*ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ «*САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ПЕТРА ВЕЛИКОГО*»*

*Институт прикладной математики и механики*

Кафедра теоретической механики

Курсовой проект на тему:

«Нелинейные колебательные системы»

 Выполнил: Лобанов И.Ю.

Группа : 23604/1

Преподаватель: Панченко А.Ю.

**Цель работы**

* Дано нелинейное дифференциальное уравнение 2-ого порядка:
* x’’ - (ƛ+µx²-x4)x’+x = 0
* Задача:
* Исследовать поведение решения при различных малых значениях ƛ и µ

**Алгоритм исследования:**

* 1)Преобразование данного уравнения к системе из 2-х ОДУ 1-го порядка в фазовом пространстве
* 2)Отыскание особых точек системы
* 3)Линеаризация системы в окрестности особых точек
* 4) Определение типа особых точек и поведения решения вблизи этих точек
* 5)Численное решение данного уравнения с помощья метода Рунге-Кутта 4-го порядка

**Уравнение**

* x’’ - (ƛ+µx²-x4)x’+x = 0
* Преобразуем в систему
* $\left\{\begin{array}{c}x^{'}=y=P(x,y)\\y^{'}=\left(ƛ+μx^{2}-x^{4}\right)y-x=Q(x,y)\end{array}\right.$
* $\left\{\begin{array}{c}P\left(x,y\right)=0\\Q\left(x,y\right)=0\end{array}\right.$
* $\left\{\begin{array}{c}x=0\\y=0\end{array}\right.$ - особая точка
* x=0 – положение равновесия
* x(t)=0 – стационарное решение

**Линеаризация в окрестности (0,0)**

* $\left\{\begin{array}{c}x^{'}=\left.\frac{∂P(x,y)}{∂x}\right|\_{(0,0)}x+\left.\frac{∂P(x,y)}{∂y}\right|\_{(0,0)}y\\y^{'}=\left.\frac{∂Q(x,y)}{∂x}\right|\_{(0,0)}x+\left.\frac{∂Q(x,y)}{∂y}\right|\_{(0,0)}y\end{array}\right.$
* $\left\{\begin{array}{c}x^{'}=y\\y^{'}=-x+ƛy\end{array}\right.$
* **Линеаризованное уравнение:**
* x’’- $ƛ$x’+x=0
* **Характеристическое уравнение:**
* $α^{2}$- $ƛα$+1=0
* D = $ƛ^{2}$-4 < 0, т.к. $ƛ$ мало.

 $α\_{1,2}$=$\frac{ƛ}{2}\pm i\sqrt{1-\frac{ƛ^{2}}{4}}$

* **Общее решение линеаризованного уравнения:**
* x(t)=A$e^{\frac{ƛ}{2}t}\sin(\left(\sqrt{1-\frac{ƛ^{2}}{4}}t+φ\right))$ , где A и $φ$ – константы, зависящие от начальных условий
* При $ƛ$ < 0: (0,0) – устойчивый фокус, x=0 - асимптотически устойчивое решение

При $ƛ$ > 0: (0,0) – неустойчивый фокус, x=0 - неустойчивое решение

* При $ƛ$ = 0: (0,0) – “центр”, устойчивое решение

**ƛ=-0.1, µ=0 , вблизи особой точки**



**ƛ=0.1, µ=0 , вблизи особой точки**

****

**ƛ=0, µ=0 , вблизи особой точки**

****

**ƛ=0, µ=0, начальное положение удалено особой точки**

****

**ƛ=0, µ=-0.1, начальное положение удалено особой точки**



**ƛ=0, µ=0.1, начальное положение удалено особой точки**

****

**Заключение**

* У уравнения одна особая точка (0,0). Поведение вблизи неё определяется знаком ƛ.
* В случае начального положения, удалённого от особой точки, при ƛ=0 и различных малых µ движение системы с течением времени стремится к гармоническим колебаниям