УДК 531.01

*Т.А. Костарева*

Санкт - Петербургский политехнический университет

**ОТ ВИРТУАЛЬНЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ К ВИРТУАЛЬНЫМ СКОРОСТЯМ**

Предлагаются в курсе ТМ вместо бесконечно малых виртуальных перемещений перейти к конечным виртуальным скоростям как множеству скоростей по поверхности нестационарной связи, порождаемому множеством начальных условий. Сформулированы идеи метода Лагранжа.

**От бесконечно малых к конечным величинам**

В большинстве курсов ТМ [1-7] для технических вузов авторы оперируют понятиями элементарного d**r** и виртуального δ**r** перемещений. Элементарное перемещение

направлено вдоль действительной скорости точки и определяется силами и начальными условиями движения.

Виртуальное перемещение δ**r** направлено произвольно в касательной плоскости к поверхности связи и не связано с силами и начальными условиями движения.

Оба перемещения бесконечно малые величины. И здесь возникает первая условность, связанная с изображением бесконечно малых величин конечными векторами.

Виртуальное перемещение определяется как ***изохронная*** ***вариация*** радиуса вектора . К какому виду вариаций относится понятие виртуального перемещения остается не ясным. И это вторая проблема при изложении понятия виртуального перемещения в курсе ТМ.

Избежать указанных проблем можно, если от туманного понятия бесконечно малой вариации радиуса вектора перейти к конечной, изображаемой и понятной студенту виртуальной скорости, как элемента множества относительных скоростей точки по поверхности связи, порождаемому множеством начальных условий движения точки.

Понятие виртуальной скорости упоминается в [2], но лишь для того, чтобы перейти к виртуальным перемещениям.

Во многих источниках [1,4,5,6] термины возможное, действительное и виртуальное трактуются по-разному. Часто под возможным и виртуальным понимается одно и то же перемещение [4,5,6].

**Действительная скорость точки.**

Рассмотрим простейший пример движения точки массы под действием силы и нестационарной геометрической идеальной связи

Уравнение связи можно трактовать как уравнение подвижной поверхности, по которой движется точка. Положение точки в пространстве определяется положением поверхности связи и положением точки на поверхности связи. На рисунке изображена фотография поверхности связи в момент времени t. Положение точки на поверхности связи можно задать двумя обобщенными криволинейными координатами q1 и q2. Радиус вектор точки есть функция обобщенных координат и времени.

(1)

Закон движения точки (1) определен законом Ньютона

и ***начальными условиями***. Здесь активная сила, реакция идеальной связи Дифференцируя закон (1), находим действительную скорость точки

Здесь

переносная скорость точки поверхности связи, с которой совпадает изучаемая точка.

Она ***единственна***, поскольку определена уравнением движения связи (Рис.1).

Вторая составляющая действительной скорости

является относительной скоростью точки по поверхности связи. Она имеет две составляющие вдоль обобщенных координат q1 и q2.

Частные производные , являются направляющими векторами, касательными к координатным линиям (Рис.2).

**Виртуальная и возможная скорость точки**

Множество начальных условий порождает множество решений (1) уравнения Ньютона (2). В начальный момент точку можно поместить в произвольное возможное положение на поверхности связи. В этом положении точка имеет определенную переносную скорость (4) вместе с поверхностью связи.

0

q1

**R**

q2

***r***

Рис.1

В возможном положении точке можно дать произвольную начальную скорость в касательной плоскостик поверхности связи. Эта скорость называется ***виртуальной*** ***скоростью*** точки. Виртуальные скорости произвольны по модулю и направлению в касательной к связи плоскости:

где и – произвольные алгебраические числа.

Виртуальные скорости составляют множество и определяются только связью и не зависят от сил, определяющих действительное движение точки.

Ввиду произвольности виртуальных скоростей абсолютная скорость точки образуют множество ***возможных*** скоростей

отвечающих уравнению Ньютона (2) и множеству начальных условий движения.

Очевидно, что действительная скорость точки (3) принадлежит множеству ее возможных скоростей (7).

Если связь стационарна, то множества возможных и виртуальных скоростей совпадают.

**Методы Ньютона и Лагранжа**

Важной задачей динамики является составление дифференциальных уравнений движения точки по поверхности нестационарной связи.

Закон ***Ньютона*** (2) позволяет найти как дифференциальные уравнения движения точки, так и реакцию идеальной связи. Его недостатком является векторный характер и относительная избыточность. Ведь обычно вычисления ведутся в скалярном виде, а интерес представляют только дифференциальные уравнения движения точки по связи.

0

q1

**R(**

q2

q1

τ1

m

Рис.2

Аналитическим методом вывода дифференциальных уравнений движения по связям является метод ***Лагранжа,***основанный на двух идеях:

1. Рассматривать только идеальные связи.
2. Спроектировать закон Ньютона (2) на касательную к связи плоскость, скалярно умножив (2) на вектор произвольной виртуальной скорости .

Такое умножение:

1. приводит уравнения к скалярной форме,
2. исключает реакции идеальных связей, поскольку

с) заменяет ускорение его проекцией на касательную к связи плоскость, которая не зависит от виртуальных скоростей .

Действительно, согласно закону Ньютона (2) ускорение зависитот реакции которая, в свою очередь, зависит от виртуальной скорости **.** Однако проекция ускорения на касательную к связи плоскость не зависит от ортогональной к этой плоскости реакции идеальной связи**,** а значит и от виртуальной скорости . Достаточно вспомнить движение автомобиля по мосту. Его касательное к мосту ускорение никак не зависит от скорости автомобиля.

**Литература**

1. *Лойцанский Л.Г., Лурье А.И.* Курс теоретической механики, т.2/ Москва: Издательство «Наука», 1983. – 840с.
2. *Бутенин Н.В.* Введение в аналитическую механику/ Москва Издательство «Наука», 1971. – 264с.
3. *Гантмахер Ф.Р.* Лекции по аналитической механике –/ Москва: Издательство «Физматгиз», 1960. – 296с.
4. *Геронимус Я.Л.* Теоретическая механика –/ Москва: Издательство «Физматгиз», 1973. – 511с.
5. *Гернет М.М.* Курс теоретической механики –/ Москва: Издательство «Высшая школа», 1970. – 439с.
6. Курс теоретической механики- под редакцией *Колесниква К.С.* –/ Москва: Издательство «МГТУ», 2000. – 735с.
7. *Маркеев А.П.* Теоретическая механика –/ Москва: Издательство «Физмат литературы», 1990. – 414с.