

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ПЕТРА ВЕЛИКОГО**

**Отчет по лабораторной работе №2  
«Задача Кирша»**

Выполнил:  
студент 3-го курса  
кафедры «Теоретическая механика»  
Старобинский Е. Б.

Проверил:  
Ле-Захаров С. А.

Санкт-Петербург, 2015 г.

# Содержание

Содержание	2
Постановка задачи	3
Реализация задачи	3
Результаты	4
Выводы	6
Список литературы	7

# Постановка задачи

Дана плоская квадратная пластина с круглым вырезом по середине. С двух противоположных сторон приложена распределённая нагрузка. Исследовать сходимость численного решения в пакете Abaqus в зависимости от размеров пластины и сетки.

# Реализация задачи

Воспользуемся симметрией задачи для сокращения объёма вычислений. Рассмотрим фрагмент (одну четвёртую) пластины, как показано на Рисунке 1, дополнив граничные условия условием симметрии.

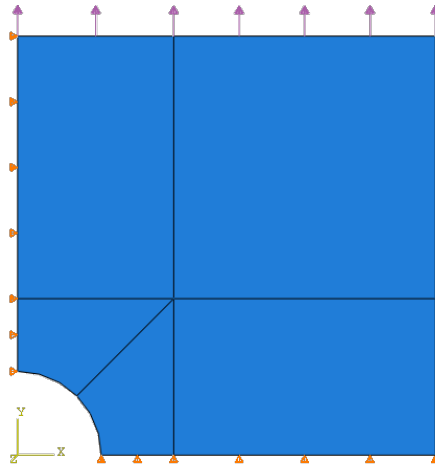


Рисунок 1. Пластина с заданными условиями

Положим значения модуля Юнга, коэффициента Пуассона и приложенной нагрузки соответственно

$$E = 2.1 \cdot 10^{11} \text{ Па}; \theta = 0.3; P = 10^7 \text{ Па};$$

В окрестности отверстия задаём более измельчённую сетку, чем на остальной пластине, для большой точности вычислений (см. Рисунок 2).

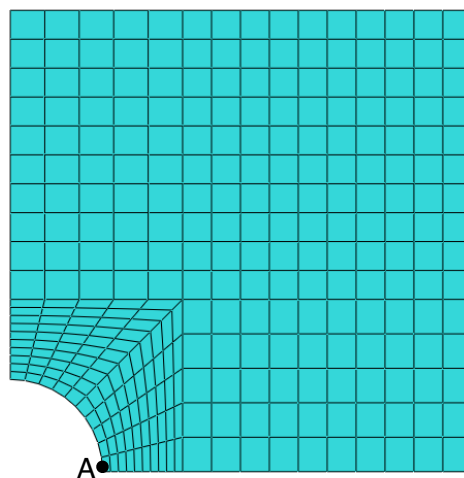


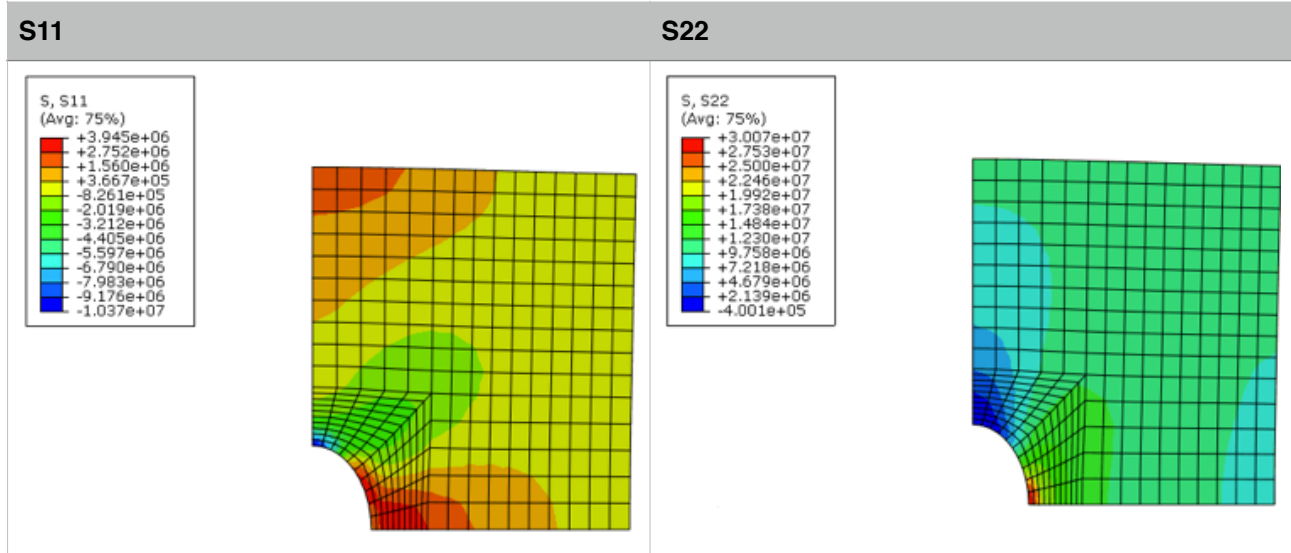
Рисунок 2. Сетка

# Результаты

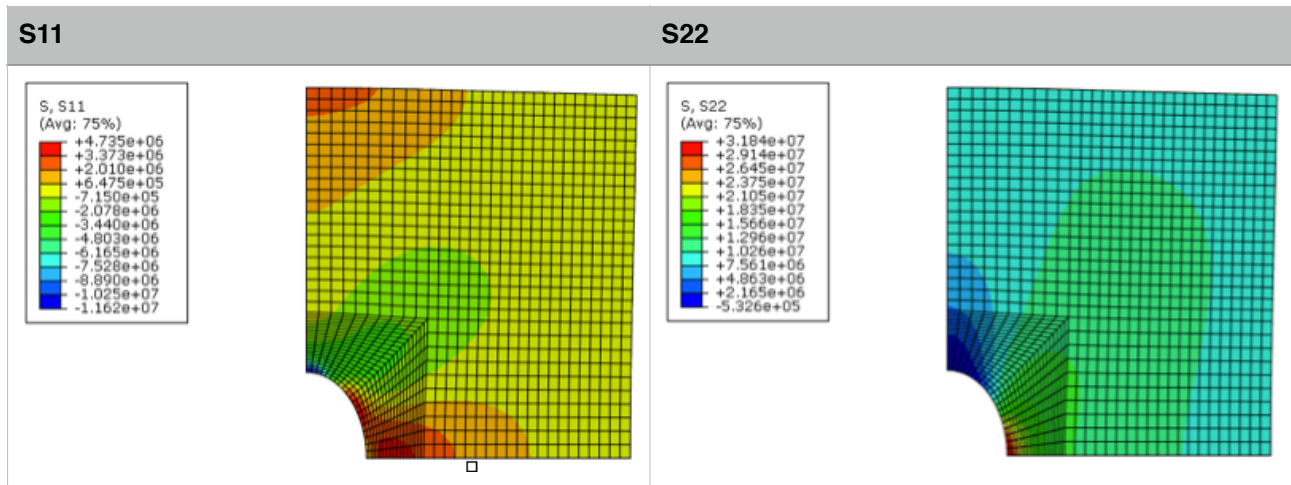
Рассмотрим пластинку с сетками разной густоты. Отношение радиуса отверстия к длине стороны положим равным 0.2.

S11 и S22 - компоненты тензора напряжений.

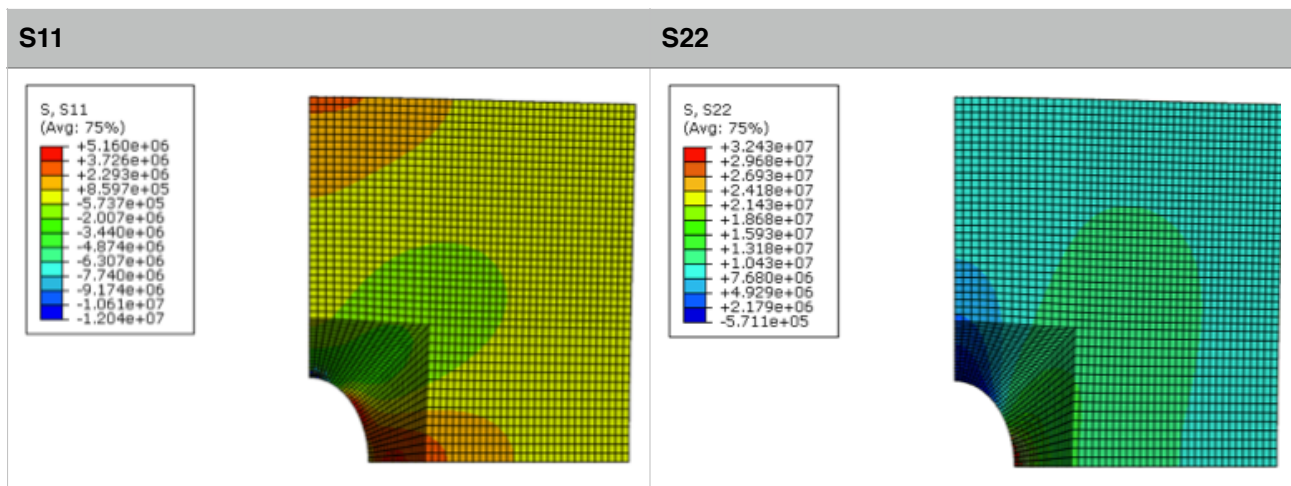
## 300 ЭЛЕМЕНТОВ:



## 1200 ЭЛЕМЕНТОВ:



## 2700 ЭЛЕМЕНТОВ:



В точке А (см. Рисунок 2) для бесконечной пластины из теории [1] известно, что

$$S_{22} = 3 \cdot 10^7 \text{ Па};$$

В ходе вычислений получены результаты, приведённые в Таблице 1.

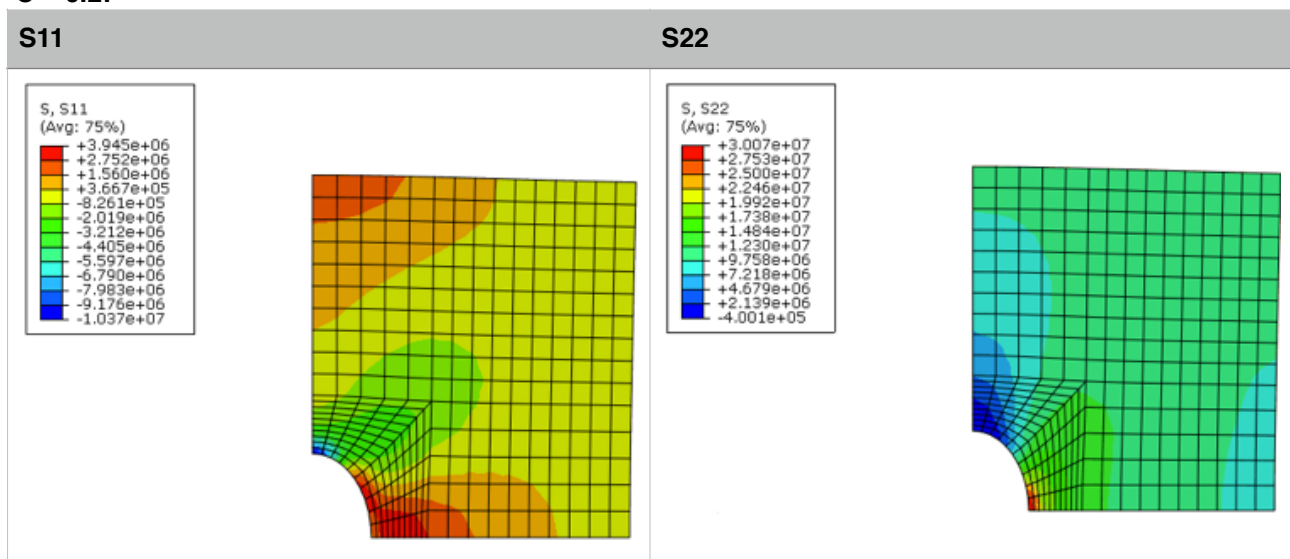
Число элементов в сетке, шт	$S_{22}$ , $10^7$ Па
300	3.01
1200	3.18
2700	3.24

Таблица 1. Результаты

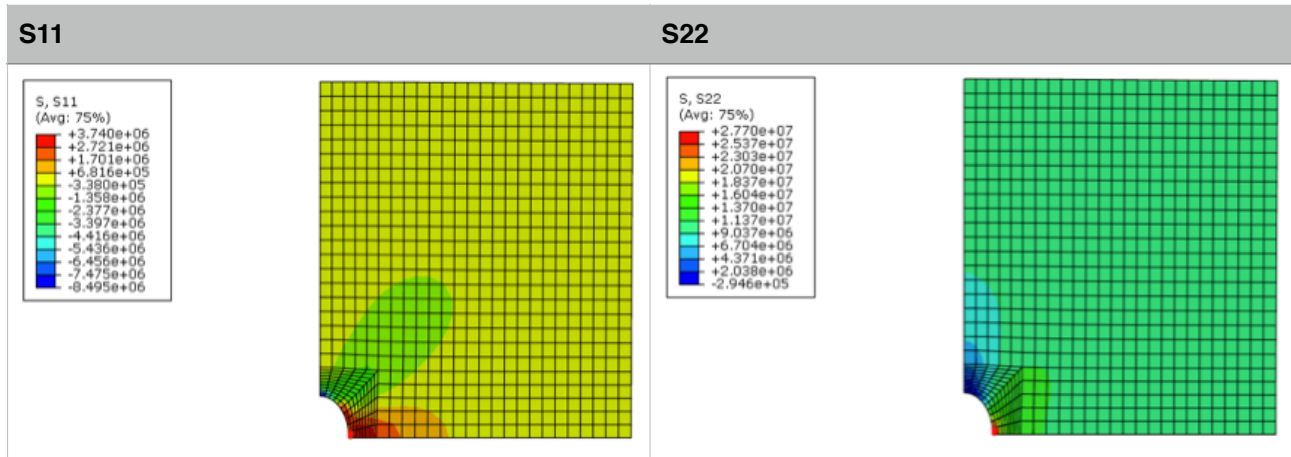
Можно сделать вывод, что при измельчении сетки решение сходится к значению, превышающему теоретическое.

Зафиксируем сетку с 300 элементами, будем менять длину стороны пластины, добавляя дополнительные элементы. Обозначим отношение радиуса отверстия к длине за  $C$ .

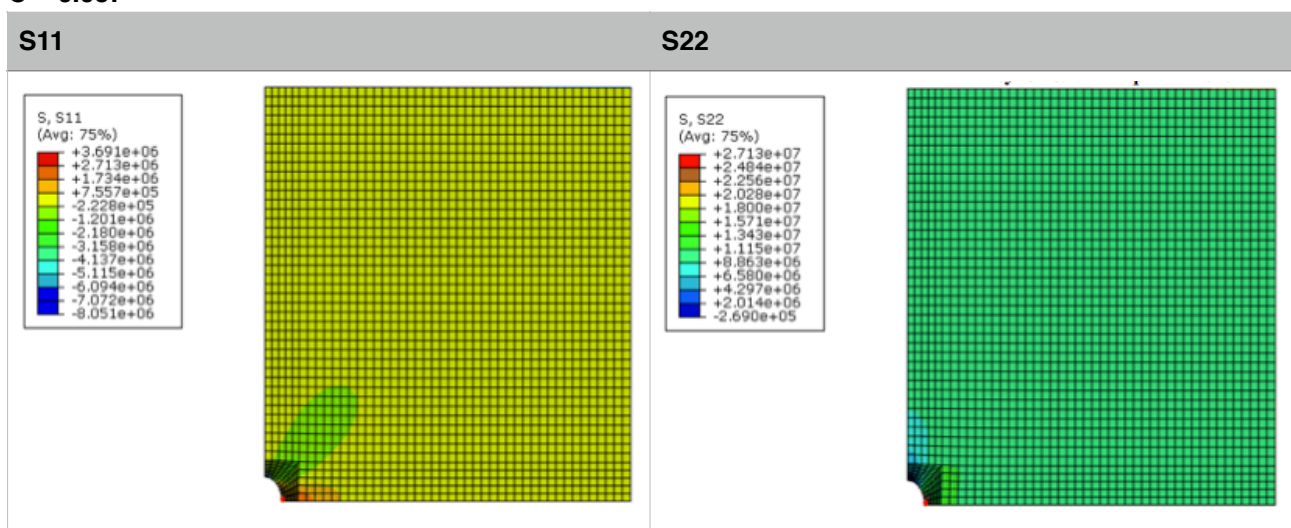
$C = 0.2$ :



C = 0.1:



C = 0.05:



Аналогично рассмотрим значения  $S_{22}$  в нижней точке, результаты приведены в Таблице 2.

C	$S_{22}, 10^7 \text{ Па}$
0.2	3.01
0.1	2.77
0.05	2.71

Таблица 2. Результаты

Если при измельчении сетки решение сходилось и превышало теоретический результат, то при уменьшении отношения радиуса к стороне численное решение сходится к числу, меньшему теоретического.

## Выводы

В рамках двух экспериментов была исследована зависимость компонента тензора напряжений в точке. При измельчении сетки или уменьшении отверстия решение сходится, причём в первом случае решение превышает теоретическое, а во втором - меньше теоретического. Можно предположить, что при совокупном уменьшении

отношения радиуса отверстия к длине стороны и измельчении сетки численное решение будет сходиться к теоретическому решению для бесконечной пластины.

## Список литературы

1. А. М. Кац. "Теория упругости". Издание 2-е, стереотипное. Серия «Золотые имена профессоров Санкт-Петербургского Политехнического Университета». Санкт-Петербург, 2002.