

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого  
Институт прикладной математики и механики

Работа допущена к защите  
Зав. Кафедрой, д.ф.-м.н., чл.-корр. РАН  
\_\_\_\_\_ А.М. Кривцов  
" 14 " \_\_\_\_\_ 06 \_\_\_\_\_ 2019 г.

## ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА МАГИСТРА

### МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕНОСА И ОСЕДАНИЯ

### ПРОПАНТА В ТРЕЩИНЕ ГРП

по направлению 01.04.03 «Механика и математическое моделирование»  
по образовательной программе  
01.04.03\_02 «Механика и математическое моделирование (международная  
образовательная программа на иностранном языке)»


Выполнил  
студент гр. 23642/2

  
\_\_\_\_\_ С.О. Краева

Руководитель  
доцент, к.ф.-м.н.

  
\_\_\_\_\_ В.А. Кузькин

Консультант  
ассистент

  
\_\_\_\_\_ Р.Л. Лапин

Санкт-Петербург  
2019

Санкт-петербургский политехнический университет Петра Великого  
Институт прикладной математики и механики  
Кафедра «Теоретическая механика»

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой  
А.М. Кривцов  
«15» января 2019 г.

**ЗАДАНИЕ**

**по выполнению выпускной квалификационной работы**

студенту Краевой Светлане Олеговне, гр. 23642/2

1. Тема работы: Моделирование переноса и оседания проппанта в трещине ГРП
2. Срок сдачи студентом законченной работы: 05.06.2019 г.
3. Исходные данные по работе: программная реализация численного алгоритма расчета роста трещины на основе модели Planar3D.
4. Содержание работы (перечень подлежащих разработке вопросов): программная реализация численного алгоритма переноса и оседания проппанта в планарной трещине ГРП.
5. Перечень графического материала (с указанием обязательных чертежей): отсутствуют
6. Консультанты по работе: ассистент Лапин Р.Л.
7. Дата выдачи задания 15.01.2019 г.

Руководитель ВКР  к.ф.-м.н., Кузькин В.А.  
(подпись)

Задание принял к исполнению 05.06.2019 г.  
(дата)

Студент  Краева С.О.  
(подпись)

## **РЕФЕРАТ**

На 40 с., 7 рисунков, 7 таблиц, 0 приложений.

**ГИДРАВЛИЧЕСКИЙ РАЗРЫВ ПЛАСТА, МНОГОСТАДИЙНАЯ ЗАКАЧКА, МНОГОФАЗНОЕ ТЕЧЕНИЕ, ПРОППАНТ, МЕТОД ЧАСТИЦ В ЯЧЕЙКАХ.**

В данной работе рассмотрена проблема учета многостадийной закачки нескольких проппантов при развитии трещины ГРП. Для решения проблемы был применен метод частиц в ячейках (MP-PIC) без учета взаимодействия между частицами. Численный алгоритм был встроен в виде модуля в симулятор роста трещины ГРП для многослойной среды на основе модели Planar3D [1]. Было проведено сравнение результатов, полученных методом частиц в ячейках, с результатами двухкомпонентной континуальной модели.

## **THE ABSTRACT**

40 pages, 7 pictures, 7 tables, 0 applications.

**HYDRAULIC FRACTURING, MULTISTAGE PUMPING, MULTIPHASE FLOW, PROPPANT, UPWIND SCHEME, PARTICLE-IN-CELL METHOD (MP-PIC)**

In this paper, the effect of the multistage injection of several proppants on the development of a hydraulic fracture is considered. To solve the problem, the multiphase particle-cell method (MP-PIC) was used without taking into account the interaction between the particles. The numerical algorithm was built as a module into the Planar3D fracture simulator for a multilayer medium [1]. The results obtained by the method of particles in cells were compared with the results of a two-component continuum model.

## СОДЕРЖАНИЕ

|  |    |
|--|----|
| ВВЕДЕНИЕ.....  | 6  |
| ГЛАВА 1. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДИНАМИКИ<br>ПРОППАНТА В ТРЕЩИНАХ ГРП И ВЛИЯНИЕ ПРОППАНТА НА<br>РЕОЛОГИЮ СМЕСИ ПРОППАНТ-ЖИДКОСТЬ ..... | 9  |
| 1.1 Реология смеси проппант-жидкость .....   | 9  |
| 1.2 Двухкомпонентная континуальная модель .....  | 13 |
| 1.3 Модель с полным разделением компонентов .....  | 15 |
| 1.4 Метод частиц в ячейках.....  | 17 |
| 1.5 Сравнение различных моделей.....   | 18 |
| ГЛАВА 2. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕНОСА И ОСЕДАНИЯ<br>ПРОППАНТА В ПЛАНАРНОЙ ТРЕЩИНЕ ГИДРОРАЗРЫВА .....                                       | 20 |
| 2.1 Модель распространения трещины ГРП Planar3D .....  | 20 |
| 2.2 Модель переноса и оседания проппанта .....   | 22 |
| 2.3 Численный алгоритм .....   | 24 |
| 2.3.1 Дискретизация.....   | 24 |
| 2.3.2 Противопоточная численная схема.....   | 25 |
| 2.3.3 Метод частиц в ячейках .....   | 26 |
| 2.4 Результаты моделирования .....   | 28 |
| 2.4.1 Влияние учета размещения проппанта на рост трещины.....  | 29 |
| 2.4.2 Сравнение противопоточной численной схемы и метода<br>частиц в ячейках.....  | 31 |
| 2.4.3 Пример расчета многостадийной закачки нескольких<br>проппантов методом частиц в ячейках .....                                  | 33 |

|  |    |
|--|----|
| ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....                       | 37 |
| СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ ..... | 38 |

## ВВЕДЕНИЕ

Гидравлический разрыв пласта (ГРП) – один из наиболее эффективных методов, применяющихся в газо- и нефтедобывающей промышленности для увеличения нефтеотдачи скважины. Данная технология применяется для разработки трудноизвлекаемых запасов нефти и газа, к которым относятся запасы, находящиеся в пластах с низкой проницаемостью, высокой обводненностью, запасы с пониженным нефтенасыщением, а также расположенные в малых толщинах. Суть проведения процедуры ГРП заключается в закачивании в пласт жидкости гидроразрыва под большим давлением, благодаря чему в пласте образуется трещина. По ходу роста трещины вместе с жидкостью начинают закачивать расклинивающий агент – проппант. Проппант представляет собой гранулообразный материал, необходимый для предупреждения смыкания берегов образовавшейся трещины после остановки закачки. В качестве расклинивающего агента могут быть использованы покрытые полимером пески, кварцевые пески, синтетические керамические проппанты.

Таким образом, в результате проведения процедуры образуется высокопроводимая трещина, через которую осуществляется приток добываемой нефти. В силу того, что процедура ГРП представляет собой сложный и дорогостоящий процесс возникла необходимость в создании симулятора, моделирующего рост и развитие трещины с учетом геологических и геомеханических данных пласта, динамики течения жидкости гидроразрыва и переноса проппанта. На данный момент существует несколько широко известных зарубежных симуляторов ГРП, таких как MFrac, FRACPRO, StimPlan, GONFER. В России также ведется разработка современных симуляторов, в частности РН-ГРИД и Кибер ГРП.

Одной из широко используемых технологий проведения ГРП, которую должен моделировать современный симулятор, является многостадийная закачка нескольких проппантов. При многостадийной закачке в трещину ГРП

попеременно закачивается чистая жидкость гидроразрыва (или несколько разных жидкостей поочередно) и жидкость с проппантом. За время процедуры в трещину может быть закачено несколько тонн различных проппантов с разными физическими параметрами, такими как средний размер частицы, плотность и т.д. Расположение этих проппантов в трещине может существенно влиять на ее проницаемость и, соответственно, на дебит скважины. В связи с этим встает проблема учета переноса нескольких проппантов при моделировании распространения трещины.

Таким образом, объектом данного исследования является изучение влияния распространения проппанта на рост и развитие трещины ГРП.

В качестве предмета исследования выступает изучение влияния многостадийной закачки нескольких проппантов на рост и развитие трещины ГРП в рамках модели Planar3D.

Цель исследования – развитие методов моделирования переноса проппанта при многостадийной закачке нескольких проппантов с разными физическими характеристиками (диаметр, плотность, максимальная объемная концентрация).

В рамках поставленной цели исследования можно выделить следующие задачи:

- Анализ существующих моделей переноса и оседания проппанта;
- Реализация выбранной модели методом, позволяющим учитывать только один проппант;
- Реализация выбранной модели методом, позволяющим учитывать одновременный перенос нескольких проппантов;
- Сравнение результатов моделирования с помощью двух различных методов.

Результаты работы были представлены автором в следующих докладах:

- «Моделирование переноса и оседания пропанта в трещине ГРП» на VIII Научно-технической конференции молодых учёных ООО «Газпромнефть НТЦ», Санкт-Петербург, 25-26 апреля 2019 г.;
- «Моделирование переноса и оседания пропанта в планарной трещине ГРП» на семинаре «Цифровые технологии в разработке месторождений: геомеханические задачи и моделирование ГРП», Уфа, 27-28 мая 2019 г.



# ГЛАВА 1. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДИНАМИКИ ПРОППАНТА В ТРЕЩИНАХ ГРП И ВЛИЯНИЕ ПРОППАНТА НА РЕОЛОГИЮ СМЕСИ ПРОППАНТ- ЖИДКОСТЬ

## 1.1 Реология смеси проппант-жидкость

Основные задачи, которые должны быть решены при моделировании ГРП – это создание достаточно длинной трещины и размещение проппанта в трещине настолько равномерно, насколько это возможно. На успех в решении обеих задач в значительной мере влияют физические свойства жидкости гидроразрыва. Ключевыми свойствами, определяющими течение жидкости внутри трещины и способность нести расклинивающий материал – это плотность и вязкость. Проппант – это расклинивающий агент, необходимый для предотвращения смыкания берегов трещины после остановки закачки жидкости гидроразрыва. Учет влияния переноса проппанта на течение смеси проппант-жидкость играет значительную роль в создании качественного симулятора ГРП.

Чаще всего предполагается, что влияние частиц на реологию жидкости проявляется как увеличение вязкости при увеличении концентрации частиц проппанта. Предложено множество аналитических формул для определения вязкости как функции от концентрации частиц проппанта. Одна из первых таких зависимостей была предложена Эйнштейном [11]. Эйнштейн получил следующее линейное приближение для вязкости  $\mu$  как функции от объемной концентрации частиц  $c$ :

$$\mu = \mu_*(1 + Ac), \quad (1.1)$$

где  $\mu_*$  - вязкость жидкости;

$A = 2,5$  – коэффициент Эйнштейна. Данная модель работает при низких концентрациях. При увеличении концентрации зависимость становится сильно нелинейной. Вязкость стремится к бесконечности при достижении некоторой максимальной концентрации  $c_{max}$ .

Максимальная концентрация – это концентрация при которой образуется упаковка соприкасающихся частиц проппанта, которая ведет себя как пористая среда, через которую происходит фильтрация флюида. Теоретически, интервал значений  $c_{max}$  для полидисперсных систем равен от 0.524 (кубическая укладка) до 0.74 (гексагональная плотная упаковка). В любом случае, на практике взвеси не группируются в идеальные кристаллические решетки, как принято в теоретических исследованиях. Вместо этого они формируют так называемую беспорядочно плотноупакованную (RCP) конфигурацию. Экспериментальное значение для  $c_{max}$  — примерно 0.63. Более детальное изучение этого предположения рассматривается в работе [24]. В этой работе обсуждается предсказание значения  $c_{max}$  для полидисперсной системы (системы, состоящей из частиц разных размеров). Эта проблема важна для течения проппанта, т.к. частицы проппанта чаще всего имеют разные размеры, что запрещает рассматривать эту жидкость как монодисперсную систему.

Второе приближение значения отношения  $c/c_{max*}$  описано в работе [4]:

$$\mu = \mu_* \left( 1 + A \frac{c}{c_{max}} + B \frac{c^2}{c_{max}^2} \right) \quad (1.2)$$

где  $B = 6,2$  для броуновских смесей при любом течении и  $B = 7,6$  для неброуновских смесей при линейном течении.

Первые два приближения (1.1) и (1.2) описывают зависимость вязкости смеси при низких концентрациях взвешенных частиц. Попытки описать поведение смеси при высоких концентрациях были предприняты, например, в работах [15, 17]:

$$\mu = \mu_* \left(1 - \frac{c}{c_{max}}\right)^{-Ac_{max}} \quad (1.3)$$

Другие выражения для вязкости смеси описываются в работе [20]. Сравнение моделей (1.1)-(1.3) с экспериментальными данными [6], описанное в работе [24], показано на рис. 1.1. Здесь показано изменение относительной вязкости суспензии  $\eta_r$  в зависимости от объемной концентрации проппанта  $\phi$ . Относительная вязкость суспензии определяется следующим выражением:

$$\eta_r = \frac{\eta}{\eta_0},$$

где  $\eta$  – вязкость суспензии;

а  $\eta_0$  – вязкость несущей фазы.

Наглядно видно, что наблюдается хорошее соответствие между теорией и экспериментом для всех используемых на практике концентраций.

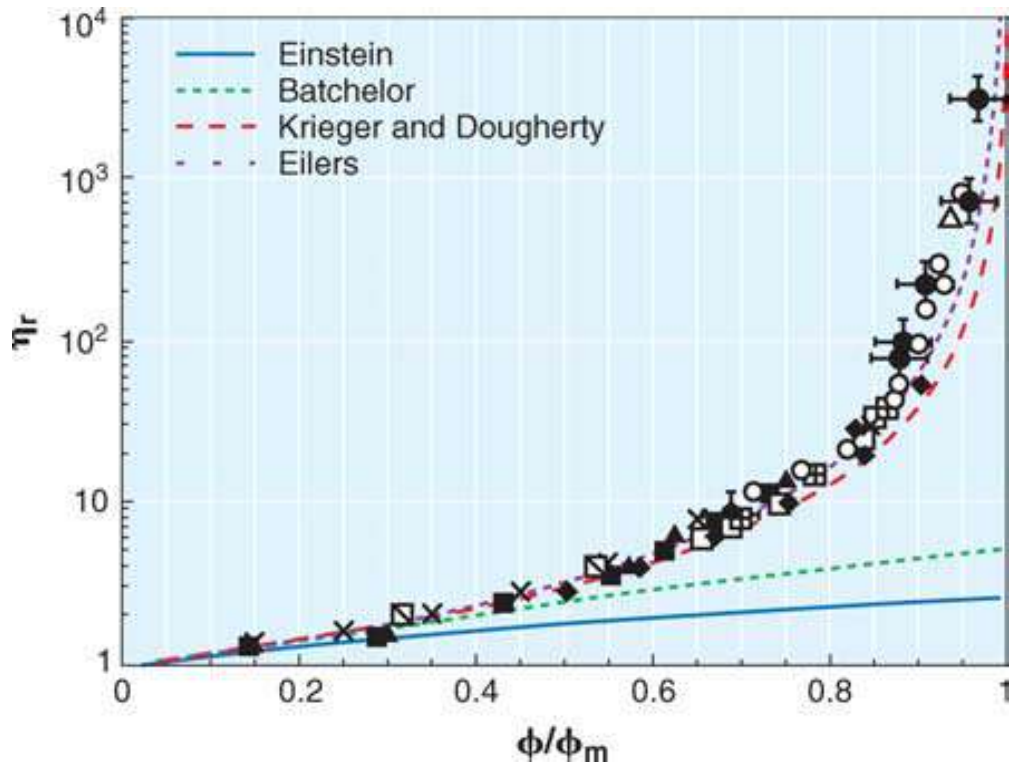


Рис. 1.1. Относительная вязкость  $\eta_r$  как функция от объемной концентрации частиц  $\phi$ , нормированной по максимальной концентрации  $\phi_m$ . Линии на графике: Einstein, Batchelor, Krieger and Dougherty, Eilers. Здесь  $\phi_m = 0,65$  и  $A = 2,5$  [24]

Все описанные ранее аналитические модели дают качественную аппроксимацию для ньютоновских реологических свойств смесей. В работе [6] отмечено, что во многих случаях концентрированные смеси строго подчиняются поведению неньютоновской жидкости.

Более детальный обзор реологических свойств смесей жидкость-пропант представлен в работах [18] и [22].

Далее рассмотрим распространенные модели переноса и оседания пропанта.

## 1.2 Двухкомпонентная континуальная модель

Наиболее распространены модели, основанные на модели двухкомпонентного континуального приближения. Предполагается, что смесь проппант-жидкость может быть описана в рамках механики сплошных сред. Для перемещения проппанта используются жидкости с высокой вязкостью [7]. Именно поэтому используется теория течения жидкости в узком канале (lubrication theory). В работах [2] и [10] рассматриваются следующие предположения:

- Инерционными членами в уравнениях движения можно пренебречь.
- Влияние проппанта учитывается неявно. Вязкость суспензии рассматривается как функция от концентрации проппанта.
- Горизонтальные скорости проппанта и жидкости совпадают. Разница связана с оседанием проппанта.

Так же, как правило, предполагается, что проппант и жидкость ГРП несжимаемы. Опишем основные уравнения для движения проппанта. Движение проппанта определяется уравнением баланса массы:

$$\frac{\partial(cw)}{\partial t} + \nabla \cdot (cwv_p) = 0,$$

где  $w$  - раскрытие трещины;

$c, v_p$  – концентрация и скорость соответственно.

Раскрытие трещины определяется с помощью решения задачи теории упругости для распространяющейся трещины [10]. Таким образом,  $w$  можно рассматривать как известную функцию в пространстве и времени. Скорость проппанта связана со скоростью жидкости следующим соотношением:

$$\mathbf{v}_p = \mathbf{v} - (1 - c)\mathbf{v}_{set}$$

где  $\mathbf{v}$  – скорость суспензии;

$\mathbf{v}_{set}$  – скорость оседания.

Скорость суспензии удовлетворяет следующим уравнениям:

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \nabla \cdot [D(w, p)(\nabla p - \rho g)] + Q(x, y),$$

$$v = D(w, p)(\nabla p - \rho g),$$

где  $p$  – давление;

$g$  – вектор гравитации;

$Q(x, y)$  – член уравнения, описывающий утечки.

Первое уравнение является прямым следствием уравнения баланса массы. Второе уравнение представляет собой материальное уравнение для потока, которое используется в теории течения в узком канале вместо уравнения баланса импульса

Скорость оседания – один из ключевых параметров для моделей, основанных на теории течения жидкости в канале. Она (скорость оседания) зависит от плотности проппанта, концентрации, вязкости флюида, открытия трещины. Обзор по этой теме можно найти, например, в работе [7]. Основная модель для распределения является, так называемая формула Стокса:

$$v_{set} = v_{Stokes} = \frac{gd^2(\rho_p - \rho_f)}{18\mu},$$

где  $\mu$  - вязкость флюида;

$d$  – диаметр частицы;

$\rho_p, \rho_f$  – плотности проппанта и жидкости соответственно.

Формула Стокса применима для одиночной частицы в бесконечном однородном ламинарном течении ньютоновской жидкости. Обобщение формулы Стокса для случая ламинарного течения неньютоновской жидкости со степенной зависимостью сдвиговых напряжений приведено в работе [19]:

$$v_{Stokes} = \left[ \frac{\mathbf{g}(\rho_p - \rho_f)d_p}{18k} \right]^{1/n} d_p$$

где  $n$  – показатель поведения жидкости;

$k$  – эффективный коэффициент вязкости.

Еще одним немаловажным фактором, определяющим скорость осаждения, является концентрация проппанта. Различные модели, описывающие влияние концентрации, обсуждаются в работе [20]. В частности, представлены следующие выражения для скорости осаждения:

$$\frac{v_{set}}{v_{Stokes}} = 1 - 6,55c, \quad \frac{v_{set}}{v_{Stokes}} = (1 - c)^\alpha, \quad \frac{v_{set}}{v_{Stokes}} = \left(1 - \frac{c}{c_{max}}\right)^\alpha,$$

где  $\alpha$  может принимать различные значения. Так, в работе [19] предложено следующее значение:  $\alpha = 5,5$ , а в работе [5]  $\alpha = 5$ .

Таким образом, скорость оседания сильно зависит от режима течения, реологических свойств жидкости, раскрытия трещины, концентрации проппанта. Данные эффекты должны быть приняты во внимание для точного моделирования течения проппанта. Кроме того, согласно экспериментальным данным, представленным в работе [12] оседание происходит под влиянием кластеризации проппанта. Кластеризация существенно увеличивает скорость оседания. Следует отметить, что этот эффект не может быть принят во внимание в рамках континуальной модели.

### 1.3 Модель с полным разделением компонентов

Модели, рассмотренные выше, основаны на нескольких сильных предположениях о движении проппанта. В частности, предполагается, что горизонтальная скорость проппанта совпадает со скоростью жидкости гидроразрыва. Тем не менее, это не совсем так. В таком случае, требуется дополнительное уравнение для горизонтальной скорости. Например, можно использовать

уравнение Ньютона для отдельных частиц проппанта. Двухкомпонентное континуальное уравнение имеет вид:

$$\frac{\partial}{\partial t}(c_k \rho_k \mathbf{v}_k) + \nabla \cdot (c_k \rho_k \mathbf{v}_k \mathbf{v}_k) = -c_k \nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}_k + c_k \rho_k \mathbf{F}_k + \sum_{l=1}^2 K_{lk} (\mathbf{v}_l - \mathbf{v}_k),$$

$$\boldsymbol{\tau}_k = c_k \mu_k (\nabla \mathbf{v}_k + \nabla \mathbf{v}_k^T) + c_k \left( \lambda_k - \frac{2}{3} \mu_k \right) \nabla \cdot \mathbf{v}_k \mathbf{E},$$

где  $p$  – давление;

$\boldsymbol{\tau}_k$  — девиатор тензора напряжений;

$\mathbf{F}_k$  — внешние объемные силы;

$K_{lk}$  - коэффициент, характеризующий обмен импульсами между проппантом и жидкостью;

$\lambda_k, \mu_k$  — объемные и сдвиговые коэффициенты вязкости для фазы  $k$ ;

$\mathbf{E}$  – единичный тензор.

Сила  $\mathbf{F}_k$  может быть представлена в следующей форме:

$$\mathbf{F}_k = \mathbf{f}_k^{ex} + \mathbf{f}_k^{lift} + \mathbf{f}_k^{Vm},$$

где  $\mathbf{f}_k^{ex}$  — внешняя сила;

$\mathbf{f}_k^{lift}$  — подъемная сила;

$\mathbf{f}_k^{Vm}$  — сила, вызванная динамическими эффектами (переменная масса).

Выражения для коэффициента обмена импульсами представлены в работах [13, 28].

Основным преимуществом данной модели по сравнению с моделями, основанными на теории течения в узком канале является то, что она позволяет учитывать разницу между горизонтальными скоростями проппанта и жидко-



сти. Однако важно учитывать, что раскрытие трещины не присутствует в уравнениях этой модели и, соответственно, не влияет на динамику проппанта. Это упрощение существенно влияет на решение, особенно в непосредственной близости от кончика трещины.

#### 1.4 Метод частиц в ячейках

При высоких концентрациях проппанта взаимодействия между частицами могут быть значительным. В рамках моделей, основанных на теории течения жидкости в канале, взаимодействиями можно полностью пренебречь. В работе [13] предполагается, что поведение проппанта описывается моделью ньютоновской жидкости. Очевидно, что при высоких концентрациях это предположение не является верным. Более реалистичное описание взаимодействий между частицами может быть достигнуто с помощью метода многофазных частиц в ячейке (MP-PIC), предложенный в работах [3, 13, 21, 25].

MP-PIC является численным методом для моделирования перемещения жидкости и суспензии (жидкости с взвешенными частицами), в вычислительных расчетах гидрогазодинамики. Здесь жидкость и взвешенные частицы моделируются с помощью маркеров, являющихся эквивалентами определенного объема соответствующей ему фазы. Так, каждый маркер может представлять собой несколько частиц, имеющих одинаковые параметры, например, диаметр и плотность. Скорость и положение каждого маркера определяется из второго закона Ньютона способом Лагранжа на сетке Эйлера за счет использования функций интерполяции. Взаимодействие частиц в данном методе моделируется определяющими соотношениями. Этот метод оказался устойчивым в потоках плотных частиц, вычислительно эффективным, и точным [23].

Метод частиц в ячейках уже применялся для исследования переноса проппанта в работах Zeng et al. с использованием PKN модели для расчета распространения трещины [8] и Dontsov and Peirce с использованием KGD модели [27].

## 1.5 Сравнение различных моделей

Основные используемые предположения, достоинства и недостатки различных методов моделирования динамики проппанта в трещине ГРП приведены в таблице 1.2.

На основании сравнения можно сделать два заключения. Для описания динамики проппанта в трещине ГРП при инженерном моделировании процесса ГРП достаточно использовать континуальные модели, основанные на замене смеси проппант-жидкость эффективной сплошной средой с реологическими свойствами, зависящими от концентрации проппанта. Для определения эффективных реологических свойств смеси представляется перспективным развитие дискретных методов моделирования, таких как метод частиц в ячейках.

Таблица 1.1

Сравнение методов, используемых для описания динамики проппанта

| Модель                                | Основные положения  | Преимущества  | Недостатки  |
|---------------------------------------|---|---|---|
| 1                                     | 2   | 3   | 4   |
| Двухкомпонентная континуальная модель | <ul style="list-style-type: none"> <li>- теория течения жидкости в узком канале в двухмерном пространстве</li> <li>- проппант считается сплошной средой;</li> <li>- равномерное распределение проппанта вдоль раскрытия трещины;</li> <li>- единственное различие между скоростями частиц и жидкости связано с осаждением;</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>- относительная простота;</li> <li>- невысокие вычислительные затраты;</li> <li>- учёт роста трещины.</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>- скорости проппанта и жидкости в горизонтальном направлении равны;</li> <li>- взаимодействиями между частицами пренебрегается;</li> <li>- неверное распределение частиц вдоль раскрытия трещины;</li> <li>- требуется дополнительная модель для размещения частиц;</li> </ul> |
| Модель с полным разделением компонент | <ul style="list-style-type: none"> <li>- двумерная модель</li> <li>- проппант считается сплошной средой (неньютоновская жидкость);</li> <li>- эмпирическое выражение для значения коэффициента обмена импульсами;</li> </ul>  | <ul style="list-style-type: none"> <li>-проппант и жидкость имеют разные скорости;</li> <li>-учитываются инерционные составляющие;</li> </ul>           | <ul style="list-style-type: none"> <li>- раскрытие трещины предполагается постоянным;</li> <li>- неверное распределение частиц вдоль раскрытия трещины;</li> <li>- требуется дополнительное уравнение для горизонтальной скорости;</li> </ul>   |

Продолжение табл. 1.2

| 1                      | 2  | 3  | 4   |
|------------------------|--|--|---|
| Метод частиц в ячейках | <ul style="list-style-type: none"> <li>- двумерная модель;</li> <li>- твердые частицы рассматриваются одновременно и как дискретные и как сплошные;</li> <li>- свойства частиц сопоставляются с координатами Лагранжа на сетке Эйлера на основе использования функций интерполяции;</li> <li>- взаимодействие между частицами моделируется определяющими соотношениями;</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>- проппант и жидкость имеют разные скорости;</li> <li>- учитываются инерционные составляющие;</li> <li>- учитываются взаимодействия между частицами;</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>- требуется дополнительная модель для турбулентности;</li> <li>- пренебрежение силами трения между частицами;</li> </ul> |

## ГЛАВА 2. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕНОСА И ОСЕДАНИЯ ПРОПАНТА В ПЛАНАРНОЙ ТРЕЩИНЕ ГИДРОРАЗРЫВА

### 2.1 Модель распространения трещины ГРП Planar3D

В качестве исходных данных для исследовательской работы использовалась программная реализация модели Planar3D, описанной в работе [1]. В рамках этой модели используются следующие допущения:

- пласт представляется в виде набора слоёв, каждый из которых однороден и изотропен по механическим свойствам;
- каждый слой характеризуется своими значениями минимального сжимающего напряжения, упругих модулей, трещиностойкости, коэффициента утечек Картера;
- трещина распространяется в плоскости, перпендикулярной направлению минимальных сжимающих напряжений;
- жидкость несжимаемая, обладает степенной реологией;
- перенос жидкости в трещине описывается уравнением теории смазки, сила тяжести не учитывается;
- деформирование пласта описывается линейной теорией упругости;
- нет отставания (лага) фронта жидкости от фронта трещины;
- скважина представляет собой точечный источник. [2]

Модель Planar3D описывается системой из трех уравнений:

- 1) Уравнение теории упругости, описывающее связь между раскрытием и давлением:

$$p(x, y, t) = \sigma(y) + \frac{E'}{8\pi} \iint \frac{w(\hat{x}, \hat{y}, t)}{((x-\hat{x})^2 + (y-\hat{y})^2)^{3/2}} d\hat{x} d\hat{y},$$

где  $p(x, y, t)$  – давление в точке с координатами  $(x, y)$  в момент времени  $t$ ;

$\sigma$  – сжимающие пластовые напряжения в направлении, перпендикулярном плоскости трещины;

$E' = \frac{E}{1-\nu^2}$  – плоский модуль Юнга,  $E$  – модуль Юнга,  $\nu$  – коэффициент

Пуассона;

$w$  – раскрытие трещины.

2) Баланс масс для жидкости в рамках теории течения в тонком слое:

$$\frac{\partial w(x, y, t)}{\partial t} = \nabla \cdot \left( \left( \frac{w(x, y, t)^{2n+1}}{\mu'} \right)^{1/n} |\nabla p(x, y, t)|^{\frac{1}{n}-1} \nabla p(x, y, t) \right) +$$

$$+ Q(0,0, t) - \frac{2C_L(y)}{\sqrt{t-t_0(x,y)}}$$

где  $\mu' = 2 \left( 4 + \frac{2}{n} \right)^n \mu$  – коэффициент консистенции жидкости;

$n$  – показатель поведения жидкости;

$Q$  – точечный источник;

$C_L$  – коэффициент утечек по Картеру;

$t_0$  – время активации, соответствующее моменту прохождения фронта трещины через точку  $(x, y)$ .

3) Уравнение, определяющее скорость фронта:

$$w = A_w(v) r^\alpha,$$

где  $v$  – скорость фронта;

$r$  – расстояние до фронта;

$A_w$  и  $\alpha$  – табличные значения, определяемые режимом распространения и приведённые в [17]. Данное уравнение связывает скорость фронта и значения раскрытия и расстояния до фронта на предыдущем шаге с помощью универсального асимптотического зонтика, описанного в работах [16, 17].

В качестве начального условия данной модели выступает автомодельное решение для раскрытия при распространении трещины в однородной среде.

Далее опишем модель переноса и оседания проппанта, которая была встроена в данную модель для учета влияния распространения проппанта.

## 2.2 Модель переноса и оседания проппанта

Для реализации учета влияния проппанта на развитие трещины ГРП было решено использовать двухкомпонентную континуальную модель. Запишем систему уравнений для описания переноса и оседания проппанта. Движение проппанта определяется уравнением баланса массы:

$$\frac{\partial(C_p w)}{\partial t} + \nabla \cdot (C_p w v_p) = 0$$

где  $C_p$ ,  $v_p$  – концентрация и скорость проппанта соответственно.

Скорость проппанта определяется скоростью несущей фазы и скоростью оседания, вызванной действием силы тяжести:

$$\mathbf{v}_p = \mathbf{v}_f + \left(1 - \frac{C_p}{C_{max}}\right)^\alpha \mathbf{v}_s$$

где  $\mathbf{v}_f$  – скорость жидкости;

$C_{max}$  – максимальная концентрация;

$\mathbf{v}_s$  – скорость оседания;

$\alpha = 5$  [20].

Так как скорость оседания вызвана действием силы тяжести, она будет сонаправлена ускорению свободного падения  $\mathbf{g}$ . Для определения модуля скорости оседания используем обобщенную формулу Стокса для случая ламинарного течения жидкости со степенной реологией [19]:

$$v_s = \left[ \frac{g(\rho_p - \rho_f)d_p}{18K} \right]^{1/n} d_p$$

где  $\rho_p$  и  $\rho_f$  – плотности проппанта и несущей жидкости соответственно;

$d_p$  – диаметр частицы;

$n'$  – показатель поведения жидкости;

$K'_f$  – коэффициент консистенции жидкости.

Одним из наиболее сложных (и критических) аспектов моделирования является оценка вязкости суспензии. По результатам экспериментов, представленных в работе [10], известно, что показатель поведения жидкости  $n'$  не зависит от объемной концентрации частиц, в то время как коэффициент консистенции  $K'$  связан с объемной долей проппанта следующей эмпирической формулой:

$$K' = K'_f \left(1 - \frac{C_p}{C_{max}}\right)^{5n'/2}$$

Так, при увеличении концентрации проппанта, увеличивается и коэффициент консистенции жидкости.

При максимальной концентрации образуется упаковка частиц проппанта, и смесь начинает вести себя как пористая среда, через которую фильтруется несущая жидкость. Значение максимальной концентрации проппанта  $C_{max}$  может варьироваться от 0,52 (свободная кубическая упаковка) до 0,65 (плотная упаковка, которая соответствует максимальной концентрации достигаемой случайной упаковкой сфер одного диаметра) [2]. Однако, в данной работе не рассматривается эффект фильтрации жидкости через плотную упаковку проппанта.

Объединив вышеописанные уравнения с уравнениями для роста и распространения трещины, мы получаем замкнутую систему уравнений. Так, по известному полю раскрытий восстанавливается поле давлений, которое используется при расчете потоков суспензии. На величину потоков за счет вязкости влияет концентрация проппанта. По полученным потоком определяются новые поля раскрытий и концентрации проппанта и т.д.

## 2.3 Численный алгоритм

В качестве реализации вышеописанной модели переноса пропанта было выбрано два метода: противопоточная численная схема (Upwind) и метод частиц в ячейках (Particles-in-Cells). Первый метод является относительно простым для реализации и встраивания в качестве модуля в существующую программную реализацию модели Planar3D. Метод частиц в ячейках, в свою очередь, основан на создании перемещающихся точечных маркеров, являющихся эквивалентом некоторого объема пропанта. Данный подход позволяет явно учесть многостадийную закачку нескольких пропантов без необходимости решать уравнение переноса для каждого пропанта в отдельности.

### 2.3.1 Дискретизация

Для решения системы уравнений в модели Planar3D используется пространственная дискретизация с фиксированным размером ячейки ( $\Delta x$ ,  $\Delta y = \Delta x$ ). Так, скалярные величины такие, как раскрытие  $w$ , давление  $p$  и концентрация пропанта, определяются в центрах ячеек, а векторные величины (скорость жидкости  $\mathbf{v}_f$  и скорость пропанта  $\mathbf{v}_p$ ) – на границах ячеек. Схема определения переменных в узлах визуализирована на рис. 2.2.



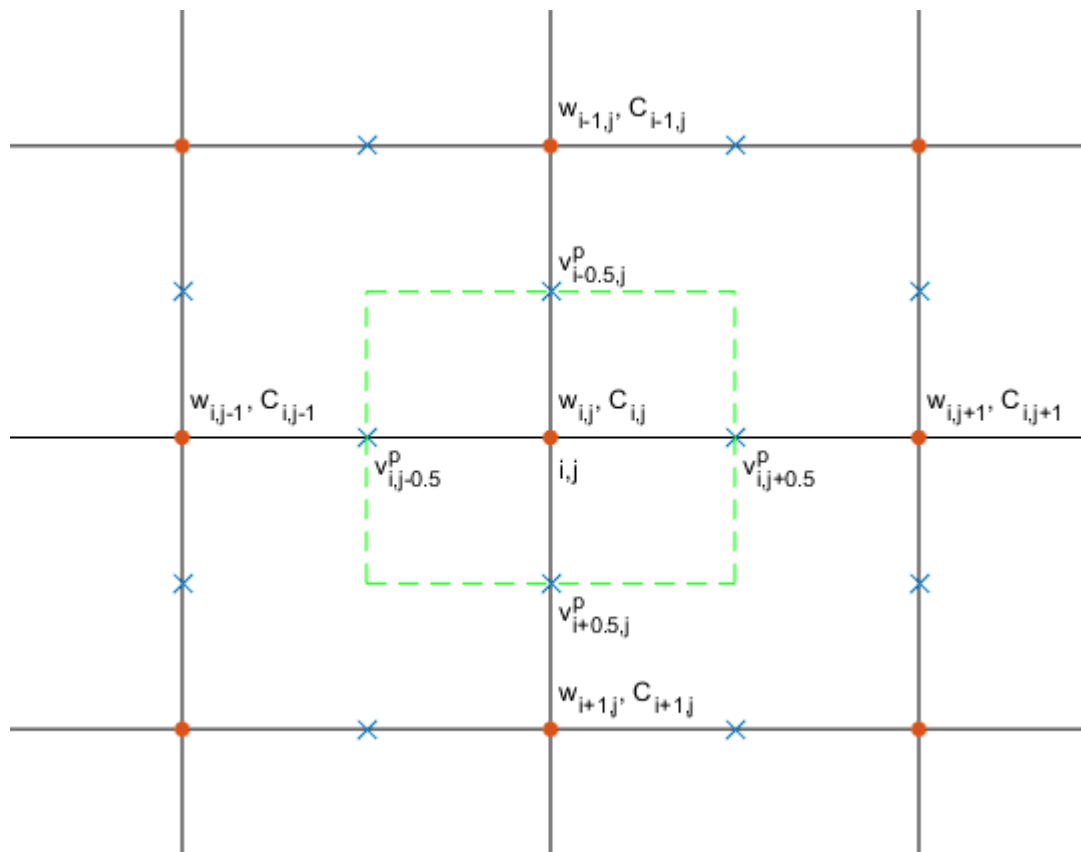


Рис. 2.2. Схема определения переменных в узлах

Дальнейшее описание численной реализации модели переноса пропанта будет производиться в терминах текущей дискретизации.

### 2.3.2 Противопоточная численная схема

Запишем дискретизацию уравнения переноса пропанта на имеющуюся расчетную сетку:

$$\frac{u_{i,j}^{k+1} - u_{i,j}^k}{\Delta t} + \frac{H_{i+0.5,j}^k - H_{i-0.5,j}^k}{\Delta x} + \frac{Q_{i,j+0.5}^k - Q_{i,j-0.5}^k}{\Delta y} = 0,$$

где  $u_{i,j}^k = (C_p w)_{i,j}^k$ ;

$H_{i\pm 0.5,j}^k$  и  $Q_{i,j\pm 0.5}^k$  – потоки пропанта на границе расчетной ячейки.

В контексте противопоточной схемы поток на границе ячейки определяется выражением:

$$H_{i+0.5,j}^k = \begin{cases} u_{i,j}^k (v_p)_{i+0.5,j}^k, & (v_p)_{i+0.5,j}^k \geq 0 \\ u_{i+1,j}^k (v_p)_{i+0.5,j}^k, & (v_p)_{i+0.5,j}^k \leq 0 \end{cases}$$

Аналогично для всех остальных потоков.

Скорость проппанта можно записать следующим образом:

$$(v_p)_{i\pm 0.5,j}^k = (v_f)_{i\pm 0.5,j}^k - \left(1 - \frac{(C_p)_{i\pm 0.5,j}^k}{C_{max}}\right)^\alpha v_s$$

Концентрацию на границе ячейки можно определить, как среднее от концентрации в соседних ячейках:

$$(C_p)_{i\pm 0.5,j}^k = \frac{1}{2} \left( (C_p)_{i,j}^k + (C_p)_{i\pm 1,j}^k \right)$$

Изменение вязкости в зависимости от концентрации проппанта:

$$(K')_{i,j}^k = (K'_f)_{i,j}^k \left(1 - \frac{(C_p)_{i\pm 0.5,j}^k}{C_{max}}\right)^{5n'/2}$$

### 2.3.3 Метод частиц в ячейках

При учете влияния проппанта на развитие трещины ГРП крайне важно уметь моделировать многостадийную закачку нескольких проппантов. В случае противопоточной численной схемы для расчета перемещения нескольких проппантов необходимо решить столько уравнений переноса, сколько проппантов будет закачено в трещину. Данный подход видится малоэффективным, поэтому было решено прибегнуть к реализации метода частиц в ячейках. Однако, стоит заметить, что в подходе, описанном в этой работе, не учитывается взаимодействие между частицами.

Суть данного метода заключается в создании по мере закачки точечных маркеров, перемещающихся со скоростью проппанта и являющихся эквивалентом определенного объема проппанта. В нашем случае правило создания маркеров звучит следующим образом: маркер создается, когда объем закаченного проппанта равен объему маркера, который зафиксирован и определяется следующим образом:

$$V_m = n_m d_p \Delta x^2,$$

где  $V_m$  – объем маркера;

$n_m$  – целочисленный коэффициент, отвечающий за количество маркеров, помещающихся в ячейку минимального объема (в ячейки с раскрытием меньше диаметра проппанта маркеры перемещаться не могут).

Маркер создается в ячейке источнике со случайными координатами в пределах этой ячейки. Началом отчета координат маркеров является центр ячейки-источника.

Перемещение маркера определяется следующим образом:

$$\mathbf{r}' = \mathbf{r} + \mathbf{v}_p dt,$$

где  $\mathbf{v}_p$  – скорость проппанта. Скорость маркеров в ячейке определяется взвешенной суммой скоростей на границах ячейки. Так, проекция скорости на ось  $x$  определяется из соотношения:

$$\mathbf{v}_x = (1 - \alpha_x) \mathbf{v}_{i,j-0.5}^p + \alpha_x \mathbf{v}_{i,j+0.5}^p,$$

где  $\alpha_x = x - dx \cdot (j - 0.5)$ . Аналогично определяется проекция скорости по оси  $y$ .

Для наглядности на рис. 2.3 приведена схема определения переменных в узлах и на границах расчетной сетки.

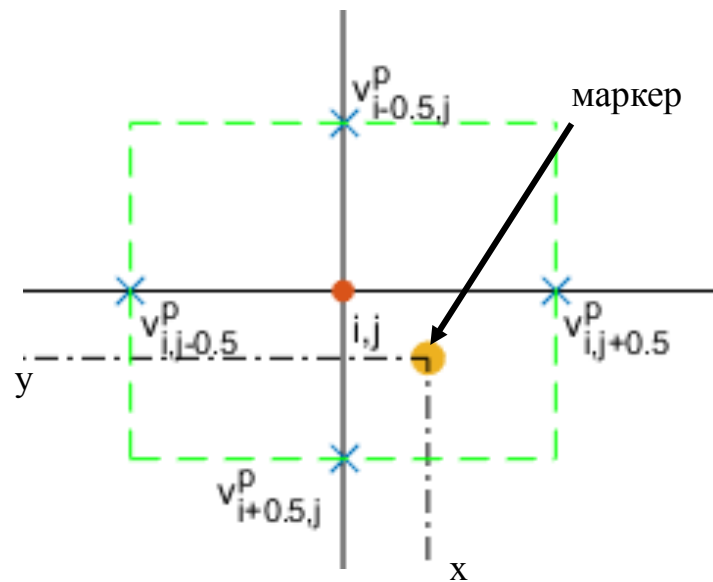


Рис. 2.3. Схема определения переменных в узлах и на границах ячейки расчетной сетки

Таким образом, по известным координатам центров ячеек и маркеров можно однозначно восстановить поле объемной концентрации пропантов на каждом шаге по времени:

$$(C_p)_{i,j}^k = \frac{\sum V_m}{(w)_{i,j}^k * \Delta x^2}.$$

В контексте данного подхода мы можем задать тип маркера, соответствующий типу пропанта, эквивалентом объема которого является этот маркер. Вследствие того, что положение и тип каждого маркера в каждый момент времени известны, мы можем восстановить расположение пропантов в трещине на любом шаге по времени.

## 2.4 Результаты моделирования

Описанный ранее алгоритм был реализован в качестве программного модуля, написанного на языке C++, и имплементирован в существующую программную реализацию модели Planar3D.

### 2.4.1 Влияние учета размещения проппанта на рост трещины

В качестве иллюстрации влияния учета переноса и оседания проппанта на форму и размер финальной трещины ГРП было произведено два расчета. Первый расчет проводился без закачки проппанта, второй – с закачкой проппанта. План закачки первого расчета приведен в таблице 2.1, план расчета с закачкой проппанта – таблица 2.2. Данные по слоистой структуре пласта отображены в таблице 2.3.

Таблица 2.1

План закачки

| Время начала стадии, мин | Время окончания стадии, мин | Скорость закачки, м <sup>3</sup> /мин | Плотность закачки проппанта, кг/м <sup>3</sup> | Показатель поведения жидкости | Динамическая вязкость, Па*с |
|--------------------------|-----------------------------|---------------------------------------|--|-------------------------------|-----------------------------|
| 0,0                      | 1,0                         | 3,6                                   | 0,0  | 1,0                           | 0,4                         |
| 1,0                      | 5,0                         | 3,6                                   | 0,0  | 1,0                           | 0,4                         |
| 5,0                      | 10,0                        | 3,6                                   | 0,0  | 1,0                           | 0,4                         |
| 10,0                     | 40,0                        | 3,6                                   | 0,0  | 1,0                           | 0,4                         |

Таблица 2.2

План закачки

| Время начала стадии, мин | Время окончания стадии, мин | Скорость закачки, м <sup>3</sup> /мин | Плотность закачки проппанта, кг/м <sup>3</sup> | Показатель поведения жидкости | Динамическая вязкость, Па*с |
|--------------------------|-----------------------------|---------------------------------------|--|-------------------------------|-----------------------------|
| 0,0                      | 1,0                         | 3,6                                   | 0,0  | 1,0                           | 0,4                         |
| 1,0                      | 5,0                         | 3,6                                   | 0,0  | 1,0                           | 0,4                         |
| 5,0                      | 10,0                        | 3,6                                   | 150,0  | 1,0                           | 0,4                         |
| 10,0                     | 40,0                        | 3,6                                   | 300,0  | 1,0                           | 0,4                         |

Таблица 2.3

## Данные по слоям

| Начало слоя,<br>м | Конец слоя,<br>м | Напряжения,<br>МПа | Модуль<br>Юнга, ГПа | Коэффици-<br>ент Пуас-<br>сона | Коэффици-<br>ент утечек |
|-------------------|------------------|--------------------|---------------------|--------------------------------|-------------------------|
| 25,0              | 1000,0           | 32,1               | 26,0                | 0,23                           | 6,0                     |
| 15,0              | 25,0             | 32,0               | 23,0                | 0,25                           | 4,0                     |
| -15,0             | 15,0             | 30,0               | 25,0                | 0,25                           | 2,0                     |
| -25,0             | -15,0            | 32,2               | 27,0                | 0,24                           | 3,0                     |
| -1000,0           | -25,0            | 32,4               | 28,0                | 0,25                           | 2,0                     |

Параметры проппанта были выбран следующие:

- Плотность проппанта – 2500 кг/м<sup>3</sup>;
- Диаметр проппанта – 0,002 м;
- Максимальная концентрация – 0,585.

Результаты обоих расчетов визуализированы на рис. 2.4. На рисунке отображено поле раскрытий. Белым цветом закрашена область пласта, куда трещина еще не проросла. Черными линиями отмечены границы слоев.

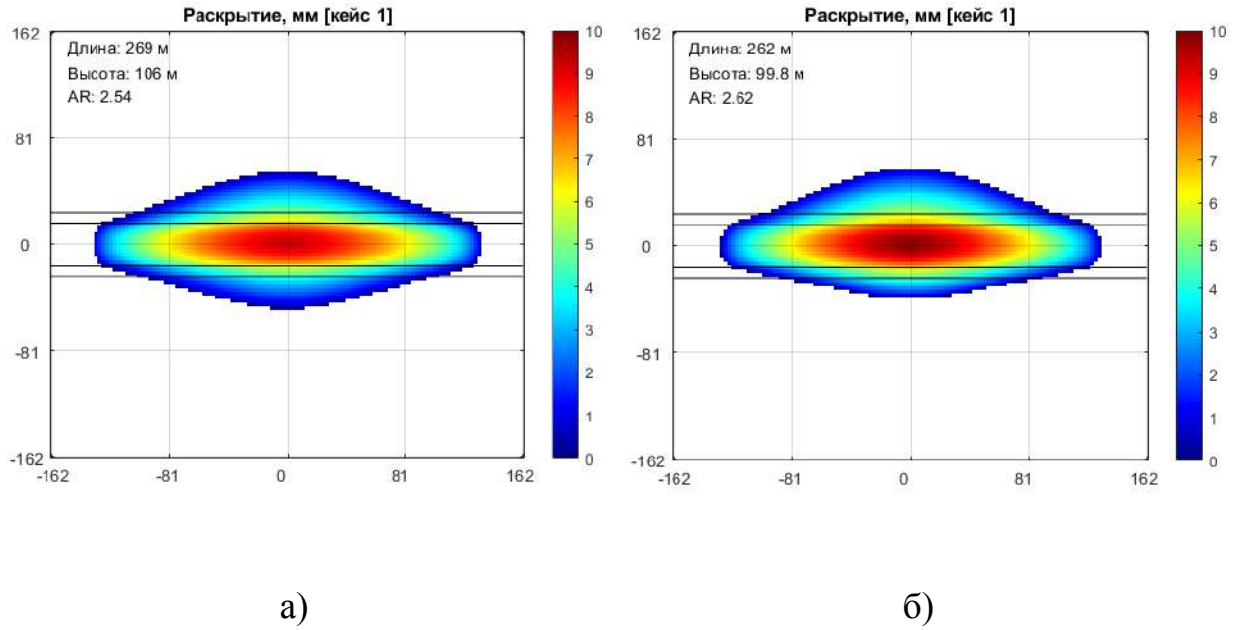


Рис. 2.4. Сравнение формы и раскрытия трещины а) без учета влияния проппанта и б) с учетом влияния проппанта

Как можно видеть из рис. 2.4, проппант существенно влияет как на размеры, так и на форму финальной трещины. Так, без учета проппанта мы получаем трещину с большей длиной и высотой, но меньшими раскрытиями в области источника. В свою очередь проппант замедляет рост трещины, в большей степени в области образования проппантной пачки на дне трещины. Данный эффект вызван оседанием проппанта на дне и перекрытием потоков жидкости через образовавшуюся пачку проппанта.

#### 2.4.2 Сравнение противопоточной численной схемы и метода частиц в ячейках

Кроме того, было интересно сравнить результаты решения уравнения переноса с помощью противопоточной численной схемы и расчета методом частиц в ячейках. Данные для расчетов взяты из предыдущего пункта.

Результат расчетов представлены на рис. 2.5. Здесь также белым цветом обозначена область пласта, в которую трещина еще не проросла. Цветовым

градиентом показано поле концентраций проппанта, отнормированное на максимальную концентрацию проппанта. Черными линиями на графиках отмечены границы области распределения проппанта, полученные методом частиц в ячейках.

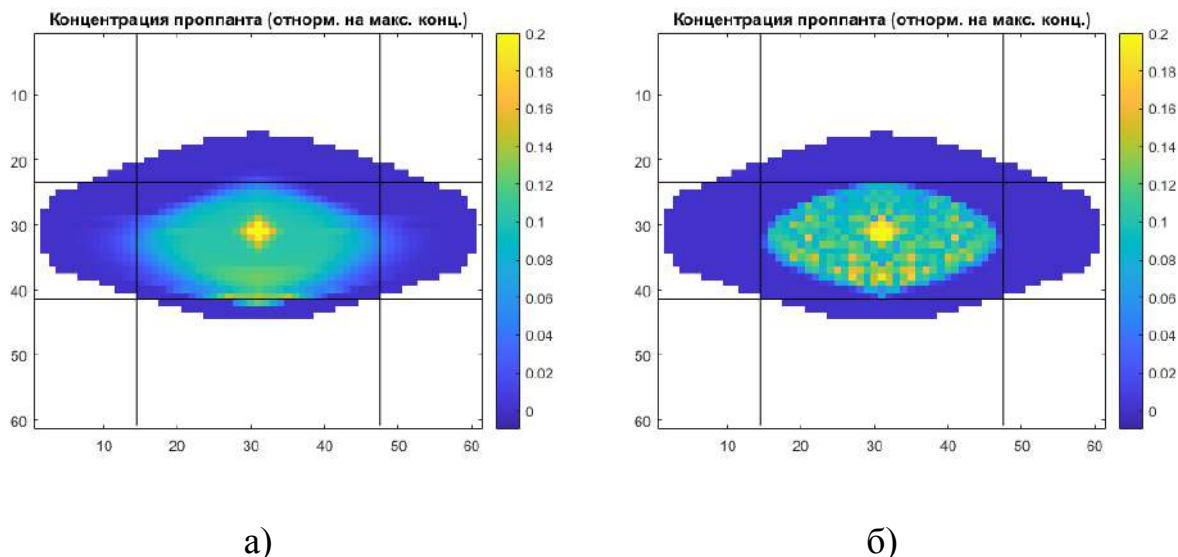


Рис. 2.5. Сравнение распределения концентрации проппанта (отнормированной по максимальной), полученной двумя методами: а) противопоточная численная схема и б) метод частиц в ячейках

Можно заметить, что результаты двух расчетов имеют единый характер формы и распределения концентрации проппанта. Между тем, в случае противопоточной схемы четко видно сильное расплывание фронта проппанта. Данный эффект вызван выбором расчетной схемы и его можно избежать, прибегнув к TVD-схеме, часто используемой в такого рода задачах. Кроме того, стоит обратить внимание на неравномерность распределения проппанта в случае метода частиц в ячейках. Это вызвано стохастичностью способа начальной инициализации маркеров.



### 2.4.3 Пример расчета многостадийной закачки нескольких проппантов

#### методом частиц в ячейках

В данном пункте приведен пример расчета многостадийной закачки нескольких проппантов. В таблице 2.4 отображены данные по плану закачки.

Таблица 2.4

План закачки

| Время начала стадии, мин | Время окончания стадии, мин | Скорость закачки, м <sup>3</sup> /мин | Плотность закачки проппанта, кг/м <sup>3</sup> | Показатель поведения жидкости | Динамическая вязкость, Па*с |
|--------------------------|-----------------------------|---------------------------------------|--|-------------------------------|-----------------------------|
| 0,0                      | 20,0                        | 5,0                                   | 0,0  | 0,7                           | 0,2                         |
| 20,0                     | 25,0                        | 5,0                                   | 80,0   | 0,6                           | 1,9                         |
| 25,0                     | 35,0                        | 5,0                                   | 140,0  | 0,6                           | 1,9                         |
| 35,0                     | 40,0                        | 5,0                                   | 50,0   | 0,6                           | 1,9                         |

Далее в таблице 2.5 приведены данные по слоистой структуре пласта.

Таблица 2.5

Данные по слоям

| Начало слоя, м | Конец слоя, м | Напряжения, МПа | Модуль Юнга, ГПа | Коэффициент Пуассона | Коэффициент утечек |
|----------------|---------------|-----------------|------------------|----------------------|--------------------|
| 1              | 2             | 3               | 4                | 5                    | 6                  |
| 28,959         | 30,1884       | 37,49           | 30               | 0,25                 | 50                 |
| 27,7296        | 28,959        | 37,02           | 30               | 0,25                 | 50                 |
| 26,5002        | 27,7296       | 36,74           | 30               | 0,25                 | 50                 |
| 25,2708        | 26,5002       | 36,74           | 30               | 0,25                 | 50                 |
| 24,0414        | 25,2708       | 37,0049         | 30               | 0,25                 | 50                 |
| 22,8121        | 24,0414       | 37,115          | 30               | 0,25                 | 50                 |
| 21,5827        | 22,8121       | 36,6525         | 30               | 0,25                 | 50                 |
| 20,3533        | 21,5827       | 36,436          | 30               | 0,25                 | 50                 |
| 19,1239        | 20,3533       | 36,436          | 30               | 0,25                 | 50                 |
| 17,8945        | 19,1239       | 37,685          | 30               | 0,25                 | 50                 |
| 16,6651        | 17,8945       | 37,825          | 30               | 0,25                 | 50                 |

Продолжение табл. 2.5

| 1        | 2        | 3       | 4  | 5    | 6  |
|----------|----------|---------|----|------|----|
| 15,4357  | 16,6651  | 37,1463 | 30 | 0,25 | 50 |
| 14,2063  | 15,4357  | 36,892  | 30 | 0,25 | 50 |
| 12,9769  | 14,2063  | 36,892  | 30 | 0,25 | 50 |
| 11,7475  | 12,9769  | 36,8549 | 30 | 0,25 | 50 |
| 10,5181  | 11,7475  | 36,842  | 30 | 0,25 | 50 |
| 9,28874  | 10,5181  | 36,842  | 30 | 0,25 | 50 |
| 8,05935  | 9,28874  | 36,5242 | 30 | 0,25 | 50 |
| 6,82996  | 8,05935  | 36,335  | 30 | 0,25 | 50 |
| -6,82996 | 6,82996  | 36,602  | 30 | 0,25 | 50 |
| -8,05935 | -6,82996 | 38,676  | 30 | 0,25 | 50 |
| -9,28874 | -8,05935 | 38,676  | 30 | 0,25 | 50 |
| -10,5181 | -9,28874 | 38,831  | 30 | 0,25 | 50 |
| -11,7475 | -10,5181 | 39,111  | 30 | 0,25 | 50 |
| -12,9769 | -11,7475 | 39,111  | 30 | 0,25 | 50 |
| -14,2063 | -12,9769 | 36,8653 | 30 | 0,25 | 50 |
| -15,4357 | -14,2063 | 36,4193 | 30 | 0,25 | 50 |
| -16,6651 | -15,4357 | 39,395  | 30 | 0,25 | 50 |
| -17,8945 | -16,6651 | 39,395  | 30 | 0,25 | 50 |
| -19,1239 | -17,8945 | 38,3555 | 30 | 0,25 | 50 |
| -20,3533 | -19,1239 | 38,159  | 30 | 0,25 | 50 |
| -21,5827 | -20,3533 | 38,159  | 30 | 0,25 | 50 |
| -22,8121 | -21,5827 | 37,7338 | 30 | 0,25 | 50 |
| -24,0414 | -22,8121 | 37,592  | 30 | 0,25 | 50 |
| -25,2708 | -24,0414 | 39,0674 | 30 | 0,25 | 50 |
| -26,5002 | -25,2708 | 40,074  | 30 | 0,25 | 50 |
| -27,7296 | -26,5002 | 40,074  | 30 | 0,25 | 50 |
| -28,959  | -27,7296 | 40,074  | 30 | 0,25 | 50 |
| -30,1884 | -28,959  | 40,074  | 30 | 0,25 | 50 |
| -31,4178 | -30,1884 | 40,074  | 30 | 0,25 | 50 |
| -32,6472 | -31,4178 | 40,074  | 30 | 0,25 | 50 |
| -33,8766 | -32,6472 | 40,074  | 30 | 0,25 | 50 |
| -35,106  | -33,8766 | 40,074  | 30 | 0,25 | 50 |
| -36,3354 | -35,106  | 38,9986 | 30 | 0,25 | 50 |
| -37,5648 | -36,3354 | 38,878  | 30 | 0,25 | 50 |
| -38,7942 | -37,5648 | 38,878  | 30 | 0,25 | 50 |

Параметры пропантов для данного расчета записаны в таблицу 2.6.

Параметры проппантов

| Диаметр проппанта, м | Плотность проппанта, кг/<br>м <sup>3</sup> | Максимальная концентрация |
|----------------------|--|---------------------------|
| 0,0008               | 2500,0                                     | 0,64                      |
| 0,002                | 2000,0                                     | 0,64                      |
| 0,0005               | 1200,0                                     | 0,64                      |

На рис. 2.6 представлены результаты данного расчета. Отображены поля раскрытия, и концентраций каждого проппанта.

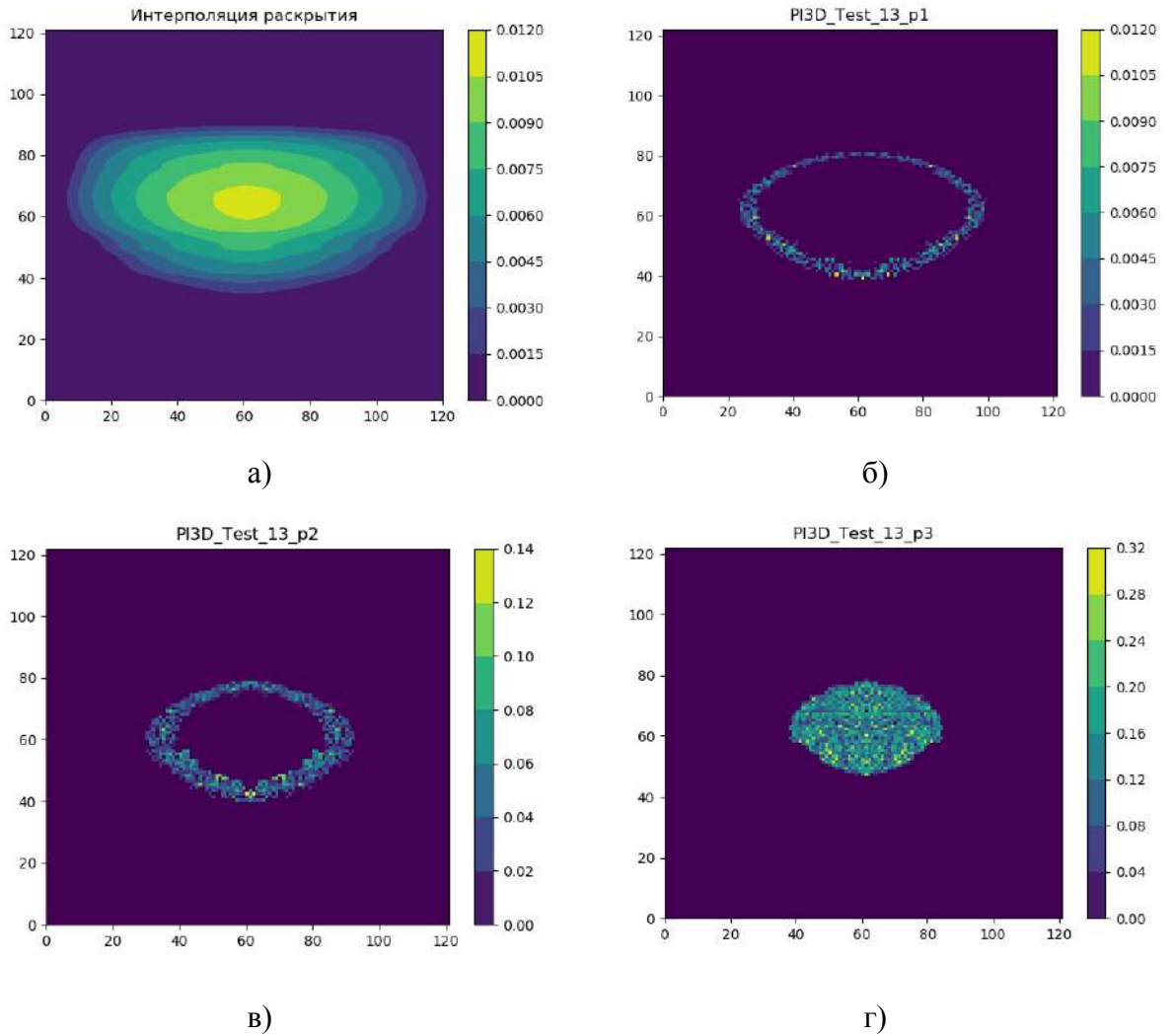


Рис. 2.6. Расчет роста трещины при учете многостадийной закачки нескольких проппантов: а) интерполяция раскрытия трещины (м), б) в) и г) распределение ненормированной концентрации проппантов 1, 2 и 3 соответственно

Из полученных результатов видно, что с помощью метода маркеров легко восстановить расположение каждого проппанта. Так, каждый последующий проппант выталкивает предыдущий к стенкам трещины. Также видно, как влияют слои на продвижение проппанта.

Таким образом, можно заключить, что метод частиц в ячейках может быть использован для моделирования переноса и оседания нескольких проппантов.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках исследовательской работы были решены следующие задачи:

- Была выбрана математическая модель переноса и оседания, на основе которой был реализован программный модуль учитывающий влияние проппанта на распространение трещины ГРП.
- Было исследовано влияние учета переноса проппанта на развитие трещины. Так, было показано, что учет переноса проппанта в значительной мере влияет как на размеры, так на форму получившейся трещины.
- В рамках вышеуказанного модуля был реализован учет распространения нескольких проппантов при помощи метода частиц в ячейках (MP-PIC). Был представлен тестовый расчет многостадийной закачки, по которому видно, что, благодаря использованию этого метода, можно легко восстановить расположение каждого проппанта в трещине.
- Было произведено сравнение результатов расчетов, полученных при решении уравнения переноса и методом частиц в ячейках. Полученные результаты хорошо согласуются между собой.

В дальнейшем планируется развитие применения метода частиц в ячейках для моделирования переноса проппанта по следующим направлениям:

- ускорение расчетов (применение параллелизации расчетов, совершенствование алгоритма и т.д.);
- учет дополнительных эффектов (влияние стенок трещины, утечки проппанта в пласт, температура жидкости гидроразрыва).

Автор выражает благодарность Бессонову Н.М. за полезные обсуждения.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

[1] Старобинский Е. Б., Степанов А. Д. Использование явной схемы интегрирования по времени при моделировании гидроразрыва пласта с применением модели Planar3D. // ПРОНЕФТЬ. – 2019. – № 2. – С. 16-20.

[2] Adachi, J., Siebrits, E., Peirce, A., & Desroches, J. Computer simulation of hydraulic fractures. // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences (2007), 44(5), pp. 739–757.

[3] Andrews M.J., O'Rourke P.J. The multiphase particle-in-cell (MP-PIC) method for dense particulate flows // International Journal of Multiphase Flow (1996), 22(2). pp. 379–402.

[4] Batchelor, G. K. The effect of Brownian motion on the bulk stress in a suspension of spherical particles. // Journal of Fluid Mechanics (1977), 83(01), p. 97.

[5] Boronin, S. A., & Osiptsov, A. A. Effects of particle migration on suspension flow in a hydraulic fracture. // Fluid Dynamics (2014), 49(2), pp. 208–221.

[6] Chang C.Y., Powell R.L. Effect of particlesize distributions on the rheology of concentrated bimodal suspensions. // Journal of Rheology (1994), 38(1), pp. 85–98.

[7] Clark, P. E., & Quadir, J. A. Prop Transport In Hydraulic Fractures: A Critical Review Of Particle Settling Velocity Equations. // SPE/DOE Low Permeability Gas Reservoirs Symposium (1981), pp. 343–347.

[8] Dontsov, E. V., Peirce, A. P. A Lagrangian Approach to Modelling Proppant Transport with Tip Screen-Out in KGD Hydraulic Fractures. // Rock Mechanics and Rock Engineering (2015), 48(6), pp. 2541–2550.

[9] Dontsov, E. V., Peirce, A. P. Proppant transport in hydraulic fracturing: Crack tip screen-out in KGD and P3D models. // International Journal of Solids and Structures (2015), 63, pp. 206–218.

- [10] Economides M.J., Nolte K.G. Reservoir Stimulation. Third Edition. Wiley, 2000.
- [11] Einstein A., Ann. Phys. 19, 289, 1906 [in German], 34, 591, 1911, [in German].
- [12] Gadde, P. B., Liu, Y., Norman, J., Bonnecaze, R., & Sharma, M. M. Modeling Proppant Settling in Water-Fracs. // SPE Annual Technical Conference and Exhibition (2004).
- [13] Gidaspow D. Multiphase Flow and Fluidization-Continuum and Kinetic Theory Descriptions. // Academic Press (1994).
- [14] Harlow, F. H., & Welch, J. E. Numerical Calculation of Time-Dependent Viscous Incompressible Flow of Fluid with Free Surface. // Physics of Fluids (1965), 8(12), p. 2182.
- [15] Krieger, I. M., & Dougherty, T. J. A Mechanism for Non-Newtonian Flow in Suspensions of Rigid Spheres. // Transactions of the Society of Rheology (1959), 3(1), pp. 137–152.
- [16] Liu Y., Sharma M.M. Effect of fracture width and fluid reology on proppant settling and retardation: An Experimental Study // SPE Annual Technical Conference, Dallas, Oct 2005.
- [17] Mooney, M. The viscosity of a concentrated suspension of spherical particles. // Journal of Colloid Science (1951), 6(2), pp. 162–170.
- [18] Mueller S., Llewellyn E.W., Mader H.M. The rheology of suspensions of solid particles. // Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences (2009), 466(2116), pp. 1201-1228.
- [19] Novotny, E. J. Proppant Transport. SPE Annual Fall Technical Conference and Exhibition (1977).
- [20] Osipov, A. A. Fluid Mechanics of Hydraulic Fracturing: a Review. // Journal of Petroleum Science and Engineering (2017), 156, pp. 513–535.

[21] Ramesh P. L. N., Raajenthiren M. A review of some existing drag models describing the interaction between the solid gaseous phases in a CFB // *International Journal of Engineering Science and Technology* (2010), 2(5), 1047-1051.

[22] Sengun M.Z., Probst R.F. High-shear limit viscosity and the maximum packing fraction in concentrated monomodal suspensions. // *Physicochem. Hydrodyn* (1989), 11(2), pp. 229–241.

[23] Snider D.M. Three fundamental granular flow experiments and CPFD predictions // *Powder Technology* (2007), 176(1), pp. 36-46.

[24] Stickel J.J., Powell R.L. Fluid mechanics and rheology of dense suspensions. *Ann. Rev. of Fluid Mechanics* (2005), 37, pp. 129-149.

[25] Wang X., Jin B., Xiong Y., Zhong W. Flow Behaviors of Gas-Solid Injector by 3D Simulation with Kinetic Theory of Granular Flow // *Chinese Journal of Chemical Engineering* (2008), 16(6), pp. 823-831.

[26] Yee, H.C. Upwind and Symmetric Shock Capturing Schemes. // *Technical Report. NASA* (1987), p. 130.

[27] Zeng J., Li H., Zhang D. Numerical simulation of proppant transport in propagating fractures with the multi-phase particle-in-cell method. // *Fuel* (2019), 245, pp. 316–335.

[28] Zhao Z.-C., Cu B., Yue Y.-Q. Numerical simulation of horizontal migration of proppant. // *Journal of Hydrodynamics*, (2008), 20(1). pp.74-80.