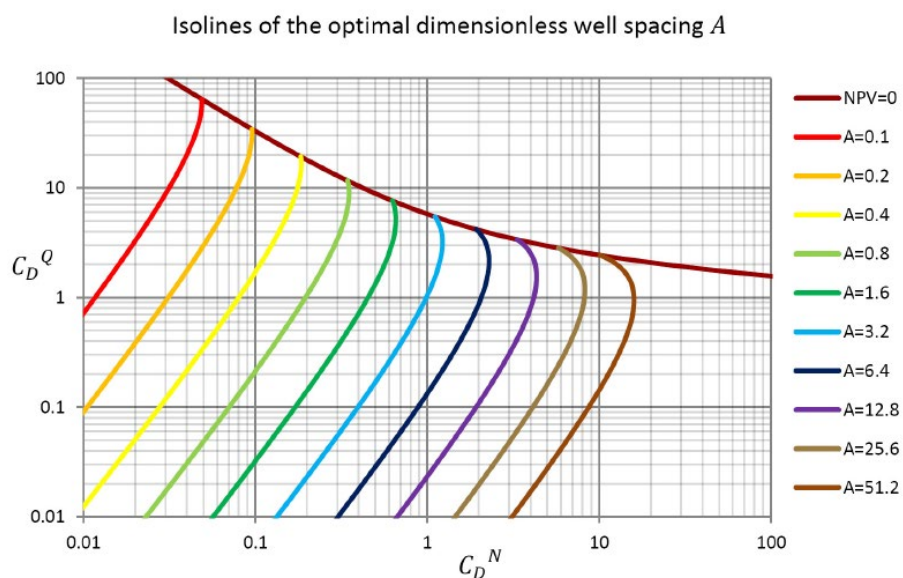


Рис. 3. Изолинии оптимального безразмерного шага скважин в безразмерных координатах в случае псевдоустановившегося режима (разработка на истощение) и постоянной эффективности охвата

В статье [5] предложена методика оптимизации схемы разработки месторождения для регулярного размещения скважин на основе детальной гидродинамической модели. Задача оптимизации включает в себя не только геометрические параметры сетки скважин (длину ствола, расстояние между

рядами и расстояния между скважинами в одном ряду), экономический порог размещения скважин, но и метод размещения скважин, учитывающий неоднородность месторождения.

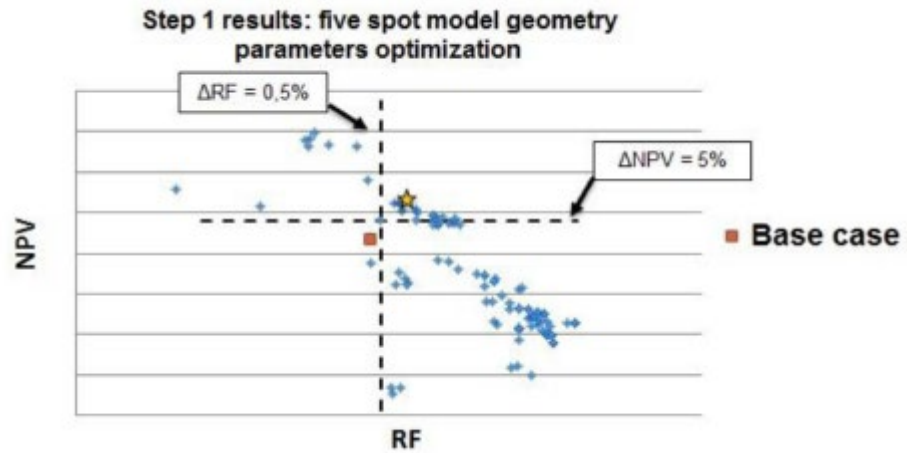


Рис. 4. Численные результаты оптимизации параметров основной геометрии пятиточечной схемы для полномасштабной гидродинамической модели месторождения

На Рис. 4 показаны решения, полученные в ходе оптимизации основных параметров гидродинамической модели. Каждая синяя точка представляет значения чистой приведенной стоимости (NPV) и коэффициента извлечения нефти (RF) для фиксированных параметров пятиточечной системы разработки месторождения.

В статье [7] предложен метод вычисления оптимального размещения скважин и дебита на основе анализа безразмерных технико-экономических соотношений локальных и инфраструктурных затрат дебита скважины и цен на нефть. Метод позволяет определить экономически оптимальный профиль добычи нефти на месторождении, а также сделать выбор между различными системами разработки месторождения и заканчивания скважин.

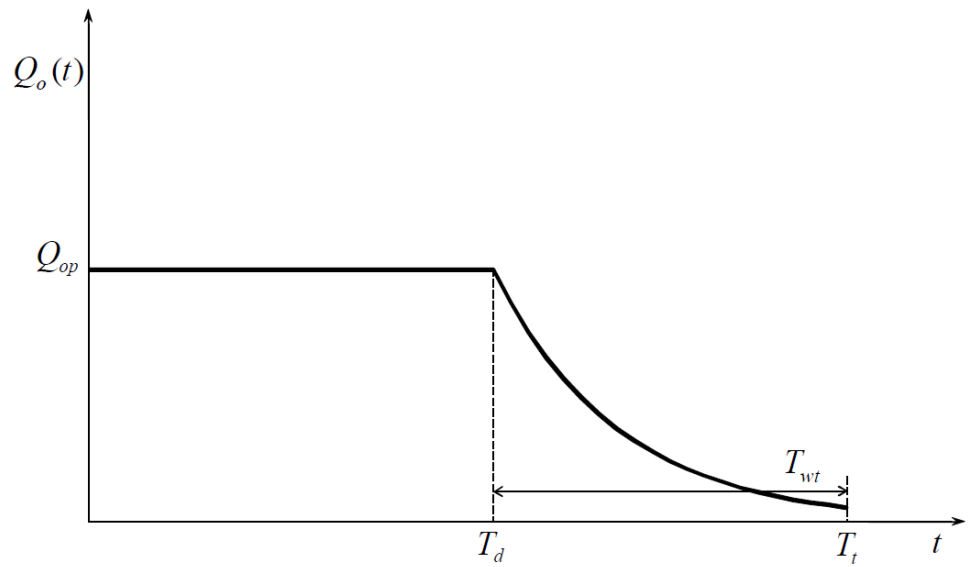


Рис. 5. Модель плато (Q_{op} – пик дебита на месторождении, T_d – время бурения, T_{wt} – время работы скважины, T_t – время эксплуатации месторождения)

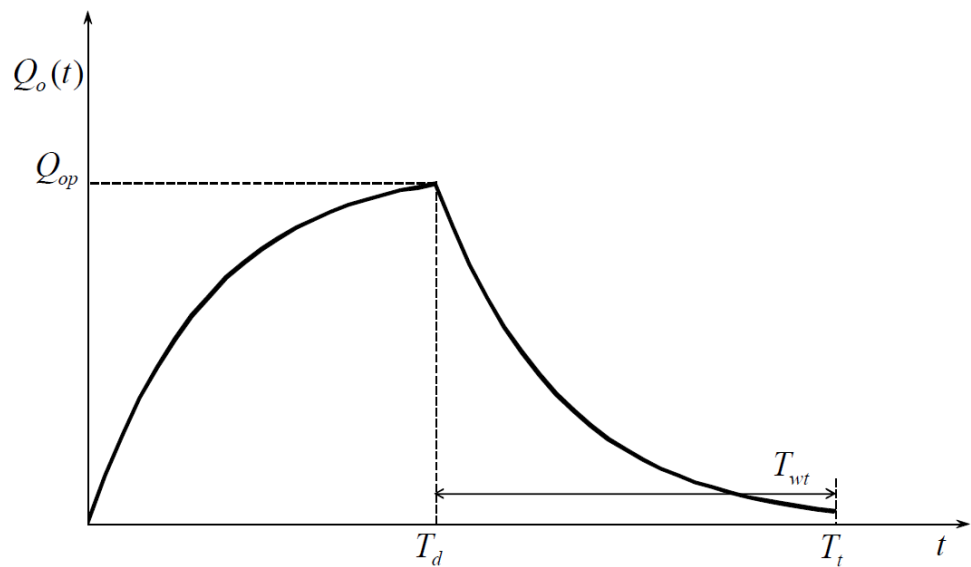


Рис. 6. Пик модели

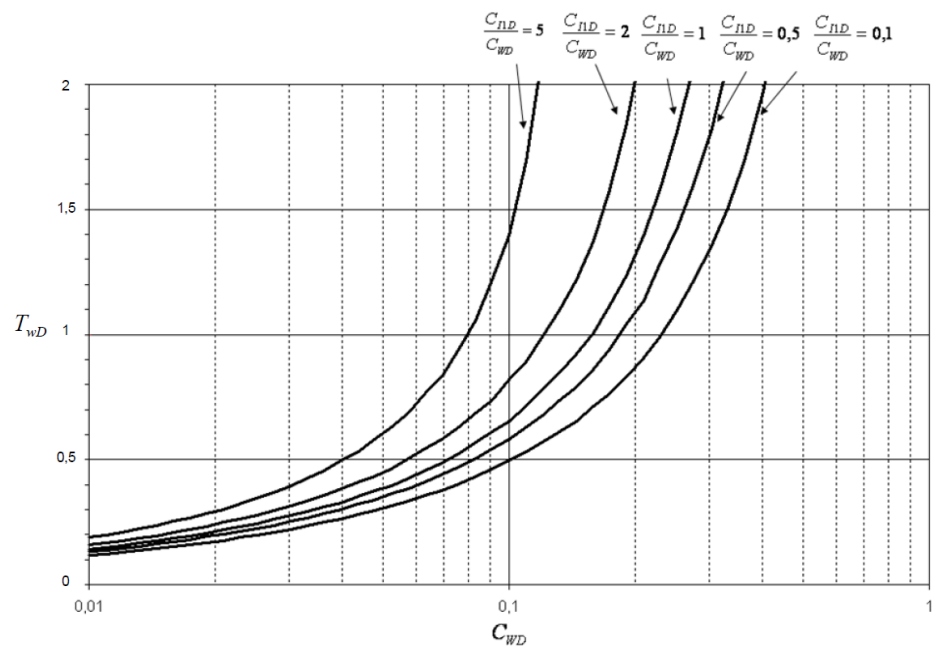


Рис. 7. Оптимальное соотношение запасов скважины к добыче для плато (T_{wd} – отношение запасов к добыче, C_{wD} – безразмерное отношение общих затрат на скважину к продуктивности скважины, C_{IPD} - отношение предельных затрат на инфраструктуру на дополнительную пиковую добычу нефти к чистой цене на нефть)

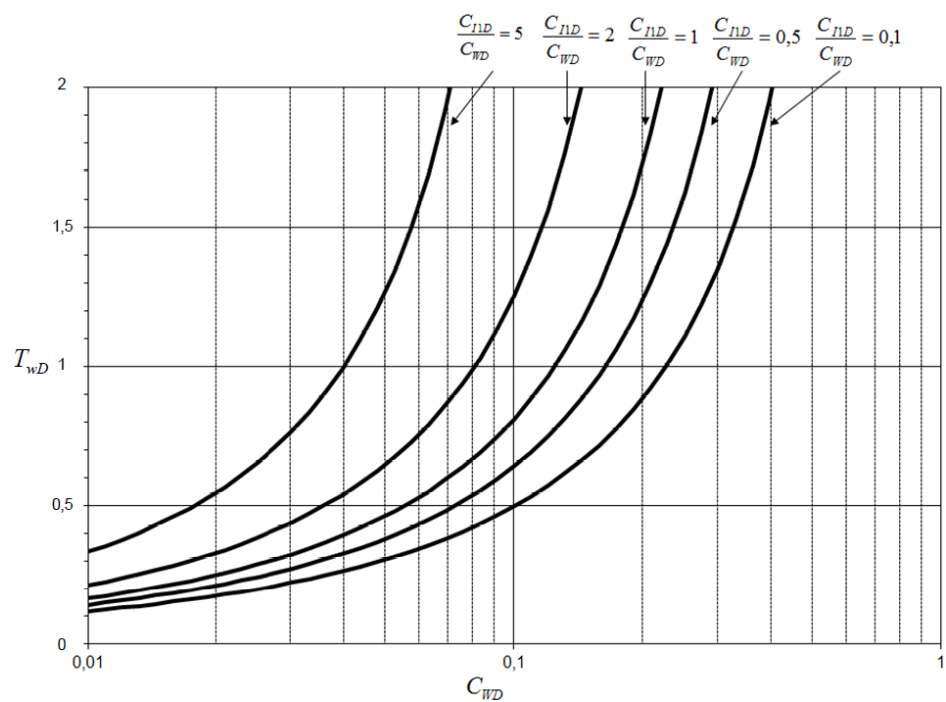


Рис. 8. Оптимальное соотношение запасов скважины к добыче для пика

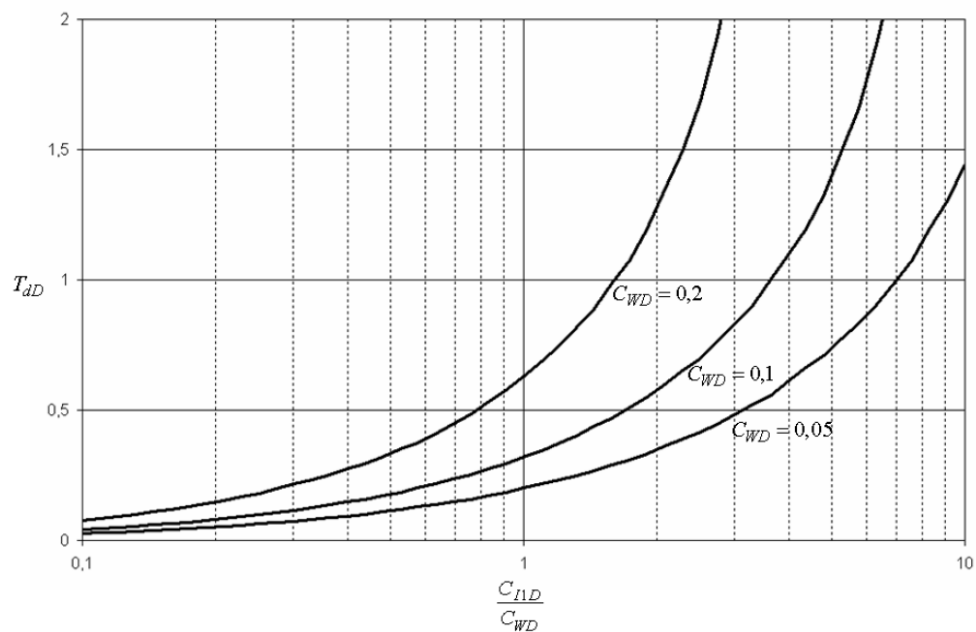


Рис. 9. Время бурения (T_{dD} – безразмерная продолжительность плато с поправкой на ставку дисконтирования)

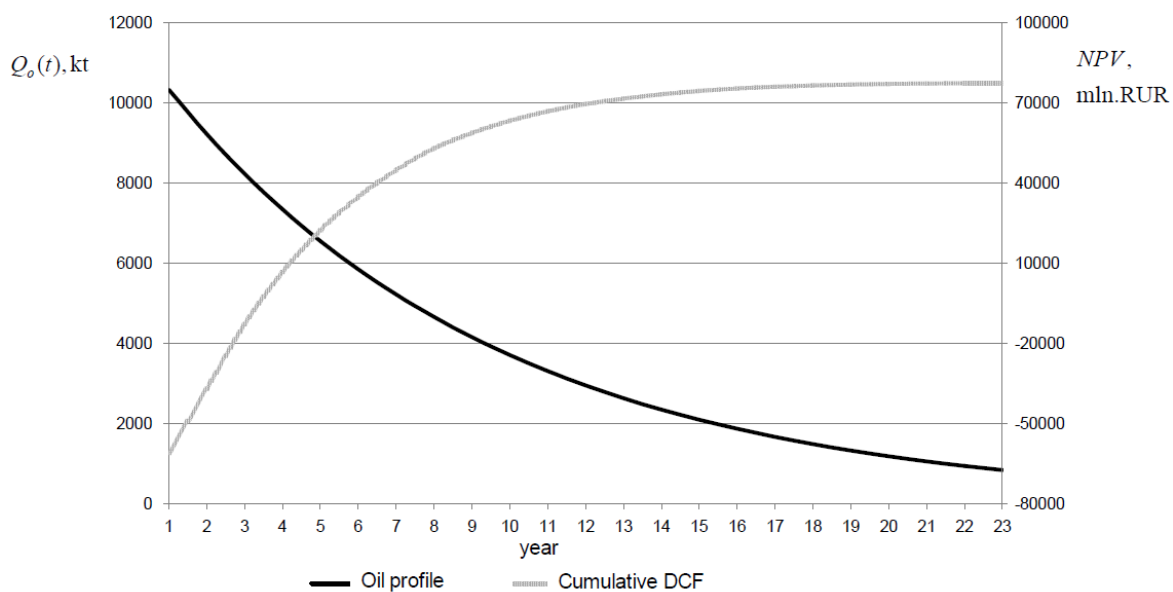


Рис. 10. Оптимальный профиль добычи (пример для Юганска), $r = 0.1$

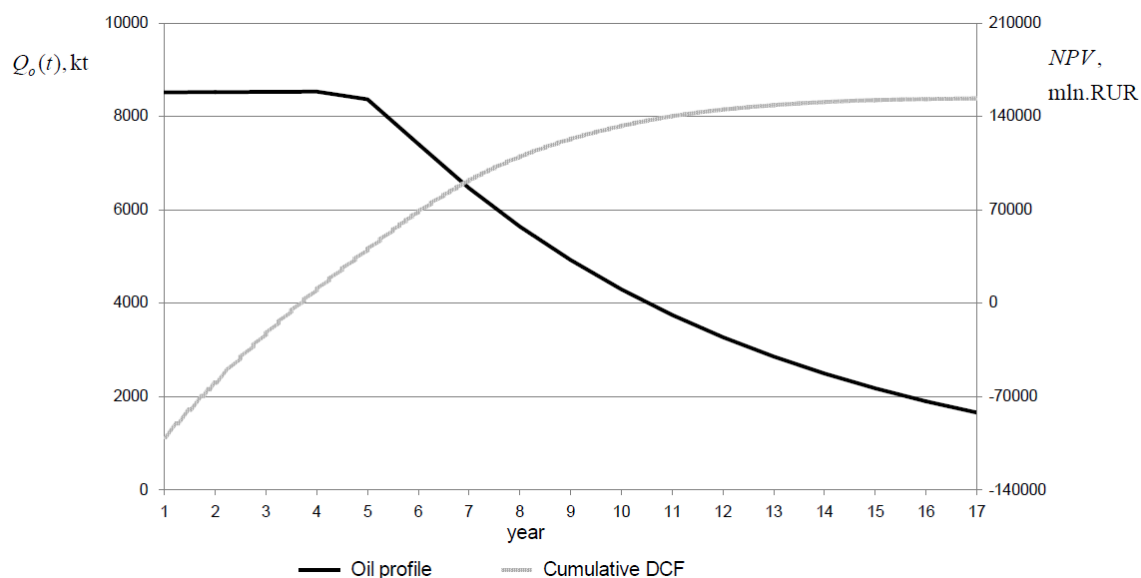


Рис. 11. Оптимальный профиль добычи (пример для Ямала), $r = 0.1$

Целью данной работы является аналитическая оценка оптимальной полудлины трещины ГРП в режиме линейного притока и размеров прямоугольной ячейки для одной скважины в пятиточечной системе разработки в режиме на истощение при условии максимизации функции чистой приведенной стоимости (NPV).

ГЛАВА 1. ПОСТАНОВКА И ОПИСАНИЕ ЗАДАЧИ

1.1. Общая постановка задачи

Дана регулярная система разработки, составленная из наклонно-направленных скважин (ННС) с трещинами гидравлического разрыва пласта (ГРП), разбитая на прямоугольники со сторонами a и b . В центре каждого из них находится добывающая скважина. Все скважины начинают работать одновременно с давлением P_w . Пласт имеет форму параллелепипеда толщины h . Проницаемость k , полная сжимаемость c_t , пористость φ постоянны и заданы. Также даны пластовое давление – P_0 , радиус скважины – r_w , цена нефти при учете вычета налога на добычу полезных ископаемых (НДПИ) – C_{profit} , ставка дисконтирования – α , стоимость скважины – C_w , коэффициент объемного расширения нефти – B . Необходимо найти такую систему разработки, которая будет экономически эффективна, другими словами, аналитически оценить оптимальные размеры прямоугольной периодической ячейки системы разработки a и b системы разработки месторождения, чтобы функция NPV была максимальной. Для этого нужно обезразмерить уравнение пьезопроводности так, чтобы понять, как при изменении одного параметра нужно менять остальные для сохранения оптимальной расстановки скважин.

1.2. Математическая модель

В данной работе математическая модель представлена уравнением пьезопроводности с граничными и начальными условиями:

$$\frac{\partial P}{\partial t} - \frac{k}{\mu c_t} \Delta P = 0$$

Полная сжимаемость определяется следующим образом:

$$c_t = \varphi \cdot c_{fluid} + c_{pore}$$

Коэффициент пьезопроводности:

$$\kappa = \frac{k}{\mu c_t} = const$$

Граничные условия: $\nabla P \cdot \vec{n}|_{r=r_e} = 0, P|_{r=r_w} = P_w$

Начальное условие: $P|_{t=0} = P_0$

1.3. Физическая модель

В работе двумерная физическая модель представлена прямоугольной регулярной периодической ячейкой бесконечного пласта с расположенной в центре наклонно-направленной добывающей скважиной (ННС) с трещиной гидравлического разрыва пласта (ГРП).

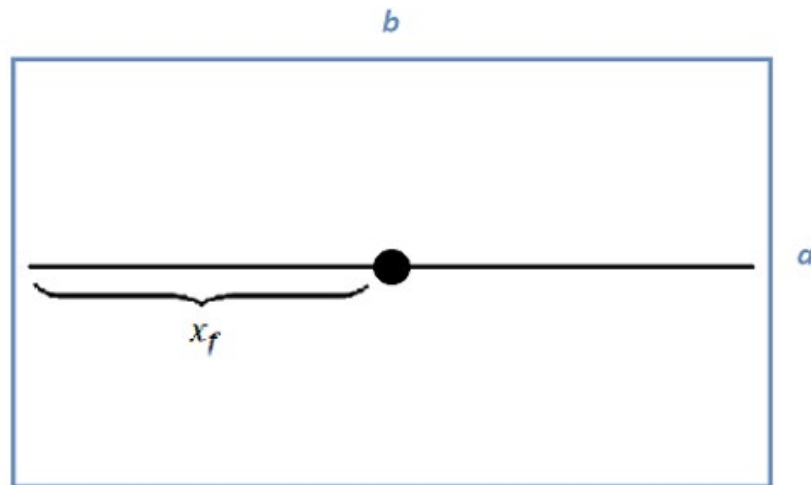


Рис. 12. Периодическая ячейка системы разработки

Скважина в периодической ячейке является точечным источником. Пласт считается изотропным и фиксированной мощности в каждой ячейке.

- 1) Частный случай, когда длина трещины ГРП равна нулю, приток к скважине радиальный, $a = b$;

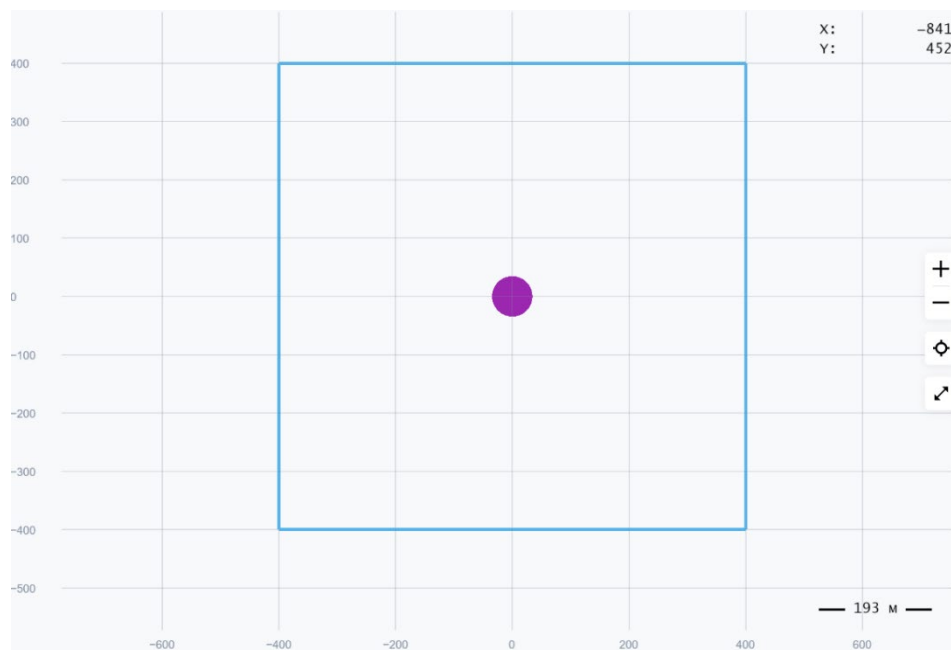


Рис. 13. Частный случай физической модели $a = b$

- 2) Длина трещины ГРП не равна нулю, приток к трещине линейный, $a = b$;

1.4. Экономическая модель

Чистая приведенная стоимость или Net Present Value (NPV) определяется и используется в гидродинамических симуляторах следующим образом:

$$NPV = \sum_{t=0}^N \frac{CF_t}{(1 + \alpha)^t}$$

Составляющие формулы: CF_t – платеж через t лет, α – ставка дисконтирования.

Ставка дисконтирования – это процентная ставка, используемая для пересчета будущих потоков доходов в единую величину текущей стоимости.

Однако, чтобы посчитать NPV аналитически, необходимо перейти от суммирования к интегрированию. Также в работе ставка дисконтирования меняется раз в секунду, в отличие от симуляторов, где она меняется раз в год.

Вводится упрощенная формула для вычисления NPV :

$$NPV = Q_{dis}\rho_0 C_{profit} - C_w$$
$$Q_{dis} = \frac{kh(P_w - P_0)}{\mu B \alpha} \int_0^{\infty} \tilde{Q}(\tilde{t}, D) e^{-\tilde{t}} d\tilde{t},$$

где \tilde{Q} – безразмерный дебит, Q_{dis} – дисконтированный дебит, \tilde{t} – безразмерное время. Подробнее о данных величинах будет рассказано в главе 2.

ГЛАВА 2. АНАЛИЗ УРАВНЕНИЯ ПЬЕЗОПРОВОДНОСТИ.

ВВЕДЕНИЕ БЕЗРАЗМЕРНЫХ ПАРАМЕТРОВ.

2.1. Обезразмеривание уравнения пьезопроводности

Для обезразмеривания уравнения необходимо сначала обезразмерить функцию, относительно которой решается уравнение пьезопроводности.

$$\frac{\partial P}{\partial t} - \frac{k}{\mu c_t} \Delta P = 0$$

$$\kappa = \frac{k}{\mu c_t} = \text{const}$$

$$P = (P_w - P_0) f(\tilde{r}, \tilde{t}),$$

где $\tilde{r} = \frac{r}{a}$, $\tilde{t} = \alpha t$, так как $[\alpha] = \left[\frac{1}{c} \right]$.

После замены переменных преобразуются операторы дифференцирования:

$$\frac{\partial}{\partial r} = \frac{1}{a} \frac{\partial}{\partial \tilde{r}}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2} = \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2}{\partial \tilde{r}^2}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \tilde{t}} \frac{\partial \tilde{t}}{\partial t} = \alpha \frac{\partial}{\partial \tilde{t}}$$

Уравнение переписывается в новых переменных:

$$(P_w - P_0) \left[\frac{\partial f}{\partial \tilde{t}} - \frac{\kappa}{a^2 \alpha} \frac{1}{\tilde{r}} \frac{\partial}{\partial \tilde{r}} \left(\tilde{r} \frac{\partial f}{\partial \tilde{r}} \right) \right] = 0$$

$$\frac{\partial f}{\partial \tilde{t}} - \frac{\kappa}{a^2 \alpha} \frac{1}{\tilde{r}} \frac{\partial}{\partial \tilde{r}} \left(\tilde{r} \frac{\partial f}{\partial \tilde{r}} \right) = 0$$

Нужно заметить, что дробь $\frac{\kappa}{a^2 \alpha}$ является безразмерной, а так как решение будет зависеть от нее, она обозначается как первый безразмерный параметр задачи:

$$D = \frac{\kappa}{a^2 \alpha}$$

Ниже представлена формула дебита для безразмерной функции давления:

$$-\frac{2\pi k h r_w}{\mu B} \frac{\partial P}{\partial r} \Big|_{r=r_w} = Q$$

$$-\frac{2\pi k h r_w (P_w - P_0)}{\mu B a} \frac{\partial f}{\partial \tilde{r}} \Big|_{\tilde{r}=\frac{r_w}{a}} = Q$$

Обезразмерить дебит в правой части можно поделив на $-\frac{2\pi k h r_w (P_w - P_0)}{\mu B a}$:

$$\frac{\partial f}{\partial \tilde{r}} \Big|_{\tilde{r}=\frac{r_w}{a}} = -\frac{Q \mu B}{2\pi k h (P_w - P_0) \tilde{r}_w},$$

где $\tilde{r}_w = \frac{r_w}{a}$.

Вводится безразмерный дебит. Он обозначается, как функция от безразмерных времени \tilde{t} , радиуса \tilde{r}_w и параметра D :

$$\tilde{Q}(\tilde{r}_w, \tilde{t}, D) = \frac{Q \mu B}{k h (P_w - P_0)}$$

2.2. Дисконтирование и NPV

Теперь необходимо посчитать дисконтированный дебит или насколько дебит дисконтируется в секунду. Интеграл по безразмерному времени записывается так:

$$Q_{dis} = \frac{k h (P_w - P_0)}{\mu B} \int_0^{\infty} \tilde{Q}(\tilde{r}, \tilde{t}, D) e^{-\alpha t} d\tilde{t}$$

Так как \tilde{r}_w мал, зависимость от него \tilde{Q} в дальнейшем учитываться не будет.

$$Q_{dis} = \frac{k h (P_w - P_0)}{\mu B a} \int_0^{\infty} \tilde{Q}(\tilde{t}, D) e^{-\tilde{t}} d\tilde{t}, \quad M = \frac{k h (P_w - P_0)}{\mu B a}$$

Для подсчета NPV используется формула:

$$NPV = Q_{dis}\rho_0 C_{profit} - C_w ,$$

где C_{profit} – разница между ценой на нефть и НДС (налог на добычу полезных ископаемых), C_w – расходы на бурение скважины. Чтобы обезразмерить NPV , необходимо разделить на извлекаемые запасы скважины, умноженные на разницу между ценой нефти и НДС. Вводится ещё один безразмерный параметр:

$$E = \frac{C_w}{a^2 h \varphi \rho_0 C_{profit}}$$

Формула для безразмерного NPV записывается как исходная, умноженная на дробь $\frac{1}{a^2 h \varphi \rho_0 C_{profit}}$:

$$\widetilde{NPV}(D, \tilde{M}, E) = \tilde{M} \int_0^{+\infty} \tilde{Q}(\tilde{t}, D) e^{-\tilde{t}} d\tilde{t} - E ,$$

где $\tilde{M} = \frac{M}{\alpha h \varphi}$ – безразмерный параметр.

Выписываются все безразмерные параметры для определения их зависимости от стороны квадрата системы разработки a :

$$D = \frac{\kappa}{a^2 \alpha}$$

$$\tilde{M} = \frac{k(P_w - P_0)}{\mu a^2 \alpha \varphi B}$$

$$E = \frac{C_w}{a^2 h \varphi \rho_0 C_{profit}}$$

У каждого из них зависимость от расстояния между скважинами a является квадратичной, следовательно, можно сделать так, чтобы \widetilde{NPV} управлял только параметр D . Для этого все параметры делятся на D .

$$E^* = \frac{E}{D} = \frac{C_w \mu c_t \alpha}{\varphi h C_{profit} k \rho_0}$$

$$M^* = \frac{\tilde{M}}{D} = \frac{c_t (P_w - P_0)}{\varphi B}$$

Формула для безразмерного NPV переписывается в следующем виде:

$$\widetilde{NPV} = D \left(M^* \int_0^{+\infty} \tilde{Q}(\tilde{t}, D) e^{-\tilde{t}} d\tilde{t} - E^* \right)$$

ГЛАВА 3. РЕЖИМЫ ФИЛЬТРАЦИИ. ВЫВОД АНАЛИТИЧЕСКИХ ФОРМУЛ ОПТИМАЛЬНЫХ РАЗМЕРОВ ЯЧЕЙКИ СИСТЕМЫ РАЗРАБОТКИ

3.1. Режимы фильтрации

Рассмотрим различные режимы фильтрации: неустановившийся, псевдостационарный, псевдоустановившийся. Для каждого из них необходимо использовать формулу дебита, соответствующую данному режиму. Далее к каждой скважине добавляется трещина ГРП и производятся аналогичные расчеты с использованием выражений для дебита, учитывающих ГРП.

3.2. Формула Дююи (неустановившийся режим)

Первоначальный режим работы скважин – неустановившийся. Ему соответствует следующая формула для дебита жидкости:

$$Q = - \frac{2\pi kh(P_w - P_0)}{\mu B \ln \frac{R_e}{r_w}}$$

Далее подставляя формулу выше в формулу для безразмерного дебита, находится $\tilde{Q}(\tilde{r}_w, \tilde{t}, D)$:

$$\tilde{Q}(\tilde{r}_w, \tilde{t}, D) = \frac{- \frac{2\pi kh(P_w - P_0)}{\mu B \ln \frac{R_e}{r_w}} \mu B}{kh(P_w - P_0)} = - \frac{2\pi}{\ln \frac{R_e}{r_w}}$$

Полученную формулу для $\tilde{Q}(\tilde{r}_w, \tilde{t}, D)$ подставляем в интеграл для \widetilde{NPV} и вычисляем его значение:

$$\widetilde{NPV} = D \left(M^* \int_0^{+\infty} \tilde{Q}(\tilde{t}, D) e^{-\tilde{t}} d\tilde{t} - E^* \right)$$

$$\overline{NPV} = -D \left(M^* \frac{2\pi}{\ln \frac{R_e}{r_w}} + E^* \right)$$

Так как на \overline{NPV} влияет один параметр D , то оптимум ищется по нему:

$$\frac{\partial \overline{NPV}}{\partial D} = - \frac{2\pi M^*}{\ln \frac{R_e}{r_w}} - E^*$$

Оптимум по параметру D не существует, так как эта функция не монотонна. Данный результат не имеет физического смысла, так как он рассчитывался при условии ППД, при этом рост обводненности не учитывался.

3.3. Псевдостационарный режим

Для псевдостационарного режима алгоритм будет аналогичен, однако интеграл в выражении для \overline{NPV} имеет нижний предел не равный нулю, так как при начале работы скважины этот режим сразу наступить не может.

Формула дебита для псевдостационарного режима выглядит следующим образом:

$$Q = - \frac{2\pi kh(P_w - P_0)}{\mu B \left(\ln \frac{r}{\sqrt{\kappa t}} + \frac{\gamma}{2} \right)},$$

где γ – постоянная Эйлера.

$$\tilde{Q}(\tilde{r}_w, \tilde{t}, D) = \frac{- \frac{2\pi kh(P_w - P_0)}{\mu B \left(\ln \frac{r}{\sqrt{\kappa t}} + \frac{\gamma}{2} \right)} \mu B}{kh(P_w - P_0)} = - \frac{2\pi}{\ln \left(\sqrt{\frac{\alpha}{\kappa \tilde{t}}} \tilde{r} a \right) + \frac{\gamma}{2}} = - \frac{2\pi}{\ln \left(\frac{\tilde{r}}{\sqrt{D \tilde{t}}} \right) + \frac{\gamma}{2}}$$

$$\overline{NPV} = D \left(M^* \int_{t_0}^{+\infty} \tilde{Q}(\tilde{t}, D) e^{-\tilde{t}} d\tilde{t} - E^* \right) = -D \left(M^* \int_{t_0}^{+\infty} \frac{2\pi}{\ln \left(\frac{\tilde{r}}{\sqrt{D \tilde{t}}} \right) + \frac{\gamma}{2}} e^{-\tilde{t}} d\tilde{t} + E^* \right)$$

Отдельно выписывается интеграл из выражения для \widetilde{NPV} :

$$\int_{t_0}^{+\infty} \frac{2\pi}{\ln\left(\frac{\tilde{r}}{\sqrt{D\tilde{t}}}\right) + \frac{\gamma}{2}} e^{-\tilde{t}} d\tilde{t} \quad (*)$$

После записи конечной формулы для \widetilde{NPV} потребуется выполнить преобразования, чтобы вычислить значение интеграла (*).

Для псевдостационарного режима характерно следующее неравенство:

$$\frac{\sqrt{\kappa t}}{a} \ll 1$$

Неравенство интерпретируется так: радиус воронки депрессии еще меньше размеров зоны дренирования. Далее из неравенства можно получить соотношение для параметра D , обезразмерив перед этим время в исходном выражении:

$$\tilde{t} = t\alpha, t = \frac{\tilde{t}}{\alpha}$$

$$\frac{\kappa\tilde{t}}{\alpha a^2} \ll 1, D = \frac{\kappa}{a^2\alpha} \rightarrow D\tilde{t} \ll 1 \rightarrow D \ll 1$$

Исходя из формулы для параметра D , сторона квадрата зоны дренирования одной скважины достаточно большая, следовательно, как и расстояние между скважинами для данного режима фильтрации.

Итак, для псевдостационарного режима оптимум \widetilde{NPV} по параметру D находится при условии $D \ll 1$.

Вычисляется значение интеграла (*). Сначала рассматривается знаменатель и его особые точки:

$$\ln\left(\frac{\sqrt{D\tilde{t}}}{\tilde{r}}\right) + \frac{\gamma}{2} = \frac{1}{2}(\ln D + \ln \tilde{t} - 2 \ln \tilde{r} + \gamma) = \frac{\ln D}{2} \left(1 + \frac{\ln \tilde{t} - \ln \tilde{r} + \gamma}{\ln D}\right) =$$

$$= \frac{\ln D}{2} \left(1 + \frac{\ln \left(\frac{\tilde{t} e^\gamma}{\tilde{r}^2} \right)}{\ln D} \right) = \frac{\ln D}{2} \left(1 - \frac{\ln t^*}{\ln d} \right),$$

где $t^* = \frac{\tilde{t} e^\gamma}{\tilde{r}^2}$, причем $t^* \sim \tilde{t}$, $d = \frac{1}{D} \gg 1$.

Хорошо видно, что знаменатель обращается в 0 при $t^* = d$. Поэтому (*) разбивается на два отдельных интеграла. Меняются верхний предел первого интеграла и нижний предел второго:

$$\frac{\tilde{t} e^\gamma}{\tilde{r}^2} = d \rightarrow \tilde{t} = \frac{\tilde{r}^2 d}{e^\gamma},$$

где $\tilde{t} = \frac{\tilde{r}^2 d}{e^\gamma}$ достаточно большое значение, чтобы $\lim_{\tilde{t} \rightarrow \frac{\tilde{r}^2 d}{e^\gamma}} e^{-\tilde{t}} = 0$.

Выражение для \widetilde{NPV} теперь записывается следующим образом:

$$\widetilde{NPV} = D \left(M^* \int_{t_0}^{\frac{\tilde{r}^2 d}{e^\gamma}} \frac{4\pi e^{-\tilde{t}}}{\ln D \left(1 - \frac{\ln \tilde{t}}{\ln d} \right)} d\tilde{t} + M^* \int_{\frac{\tilde{r}^2 d}{e^\gamma}}^{+\infty} \frac{4\pi e^{-\tilde{t}}}{\ln D \left(1 - \frac{\ln \tilde{t}}{\ln d} \right)} d\tilde{t} - E^* \right)$$

При вышеупомянутых условиях второй интеграл $\int_{\frac{\tilde{r}^2 d}{e^\gamma}}^{+\infty} \frac{4\pi e^{-\tilde{t}}}{\ln D \left(1 - \frac{\ln \tilde{t}}{\ln d} \right)} d\tilde{t}$ обращается в 0. Тогда \widetilde{NPV} переписется так:

$$\widetilde{NPV} = D \left(M^* \int_{t_0}^{\frac{\tilde{r}^2 d}{e^\gamma}} \frac{4\pi e^{-\tilde{t}}}{\ln D \left(1 - \frac{\ln \tilde{t}}{\ln d} \right)} d\tilde{t} - E^* \right)$$

В знаменателе после преобразований явно видна убывающая геометрическая прогрессия:

$$\frac{1}{1 - \frac{\ln \tilde{t}}{\ln d}} = \frac{1}{1 - x} = \sum_{k=0}^{\infty} x^k, x < 1$$

Выражение для \widehat{NPV} с геометрической прогрессией переписывается так:

$$\widehat{NPV} = D \left(M^* \int_{t_0}^{\frac{\tilde{r}^2 d}{e^{\tilde{V}}}} \frac{4\pi e^{-\tilde{t}}}{\ln D} \left(1 + \frac{\ln \tilde{t}}{\ln d} + \dots \right) d\tilde{t} - E^* \right)$$

Берется только первый член прогрессии и записывается выражение для \widehat{NPV} :

$$\widehat{NPV} = D \left(M^* \int_{t_0}^{\frac{\tilde{r}^2 d}{e^{\tilde{V}}}} \frac{4\pi e^{-\tilde{t}}}{\ln D} d\tilde{t} - E^* \right)$$

$$\widehat{NPV} = \frac{4\pi M^* D}{\ln D} - DE^*$$

Теперь необходимо найти оптимум по параметру D :

$$\frac{\partial \widehat{NPV}}{\partial D} = \frac{4\pi M^* (\ln D - 1)}{\ln^2 D} - E^*$$

$$\frac{4\pi M^* (\ln D - 1)}{\ln^2 D} - E^* = 0$$

В данном выражении можно пренебречь слагаемым второго порядка малости $\frac{4\pi M^*}{\ln^2 D}$.

$$\ln D = 4\pi \frac{M^*}{E^*} \rightarrow D = e^{4\pi \frac{M^*}{E^*}} \sim 1,$$

если $\frac{M^*}{E^*} \ll 1$. Получено противоречие, так как оптимум \widehat{NPV} искался в предположении, что $D \ll 1$. Следовательно, для ситуации $\frac{M^*}{E^*} \ll 1$ оптимум будет вне области $D \ll 1$, которая только что была исследована. Значит, при $\frac{M^*}{E^*} \ll 1$ ожидается что оптимум будет при $D \sim 1$, таким образом, аналитического решения методом асимптотического анализа получить невозможно, и

конкретное значение параметра D в этой области параметра $\frac{M^*}{E^*}$ можно найти только численно.

Доказательство неравенства $\frac{M^*}{E^*} \ll 1$:

$$M^* = \frac{\tilde{M}}{D} = \frac{c_t(P_w - P_0)}{\varphi B}$$

$$E^* = \frac{E}{D} = \frac{C_w \mu c_t \alpha}{\varphi h C_{profit} k \rho_0}$$

$$\begin{aligned} \frac{M^*}{E^*} &= \frac{c_t(P_w - P_0)}{\varphi B} \cdot \frac{\varphi h C_{profit} k \rho_0}{C_w \mu c_t \alpha} = \frac{(P_w - P_0) h C_{profit} c_t \alpha^2}{B C_w} \cdot \frac{k}{\mu c_t \alpha^2} = \\ &= \frac{(P_w - P_0) h C_{profit} c_t \alpha^2}{B C_w} \cdot D \ll 1, \end{aligned}$$

так как $D \ll 1$ в данном режиме фильтрации.

3.4. Псевдоустановившийся режим

Для псевдоустановившегося режима формула дебита записывается так:

$$Q = \frac{2\pi k h (P_w - P_0)}{\mu B \left(\ln \frac{R_e}{r_w} - \frac{1}{2} \right)} e^{-\frac{2\kappa t}{R_e^2 \left(\ln \frac{R_e}{r_w} - \frac{3}{4} \right)}}$$

и характерно неравенство:

$$\frac{\sqrt{\kappa t}}{a} \gg 1 \rightarrow D \gg 1$$

то есть воронка депрессии уже преодолела границу зоны дренирования.

Принимая $R_e = a$ в формуле для Q , можно получить следующее выражение для безразмерного дебита и выделить в нем безразмерный параметр D , по которому необходимо найти оптимум:

$$\tilde{Q}(\tilde{t}, D) = \frac{\frac{2\pi kh(P_w - P_0)}{\mu B \left(\ln \frac{a}{r_w} - \frac{1}{2}\right)} e^{-\frac{2\pi t}{a^2 \left(\ln \frac{a}{r_w} - \frac{3}{4}\right)} \mu B}{kh(P_w - P_0)} = \frac{2\pi e^{-\frac{2\pi t}{a^2 \left(\ln \frac{a}{r_w} - \frac{3}{4}\right)}}}{\ln \frac{a}{r_w} - \frac{1}{2}} = \frac{2\pi e^{-\frac{2\tilde{t}D}{\left(\ln \frac{a}{r_w} - \frac{3}{4}\right)}}}{\ln \frac{a}{r_w} - \frac{1}{2}}$$

После получения формулы для $\tilde{Q}(\tilde{t}, D)$, она подставляется в интеграл для \widetilde{NPV} :

$$\begin{aligned} \widetilde{NPV} &= D \left(M^* \int_0^{+\infty} \tilde{Q}(\tilde{t}, D) e^{-\tilde{t}} d\tilde{t} - E^* \right) = D \left(M^* \int_0^{+\infty} \frac{2\pi e^{-\tilde{t} \left(\frac{2D}{\ln \frac{a}{r_w} - \frac{3}{4}} + 1 \right)}}{\ln \frac{a}{r_w} - \frac{1}{2}} d\tilde{t} - E^* \right) \\ &= D \left(- \frac{2\pi M^*}{\ln \frac{a}{r_w} - \frac{1}{2}} \cdot \frac{e^{-\tilde{t} \left(\frac{2D}{\ln \frac{a}{r_w} - \frac{3}{4}} + 1 \right)}}{\frac{2D}{\ln \frac{a}{r_w} - \frac{3}{4}} + 1} \Bigg|_0^{+\infty} - E^* \right) = \\ &= D \left(- \frac{2\pi M^* \left(\ln \frac{a}{r_w} - \frac{3}{4} \right)}{\left(\ln \frac{a}{r_w} - \frac{1}{2} \right) \left(2D + \ln \frac{a}{r_w} - \frac{3}{4} \right)} - E^* \right) \end{aligned}$$

Для нахождения оптимального значения \widetilde{NPV} находятся нули производной. Так как ищется оптимальный размер стороны квадрата системы разработки, то нужно найти оптимальный параметр a . В общем виде оптимум ищется так:

$$\begin{aligned} \widetilde{NPV} &= \widetilde{NPV} \left(D, \ln \frac{a}{r_w} \right) \\ \frac{\partial \widetilde{NPV}}{\partial D} \cdot \frac{\partial D}{\partial a} + \frac{\partial \widetilde{NPV}}{\partial \ln \frac{a}{r_w}} \cdot \frac{\partial \ln \frac{a}{r_w}}{\partial a} &= 0 \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \widehat{NPV}}{\partial D} \sim \frac{D}{a}, \frac{\partial D}{\partial a} \sim \frac{D}{a}, \frac{\partial \widehat{NPV}}{\partial \ln \frac{a}{r_w}} \sim \frac{1}{a}, \frac{\partial \ln \frac{a}{r_w}}{\partial a} = \frac{1}{a}$$

Поэтому, учитывая, что $D \gg 1$, то выражение для производной будет выглядеть следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \widehat{NPV}}{\partial D} &= \frac{\pi M^* \left(-4 \ln^2 \frac{a}{r_w} + \frac{21}{8} \ln \frac{a}{r_w} - \frac{9}{16} \right)}{\left(\ln \frac{a}{r_w} - \frac{1}{2} \right)^2 \left(2D + \ln \frac{a}{r_w} - \frac{3}{4} \right)^2} - E^* \\ \frac{\pi M^* \left(-4 \ln^2 \frac{a}{r_w} + \frac{21}{8} \ln \frac{a}{r_w} - \frac{9}{16} \right)}{\left(\ln \frac{a}{r_w} - \frac{1}{2} \right)^2 \left(2D + \ln \frac{a}{r_w} - \frac{3}{4} \right)^2} - E^* &= 0 \\ D &= \frac{3}{8} - \frac{1}{2} \ln \frac{a}{r_w} + \sqrt{\frac{M^*}{E^*}} \cdot \frac{\sqrt{\pi \left(-4 \ln^2 \frac{a}{r_w} + \frac{21}{8} \ln \frac{a}{r_w} - \frac{9}{16} \right)}}{2 \left| \ln \frac{a}{r_w} - \frac{1}{2} \right|} \end{aligned}$$

Так как $\frac{M^*}{E^*} \gg 1$, то первыми слагаемыми можно пренебречь.

$$D = \sqrt{\frac{M^*}{E^*}} \cdot \frac{\sqrt{\pi \left(-4 \ln^2 \frac{a}{r_w} + \frac{21}{8} \ln \frac{a}{r_w} - \frac{9}{16} \right)}}{2 \left| \ln \frac{a}{r_w} - \frac{1}{2} \right|}$$

После нахождения оптимума \widehat{NPV} по D необходимо найти оптимум по стороне квадрата a , на которые разбита система разработки.

В найденном выражении для D выделяется полный квадрат под корнем, чтобы показать, что степень логарифма с учетом знаменателя будет 0:

$$D = \sqrt{\frac{M^*}{E^*}} \cdot \frac{\sqrt{\pi \left(-4 \ln^2 \frac{a}{r_w} + \frac{21}{8} \ln \frac{a}{r_w} - \frac{9}{16} \right)}}{2 \left| \ln \frac{a}{r_w} - \frac{1}{2} \right|} =$$

$$= \sqrt{\frac{M^*}{E^*}} \cdot \frac{\sqrt{-\frac{\pi}{16} \left(\left(8 \ln \frac{a}{r_w} - 3 \right)^2 - 6 \ln \frac{a}{r_w} \right)}}{2 \left| \ln \frac{a}{r_w} - \frac{1}{2} \right|}$$

Так как параметр a под логарифмами можно не учитывать, то можно подставить значение параметра D и выразить оптимальное значение a :

$$a = \sqrt{\frac{2\kappa \left| \ln \frac{a}{r_w} - \frac{1}{2} \right| \sqrt{E^*}}{\alpha \sqrt{-\frac{\pi M^*}{16} \left(\left(8 \ln \frac{a}{r_w} - 3 \right)^2 - 6 \ln \frac{a}{r_w} \right)}}$$

Таким образом, найдено оптимальное расстояние между скважинами в псевдоустановившемся режиме.

3.5. Введение трещин ГРП в систему разработки

Метод ГРП – один из методов интенсификации работы скважины, он заключается в создании высокопроводимой трещины в пласте для обеспечения притока добываемого флюида, после чего дебит скважины возрастает.

Пусть теперь на каждой скважине в системе разработки есть трещина ГРП длиной x_f . Для новой системы разработки скорость распространения воронки депрессии будет определяться аналогичным неравенством, что и для предыдущей, но помимо стороны квадрата будет фигурировать длина трещины. Всего будет два режима: линейный и псевдоустановившийся. Для этой системы разработки все безразмерные параметры сохраняются.

Так как в псевдоустановившемся режиме будет радиальный приток к трещине ГРП, то он не будет отличаться от псевдоустановившегося режима скважин без ГРП, иллюстрация на Рис. 14.

$$x_f \sim a/2$$

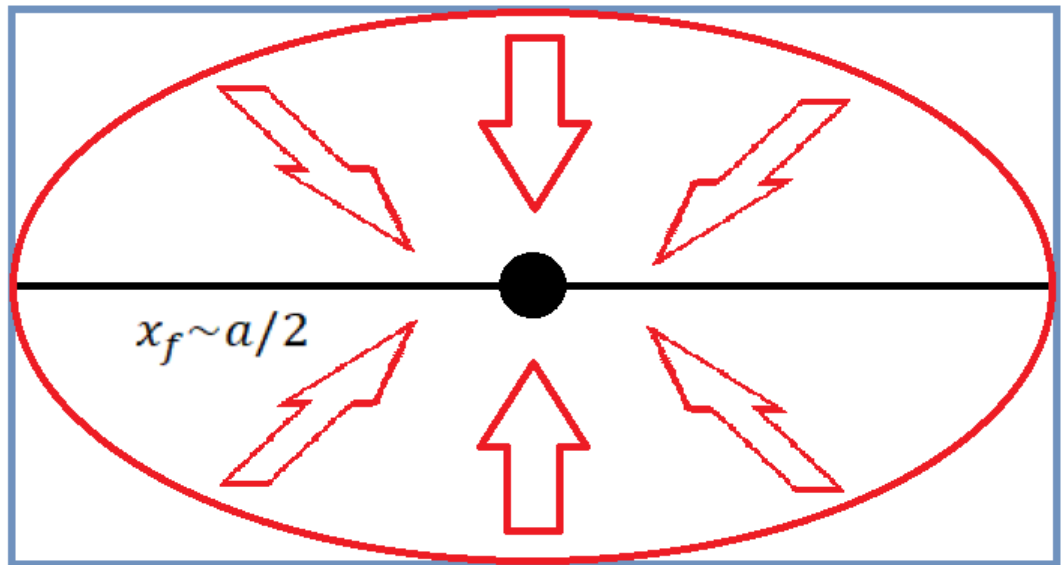


Рис. 14. Радиальный приток к трещине ГРП

3.6. Линейный режим фильтрации

Линейный режим подразумевает собой перпендикулярное направление притока флюида к трещине до тех пор, пока выполнено неравенство:

$$\sqrt{\kappa t} \ll x_f$$

a

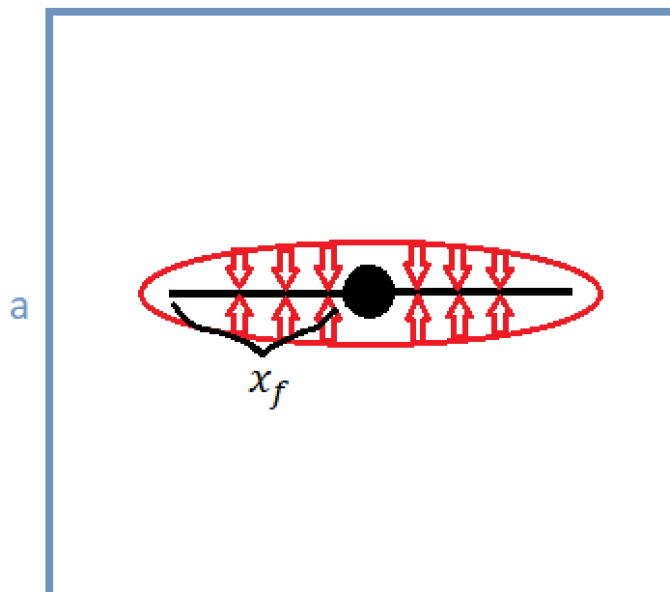


Рис. 15. Линейный режим притока к трещине ГРП

На Рис. 15 проиллюстрирован линейный режим притока к трещине ГРП. Из рисунка видно, что воронка депрессии в данный момент времени находится достаточно близко к трещине и приток флюида в таком случае можно считать перпендикулярным.

Для скважин с ГРП уравнение пьезопроводности записывается, обезразмеривается и преобразуется аналогично скважинам без ГРП, меняется только формула для дебита при линейном режиме притока к трещине:

$$Q = \frac{4khx_f(P_w - P_0)}{\mu B \sqrt{\pi \kappa t}} \cdot \frac{a}{a} = \frac{4kh\tilde{x}_f(P_w - P_0)}{\mu B \sqrt{\pi \tilde{t} D}}$$

Теперь, используя формулу обезразмеривания дебита, находим $\tilde{Q}(\tilde{t}, D, \tilde{x}_f)$:

$$\tilde{Q}(\tilde{t}, D, \tilde{x}_f) = \frac{Q\mu B}{kh(P_w - P_0)} = \frac{4\tilde{x}_f}{\sqrt{\pi \tilde{t} D}},$$

где $\tilde{x}_f = \frac{x_f}{a}$ – новый безразмерный параметр.

Формула для расчета \widetilde{NPV} будет следующей:

$$\widetilde{NPV} = D \left(\frac{M^* \tilde{x}_f}{\sqrt{\pi D}} \int_0^{+\infty} \frac{e^{-\tilde{t}}}{\sqrt{\tilde{t}}} d\tilde{t} - E^* \right) = D \left(\frac{M^* \tilde{x}_f}{\sqrt{D}} - E^* \right)$$

Аналогично предыдущим режимам без ГРП ищется оптимум чистой приведенной стоимости по параметру D :

$$\frac{\partial \widetilde{NPV}}{\partial D} = \frac{M^* \tilde{x}_f}{2\sqrt{D}} - E^*$$

$$D = \left(\frac{M^* \tilde{x}_f}{2E^*} \right)^2$$

Теперь необходимо найти оптимум по размерному параметру задачи:

$$\frac{\kappa}{a^2 \alpha} = \left(\frac{M^* \tilde{x}_f}{2E^*} \right)^2, \tilde{x}_f = \frac{x_f}{a} \rightarrow \frac{\kappa}{a^2 \alpha} = \left(\frac{M^* x_f}{2E^* a} \right)^2$$

Из последнего равенства видно, что сторона квадрата системы разработки сокращается и можно выразить оптимальную длину трещины ГРП:

$$x_f^{opt} = \frac{2E^*}{M^*} \sqrt{\frac{\chi}{\alpha}}$$

Для линейного режима выполняется неравенство:

$$\sqrt{\kappa t} \ll x_f$$

Преобразуем его:

$$\frac{\kappa \tilde{t}}{\alpha} \ll x_f^2 \rightarrow \frac{a^2 \kappa \tilde{t}}{a^2 \alpha} \ll x_f^2 \rightarrow \frac{D \tilde{t}}{\tilde{x}_f} \ll 1 \rightarrow \frac{D}{\tilde{x}_f} \ll 1$$

Отсюда следует, что дробь $\frac{M^*}{E^*} \ll 1$. Связь $\frac{M^*}{E^*}$ и D показана в пункте 3.2.

3.7. Учет цены ГРП и пропанта в NPV

В изложенной теории финансовые траты, приходящиеся на скважину, отвечает параметр E , однако для случая с ГРП этот параметр в таком представлении утрачивает свою актуальность.

Для корректности дальнейших вычислений вводится цена ГРП C_f , цена за тонну пропанта C_p и его плотность ρ_p . Чтобы вычислять массу закаченного пропанта, необходимо знать объем или вычислять его через длину трещины ГРП. Связь длины трещины и объема пропанта взята из [2]:

$$x_f = A \frac{\Delta \sigma^{\frac{3}{5}}}{H^{\frac{1}{5}} k'^{\frac{2}{5}} Q^{\frac{1}{5}} E^{\frac{1}{5}}} V^{\frac{3}{5}},$$

где A – коэффициент, $\Delta \sigma$ – контраст напряжений, H – мощность пласта, k' – коэффициент густоты потока, Q – расход жидкости, E – модуль Юнга и V – объем закаченной жидкости. Для удобства обозначим:

$$K_f = A \frac{\Delta \sigma^{\frac{3}{5}}}{H^{\frac{1}{5}} k'^{\frac{2}{5}} Q^{\frac{1}{5}} E^{\frac{1}{5}}}$$

$$x_f = K_f V^{\frac{3}{5}} \rightarrow V = \left(\frac{x_f}{K_f} \right)^{\frac{5}{3}}$$

Теперь параметр E перезаписывается в следующем виде:

$$E_f = \frac{C_w}{a^2 h \varphi \rho_0 C_{profit}} + \frac{C_f}{a^2 h \varphi \rho_0 C_{profit}} + \frac{C_p x_f^{\frac{5}{3}} \rho_p}{K_f^{\frac{5}{3}} a^2 h \varphi \rho_0 C_{profit}}$$

Так же как и раньше, E делится на параметр $D = \frac{k}{\mu c_t \alpha a^2}$, так как оба параметра зависят от стороны квадрата разработки, и чтобы \widetilde{NPV} управлял один параметр, удобнее все остальные поделить именно на D . Поэтому E переписывается так:

$$\tilde{E}_f = \frac{E_f}{D} = \frac{(C_w + C_f) \mu c_t \alpha}{k h \varphi \rho_0 C_{profit}} + \frac{C_p x_f^{\frac{5}{3}} \rho_p \mu c_t \alpha}{k K_f^{\frac{5}{3}} h \varphi \rho_0 C_{profit}}$$

Параметр M^* остается тем же:

$$\tilde{M} = \frac{k(P_w - P_0)}{\mu a^2 \alpha \varphi B}$$

$$M^* = \frac{\tilde{M}}{D} = \frac{c_t(P_w - P_0)}{\varphi B}$$

Каждое из слагаемых представляет собой удельную цену затрат на общую стоимость нефти, содержащейся в квадрате разработки со стороной a , то есть площади, приходящейся на одну скважину.

Запишем ранее выведенную формулу для \widetilde{NPV} , только теперь она будет учитывать стоимость проведения ГРП и стоимость закачанного проппанта:

$$\overline{NPV} = D \left(\frac{M^* \tilde{x}_f}{\sqrt{D}} - \tilde{E}_f \right) = D \left(\frac{M^* \tilde{x}_f}{\sqrt{D}} - \frac{(C_w + C_f) \mu c_t \alpha}{kh \varphi \rho_0 C_{profit}} - \frac{C_p \tilde{x}_f^{\frac{5}{3}} \rho_p \mu c_t \alpha^{\frac{5}{3}}}{k K_f^{\frac{5}{3}} h \varphi \rho_0 C_{profit}} \right)$$

Так как на \overline{NPV} в данной постановке влияют два параметра: \tilde{x}_f и D , то будем искать оптимум от функции по ним.

$$\frac{\partial \overline{NPV}}{\partial D} = \frac{M^* \tilde{x}_f}{2\sqrt{D}} - \frac{(C_w + C_f) \mu c_t \alpha}{kh \varphi \rho_0 C_{profit}} - \tilde{x}_f^{\frac{5}{3}} \frac{a^{\frac{5}{3}} C_p \rho_p \mu c_t \alpha}{k K_f^{\frac{5}{3}} h \varphi \rho_0 C_{profit}}$$

$$D_{opt} = \frac{M^{*2} \tilde{x}_f^2}{4 \left(\frac{(C_w + C_f) \mu c_t \alpha}{kh \varphi \rho_0 C_{profit}} + \tilde{x}_f^{\frac{5}{3}} \frac{C_p \rho_p \mu c_t \alpha^{\frac{5}{3}}}{k K_f^{\frac{5}{3}} h \varphi \rho_0 C_{profit}} \right)^2}$$

$$\frac{\partial \overline{NPV}}{\partial \tilde{x}_f} = D \left(\frac{M^*}{\sqrt{D}} - \frac{5}{3} \tilde{x}_f^{\frac{2}{3}} \frac{C_p \rho_p \mu c_t \alpha^{\frac{5}{3}}}{k K_f^{\frac{5}{3}} h \varphi \rho_0 C_{profit}} \right)$$

Выражения получаются громоздкими, чтобы в дальнейшем запись была более компактной, введем еще два параметра, первый будет отражать удельную стоимость закаченного проппанта на стоимость всей нефти, содержащейся в данном квадрате разработки, а второй удельную стоимость скважины и ГРП одновременно на стоимость всей нефти, содержащейся в данном квадрате разработки:

$$F = \frac{C_p \rho_p \mu c_t \alpha^{\frac{5}{3}}}{k K_f^{\frac{5}{3}} h \varphi \rho_0 C_{profit}}$$

$$\tilde{E} = \frac{(C_w + C_f) \mu c_t \alpha}{kh \varphi \rho_0 C_{profit}}$$

Далее, получаем следующее выражение для оптимального \tilde{x}_f :

$$\tilde{x}_f^{opt} = \left(\frac{M^*}{\sqrt{DF}} \right)^{\frac{3}{2}}$$

Перепишем выражение для D_{opt} в компактном виде:

$$D_{opt} = \frac{M^{*2} \tilde{x}_f^2}{4 \left(\tilde{E} + \tilde{x}_f^{\frac{5}{3}} F \right)^2}$$

Теперь подставим сюда \tilde{x}_f^{opt} :

$$D_{opt} = \frac{M^{*5}}{4(\sqrt{DF})^3 \left(\tilde{E} + \left(\frac{M^*}{\sqrt{DF}} \right)^{\frac{5}{2}} F \right)^2}$$

Видно, что из полученного соотношения D_{opt} явно не выражается, то есть необходимо рассмотреть знаменатель и оставить в скобках $\left(\tilde{E} + \left(\frac{M^*}{\sqrt{DF}} \right)^{\frac{5}{2}} F \right)$ большее слагаемое, а другим пренебречь. Для этого подставим реальные значения и посчитаем значения обоих слагаемых:

$$\rho_p = 3500 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}; \varphi_p = 0,33; C_p = 0,0119 \frac{\text{млн. руб}}{\text{тонна}};$$

$$C_f = 1,934 \text{ млн. руб.}; c_t = 10^{-9} \frac{1}{\text{Па}}; P_w = 10132500 \text{ Па};$$

$$P_0 = 25331250 \text{ Па}; h = 12 \text{ м}; \varphi = 0,1; \mu = 0,001 \text{ Па} \cdot \text{с};$$

$$\rho_0 = 800 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}; C_{profit} = 54 \frac{\text{руб}}{\text{кг}}; k = 10^{-15} \text{ м}^2; \alpha = 4,15 * 10^{-9} \frac{1}{\text{с}};$$

$$C_w = 50 \frac{\text{млн. руб.}}{\text{скважина}}; a = 100 \text{ м}$$

Тогда, используя формулы для обозначенных параметров, вычисляются их значения на основе реальных данных:

$$D = 24; M^* \approx 0,152; \tilde{E} \approx 4,16 * 10^{-3}; F \approx 5,57$$

Подставив эти значения в скобку знаменателя, получим:

$$\tilde{E} + \left(\frac{M^*}{\sqrt{DF}} \right)^{\frac{5}{2}} F \approx 4,16 * 10^{-3} + 1,3 * 10^{-5}$$

Теперь наглядно видно, что вторым слагаемым можно пренебречь, собственно, этого и следовало ожидать, так как стоимость ГРП не более десятой доли от CAPEX, который характеризуется первым слагаемым. Тогда соотношение для параметра D принимает следующий вид:

$$D = \frac{M^{*5}}{4(\sqrt{DF})^3 \tilde{E}^2} \rightarrow D^{\frac{5}{2}} = \frac{M^{*5}}{4F^3 \tilde{E}^2} \rightarrow D_{opt} = \left(\frac{M^{*5}}{4F^3 \tilde{E}^2} \right)^{\frac{2}{5}}$$

Теперь D_{opt} подставляется в формулу для \tilde{x}_f^{opt} :

$$\tilde{x}_f^{opt} = \left(\frac{M^*}{\sqrt{DF}} \right)^{\frac{3}{2}} = \left(\frac{M^*}{\left(\frac{M^{*5}}{4F^3 \tilde{E}^2} \right)^{\frac{1}{5}} F} \right)^{\frac{3}{2}} = \left(\frac{\frac{1}{4^{\frac{1}{5}} F^{\frac{3}{5}} \tilde{E}^{\frac{2}{5}}}}{F} \right)^{\frac{3}{2}} = \frac{4^{\frac{3}{10}} \tilde{E}^{\frac{3}{5}}}{F^{\frac{2}{5}}} = \left(\frac{4^{\frac{3}{2}} \tilde{E}^3}{F^2} \right)^{\frac{1}{5}}$$

Также в параметр D входит сторона квадрата системы разработки a , поэтому из соотношения для D_{opt} можно выразить a_{opt} :

$$\frac{\kappa}{a^2 \alpha} = \left(\frac{M^{*5}}{4F^3 \tilde{E}^2} \right)^{\frac{2}{5}} \rightarrow a_{opt} = \sqrt{\frac{\kappa}{\alpha} \left(\frac{4F^3 \tilde{E}^2}{M^{*5}} \right)^{\frac{1}{5}}}$$

Рассмотрим общий случай зависимости полудлины трещины ГРП \tilde{x}_f от объёма закачиваемой жидкости, то есть если степень будет произвольной:

$$V = \left(\frac{x_f}{K_f} \right)^{\beta}$$

$$\overline{NPV} = D \left(\frac{M^* \tilde{x}_f}{\sqrt{D}} - \tilde{E} - F \tilde{x}_f^{\beta} \right)$$

$$\frac{\partial \widetilde{NPV}}{\partial \tilde{x}_f} = D \left(\frac{M^*}{\sqrt{D}} - \beta \tilde{x}_f^{\beta-1} F \right)$$

$$\tilde{x}_f^{\beta-1} = \frac{M^*}{\beta \sqrt{D} F} \rightarrow \tilde{x}_f = \left(\frac{M^*}{\beta \sqrt{D} F} \right)^{\frac{1}{\beta-1}}$$

Ранее была получена формула для D_{opt} без подстановки в нее \tilde{x}_f :

$$D_{opt} = \frac{M^{*2} \tilde{x}_f^2}{4 \left(\tilde{E} + \tilde{x}_f^{\frac{5}{3}} F \right)^2}$$

Пользуясь тем, что первое слагаемое в скобке знаменателя на 2 порядка больше второго, выражение будет выглядеть следующим образом:

$$D_{opt} = \frac{M^{*2} \tilde{x}_f^2}{4 \tilde{E}^2}$$

Далее подставляем в полученное выражение \tilde{x}_f для общего случая степенной зависимости от объема закаченной жидкости:

$$D = \frac{M^{*2} \left(\frac{M^*}{\beta \sqrt{D} F} \right)^{\frac{2}{\beta-1}}}{4 \tilde{E}^2} = \frac{M^{* \frac{2\beta}{\beta-1}}}{4 \tilde{E}^2 (\beta F)^{\frac{2}{\beta-1}} D^{\frac{1}{\beta-1}}}$$

$$D^{\frac{\beta}{\beta-1}} = \frac{M^{* \frac{2\beta}{\beta-1}}}{4 \tilde{E}^2 (\beta F)^{\frac{2}{\beta-1}}} \rightarrow D_{opt} = \left(\frac{M^{* \frac{2\beta}{\beta-1}}}{4 \tilde{E}^2 (\beta F)^{\frac{2}{\beta-1}}} \right)^{\frac{\beta-1}{\beta}}$$

$$D_{opt} = \frac{M^{*2}}{(4 \tilde{E}^2)^{\frac{\beta-1}{\beta}} (\beta F)^{\frac{2}{\beta}}}$$

Параметр D вводился как $D = \frac{\kappa}{\alpha a^2}$, поэтому можем найти оптимальное расстояние между скважинами для произвольной степени β :

$$\frac{\kappa}{\alpha a^2} = \frac{M^{*2}}{(4\tilde{E}^2)^{\frac{\beta-1}{\beta}} (\beta F)^{\frac{2}{\beta}}}$$

$$a_{opt} = \sqrt{\frac{\kappa (2\tilde{E})^{\frac{\beta-1}{\beta}} (\beta F)^{\frac{1}{\beta}}}{M^*}}$$

Также выразим оптимальную полудлину трещины:

$$\tilde{x}_f = \left(\frac{M^*}{\beta \sqrt{DF}} \right)^{\frac{1}{\beta-1}} = \left(\frac{M^*}{\beta \sqrt{\frac{M^{*2}}{(4\tilde{E}^2)^{\frac{\beta-1}{\beta}} (\beta F)^{\frac{2}{\beta}}}} F}} \right)^{\frac{1}{\beta-1}} = \left(\frac{(2\tilde{E})^{\frac{\beta-1}{\beta}} (\beta F)^{\frac{1}{\beta}}}{\beta F} \right)^{\frac{1}{\beta-1}}$$

$$= (2\tilde{E})^{\frac{1}{\beta}} (\beta F)^{\frac{1-\beta}{\beta(\beta-1)}}$$

Получено выражение для оптимальных параметра D , расстояния между скважинами a и полудлины трещины ГРП \tilde{x}_f при произвольной степенной зависимости от закаченной жидкости. Данные результаты имеют место быть для различных видов пластов, где степень зависимости полудлины трещины и объема закаченной жидкости может меняться.

3.8. Общий случай элемента системы разработки

В этом разделе осуществляется обобщение предыдущей задачи, а именно переход от квадратного элемента системы разработки к прямоугольному:

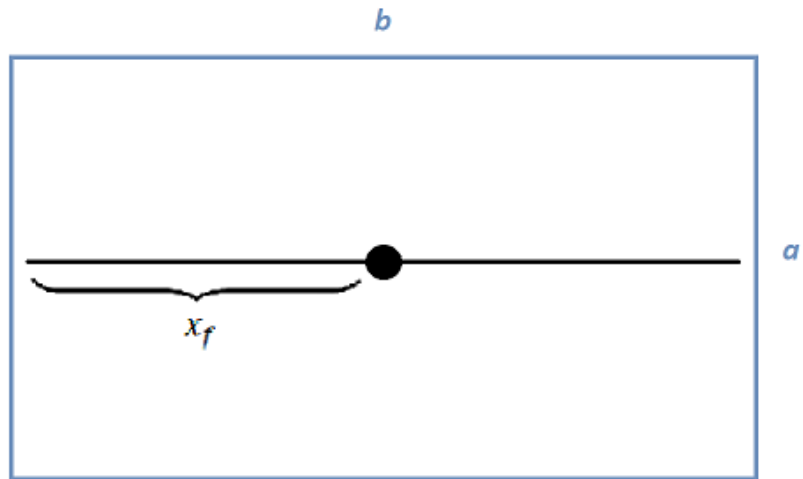


Рис. 16. Элемент системы разработки

Так как количество параметров увеличилось, удобнее всего будет работать с величинами, на которые можно повлиять искусственно – полудлина трещины ГРП x_f , стороны прямоугольника системы разработки a и b . Однако их следует так же как и другие параметры в безразмерном виде, поэтому вводятся следующие параметры:

$$x^* = x_f \sqrt{\frac{\alpha}{\kappa}} \rightarrow x_f = x^* \sqrt{\frac{\kappa}{\alpha}}$$

$$a^* = a \sqrt{\frac{\alpha}{\kappa}} \rightarrow a = a^* \sqrt{\frac{\kappa}{\alpha}}$$

$$b^* = b \sqrt{\frac{\alpha}{\kappa}} \rightarrow b = b^* \sqrt{\frac{\kappa}{\alpha}}$$

Причем из Рис.6 следует, что $b^* \geq 2x^*$.

Теперь необходимо заново выписать безразмерный и дисконтированный дебиты:

$$Q = \frac{4khx_f(P_w - P_0)}{\mu B \sqrt{\pi \kappa t}}$$

$$Q = \frac{4khx_f(P_w - P_0)}{\mu B \sqrt{\pi \mu t}}$$

$$\tilde{Q} = \frac{Q \mu B}{kh \Delta P} = \frac{4x_f}{\sqrt{\pi \mu t}}$$

В последнем выражении можно выделить параметр x^* :

$$\tilde{Q} = \frac{4x^*}{\sqrt{\pi \alpha t}} = \frac{4x^*}{\sqrt{\pi \tilde{t}}}$$

Посчитаем дисконтированный дебит:

$$Q_{dis} = \frac{kh \Delta P}{\sqrt{\pi} \mu B \alpha} \int_0^{\infty} \frac{4x^*}{\sqrt{\tilde{t}}} e^{-\tilde{t}} d\tilde{t} = \frac{4x^* kh \Delta P}{\mu B \alpha}$$

Запишем функцию NPV в размерном виде:

$$NPV = Q_{dis} \rho_0 C_{profit} - C_w - C_f - \frac{C_p x_f^{\frac{5}{3}} \rho_p}{K_f^{\frac{5}{3}}}$$

Далее, как и ранее функция обезразмеривается на стоимость нефти содержащейся в элементе системы разработки:

$$\widehat{NPV} = \frac{4x^* kh \Delta P}{ab h \varphi \mu B \alpha} - \frac{(C_w + C_f)}{ab h \varphi \rho_0 C_{profit}} - \frac{C_p x_f^{\frac{5}{3}} \rho_p}{K_f^{\frac{5}{3}} ab h \varphi \rho_0 C_{profit}}$$

Теперь, когда имеется обезразмеренная функция, необходимо выделить все три параметра, введенные в начале данной главы x^* , a^* , b^* :

$$\begin{aligned}\widehat{NPV} &= \frac{4x^*kh\Delta P\alpha}{h\varphi\mu V\alpha a^*b^*\kappa} - \frac{(C_w + C_f)\alpha}{a^*b^*h\varphi\rho_0 C_{profit}\kappa} - \frac{C_p x^{*\frac{5}{3}}\rho_p \kappa^{\frac{5}{6}}\alpha}{K_f^{\frac{5}{3}} a^*b^*h\varphi\rho_0 C_{profit}\kappa\alpha^{\frac{5}{6}}} \\ &= \frac{4\Delta P c_t}{\varphi V} \frac{x^*}{a^*b^*} - \frac{(C_w + C_f)\alpha}{h\varphi\rho_0 C_{profit}\kappa} \frac{1}{a^*b^*} - \frac{C_p \rho_p \alpha^{\frac{1}{6}}}{K_f^{\frac{5}{3}} h\varphi\rho_0 C_{profit}\kappa^{\frac{1}{6}}} \frac{x^{*\frac{5}{3}}}{a^*b^*}\end{aligned}$$

После выделения безразмерных параметров, которыми можно управлять, выделяются безразмерные параметры, позволяющие сократить запись функции:

$$M = \frac{4\Delta P c_t}{\varphi V}$$

$$E = \frac{(C_w + C_f)\alpha}{h\varphi\rho_0 C_{profit}\kappa}$$

$$F = \frac{C_p \rho_p \alpha^{\frac{1}{6}}}{K_f^{\frac{5}{3}} h\varphi\rho_0 C_{profit}\kappa^{\frac{1}{6}}}$$

Таким образом, функция \widehat{NPV} переписывается в следующем виде:

$$\widehat{NPV} = M \frac{x^*}{a^*b^*} - E \frac{1}{a^*b^*} - F \frac{x^{*\frac{5}{3}}}{a^*b^*}$$

Через частные производные по управляющим параметрам найдем их оптимум:

$$\frac{\partial \widehat{NPV}}{\partial x^*} = \frac{M}{a^*b^*} - \frac{5F x^{*\frac{2}{3}}}{3 a^*b^*}$$

$$x^{*\frac{2}{3}} = \frac{3M}{5F}$$

$$x_{opt}^* = \left(\frac{3M}{5F}\right)^{\frac{3}{2}}$$

Пользуясь условием $b^* \geq 2x^*$, получаем:

$$b_{opt}^* = 2 \left(\frac{3M}{5F} \right)^{\frac{3}{2}}$$

Из вида функции \widehat{NPV} можно сделать вывод, что чем меньше параметр a^* , тем большее ее значение, однако бесконечно уменьшать параметр невозможно, так как все трещины сольются в одну.

Получена оценка: $a^* \ll 1$.

3.9. Дополнительная оценка параметра a^*

Рассматривается псевдоустановившийся режим и следующая схема трещин ГРП:

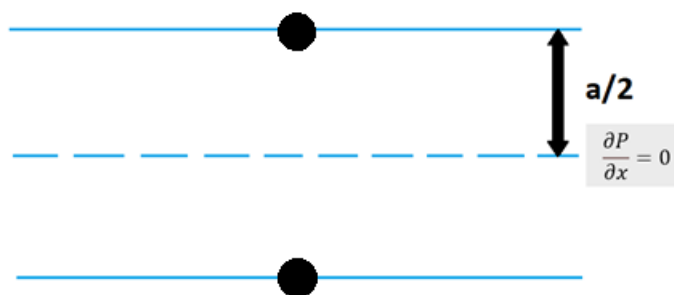


Рис. 17. Схема расположения скважин и трещин ГРП в псевдоустановившемся режиме

На Рис. 17 черными точками отмечены наклонно-направленные скважины. На равноудаленном расстоянии между трещинами на функцию давления накладывается условие неперетока в силу псевдоустановившегося режима. Также в этом режиме изменение профиля давления является константой по времени, а дебит в каждый момент времени можно считать постоянным:

$$\frac{\partial P}{\partial t} = const, Q = const$$

$$\nabla P|_{x=\frac{a}{2}} = 0$$

Записывается уравнение пьезопроводности:

$$\frac{\partial P}{\partial t} - \kappa \Delta P = 0$$

В силу начального условия на давление уравнение переписывается в виде:

$$\Delta P = \frac{C}{\kappa}$$

Далее полученное дифференциальное уравнение решается с помощью интегрирования и поиска констант общего решения:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = \frac{C}{\kappa}$$

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{Cx}{\kappa} + C_1$$

$$P = \frac{Cx^2}{\kappa} + C_1x + C_0$$

$$\left. \frac{\partial P}{\partial x} \right|_{x=\frac{a}{2}} = 0$$

$$\frac{Ca}{2\kappa} + C_1 = 0 \rightarrow C_1 = -\frac{Ca}{2\kappa}$$

Используя закон Дарси, можно записать:

$$x = 0: \frac{\partial P}{\partial x} \cdot \frac{2khx_f}{\mu} = \frac{Q}{2}$$

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\mu Q}{4khx_f}; \quad C_1 = \frac{\mu Q}{4khx_f}$$

$$C = -\frac{2C_1\kappa}{a} = -\frac{Q}{2c_t hx_f a}$$

Далее найденные константы подставляем в решение дифференциального уравнения:

$$P = P_w(t) + \frac{Q\mu}{4khx_f a} (ax - x^2)$$

$$P\left(\frac{a}{2}\right) = P_w(t) + \frac{Q\mu a}{16khx_f}$$

$$P(t = 0) = P_0$$

В полученной формуле давления расстояния усредняются на $\frac{a}{2}$:

$$\frac{2}{a} \int_0^{\frac{a}{2}} x dx = \frac{a}{4}$$

$$\frac{2}{a} \int_0^{\frac{a}{2}} x^2 dx = \frac{a^2}{12}$$

Записывается функция среднего давления с усредненными расстояниями между трещинами ГРП:

$$\bar{P} = P_w(t) + \frac{Q\mu a}{24khx_f}$$

Из полученной функции среднего давления можно выразить дебит:

$$Q = \frac{(\bar{P} - P_w) \cdot 24khx_f}{\mu a}$$

По закону Дарси:

$$\frac{\partial \bar{P}}{\partial t} = -\frac{Q}{2c_t h x_f a} = -\frac{(\bar{P} - P_w) \cdot 12k}{c_t \mu a^2}$$

Выписывается полный дифференциал и выражается $\bar{P} - P_w$:

$$\frac{d(\bar{P} - P_w)}{\bar{P} - P_w} = -\frac{dt \cdot 12kh}{c_t \mu a^2}$$

$$\ln(\bar{P} - P_w) = -\frac{12kht}{c_t \mu a^2}$$

$$\bar{P} - P_w = e^{-\frac{12kht}{c_t \mu a^2}}$$

Получена формула, описывающая среднее давление:

$$\bar{P} = P_w(t) + (\bar{P} - P_w) \cdot e^{-\frac{12kht}{c_t \mu a^2}}$$

Теперь можно записать выражения для начального дебита и зависимость дебита от времени:

$$Q_0 = \frac{(\bar{P} - P_w) \cdot 24khx_f}{\mu a}$$

$$Q = Q_0 \cdot e^{-\frac{12kht}{c_t \mu a^2}}$$

Далее дебит обезразмеривается аналогично предыдущим выводам и выбираются управляющие параметры:

$$Q = \frac{Q\mu B}{kh\Delta P} = \frac{24x_f B}{a} \cdot e^{-\frac{12kht}{c_t \mu a^2}}$$

$$x^* = x_f \sqrt{\frac{\delta}{\kappa}} \rightarrow x_f = x^* \sqrt{\frac{\kappa}{\delta}}$$

$$a^* = a \sqrt{\frac{\delta}{\kappa}} \rightarrow a = a^* \sqrt{\frac{\kappa}{\delta}}$$

$$b^* = b \sqrt{\frac{\delta}{\kappa}} \rightarrow b = b^* \sqrt{\frac{\kappa}{\delta}},$$

где δ – ставка дисконтирования.

Вводится безразмерное время: $\tilde{t} = \delta t$.

Записывается оценка безразмерного времени для перехода к дисконтированному дебиту:

$$\tilde{t} \rightarrow \infty$$

$$\delta t \gg 1$$

$\kappa t \gg a^2$ – воронка депрессии же достигла границ зоны дренирования скважин

$$t \gg \frac{a^2}{\kappa}$$

$$\delta t \gg \frac{a^2 \delta}{\kappa}$$

$$\begin{aligned} Q_{dis} &= \frac{kh\Delta P}{\mu B \delta} \int_0^{+\infty} \tilde{Q} e^{-\tilde{t}} d\tilde{t} = \frac{24kh\Delta P x_f}{\mu \delta a} \int_0^{+\infty} e^{-\left(\frac{12k\delta}{\delta \mu \kappa a^{*2} + 1}\right)\tilde{t}} d\tilde{t} \\ &= \frac{24kh\Delta P x_f}{\mu \sqrt{\delta \kappa}} \cdot \frac{a^*}{(12\varphi + a^{*2})} \end{aligned}$$

Из предыдущей оценки параметра a^* :

$$a^* \ll 1$$

Следовательно, формулу дисконтированного дебита можно переписать в виде:

$$Q_{dis} = \frac{2kh\Delta P x_f}{\mu \sqrt{\delta \kappa}} \cdot \frac{a^*}{\varphi}$$

Далее записывается выражение для чистой приведенной стоимости:

$$NPV = Q_{dis} \rho_0 C_{profit} - C_w - C_f - \frac{C_p x_f^{\frac{5}{3}} \rho_p}{K_f^{\frac{5}{3}}}$$

Подставляя в это выражение найденный дисконтированный дебит и обезразмеривая NPV на стоимость всей нефти, содержащейся в одной ячейке:

$$\widetilde{NPV} = M \frac{x^*}{b^*} - E \frac{1}{a^* b^*} - F \frac{x^{*\frac{5}{3}}}{a^* b^*},$$

где:

$$M = \frac{2k\Delta P c_t x^*}{\varphi^2}$$

$$E = \frac{(C_w + C_f)\alpha}{h\varphi\rho_0 C_{profit} \kappa}$$

$$F = \frac{C_p \rho_p \alpha^{\frac{1}{6}}}{K_f^{\frac{5}{3}} h \varphi \rho_0 C_{profit} \kappa^{\frac{1}{6}}}$$

Исходя из полученной функции \widehat{NPV} находится выражение для оптимального параметра x^* , следовательно, и для полудлины трещины:

$$\frac{\partial \widehat{NPV}}{\partial x^*} = \frac{M}{b^*} - \frac{5 F x^{*\frac{2}{3}}}{3 a^* b^*}$$

$$x^* = \left[\frac{3 M a^*}{5 F} \right]^{3/2}$$

По сравнению с предыдущей оценкой параметра x^* выражение идентично, за исключением того, что появилась зависимость от параметра a^* , а исходя из вида функции \widehat{NPV} оценка параметра a^* вытекает следующая:

$$a^* \gg 1$$

То есть при a^* много больше единицы функция будет принимать максимальное значение. Получено противоречие.

Исходя из приведенных оценок параметра a^* следует, что $a^* \sim 1$.

ГЛАВА 4. СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТА ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО СИМУЛЯТОРА И ТЕОРИИ

4.1. Сравнение типа зависимости безразмерных параметров в теории и на практике при расчетах

Для каждого из режимов был найден оптимум \widehat{NPV} при определенном значении параметра D :

– неустановившийся режим не имеет оптимума, так как производная \widehat{NPV} по параметру D для данного режима не является монотонной функцией

– в псевдостационарном режиме возможно найти оптимум только численно, так как в аналитике искался оптимум при $D \ll 1$, но было получено противоречие

– в псевдоустановившемся режиме оптимум \widehat{NPV} ищется в предположении $D \gg 1$, то есть воронка депрессии уже преодолела границу зоны дренирования

$$D = \sqrt{\frac{M^*}{E^*}} \cdot \frac{\sqrt{\pi \left(-4 \ln^2 \frac{a}{r_w} + \frac{21}{8} \ln \frac{a}{r_w} - \frac{9}{16} \right)}}{2 \left| \ln \frac{a}{r_w} - \frac{1}{2} \right|} =$$
$$= \sqrt{\frac{M^*}{E^*}} \cdot \frac{\sqrt{-\frac{\pi}{16} \left(\left(8 \ln \frac{a}{r_w} - 3 \right)^2 - 6 \ln \frac{a}{r_w} \right)}}{2 \left| \ln \frac{a}{r_w} - \frac{1}{2} \right|}$$

Расчеты проводились следующим образом: для перебора 10 вариантов стороны квадрата разработки a фиксировалось отношение безразмерных параметров $\frac{M^*}{E^*}$, т.е. при кратном увеличении, например, мощности пласта и вязкости нефти одновременно отношение оставалось неизменным, в отличие от свойств рассматриваемых пласта и нефти.

Таким образом, получилось 10 серий для фиксированного $\frac{M^*}{E^*}$ с разными параметрами пластов и нефти, что позволяло получить необходимый набор точек для определения максимума функции $\overline{NPV}(D)$ и по значению параметра D , соответствующему максимуму из серии расчетов однозначно определяется отношение $\frac{M^*}{E^*}$. Аппроксимировав полученные точки, построен график зависимости параметра D от $\frac{M^*}{E^*}$. Зависимость аналогична выведенной теории, а именно $D \left(\sqrt{\frac{M^*}{E^*}} \right)$. Стоит отметить, что для варьирования $\frac{M^*}{E^*}$ для разных серий расчетов менялась проницаемость, так как она входит в параметр M^* , но не содержится в E^* .

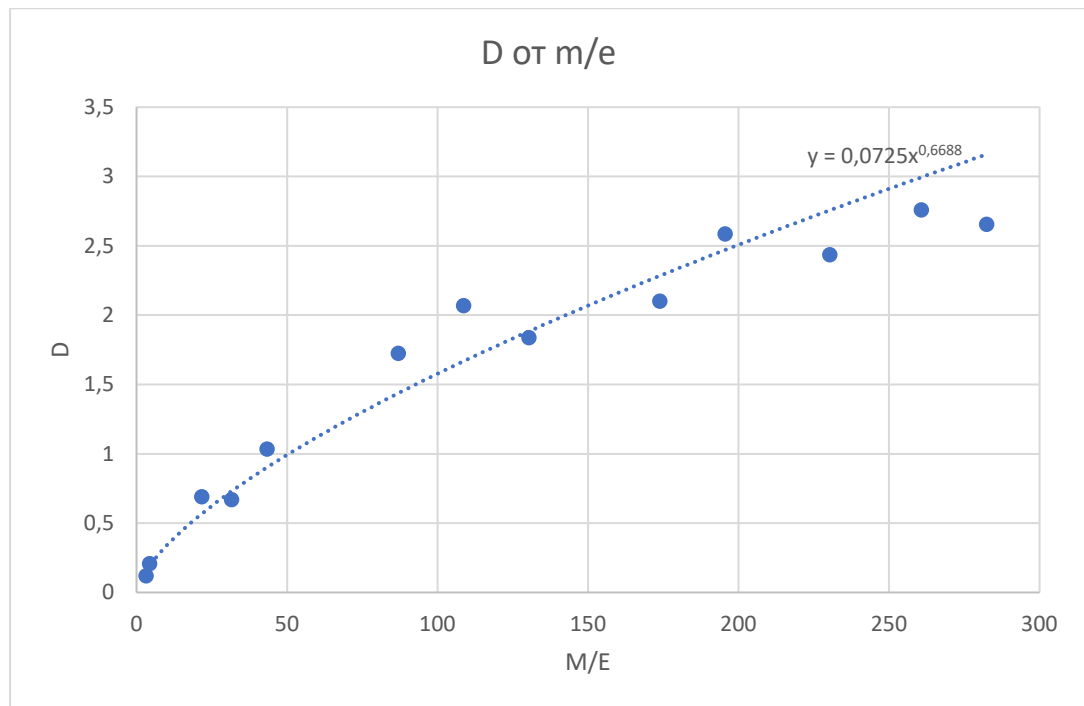


Рис. 18. Зависимость параметра D от $\frac{M^*}{E^*}$

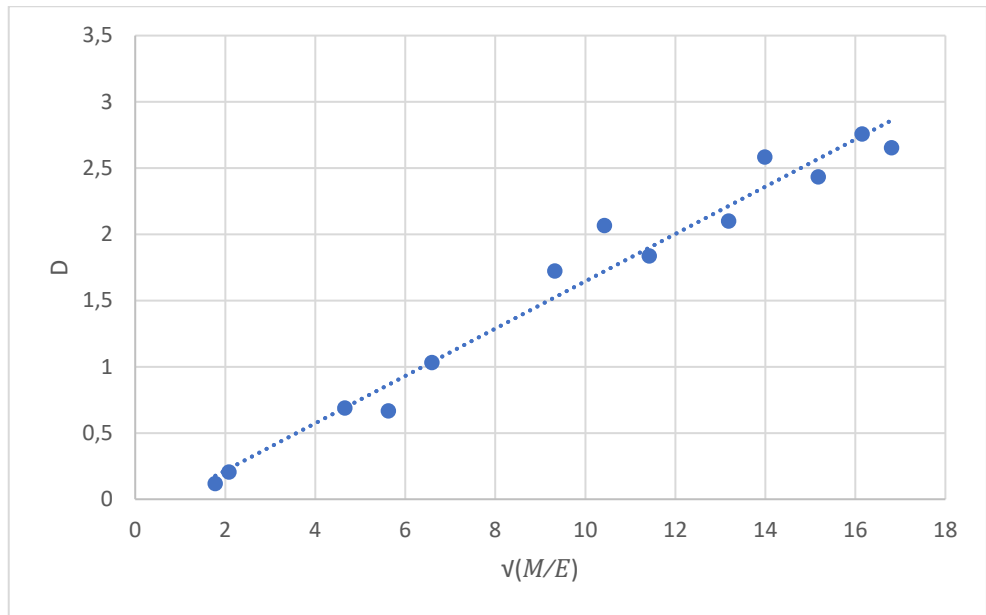


Рис. 19. Зависимость D от $\sqrt{\frac{M^*}{E^*}}$

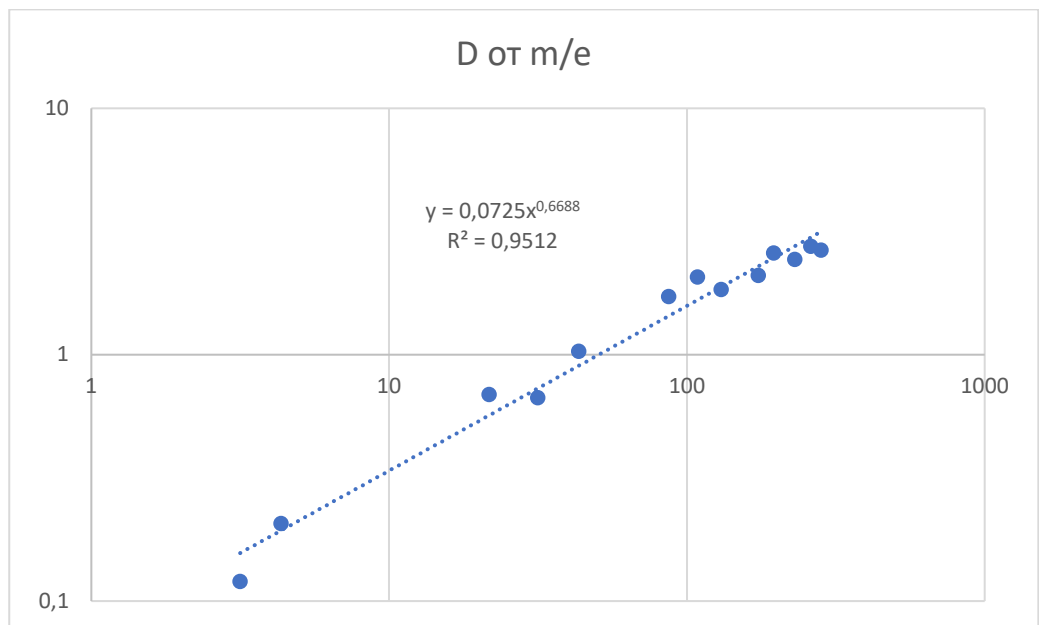


Рис. 20. Зависимость D от $\frac{M^*}{E^*}$ в логарифмических шкалах

Однако из Рис. 21 видно, что оптимум \widetilde{NPV} соответствует параметру D незначительно отличающемуся от 1. Это связано с тем, что при расчетах ставка дисконтирования считалась раз в год, а в теории раз в секунду.

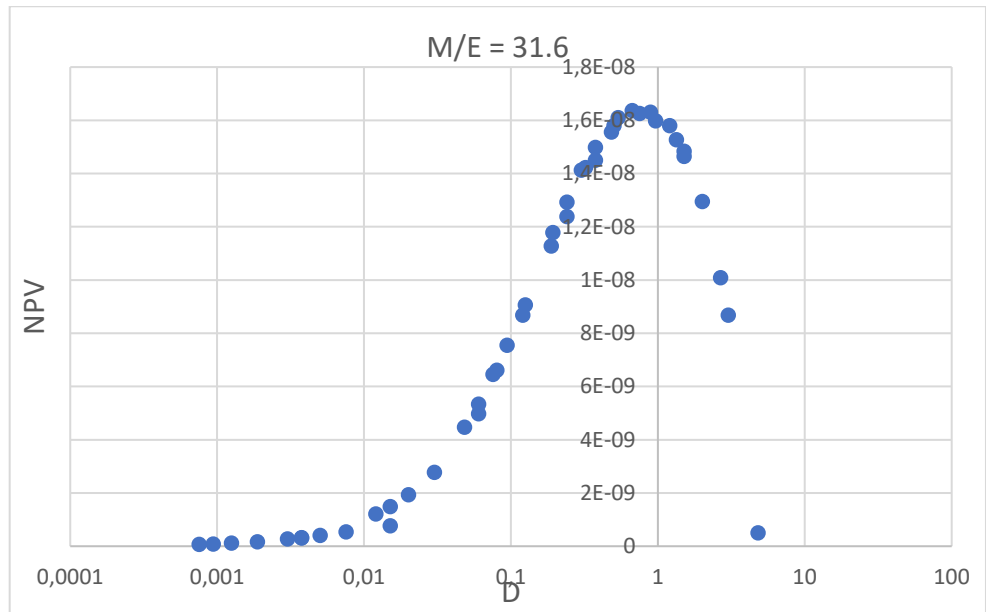


Рис. 21. Зависимость \widetilde{NPV} от D при $\frac{M^*}{E^*} = 31.6$

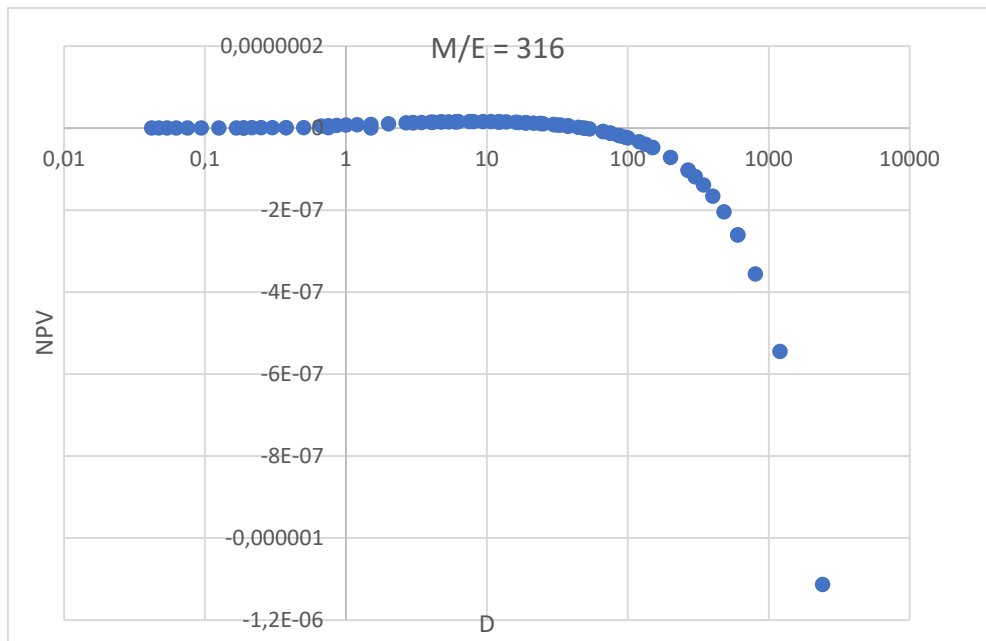


Рис. 22. Зависимость \widetilde{NPV} от D при $\frac{M^*}{E^*} = 316$

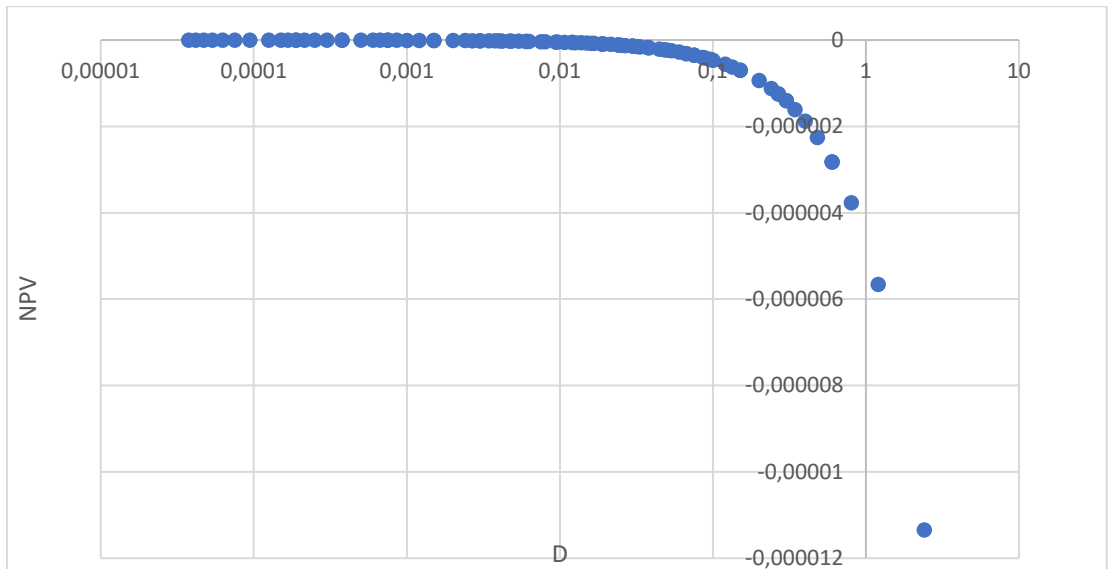


Рис. 23. Зависимость \widehat{NPV} от D при $\frac{M^*}{E^*} = 3.16e^{-2}$

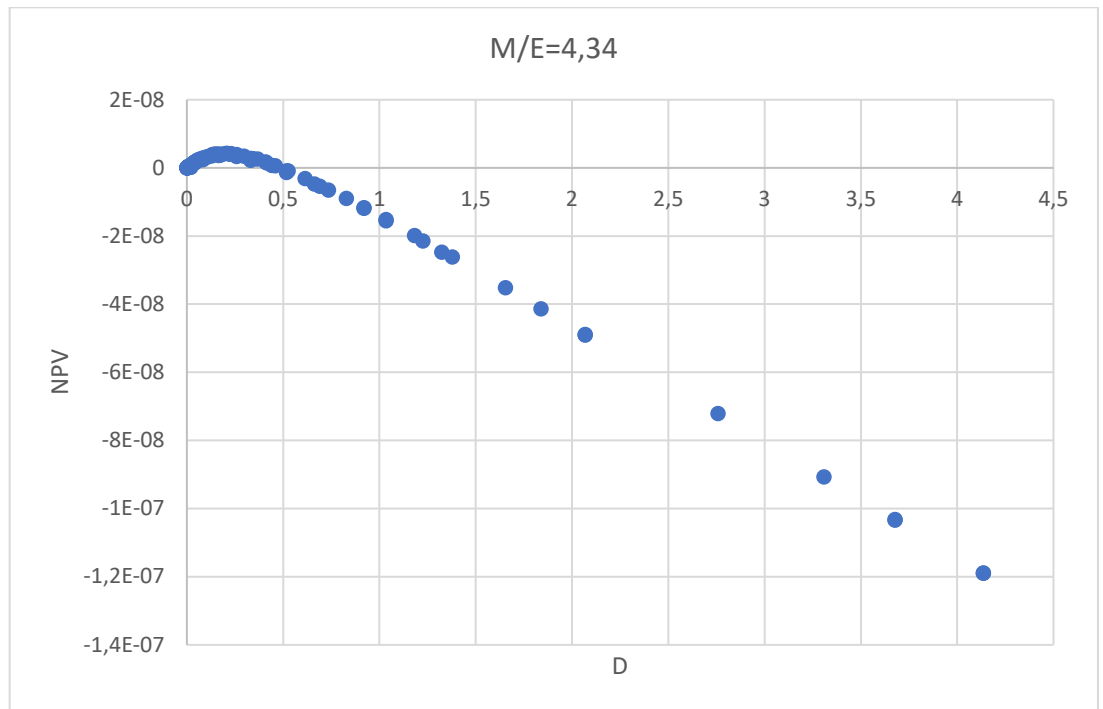


Рис. 24. Зависимость \widehat{NPV} от D при $\frac{M^*}{E^*} = 4.34$

Из полученных результатов при расчете на специализированном ПО видно, что предположения теории оказались верными и действительно прослеживается зависимость D от $\frac{M^*}{E^*}$ как \sqrt{x} , но только при $\frac{M^*}{E^*} \gg 1$. В дальнейшем это позволит использовать полуаналитический метод для оценки

оптимального расстояния между скважинами в структуре наклонно-направленных скважин и наклонно-направленных скважин с ГРП.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе предложен полуаналитический метод оценки оптимального расстояния между скважинами в структуре наклонно-направленных скважин и наклонно-направленных скважин с ГРП при работе в режиме истощения с постоянным забойным давлением. На основе экономической модели был определен набор безразмерных управляющих параметров для каждого из режима по отдельности, по которым можно определить оптимальное расстояние между скважинами в частном случае, когда периодической ячейки системы разработки является квадратом, а также стороны ячейки и полудлину трещины в общем случае, когда периодической ячейкой системы разработки является прямоугольник и на скважине присутствует трещина ГРП.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Ермолаев А.И., Ахметзянов А.В., Гребенник О.С. Оптимизация и выбор систем разработки группы залежей нефтяных и газовых месторождений, 2010.
2. Шель Е.В., Падерин Г.В., Кабанова П.К. Ретроспективный анализ проведенных работ ГРП с использованием безразмерных переменных: сравнение дизайна и гидродинамических исследований, SPE-191707-RU, 2018.
3. Hyun Cho Integrated Optimization on long horizontal well length, SPE 68599, 2001.
4. Hyun Cho, Shah S. N. Optimization of well length for horizontal drilling, Canadian International Petroleum Conference, 2000.
5. Khasanov M.M., Babin V.M., Melchaeva O.U., Ushmaev O.S., Gazpromneft NTC, D. Echeverria Ciaurri, IBM Thomas J. Watson Research Center, Semenikhin A.S., IBM Science and Technology Center; Application of mathematical optimization techniques for well pattern selection, SPE-171163-MS, 2014.
6. Khasanov M.M., Bakhitov R.R., Sitnikov A.V., Ushmaev O.S., Dmitruk D.N., Nekhaev S.A. Optimization of production capacity for oil field in the Russian Arctic
7. Khasanov M.M., Ushmaev O.S., Nekhaev S.A., Karamutdinova D.M. The optimal parameters for oil field development, SPE 162089, 2012.
8. Khasanov M.M., Ushmaev O.S., Roshchektaev A.P., Fuks O.M., Andrianova A.M. Optimal well pattern of multifractured horizontal wells arranged in rectangular arrays, SPE-176700-MS, 2015.
9. Lacy S., Ding W., Joshi S. D. Horizontal well applications and parameters for economic success, SPE 23676, 1992.
10. Nakajima L., Schiozer D. J. Automated methodology for field performance optimization developed with horizontal wells, SPE 81031, 2003.

11. Recham R., Bencherif D. Investigation of optimum well spacing based on a combined simulation and economic models, Canadian International Petroleum Conference, 2003.
12. Roberts, T. Economics of Well Spacing, SPE 240, 1961.
13. Shel E.V. Asymptotical regimes of the hydrofracturing planar 3d model, 2019.
14. Starovoitova B.N., Golovin S.V., Paderin G.V., Shel E.V., Kavunnikova E.A., Krivtsov A.M. Design optimization of hydraulic fracturing, 2018.
15. Tokunaga, H., Hise, B. R. A Method to Determine Optimum Well Spacing, SPE 1673, 1966.