*ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ* «САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ПЕТРА ВЕЛИКОГО»

*Институт прикладной математики и механики*

Кафедра теоретической механики

Курсовой проект на тему:

«Исследование фазовых портретов»

**Выполнила:**

Иванова Яна Викторовна

Группа: 23604/1

Семестр: весна 2017

Научный руководитель: Панченко Артем Юрьевич

Введение

Часто в ряде наук встречается ситуация, когда модель рассматриваемого процесса сводится к дифференциальному уравнению. Причём, в большинстве реальных задач это уравнение довольно сложно решить, или совсем невозможно.   
Фазовый портрет — это то, как величины, описывающие состояние системы (динамические переменные), зависят друг от друга. В случае механического движения это координата и скорость, в электричестве это заряд и ток, в известной популяционной задаче это количество хищников и жертв и т.д.  
  
Чем хороши фазовые портреты? Их можно построить не решая динамические уравнения системы. В некоторых случаях построение фазового портрета становится совсем простой задачей. Однако, одновременно с этим, фазовые портреты дают вдумчивому наблюдателю очень много информации о поведении системы.

В данной работе исследуются фазовые портреты для дифференциального уравнения второго порядка mх’’ + kx + bx’ = 0. Вид фазовых портретов зависит от параметров m, k и b, где m – масса, k – жесткость, а b – коэффициент затухания. Существует несколько стандартных типов фазовых портретов: фокус, центр, узел, седло. Они образуются при определенных сочетаниях заданных параметров. Рассмотрим подробнее все случаи.

характеристическое уравнение:

корни этого уравнения задаются формулами



В данном случае трение велико. Оба корня характеристического уравнения действительные, различные. Фазовый портрет типа «Устойчивый узел»

Существует всего один действительный отрицательный корень. Фазовый портрет типа «Вырожденный устойчивый узел»

В данном случае трение мало. Оба корня комплексно сопряженные с отрицательной вещественной частью. Фазовый портрет типа «Фокус»

В данном случае отсутствует трение. Оба корня характеристического уравнения действительные, различные и отрицательные. Фазовый портрет типа «Центр»

Отсутствует упругая сила. Оба корня действительные, один отрицательный, второй равен нулю. Фазовый портрет – прямые линии, параллельные друг другу

Конкретный вид функции зависит от коэффициентов . Но так как эти же коэффициенты определяют и корни характеристического уравнения данной системы. Существует однозначная зависимость между корнями и типом фазового портрета линейной системы 2-го порядка.

Рассмотрим различные ситуации.

Устойчивый узел

В системе есть апериодический затухающий переходной процесс и уравнение имеет решение

***+***

***- действительные различные***

***= - -***

***+ x =***

***+ x =***

***=***

На фазовой плоскости все координаты пересекаются в начале координат.

Вырожденный устойчивый узел

***–* корни характеристического многочлена**

**– общее решение, процесс затухающий**

***=***

Центр

Имеется следующее решение характеристического уравнения

**= ± i**

то есть фазовые плоскости являются эллипсами.

Фокус

то есть имеют место колебания с бесконечно возрастающей амплитудой. Фазовая траектория – плоская расходящаяся спираль;

Параллельные прямые

В случае равенства одного из собственных чисел характеристического уравнения нулю, имеем

**=**

Список используемой литературы

1. Я. Г. Пановко “Введение в теорию механических колебаний”
2. С. С. Степанов “Курс дифференциальных уравнений. Том 2“
3. А. А. Яблонский “Курс теоретической механики”