

Условие задачи

Однородный цилиндр падает с какого-то расстояния на землю и продолжает катиться дальше. Нужно найти количество теплоты, которое выделяется при ударе, не зная последующих данных. Цилиндр начинает свое падение под углом к горизонту, известна скорость цилиндра во время удара и ее направление.

Решение

Количество выделившейся теплоты будем искать как разность кинетических энергий цилиндра перед касанием земли и после установления процесса качения без проскальзывания.

(1)

До удара о землю кинетическая энергия цилиндра была равна

(2)

Предполагая, что отскока (подпрыгивания после столкновения) не происходит, заключаем что вертикальная составляющая импульса будет потеряна сразу же после удара, а кинетическая энергия будет равна:

(3)

где α - угол между направлением вектора скорости до удара и горизонтом.

В процессе дальнейшего горизонтального скольжения по опорной поверхности сила трения будет раскручивать цилиндр, переводя его движение в чистое качение (без проскальзывания). При этом момент импульса цилиндра относительно точки касания будет сохраняться, так как действующие на него силы будут обладать нулевым моментом относительно данной точки.

(4)

где

$$J = J_0 + mR^2 = \frac{3}{2}mR^2 \quad (5)$$

- момент инерции цилиндра относительно точки касания, а ω - установившееся значение угловой скорости. Причем $\omega = \frac{u}{R}$, где u - установившееся значение линейной скорости движения цилиндра.

Тогда из (4) следует

(6)

Кинетическая энергия после установления качения без скольжения будет равна

(7)

Из (1), (3), (7) следует ответ задачи: $Q = \frac{mv^2}{2} \left(1 - \frac{2}{3} \cos^2 \alpha \right)$