

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
Физико-механический институт
Высшая школа теоретической механики и математической физики

Работа допущена к защите

Директор ВШТМиМФ

д.ф.-м.н., чл.-корр. РАН

_____ А. М. Кривцов

«__» _____ 20__ г.

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА БАКАЛАВРА

**Расчёт прочности водосброса при действии гидродинамической
нагрузки с использованием пространственного описания**

По направлению подготовки

01.03.03 «Механика и математическое моделирование»

Профиль

01.03.03_01 Механика и математическое моделирование сред с
микроструктурой

Выполнил

Студент гр. 5030103/90101

Садовченко Е. А.

Руководитель

Доцент ВШТМиМФ, к.ф.-м.н.

Витохин Е. Ю.

Санкт-Петербург

2023

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ПЕТРА ВЕЛИКОГО**
Физико-механический институт
Высшая школа теоретической механики и математической физики

УТВЕРЖДАЮ

Директор ВШТМиМФ

_____ А. М. Кривцов

«__» _____ 20__ г.

ЗАДАНИЕ

на выполнение выпускной квалификационной работы

студенту Садовченко Екатерине Алексеевне, гр. 5030103/90101

1. Тема работы: Расчет прочности водосброса при действии гидродинамической нагрузки с использованием пространственного описания.
2. Срок сдачи студентом законченной работы: 05.06.2023
3. Исходные данные по работе: справочная литература, актуальный публикации по теме исследования
4. Содержание работы (перечень подлежащих разработке вопросов): постановка задачи квалификационной работы, описание подхода к моделированию, построение расчетной модели в Abaqus, анализ результатов.
5. Перечень графического материала (с указанием обязательных чертежей): не предусмотрено
6. Консультанты по работе: отсутствуют
7. Дата выдачи задания: 27.02.2023

Руководитель ВКР _____
(подпись)

Е. Ю. Витохин
инициалы, фамилия

Задание принял к исполнению: 27.02.2023

Студент _____
(подпись)

Е. А. Садовченко

инициалы, фамилия

РЕФЕРАТ

На 44 с., 47 рисунка, 4 таблицы

**ПРОЧНОСТЬ, ВОДОСБРОС, МЕТОД КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ,
НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ, ABAQUS,
ПРОСТРАНСТВЕННОЕ ОПИСАНИЕ**

В данной работе исследуется напряженно-деформированное состояние водосброса Ита под действием гидродинамической нагрузки и сил гравитации с использованием связанного пространственного и материального описания. Построена конечно-элементная модель системы водосброс-основание в программном обеспечении Abaqus. Сделаны выводы о результатах моделирования.

ABSTRACT

44 pages, 47 pictures, 4 table

**STRENGTH, SPILLWAY, FINITE ELEMENT METHOD, STRESS-
DEFOROMATED STATE, ABAQUS, SPATIAL DESCRIPTION**

In this paper, the stress-strain state of the spillway Ita under the action of hydrodynamic load and gravity forces is investigated using a related spatial and material description. A finite element model of the spillway-base system in the Abaqus software is constructed. Conclusions about the simulation results are made.

СОДЕРЖАНИЕ

ОСНОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ И СОКРАЩЕНИЯ	5
ВВЕДЕНИЕ	6
ГЛАВА 1. ЛИТЕРАТУРНЫЙ ОБЗОР.....	8
ГЛАВА 2. ОПИСАНИЕ ПЛОЩАДКИ И СООРУЖЕНИЙ ГИДРОУЗЛА ИТА.....	10
2.1. Описание гидросооружений	10
2.2. Описание рельефа	11
ГЛАВА 3. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ	12
3.1. Характеристики модели	12
3.2. Обзор Эйлеровой и Лагранжевой сеток.....	14
3.3. Постановка задачи связанного пространственного и материального описания	16
3.4. Численная схема динамического явного решателя	19
ГЛАВА 4. ПОСТРОЕНИЕ КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЙ МОДЕЛИ	21
4.1. Создание сетки	21
4.2. Создание predetermined полей	22
4.3. Приложение нагрузок и граничных условий	23
ГЛАВА 5. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ.....	25
5.1. Анализ поля скоростей жидкости.....	25
5.2. Анализ перемещений в модели	32
5.3. Анализ напряжений в модели.....	36
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	42
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ.....	43

ОСНОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ И СОКРАЩЕНИЯ

МКЭ – метод конечных элементов

КЭ – конечный элемент

НДС – напряженно-деформированное состояние

СЕЛ – связанный Эйлерово-Лагранжевый анализ

ГТС – гидротехническое сооружение

ВВЕДЕНИЕ

Водосброс – это гидросооружение необходимое для контролируемого спуска воды из водохранилищ, плотин или дамб при угрозе наводнений и затоплений. Нередко водосбросы используют в комплексе гидросооружений для выработки электроэнергии, которая может обеспечивать целые города.

Гидроэнергия является приоритетным способом производства электроэнергии в таких странах как: Бразилия, Норвегия, Канада и Парагвай. Гидроэнергия вырабатывается за счет преобразования гравитационного потенциала быстрого потока воды в электроэнергию с помощью специальных генераторов. Данный способ добычи энергии является хорошей альтернативой в странах, где нет залежей подземных ископаемых таких как нефть, каменный уголь, но есть большое количество рек и озер. Кроме того, данная энергия является чистой, так как поступает из возобновляемых источников и не загрязняет атмосферу.

Поскольку гидротехнические сооружения играют большую роль: предотвращают природные катаклизмы, способствуют устойчивому развитию экономики стран, необходимо регулярно контролировать эксплуатационное состояние данных объектов, чтобы не допустить серьезных последствий в виде техногенных аварий. Одним из способов осуществления эксплуатационного контроля является создание математических и конечно-элементных моделей, которые позволят оценить, как конкретная структура будет себя вести при действии различных нагрузок и условий эксплуатации, оптимизировать проектирование ГТС, проводить анализ безопасности гидросооружений, включая оценку их устойчивости, спрогнозировать будущие состояния модели и протестировать различные режимы работы.

В рамках дипломной работы будет построена модель водосброса, входящего в комплекс сооружений гидроэлектростанции Ита, которая находится на реке Уругвай в Бразилии и производит 60% электроэнергии для

штата Санта-Катарине. Геометрия модели будет построена в программе SOLIDWORKS. Далее с помощью подхода CEL (сопряжённый Эйлерово-Лагранжевый анализ) в программном комплексе Abaqus и расчетного модуля Dynamic Explicit будет получено и проанализировано напряженно-деформированное состояние модели системы водосброса совместно со скальным основанием под действием гидродинамической нагрузки воды, стекающей при открытии затворов водосброса из водохранилища. Кроме того, будут определены поля скоростей жидкости.

ГЛАВА 1. ЛИТЕРАТУРНЫЙ ОБЗОР

В настоящее время существует множество различных методов моделирования движения жидкости, каждый из которых имеет свои преимущества и недостатки. Рассмотрим некоторые из них:

- Сеточные методы Эйлера

Одним из наиболее известных сеточных методов для моделирования потока жидкости является метод конечных объемов. Он основан на разбиении расчетной области на множество конечных объемов или ячеек, внутри которых вычисляются значения физических величин, такие как давление, скорость и концентрация, которые считаются неизменными для малого объема. Для расчета движения жидкости с использованием МКО необходимо учитывать законы сохранения массы, импульса и энергии. Уравнения Навье-Стокса являются основными при моделировании. Эти уравнения разбиваются на конечные объемы, и значения переменных внутри каждого объема вычисляются численно. Для вычисления потоков и градиентов переменных внутри ячеек применяются различные аппроксимации. Одним из наиболее распространенных подходов является аппроксимация с помощью разностных схем. Решение производится на неизменной сетке. Именно этот метод используется для решения задач гидрогазодинамики в таких программах, как ANSYS Fluent, OpenFOAM.

- Гидродинамика сглаженных частиц (SPH)

Впервые метод был разработан в 1977 году учеными Gingold и Monaghan для задач астрофизики, но в дальнейшем получил высокую популярность в областях баллистики, гидродинамики и компьютерной графики. Отличительной особенностью является тот факт, что метод можно назвать бессеточным. Это означает, что соединения между узлами в рассматриваемой области моделирования не требуются. Основной идеей является разбиение

исследуемой области на отдельные дискретные элементы, которые взаимодействуют через силу взаимодействия между частицами, вычисляемую на каждом шаге. Частицы имеют длину сглаживания, на которой их свойства сглаживаются функцией ядра [13]. SPH можно считать чисто Лагранжевым методом, поскольку все взаимодействия оцениваются в системе координат, привязанной к отдельным частицам. С помощью данного метода возможна реализация смешивания жидкостей, то есть возможно выделение различных типов частиц, по-разному взаимодействующих с другими видами. Одним из главных недостатков является потребность в большом количестве элементов, что усложняет вычисления.

- Связанный Эйлерово-Лагранжевый анализ (CEL)

Отличительной особенностью метода является тот факт, что он включает в себя возможность моделировать движение жидкости и одновременно учитывать напряжения, возникающие в материальной части модели. Данный метод будет реализован в рамках диплома для анализа НДС водосброса. Более подробное описание можно найти в Главе 3.

ГЛАВА 2. ОПИСАНИЕ ПЛОЩАДКИ И СООРУЖЕНИЙ ГИДРОУЗЛА ИТА.

2.1 Описание гидросооружений

Гидроэлектростанция Ита (Ita) находится на реке Уругвай в Бразилии и расположена выше по течению от плотины Foz do Chapесо и ниже по течению от плотины Machadinho. Компоновка силовой установки включает следующие структуры:

- Бетонная каменно-насыпная плотина с максимальной высотой гребня 125 метров.
- Два водосброса наземного типа. Один расположен под правым устьем реки и примыкает к основной плотине. Второй находится на левом берегу между плотиной и водосбросом 1.
- Генератор, включающий подходной канал и водозабор, устроенные в скале.
- Крытая электростанция, состоящая из 5 гидрогенераторов мощностью 290 МВт.

Водосбросы V1 и V2 контролируют поток воды радиальными затворами и рассчитаны на максимально возможное наводнение. V1 представляет собой водосбросный порог с шестью затворами, V2 – водослив с четырьмя затворами, за которыми следует бетонированный порог и участок необлицованного желоба по которому вода спускается в русло реки. Пол водосбросов выложен бетонной плитой. На опорах бычков расположен мост для обеспечения движения козлового крана, который используется для регулировки высоты подъема затворов. Геометрия водосбросов строилась в соответствии с критериями гидравлического проектирования и тестировалась на моделях уменьшенного масштаба. Данные модели нужны для оптимизации водосбросов с точки зрения их гидравлических аспектов, экономических и эксплуатационных факторов.

2.2 Описание рельефа

Область, где находятся рассмотренные гидросооружения, находится в зоне базальтовых потоков формации Serra Geral. Формация Serra Geral, простирающаяся на обширной территории Южной Америки, в основном в Бразилии и Аргентине, представляет собой геологическую формацию, состоящую из базальта. Базальт — это тип вулканической лавы, который образует горные породы. Потоки формации Serra Geral возникли около 132–137 миллионов лет назад во время позднего мела. Это произошло в результате магматической активности, связанной с разломной зоной, известной как Южно-Атлантический разлом. Помимо лавовых потоков в бассейне представлены многочисленные дайки и силлы. Дайки и силлы — это два различных типа геологических структур, связанных с вулканической активностью и интрузией магмы в земную кору. Дайки представляют собой вертикальную или наклонную плотную горную породу, которая проникает в разломы или трещины в земной коре. Силлы образуются, когда магма проникает горизонтально и распространяется между слоями существующих пород. При охлаждении и затвердевании магмы образуется новый слой горной породы. Таким образом, рельеф представлен в виде скальных пород.

ГЛАВА 3. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

3.1 Характеристики модели

Водосброс V1 является неотъемлемой частью комплекса гидроэлектростанции и выполняет важные функции в обеспечении стабильной работы всей системы. Он необходим в случае опасности перелива воды через гребень плотины [3]. С помощью водосброса воду отводят от гребня плотины ниже по течению реки. На Рис.1 представлена фотография, иллюстрирующая водосброс и прилегающую область.

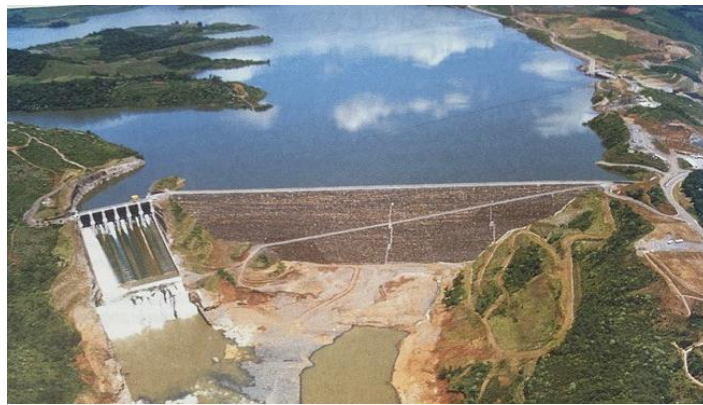


Рисунок 1. Водосброс V1.

Для реализации геометрии водосброса использовался чертеж, представленный на Рис. 2. Все указатели размеров приведены в метрах.

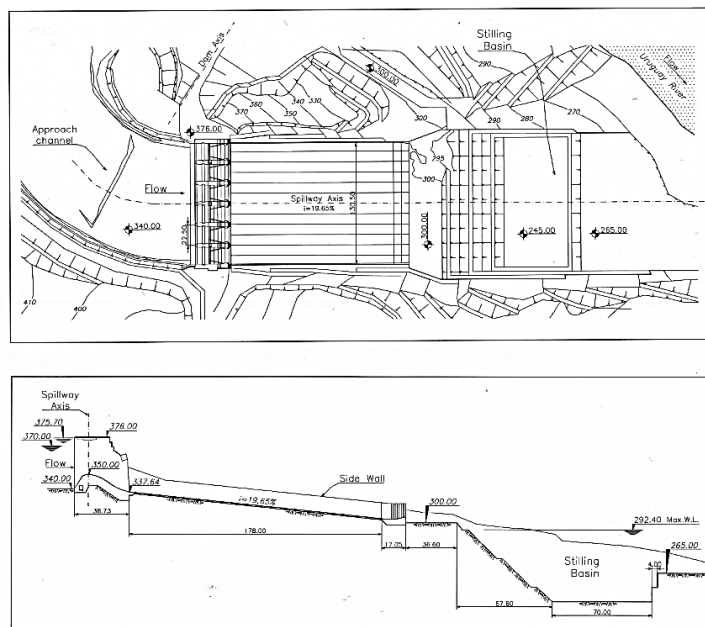


Рисунок 2. Чертеж водосброса (вид сбоку и сверху).

Для более четкого понимания чертежа, рассмотрена упрощённая схема и даны названия отдельным деталям.

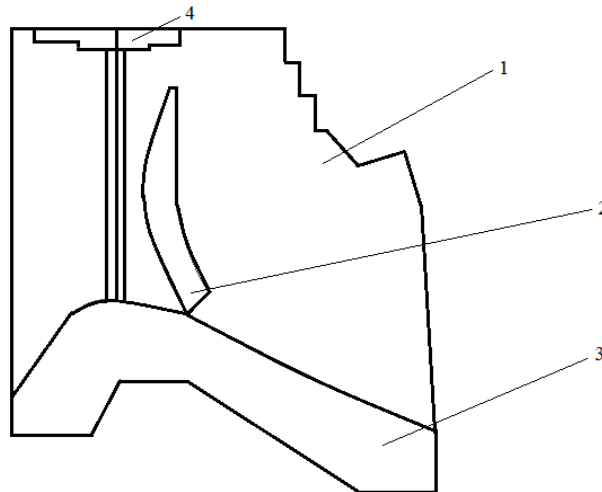


Рисунок 3. Схема водосброса: 1 – бычок, 2 – затвор,
3 – основание водосброса, 4 – мост.

Бычки расположены под цифрой 1. Расстояния между бычками – шлюзы. Через шлюзы вода спускается по основанию водосброса. Затворы – приспособления для контролируемого спуска жидкости, они располагаются по всей длине шлюзов. Под моделью водосброса находится скальное основание. Водосброс выполнен из бетона класса В25, скальное основание сложено из горных пород, стальные конструкции выполнены из стали Ст3. Характеристики приведены в таблице 1.

Таблица 1. Материалы, используемые в модели.

	Водосброс	Основание	Затворы
Материал	Бетон В25	Скала	Сталь
Плотность, $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	2460	2850	7800
Модуль Юнга, МПа	$30 \cdot 10^3$	$40 \cdot 10^3$	$2 \cdot 10^5$
Коэффициент Пуассона	0,2	0,3	0,35

Бетон В25 используется для строительства различных гидросооружений (плотин, водосбросов, бассейнов, водобойных колодцев). В качестве основания взяты характеристики скального грунта, данный выбор мотивирован общим описанием области, в которой расположен водосброс Ига.

Характеристики воды, которые использовались при расчете, представлены в Таблице 2.

Таблица 2. Характеристики жидкости

Жидкость	Плотность	Скорость звука в воде	Вязкость
Вода	$1000 \frac{\text{КГ}}{\text{М}^3}$	$1500 \frac{\text{М}}{\text{С}}$	0,001 Па · с

В рамках дипломной работы будет реализованы две модели:

- Двумерная модель разреза водосброса посередине шлюза
- Трехмерная модель с несимметричным распределением нагрузок

3.2 Обзор Эйлеровой и Лагранжевой сеток

В механике сплошных сред существует два способа описания моделей. При решении задачи будет использоваться связанный Эйлерово – Лагранжевый анализ. Его преимуществом является возможность описывать несколько материалов в одной модели, которые имеют разную степень деформации. Данный метод включает в себя 2 подхода. Лагранжево описание применимо для геометрии водосброса, такая сетка привязана к материальным точкам и при деформации объекта, деформируется вместе с ним (Рис. 4). Ее элементы всегда заполнены одним материалом, поэтому граница материала совпадает с границей элемента.

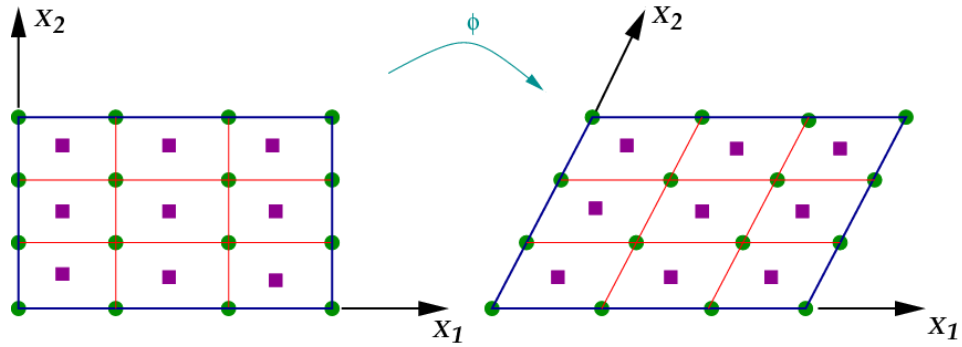


Рисунок 4. Лагранжевая сетка.

Использование материального описания для жидкости невозможно, поскольку при чрезмерном искажении сетки будут возникать численные проблемы, которые, например, можно решить повторным созданием сетки с методами интерполяции между старой и новой. Но данный метод достаточно трудозатратен в вычислительном плане и не обладает необходимой точностью. Поэтому был реализован метод, использующий пространственное описание.

Жидкость будет иметь Эйлерову сетку (Рис.5) и находится в соответствующей Эйлеровой области, она необходима в тех случаях, когда требуется реализовать течение материала. Данная сетка останется неизменной, поскольку материал деформируется внутри заранее выделенной области, узлы которой зафиксированы в пространстве. Эйлеровы элементы не всегда могут быть заполнены материалом на 100% — многие остаются частично или полностью пустыми. Граница материала должна вычисляться в течение каждого временного шага и, как правило, не соответствует границе элемента.

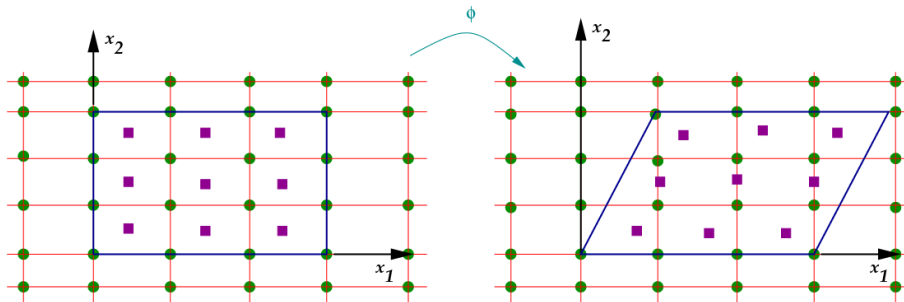


Рисунок 5. Эйлерова сетка.

Главным преимуществом данного метода, является тот факт, что он может моделировать сколь угодно большие деформации и не страдает от искажения сетки. Эйлеровый анализ эффективно применяется для описания жидкостей и различных мягких материалов.

3.3 Постановка задачи связанного пространственного и материального описания

Напряженно-деформированное состояние водосброса описывается с помощью классической теории упругости, которая изучает деформацию упругих твердых тел в зависимости от нагрузок, действующих на них [6]. Тело водосброса рассматривается, как Лагранжевая область.

Запишем уравнение динамики сплошной среды:

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \rho \mathbf{f} = \rho \ddot{\mathbf{u}} \quad (1)$$

где $\boldsymbol{\sigma}$ – тензор напряжения, $\rho \mathbf{f}$ – вектор объемных сил, \mathbf{u} – вектор перемещений.

Далее рассмотрим уравнение состояния (закон Гука):

$$\boldsymbol{\sigma} = \lambda \theta \mathbf{E} + 2\mu \boldsymbol{\varepsilon} \quad (2)$$

где $\lambda = 2\mu \frac{\nu}{1-\nu}$ – коэффициент Ламе, $\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$ – модуль сдвига, E – модуль Юнга, ν – коэффициент Пуассона, \mathbf{E} – единичный тензор, $\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2}(\nabla \mathbf{u} + \mathbf{u} \nabla)$ – тензор малых деформаций, $\theta = \mathbf{E} : \boldsymbol{\varepsilon} = tr(\boldsymbol{\varepsilon})$ – коэффициент объемного расширения.

В качестве граничных условий рассматривается ограничение на перемещения в направлении нормалей на соответствующих плоскостях. ГУ представлены на Рис. (6).

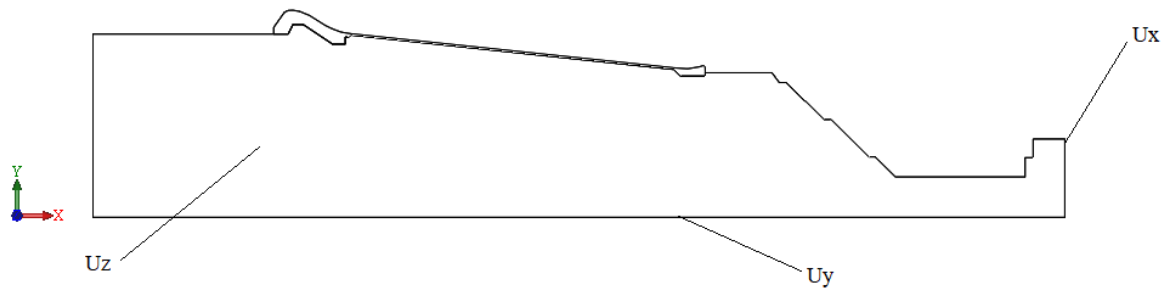


Рисунок 6. Граничные условия.

На тело водосброса действуют следующие нагрузки:

1. Сила тяжести

$$\mathbf{G} = \mathbf{g} \int \rho dV \quad (3)$$

где $g = 9.8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, V – объем рассматриваемой области.

2. Гидродинамическое давление жидкости

$$P(t) = \rho_{\text{ж}} g (h(t) - y) \quad (4)$$

где $\rho_{\text{ж}}$ – плотность жидкости, $h(t)$ – высота верхнего бьефа в данный момент времени, y – вертикальная координата узла.

Движение воды описывается с помощью основных дифференциальных уравнений динамики вязкой несжимаемой жидкости [5]. Для их вывода используется уравнение динамики сплошных сред в напряжениях (5) и уравнение несжимаемости (6).

$$\rho \frac{dV_i}{dt} = \rho F_i + \frac{\partial p_{ik}}{\partial x_k}, \quad (i, k = 1, 2, 3) \quad (5)$$

$$\frac{dV_k}{dx_k} = \frac{\partial V_1}{\partial x_1} + \frac{\partial V_2}{\partial x_2} + \frac{\partial V_3}{\partial x_3} = 0 \quad (6)$$

где ρ – плотность, V – скорость движения, F – объемные силы, p – напряжения.

Обобщенный закон Ньютона для несжимаемой вязкой жидкости имеет следующее выражение:

$$\mathbf{P} = -p\mathbf{E} + 2\mu \operatorname{def}\mathbf{V} \quad (7)$$

где \mathbf{P} – тензор напряжений, \mathbf{E} – единичный тензор, μ – динамический коэффициент вязкости.

В компонентной форме:

$$p_{ij} = \begin{cases} \mu \left(\frac{dV_i}{dx_j} + \frac{dV_j}{dx_i} \right), \text{ при } j \neq i, \\ -p + 2\mu \frac{dV_i}{dx_i}, \text{ при } j = i \text{ (нет суммирования по } i), \end{cases} \quad (8)$$

Подставляя соотношения для напряжений в правую часть (5) и раскрывая выражения, получаем систему уравнений Навье – Стокса для несжимаемой жидкости:

$$\frac{\partial V_i}{\partial t} + V_k \frac{\partial V_i}{\partial x_k} = F_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \nabla^2 V_i, \quad (i, k = 1, 2, 3) \quad (7)$$

$$\frac{\partial V_k}{\partial x_k} = 0 \quad (8)$$

В векторном виде уравнения (7), (8) имеют следующий вид:

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} = \nu \Delta \mathbf{V} - \frac{1}{\rho} \nabla p + \mathbf{F} \quad (9)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \quad (10)$$

где $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ – кинематический коэффициент вязкости, ∇ – оператор набла, Δ – оператор Лапласа.

Для решения данной системы уравнений необходимо задать краевые и начальные условия.

$$\mathbf{V}|_{\Lambda} = 0 \quad (11)$$

$$V|_t = 0 \quad (12)$$

На границе трехмерной эйлеровой области $\Lambda \subset R^3$ задана нулевая скорость. В начальный момент времени скорость так же равна нулю.

Контакт между Эйлеровой и Лагранжевой областью реализован с помощью метода погруженных границ [11]. Данный метод используется для рассмотрения связи деформации конструкции и потока жидкости. Основная особенность данного подхода заключается в том, что вводятся две отдельные сетки для расчета течения жидкости и для расчета параметров погруженной границы. Взаимодействие жидкости и границы описывается следующими уравнениями:

$$f(x, t) = \int_{\Omega} F(q, r, s, t) \delta(x - X(q, r, s, t)) dq dr ds \quad (13)$$

$$\frac{\partial X(q, r, s, t)}{\partial t} = u(X(q, r, s, t), t) = \int_{\Omega} u(x, t) \delta(x - X(q, r, s, t)) dx \quad (14)$$

где f, u, x – описывают течения жидкости U с координатами $(x, y, z) \in U$, а

F, U – переменные, описывающие состояние погруженной границы с координатами $(q, r, s) \in \Omega$.

3.4 Численная схема явного динамического решателя

Расчет данной задачи проводился с помощью явной схемы динамического решателя [2]. В общем случае решение задач динамики ищется с помощью уравнения Лагранжа 2-го рода.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{u}} \right) - \frac{\partial L}{\partial u} = \{F\} \quad (15)$$

где $L = T - \Pi$ – функция Лагранжа, u – обобщенная координата

Подставив кинетическую и потенциальную энергию КЭ в уравнение (15), имеем следующее уравнение динамики.

$$[M]\{\ddot{u}\} + [D]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{F\} \quad (16)$$

где $[M]$ – матрица масс, $[D]$ – матрица демпфирования, $[K]$ – матрица жесткости, $\{F\}$ – вектор усилий.

Интегрирование по времени уравнения (2) будет производиться с помощью явной схемы центральных разностей. Отличительной особенностью данного метода является выполнение большого количества малых приращений по времени.

$$\dot{u}_{i+1}^N = \dot{u}_i^N + \Delta t \ddot{u}_{i+1}^N \quad (17)$$

$$u_{i+1}^N = u_i^N + \Delta t \dot{u}_{i+1}^N \quad (18)$$

где u_i^N – степень свободы компонент перемещений на i шаге приращения явного метода.

На начальном шаге ускорения вычисляются как:

$$\ddot{u}_{i+1}^N = (M^N)^{-1}(\{F_i\} - [K]\{u_i^N\}) \quad (19)$$

Для стабильности численной схемы необходимо потребовать следующее условие, которое налагается на величину шага интегрирования по времени:

$$\Delta t < \frac{2}{\omega_{max}} \quad (20)$$

где ω_{max} – высшая частота системы.

ГЛАВА 4. ПОСТРОЕНИЕ КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЙ МОДЕЛИ

Геометрия водосброса реализована в программе Solidworks. Построение конечно-элементной модели проводилось в Abaqus. Данный программный пакет используют для решения различных инженерных вопросов [7]. Решение задач с использованием связанного Лагранжевого и Эйлера описания возможно только в 3D постановке. Данный метод не реализован для плоских областей.

4.1 Создание сетки

Построение сетки для дальнейших расчетов проводилось в модуле Mesh. Параметры сетки приведены в Таблице 3.

Таблица 3. Параметры сетки.

Геометрия	Эйлера область	Водосброс + основание	Затворы
	Модель 1		
Тип элемента	EC3D8R	C3D8R	C3D8R
Размер элементов, м	2	7	1
Количество элементов	24263	5734	42
Количество узлов	49216	11898	118
	Модель 2		
Тип элемента	EC3D8R	C3D10M	C3D8R
Размер элементов, м	2	5	1

Количество элементов	166470	45204	441
Количество узлов	181440	68251	750

Эйлерова область реализована с помощью EC3D8R элементов. Базовая формулировка механического отклика этих элементов основана на элементе C3D8R с расширениями, позволяющими использовать несколько материалов и поддерживать Эйлерову фазу переноса.

Материальная область в случае двумерной модели разбита на элементы C3D8R. Данный элемент является восьми-узловым линейным гексаэдром. В трехмерной модели область представлена C3D10M элементами. Это модифицированный (квадратичный) тетраэдр с 10 узлами.

Для более точных результатов моделирования, размер элементов сетки Эйлеровой области должен быть в несколько раз меньше, чем элементы сетки для геометрии водосброса.

4.2 Создание предопределенного поля (Predefined field).

Изначально в Эйлеровой области не заданы свойства материала. Для моделирования течения жидкости необходимо воспользоваться инструментом Predefined field, который находится в модуле нагрузок (Load). Предопределенные поля задают начальное положение дискретного поля в Эйлеровой области, которое связывают с определением материала. В решаемой задаче это вода. Предопределенные поля назначения материала основаны на концепции объемных долей [12], которые представляют процент объема элемента, который занимает рассматриваемый экземпляр материала. Объемные доли материала выражаются числом от 0 до 1. Объемная доля, равная единице, указывает на то, что область полностью заполнена указанным материалом, менее единицы – область лишь частично заполнена. В местах, где

материал не задан присваивается значение пустоты. Данные регионы не обладают свойствами материала, но вещество может поступать и проходить через эти места. На Рис. 7 фиолетовым цветом показаны области верхнего и нижнего бьефа, где в начальный момент времени определена жидкость в случае плоской модели.

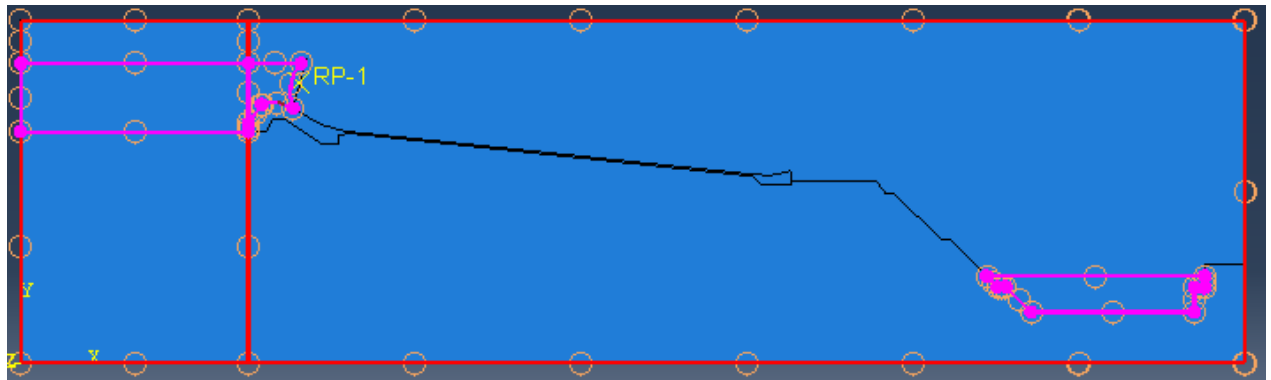


Рисунок 7. Создание predeterminedного поля.

4.3 Приложение нагрузок и граничных условий.

Нагрузки и граничные условия задаются внутри модуля Step, который так же определяет тип анализа – Dynamic, Explicit [15]. Решение задачи динамики производится с использованием явной схемы интегрирования. Граничные условия подробно описаны в Гл.3 п.3.3. Ускорение свободного падения прикладывается исключительно к Эйлеровой области и к телу водосброса, основание строится деформированным под собственным весом изначально. Поскольку напряжения в затворе нас не интересуют, он необходим только для контроля потока жидкости, затвор реализован как абсолютно твердое тело (объект, который не может быть деформирован, т. е. не обладает никакой энергией, кроме кинетической энергии поступательного и вращательного движения) с помощью инструмента Interactions – Constraints – Rigid body. Затвор поднимается благодаря граничному условию на перемещение, которое задается на Reference point, связанную с его узлами. Максимальная высота подъема 3 метра.

В случае трехмерной модели задается контакт между боковыми сторонами затвора и внутренней частью бычков. Контакт плоскостей реализован с помощью метода штрафов (Penalty method). Основным преимуществом данного метода является численное упрощение задачи и возможное сокращение количества итераций, благодаря параметру штрафа, при котором сила в контакте пропорциональна расстоянию проникновения [14].

ГЛАВА 5. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

5.1 Анализ поля скоростей жидкости

На Рис. 8 – 11 проиллюстрировано течение жидкости и поля скоростей для построенных моделей в различные моменты времени.

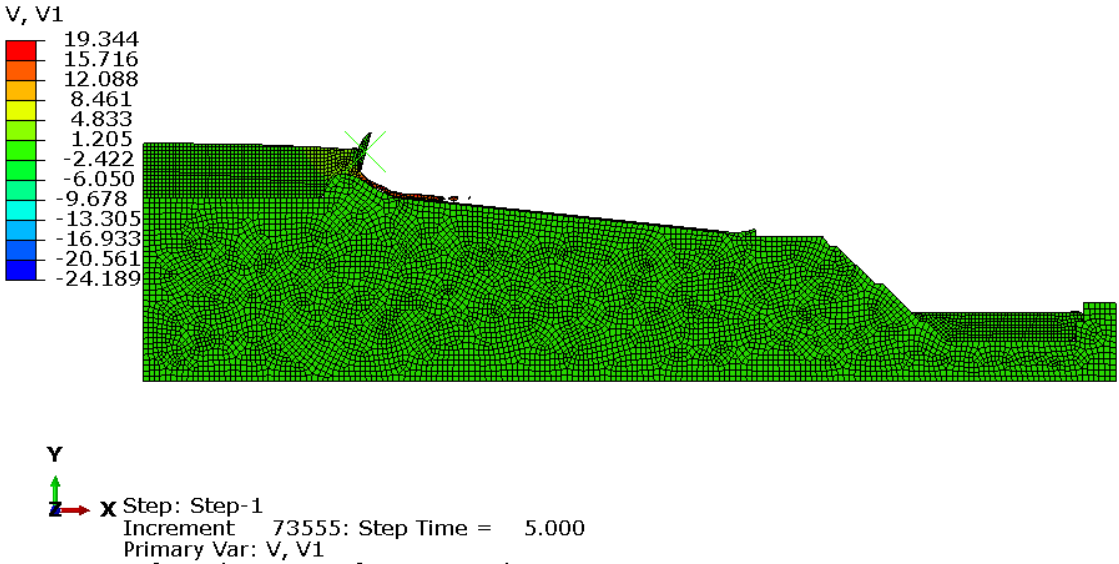


Рисунок 8а. Скорость в горизонтальном направлении потока в момент времени t = 5с.

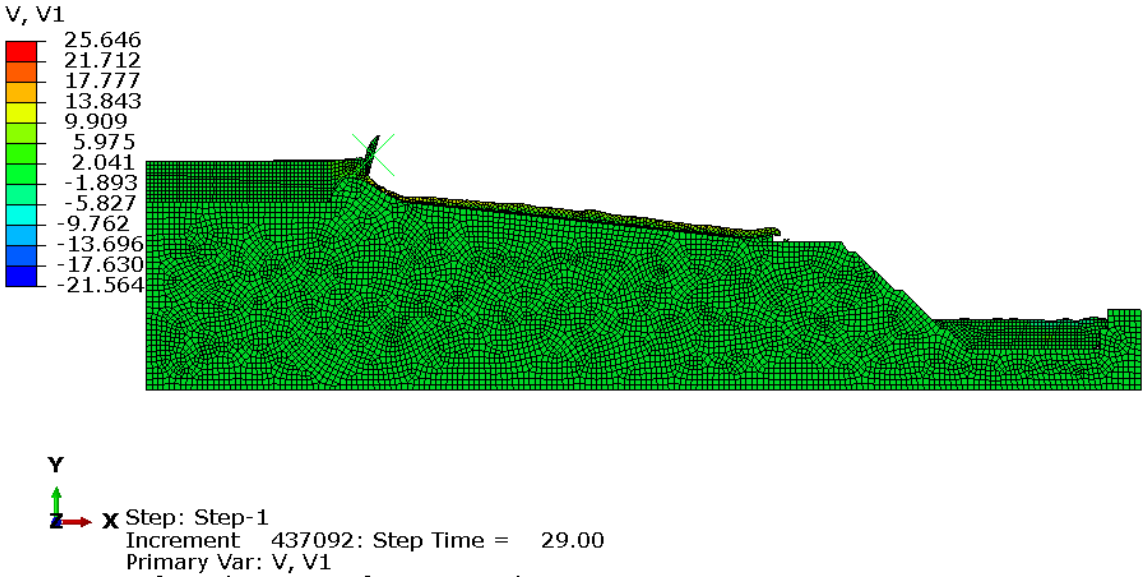


Рисунок 8б. Скорость в горизонтальном направлении потока в момент времени t = 29с.

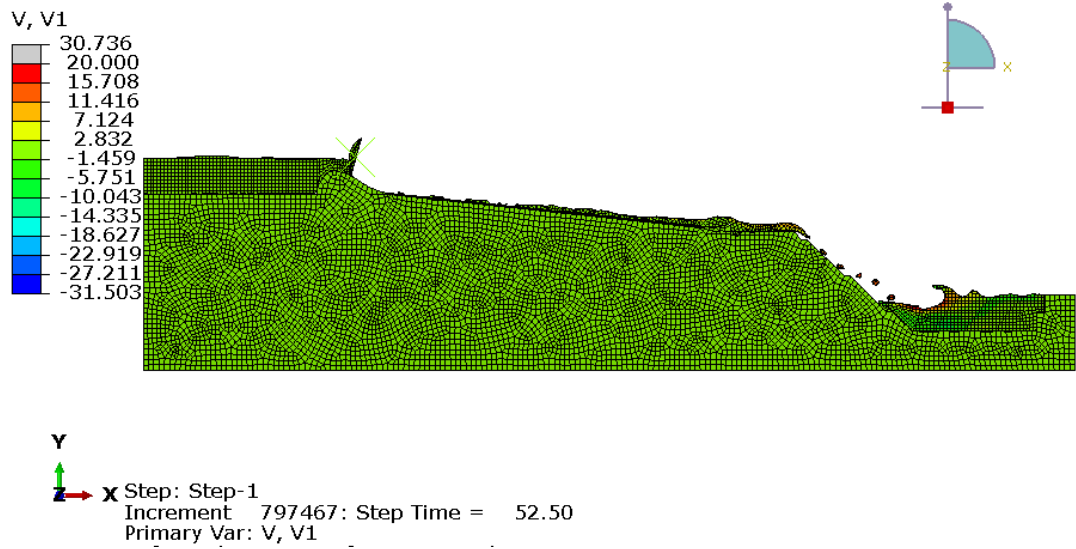


Рисунок 8с. Скорость в горизонтальном направлении потока в момент времени $t = 52.5\text{c}$.



Рисунок 9а. Скорость в вертикальном направлении потока в момент времени $t = 5\text{c}$.

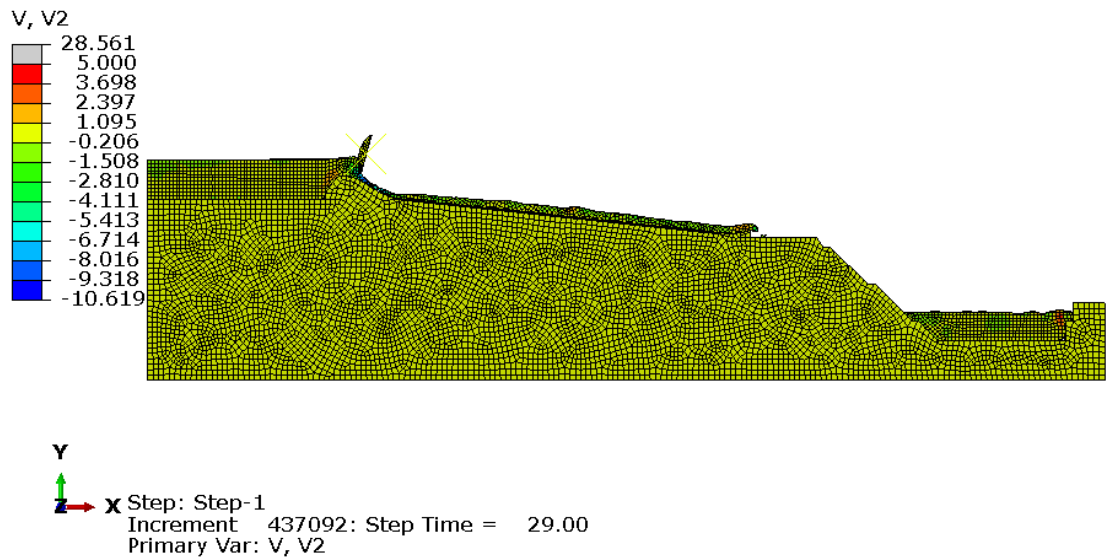
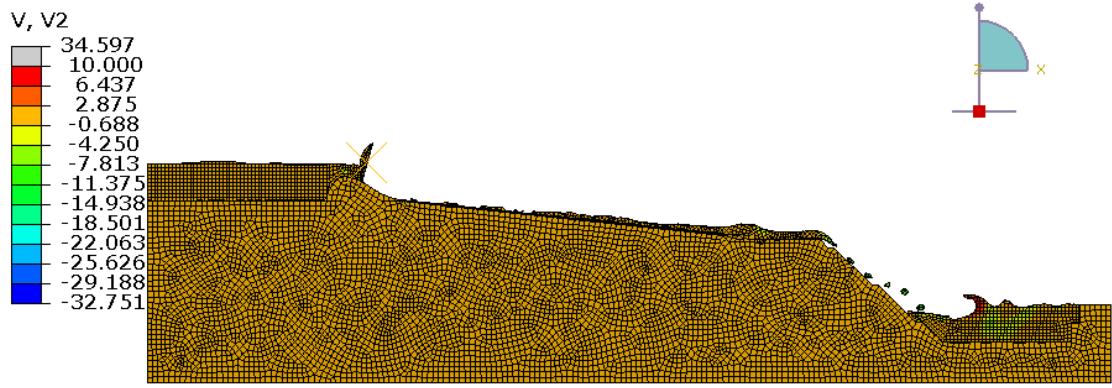


Рисунок 9б. Скорость в вертикальном направлении потока в момент времени $t = 29\text{c}$.



Y
 Z X Step: Step-1
 Increment 797467: Step Time = 52.50
 Primary Var: V, V2

Рисунок 9с. Скорость в вертикальном направлении потока в момент времени $t = 52.5\text{с}$.

Далее приведены распределения для трехмерной модели.

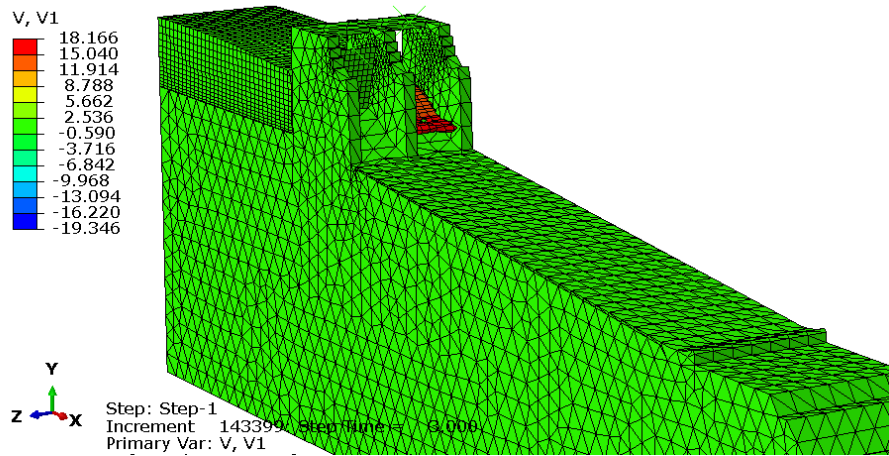


Рисунок 10а. Скорость в горизонтальном направлении потока в момент времени $t = 3\text{с}$.

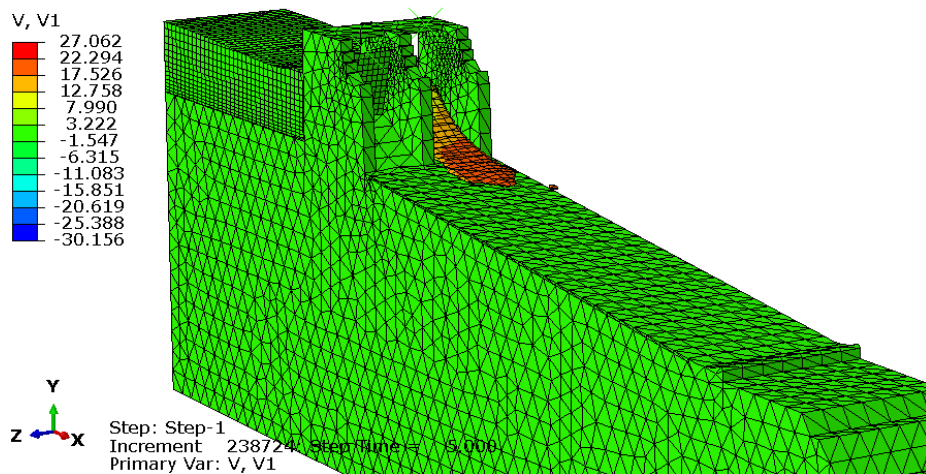


Рисунок 10б. Скорость в горизонтальном направлении потока в момент времени $t = 5\text{с}$.

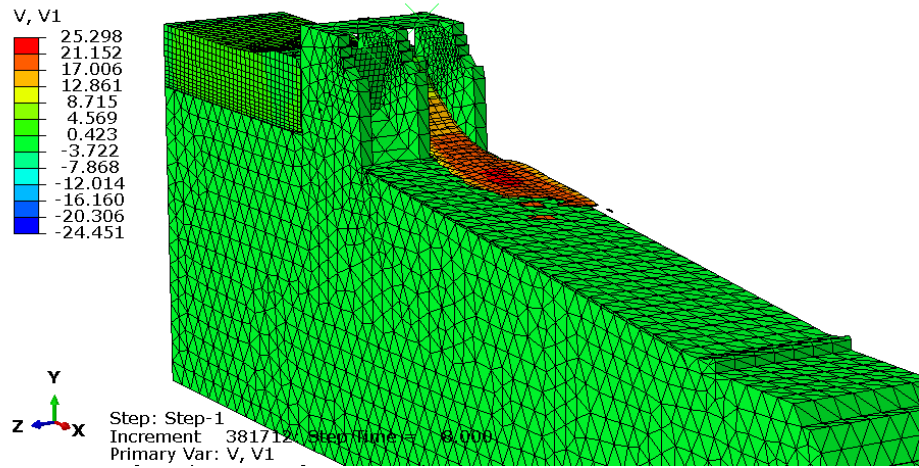


Рисунок 10с. Скорость в горизонтальном направлении потока в момент времени $t = 8$ с.

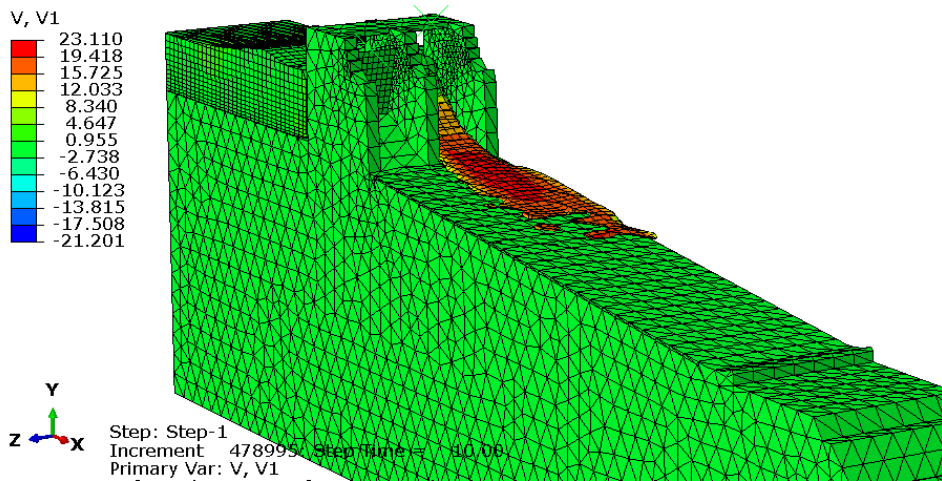


Рисунок 10d. Скорость в горизонтальном направлении потока в момент времени $t = 10$ с.

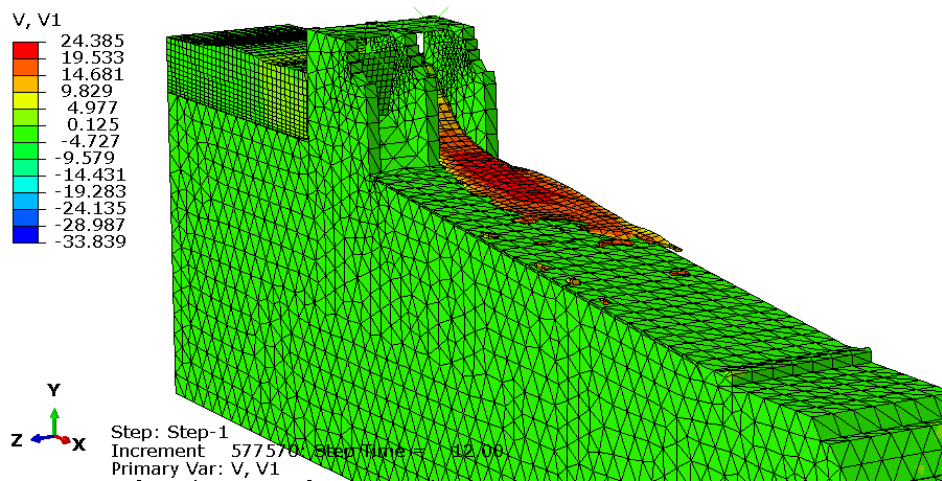


Рисунок 10е. Скорость в горизонтальном направлении потока в момент времени $t = 12$ с.

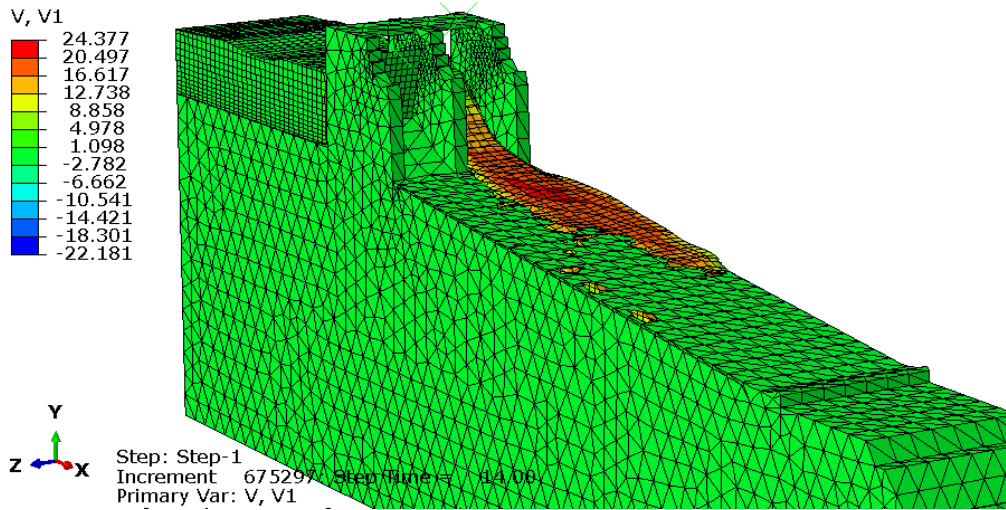


Рисунок 10г. Скорость в горизонтальном направлении потока в момент времени $t = 14$ с.

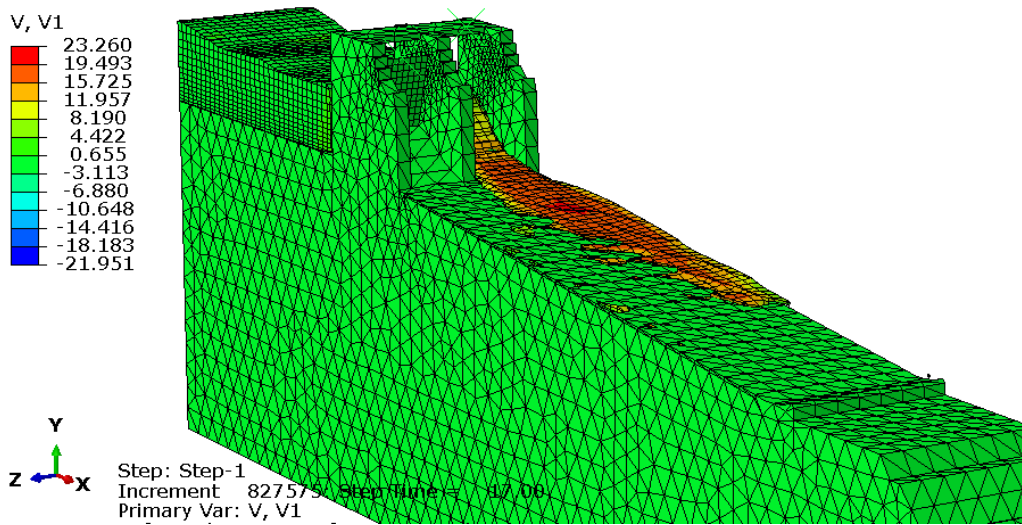


Рисунок 10h. Скорость в горизонтальном направлении потока в момент времени $t = 17$ с.

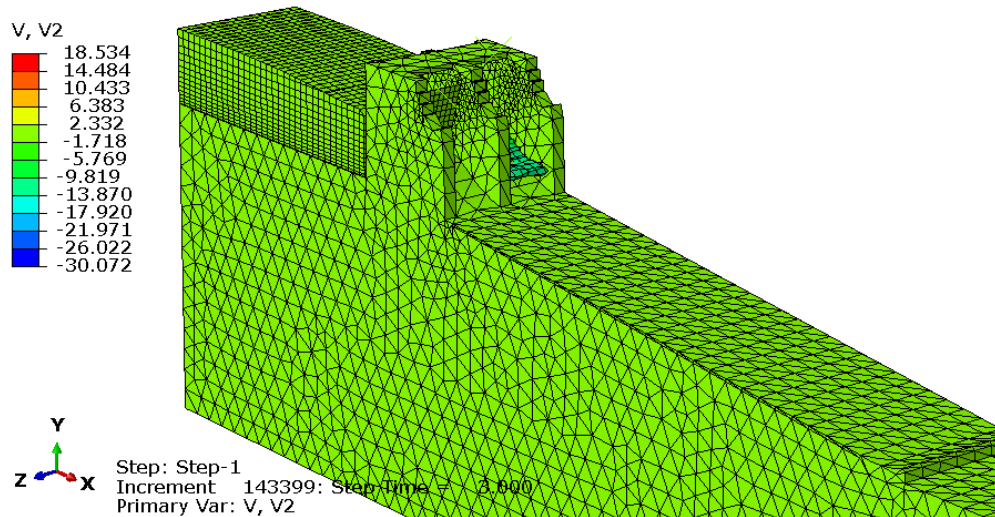
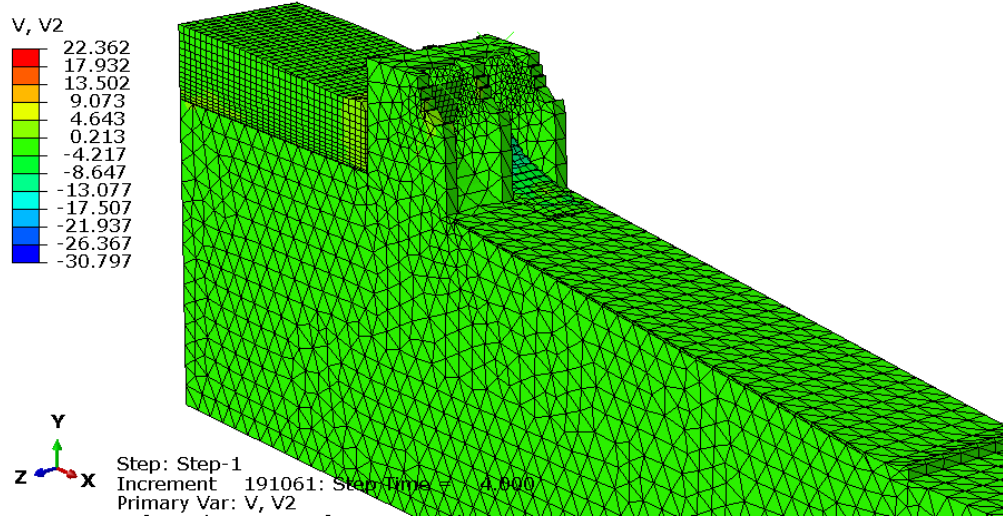
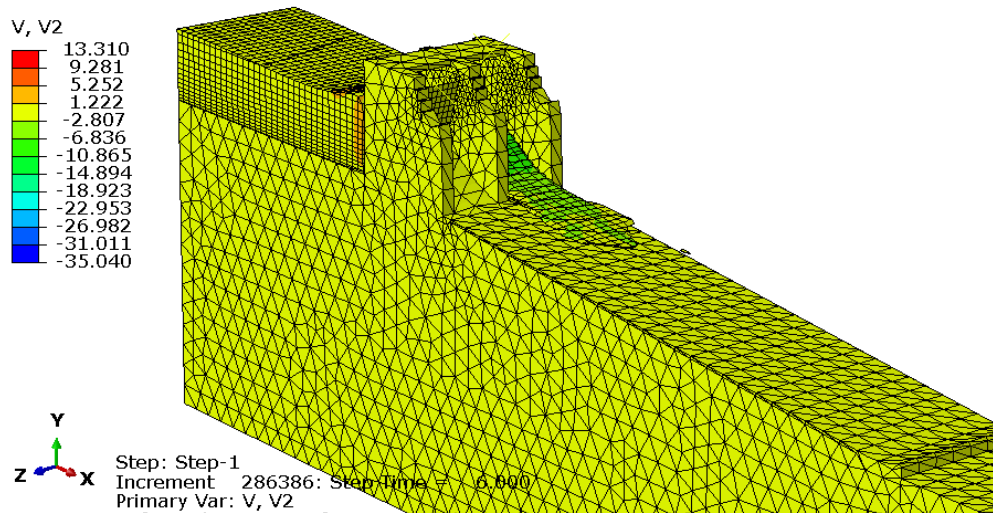
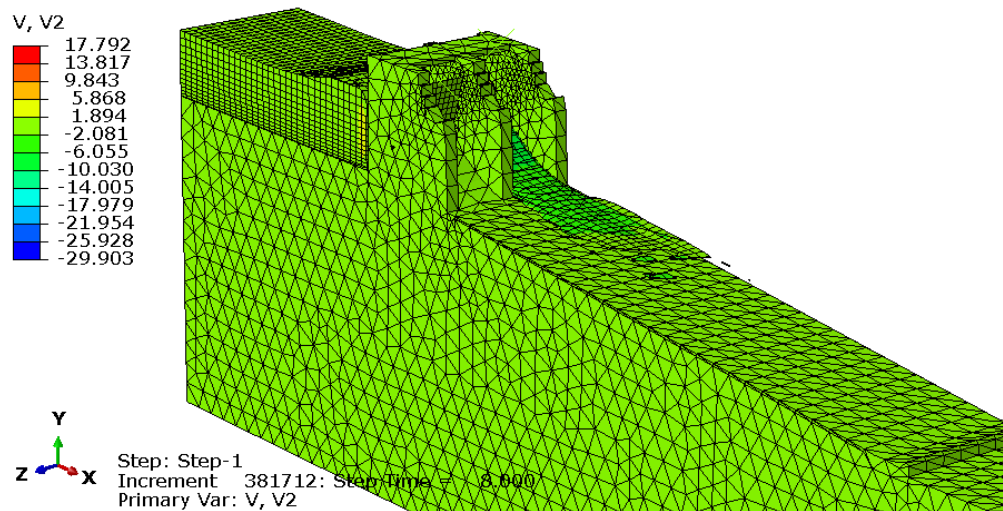


Рисунок 11а. Скорость в вертикальном направлении потока в момент времени $t = 3$ с.

Рисунок 11b. Скорость в вертикальном направлении потока в момент времени $t = 4$ с.Рисунок 11c. Скорость в вертикальном направлении потока в момент времени $t = 6$ с.Рисунок 11d. Скорость в вертикальном направлении потока в момент времени $t = 8$ с.

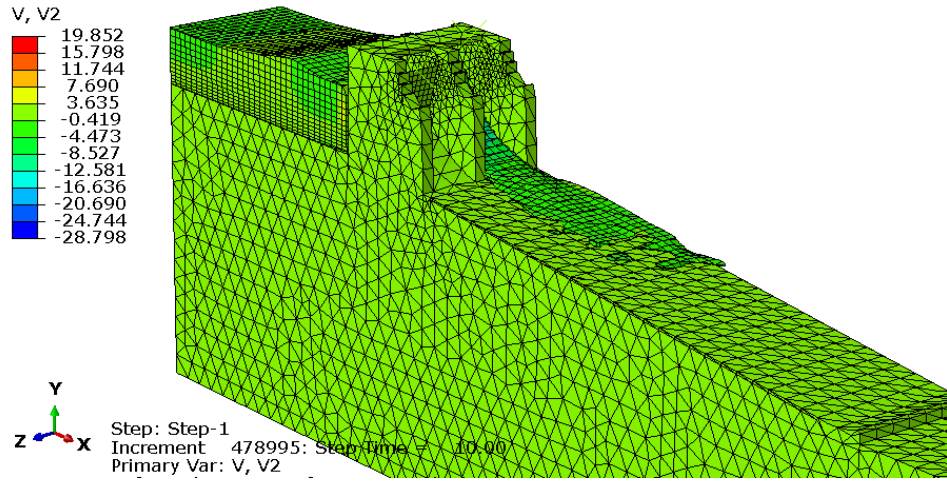


Рисунок 11e. Скорость в вертикальном направлении потока в момент времени $t = 10$ с.

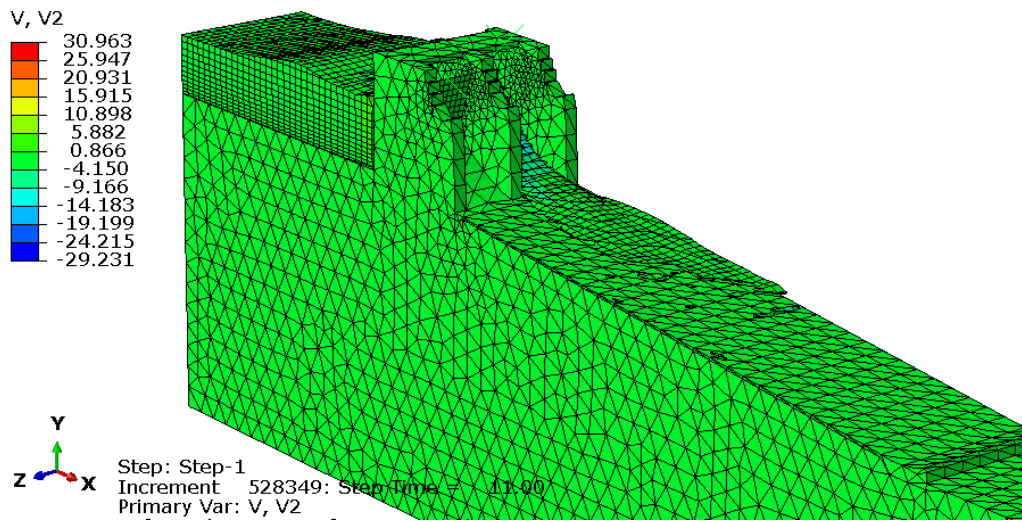


Рисунок 11f. Скорость в вертикальном направлении потока в момент времени $t = 12$ с.

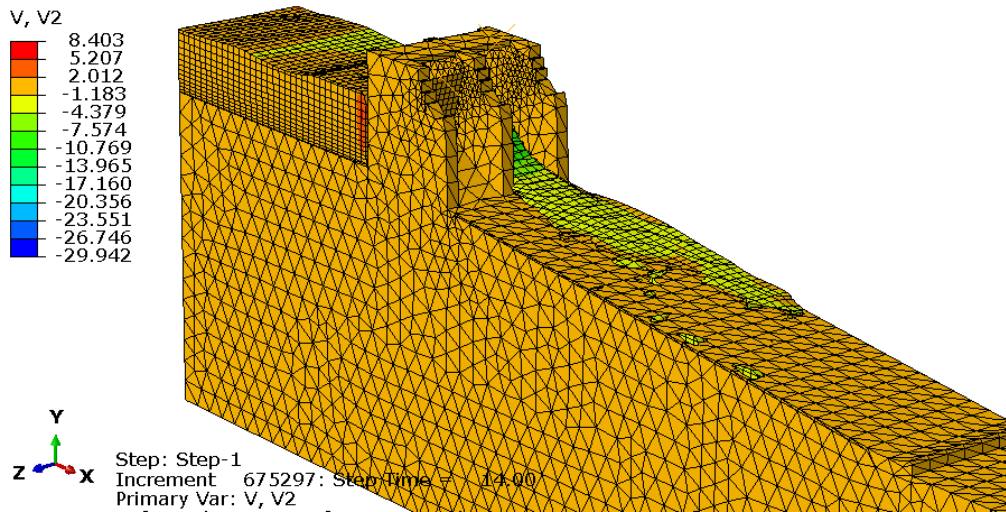


Рисунок 11g. Скорость в вертикальном направлении потока в момент времени $t = 14$ с.

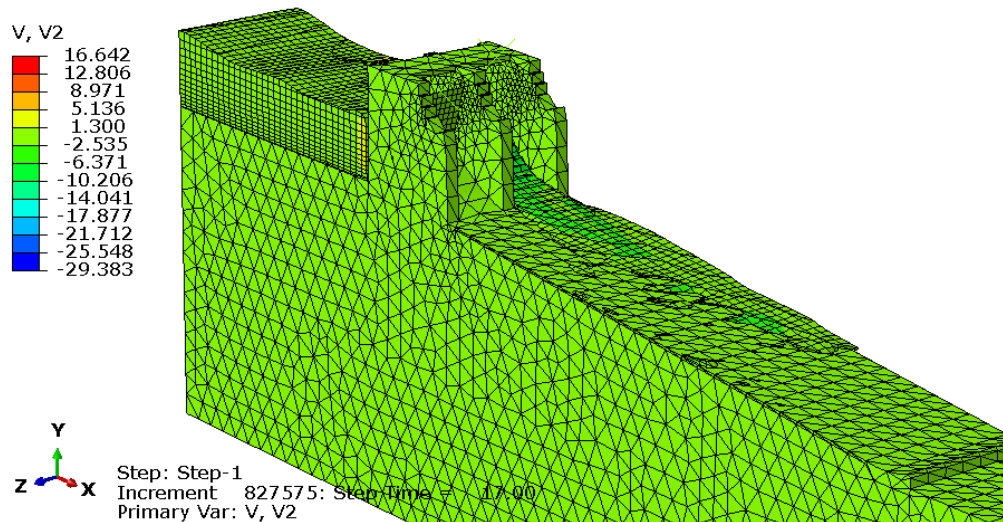
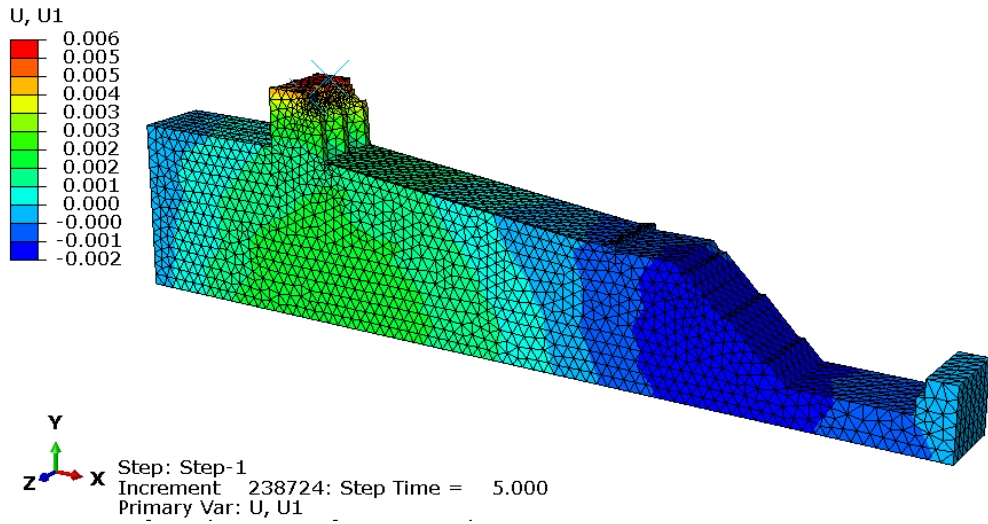
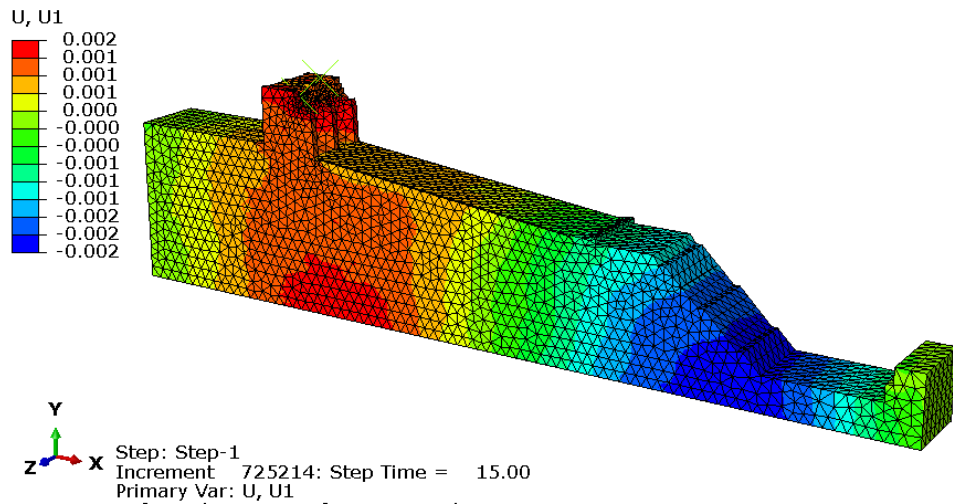
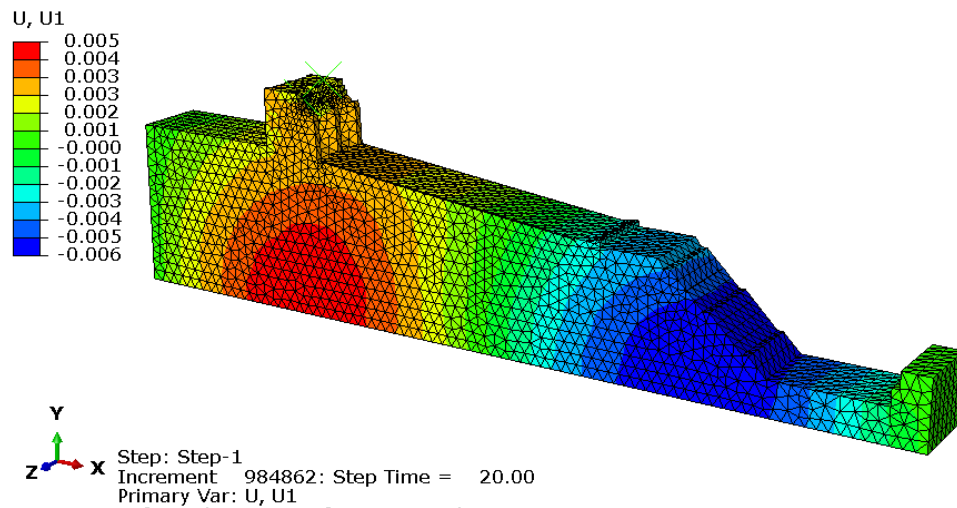


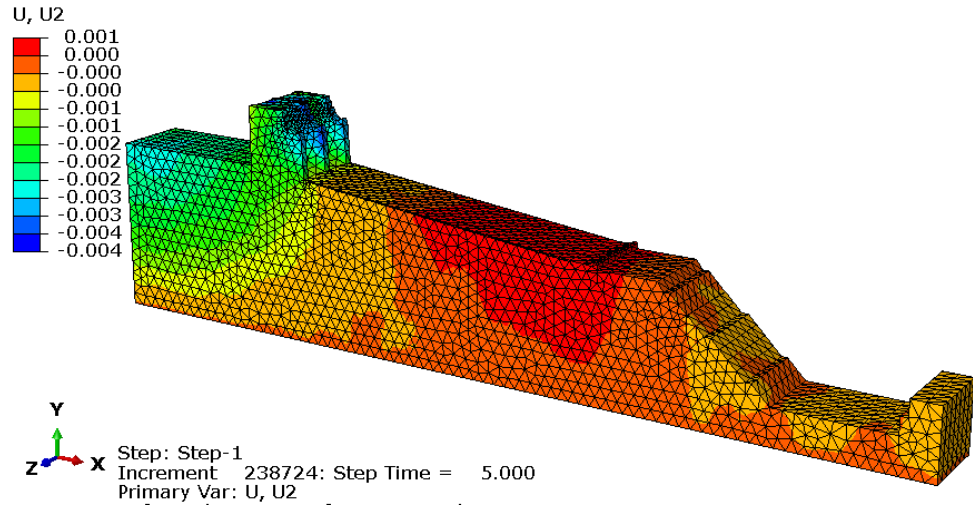
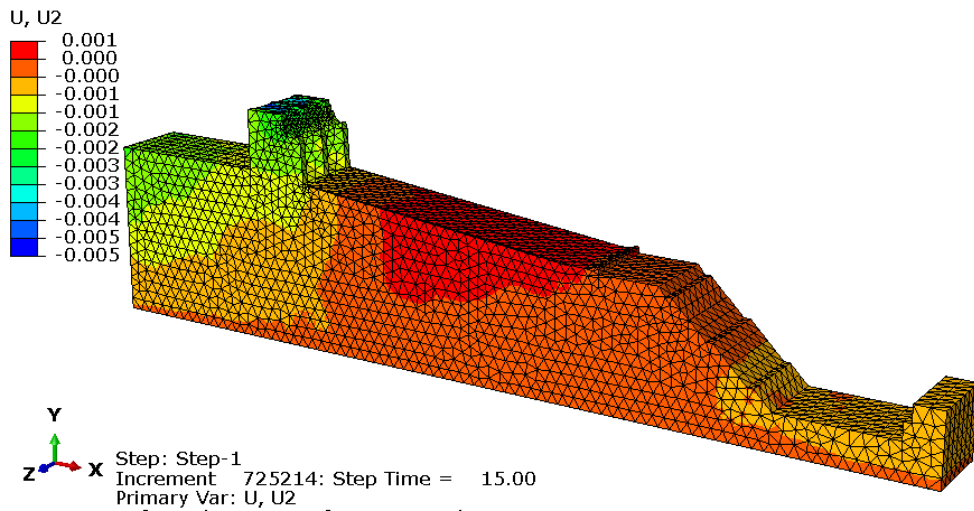
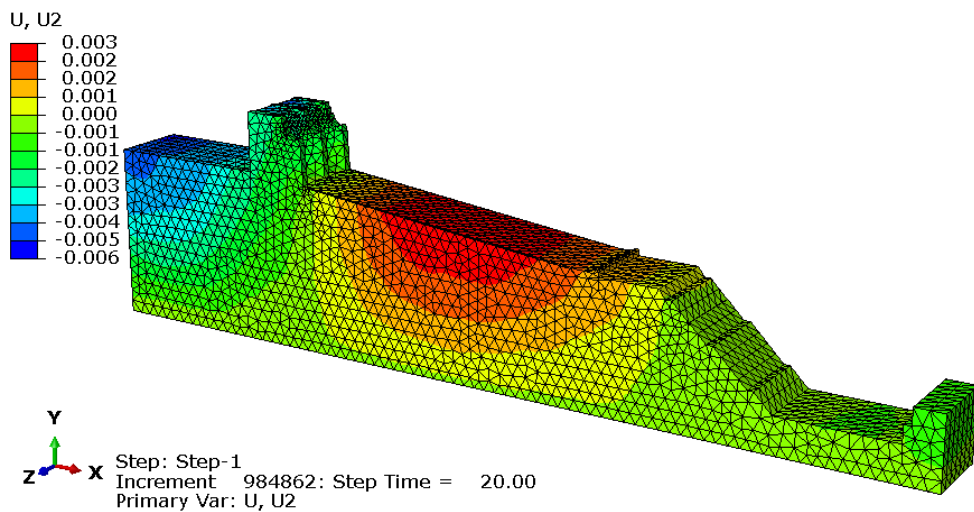
Рисунок 11h. Скорость в вертикальном направлении потока в момент времени $t = 17$ с.

Скорость в горизонтальном направлении потока жидкости в начальный момент времени резко увеличивается, это связано с тем, что жидкость заполняет не всю область перед затвором. Но далее ее движение выравнивается, и вода течет примерно с постоянной скоростью. Максимальная скорость потока вдоль положительной оси X достигает порядка 25 м/с. В вертикальном направлении наблюдается схожая картина. В начале водосброса уклон вдоль бычков имеет больший угол, чем лоток водосброса. Именно поэтому там возникает повышенная скорость в отличии от общей картины. Наибольшая скорость потока вдоль отрицательной оси Y достигает порядка 20 м/с. Жидкость, находящаяся в верхнем бьефе, совершает колебания.

5.2 Анализ полей перемещений модели

На Рис. 12 – 14 приведены поля перемещений для модели с несимметричной нагрузкой в различные моменты времени.

Рисунок 12а. Поле перемещений вдоль оси X при $t = 5$ с.Рисунок 12б. Поле перемещений вдоль оси X при $t = 15$ с.Рисунок 12с. Поле перемещений вдоль оси X при $t = 20$ с.

Рисунок 13а. Поле перемещений вдоль оси Y при $t = 5$ с.Рисунок 13б. Поле перемещений вдоль оси Y при $t = 15$ с.Рисунок 13с. Поле перемещений вдоль оси Y при $t = 20$ с.

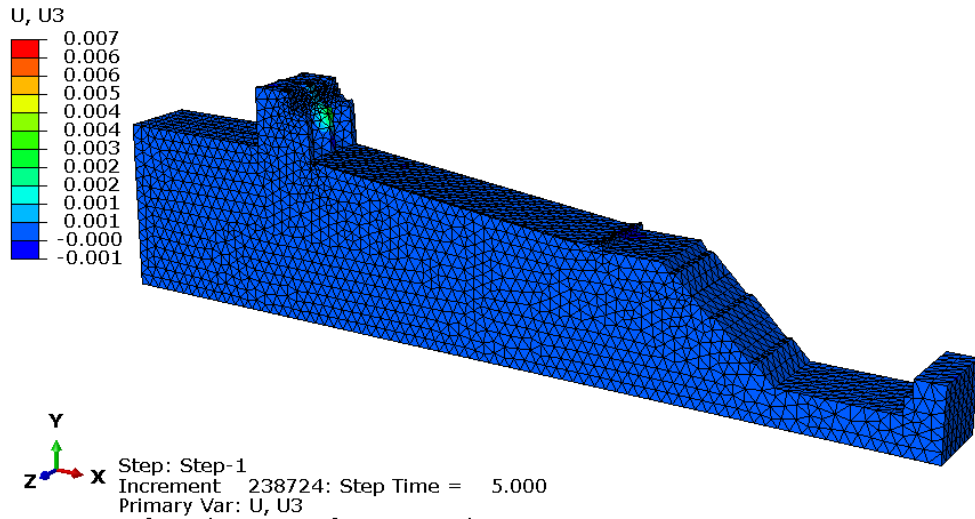


Рисунок 14а. Поле перемещений вдоль оси Z при $t = 5$ с.

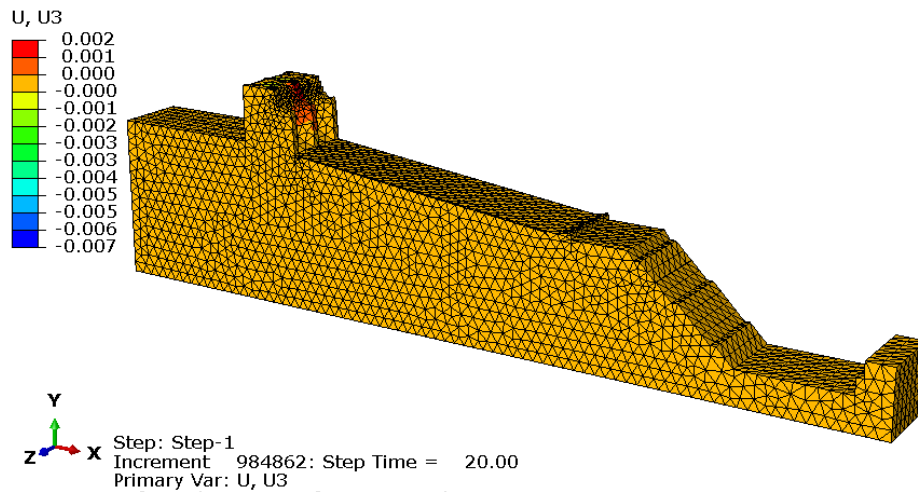


Рисунок 14b. Поле перемещений вдоль оси Z при $t = 20$ с.

Для того, чтобы систематизировать полученные распределения перемещений, выберем точку на срединном бычке, показанную на Рис. 10.

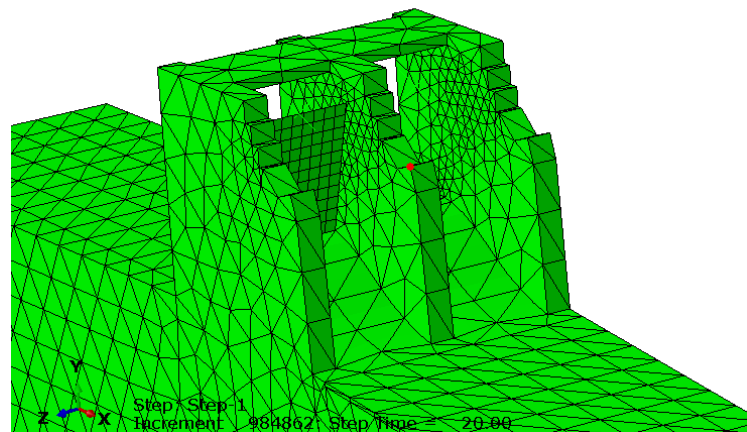


Рисунок 15. Расположение контрольной точки для измерения перемещений.

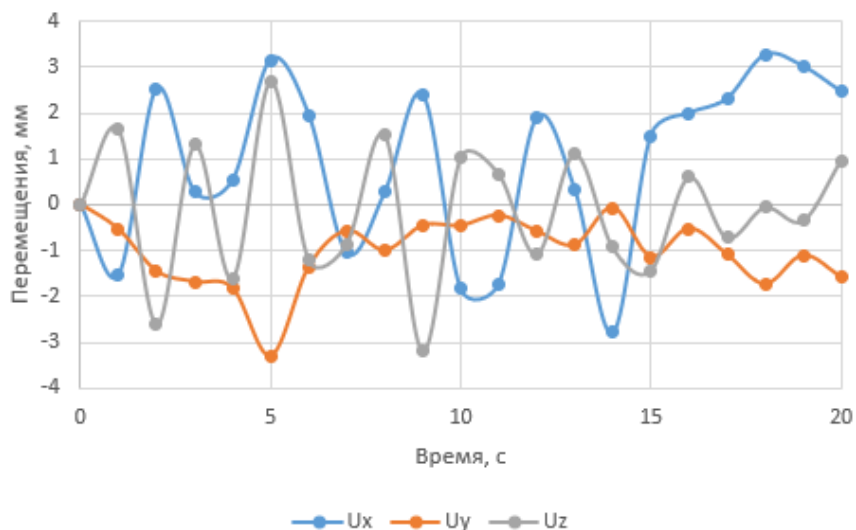
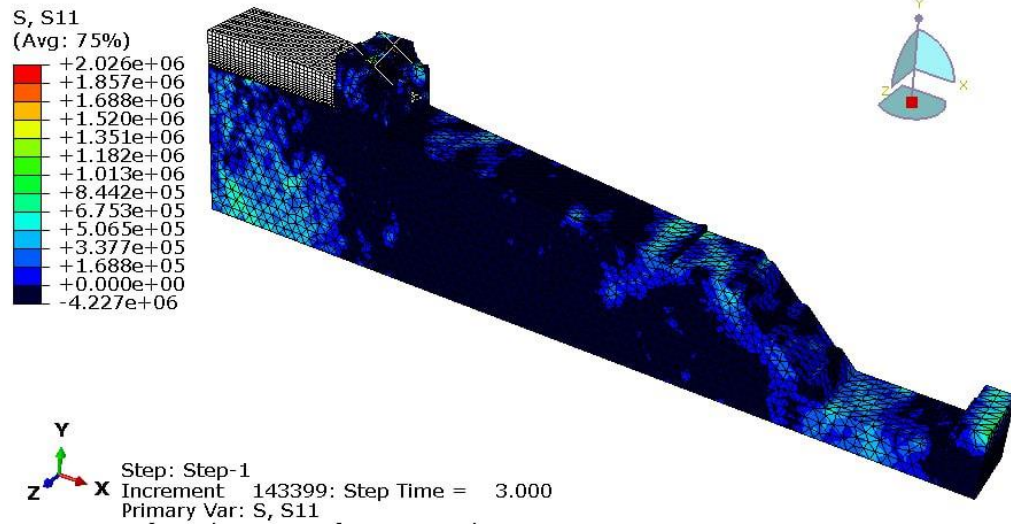
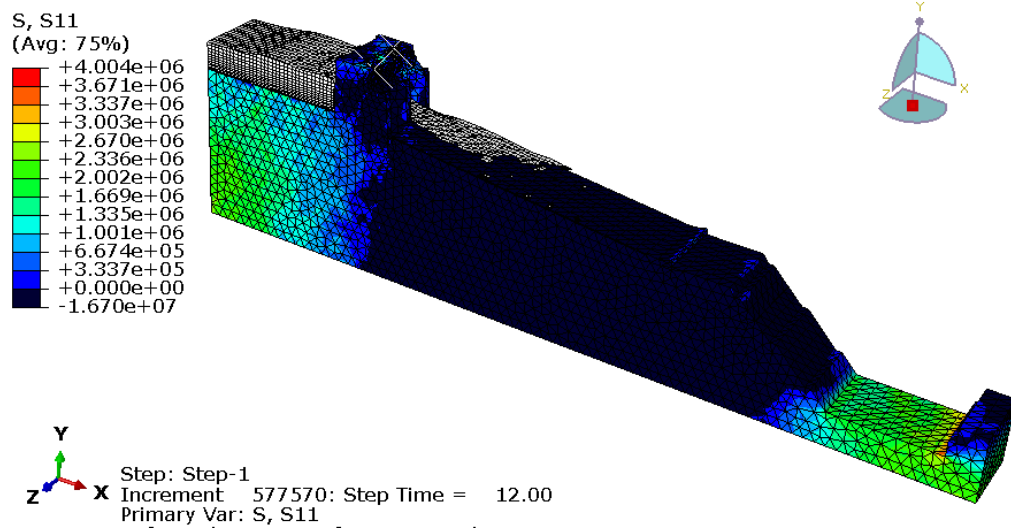
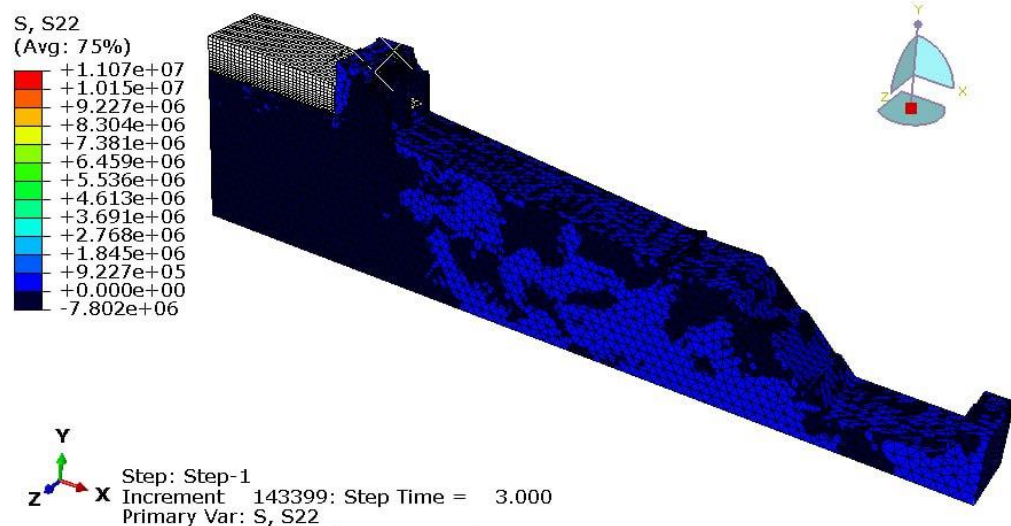


Рисунок 16. Распределение перемещений на контрольной точке.

Анализируя график зависимости перемещений от времени видно, что максимальные смещения не превосходят 3 мм, что является нормой для гидротехнических сооружений. Осадка водосброса на данные значения допустима. Перемещения вдоль оси X и Z имеют колебательный характер. В вертикальном направлении перемещения всюду отрицательны, это вызвано тем, что силы действуют вдоль оси Y . Колебания по оси Z возникают из-за повышенной нагрузкой на срединный бычок, там наблюдается несимметричность сил, в связи с тем, что один затвор поднят, а другой закрыт.

5.3 Анализ полей напряжений

На Рис. 17 – 18 представлены диагональные компоненты тензора напряжений S_{11} , S_{22} . Первый индекс обозначает площадку (нормаль), второй направление компоненты. Тензор напряжений описывает механические напряжения, возникающие в нагруженном теле.

Рисунок 17а. Распределение напряжений S11 при $t = 3\text{с}$.Рисунок 17б. Распределение напряжений S11 при $t = 12\text{с}$.Рисунок 18а. Распределение напряжений S22 при $t = 3\text{с}$.

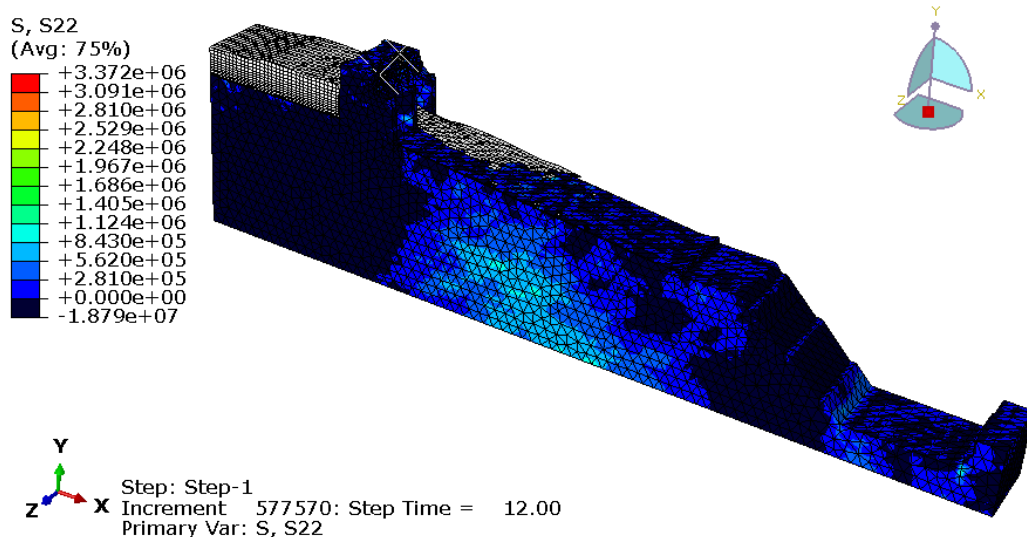


Рисунок 18b. Распределение напряжений S22 при $t = 12$ с.

Как видно, в сооружении по большей части присутствуют сжимающие напряжения, особенно отчетливо это видно в районе верхнего бьефа. Для иллюстрации сжимающих напряжений в модели ось значений ограничена нулем. Сила гидродинамического давления и сила тяжести преимущественно действуют в отрицательном направлении вертикальной оси.

На Рис. 19 приближены зоны концентрации главных напряжений Max. Principal, возникающие в бычках. Максимальные основные напряжения характеризуют наибольшие значения нормальных напряжений, которые действуют на главных площадках, где значения напряжений сдвига равны нулю. Вычисления производятся по следующей формуле:

$$\sigma_1 = \left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \right) + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2}, \quad (21)$$

где σ_x, σ_y – нормальные напряжения, τ_{xy} – касательные.

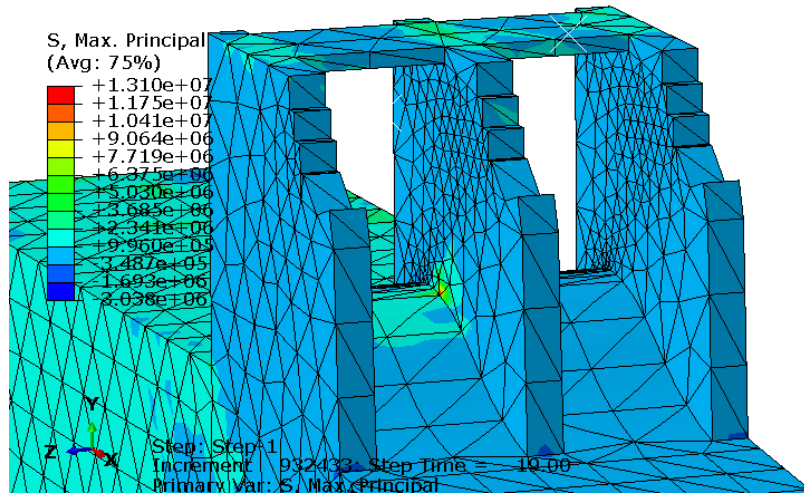


Рисунок 19а. Распределение главных растягивающих напряжений при $t = 10\text{c}$.

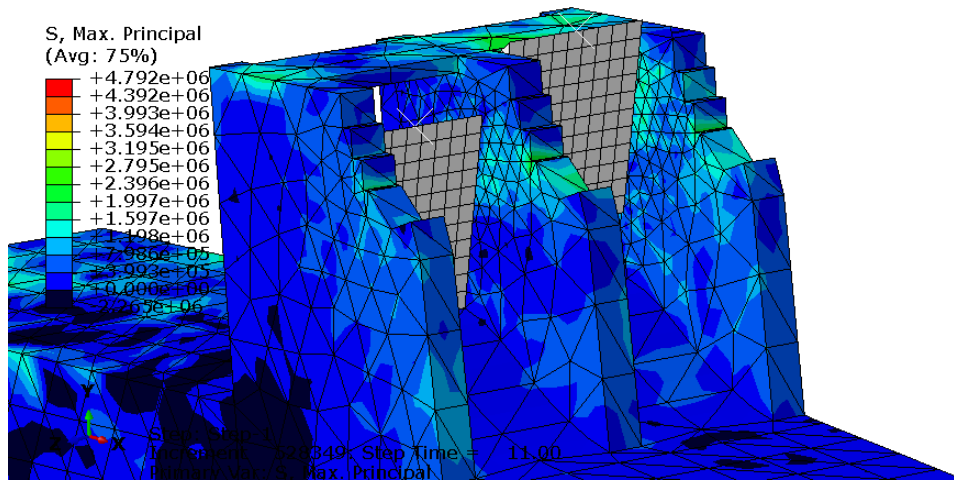


Рисунок 19б. Распределение главных растягивающих напряжений при $t = 11\text{c}$.

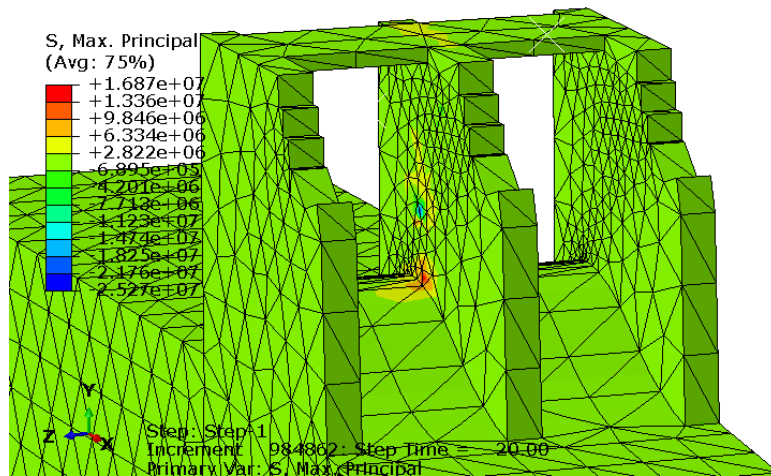


Рисунок 19с. Распределение главных растягивающих напряжений при $t = 20\text{c}$.

Для полноты картины построим график зависимости главных напряжений от времени в элементах, представленных на Рис. 20

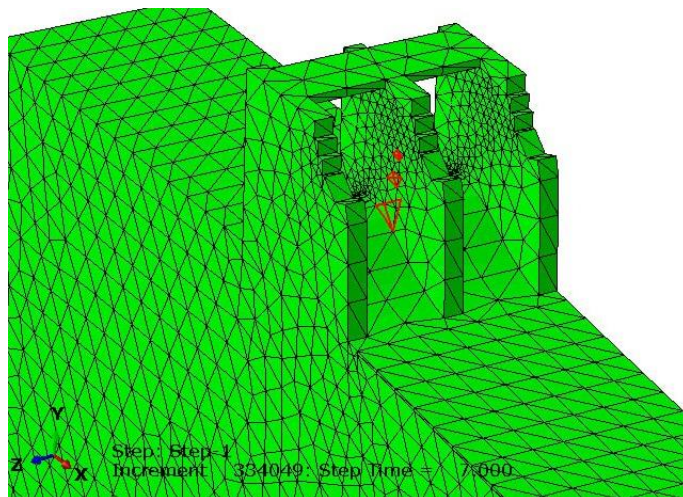


Рисунок 20. Расположение контрольных элементов для измерения напряжений.

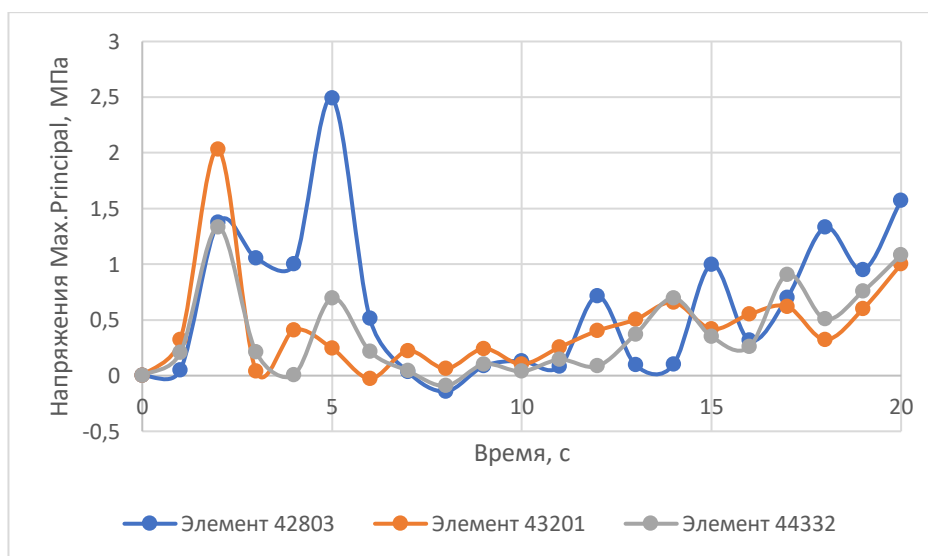


Рисунок 21. Расположение контрольных элементов для измерения напряжений.

Исходя из графиков видно, что начальный момент времени в рассматриваемых элементах возникает скачок напряжений. Это вызвано тем, что жидкость в трёхмерной модели находится на определенном расстоянии от затворов и действует как небольшая ударная волна. Далее напряжения начинают увеличиваться до тех пор, пока поток не установится. Особый интерес представляют возникающие растягивающие напряжения, поскольку прочность бетона на растяжение меньше, чем на сжатие.

Таблица 4. Прочность марки бетона В25.

Класс бетона	Вид нагрузки	
	Сжатие осевое, МПа	Растяжение осевое, МПа
В25	18,5	2,6

В некоторые моменты времени растягивающие напряжения превышают допустимые значения. Увеличить прочность бетона возможно с помощью армирования [1] или добавления определенных примесей в бетон. Внедрение армирования – распространенная практика для повышения прочности бетонных конструкций. В этом случае, стальная арматура или стекловолоконное армирование добавляются внутрь бетонной конструкции. Армирование играет важную роль в распределении нагрузки и предотвращении трещин в материале. Значения пределов прочности армированного бетона могут варьироваться в зависимости от множества факторов, и требования к прочности могут различаться для разных типов строительных конструкций и применений. В строительстве плотин минимальное значение прочности бетона в сжатии обычно составляет от 30 до 60 МПа или даже выше, требования к пределу прочности на растяжение могут быть менее жесткими и составлять примерно 5–20 МПа. Конструкции быков имеют армирование, которое воспринимает растягивающие напряжения, превышающие предельно допустимые значения напряжений в бетоне. Таким образом можно считать, что прочность конструкции водосброса при рассмотренных гидродинамических нагрузках обеспечена.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках дипломной работы построена конечно-элементная модель системы «водосброс-основание» на примере реального объекта. Произведен расчет и анализ НДС системы «водосброс - скальное основание - водная среда» с помощью связанного пространственного и материального описания. Сделаны выводы о прочности конструкции водосброса.

Дальнейшим развитием работы может являться:

1. Реализация граничных условий притока и оттока жидкости
2. Рассмотрение возможности армирования бетона для повышения его прочностных характеристики
3. Построение полной картины сооружений гидроэлектростанции Ита – двух водосбросов и плотины
4. Самостоятельная реализация Эйлера-Лагранжевого метода для сравнения результатов с коммерческим пакетом.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Армирование бетонных конструкций / под ред. В.И. Гришина, А.Ф. Карелина. (Москва: Стройиздат, 2003).
2. Витохин Е. Ю. Вычислительная механика: учебное пособие – СПб.: ПОЛИТЕХ-ПРЕСС, 2022. – 53с.
3. Гришин М. М., Розанов Н. П., Белый Л. Д., Бетонные плотины (на скальных основаниях). Учеб. пособие. – М.: Стройиздат, 1975. 352 с.
4. Ковеня М. В., Чирков Д. В. Методы конечных разностей и конечных объемов для решения задач математической физики. – Учебное пособие / Новосиб. гос. ун-т. Новосибирск, 2013. 87с.
5. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. – Учеб. Для вузов. – Изд. 6-е, перераб. и доп. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. – 840с.
6. Новацкий В. Теория упругости: учебное пособие. – М.: Издательство «Мир», 1975. – 872 с.
7. Нуштаев Д.В., Тропкин С.Н. Abaqus: пособие для начинающих. – М.: ООО «ТЕСИС», 2010. – 43 с
8. Работнов Ю.Н. Сопротивление материалов. — М. : Физматгиз, 1962. — 456 с.
9. Рассказов Л. Н. Гидротехнические сооружения (в двух частях). Ч. 1: Учебник для студентов вузов /Под ред. Гришина М. М. – М.: Высш. Школа, 1979. – 615 с.
10. Фокин В. Г. Метод конечных элементов в механике деформируемого твердого тела : учебное пособие / М-во образования и науки Рос. Федерации, Гос. образоват. учреждение высш. проф. образования "Сам. гос. техн. ун-т". -Самара : Самарский государственный технический университет, 2010. -130 с.
11. Benson, D. J., "Contact in a Multi-Material Eulerian Finite Element Formulation," Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 193, pp. 4277–4298, 2004

- 12.Hirt, C. W., & Nichols, B. D. (1981). Volume of Fluid (VOF) Method for the Dynamics of Free Boundaries. *Journal of Computational Physics*, 39(1), 201 – 225.
- 13.Monaghan J.J., «An introduction to SPH» *Computer Physics Communications*, vol. 48, pp. 88–96, 1988.
- 14.Nocedal, J., & Wright, S. (2006). *Numerical Optimization*. Springer Science & Business Media.
- 15.Abaqus Analysis User's Guide, Volume 5, Version 6.14.