**Отчет по проделанной работе за весенний семестр 2014/2015**ВЯЗКОУПРУГАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ТРАНСВЕРСАЛЬНО - ИЗОТРОПНОГО СФЕРИЧЕСКОГО СЛОЯ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ВНУТРЕННЕГО ДАВЛЕНИЯ

**Цель работы:**

Роговица глаза является вязкоупругой системой, статический метод не может измерить и учесть ее вязкостные свойства. Большинство имеющихся на данный момент моделей поведения оболочки глаза учитывает только упругие свойства роговицы, что зачастую приводит к некорректным результатам измерения внутриглазного давления (ВГД). В данной работе предлагается рассмотреть модель трансверсально-изотропного сферического слоя, предложенную С.М. Бауэр, Л.А. Замураевым и К.Е. Котляр [1], с учетом вязкости и определить влияние сдвигового коэффициента вязкости на полученное решение.

**Актуальность:**

Рассмотрение различных математических моделей поведения оболочки глаза, а также их сопоставление необходимо для более качественного диагностирования ряда заболеваний из области офтальмологии и разработки эффективных методов их лечения [2].

**Постановка задачи:**

Решается вязкоупругая задача о деформации сферического слоя с внутренним радиусом R1 и внешним радиусом R2, находящегося под действием внутреннего давления Р. Необходимо определить изменение внутреннего давления в оболочке, заполненной несжимаемой жидкостью, при введении дополнительного объема несжимаемой жидкости. Решение для упругой задачи предложено в работе [1].

**Ход решения:**

Для решения данной задачи используется реологическая модель Кельвина – Фойгта, согласно которой тензор напряжений можно представить следующим образом:

,

Где **σ** – тензор напряжений, **4С** – тензор жесткости, **ε** – тензор деформаций, η – сдвиговой коэффициент вязкости, **e** – девиатор тензора деформаций.  
Тензор жесткости для трансверсально – изотропной среды имеет следующий вид:

 

Коэффициенты матрицы, соответствующей тензору жесткости, можно выразить через упругие модули следующим образом:



Где E’ –модуль Юнга в направлении оси изотропии, ν’ - коэффициент Пуассона, K – объемный модуль упругости, G,G’ – модули сдвига для поверхности изотропиии для любой плоскости, перпендикулярной к поверхности изотропии, соответственно.

Девиатор тензора деформаций связан с самим тензором деформаций следующим образом:



Из соображений симметрии положим, что в сферической системе координат справедливы следующие равенства для компонент тензора напряжений:





В этом случае уравнения равновесия приводятся к одному уравнению:



Предполагается также, что компоненты вектора перемещения удовлетворяют следующим соотношениям:



В силу этого компоненты тензора деформаций в сферической системе координат примут следующий вид:





Девиатор тензора деформаций в таком случае принимает следующий вид:



Выразим компоненты тензора напряжений через компоненты вектора перемещений:



Где



Уравнение равновесия в перемещениях:



Где константа 

Для решения уравнения (1.14) используем метод Лапласа:



Уравнение равновесия принимает следующий вид:



Решение уравнения:



Для нахождения  используем граничные условия, преобразованные по методу Лапласа:



На данный момент затруднением является обратное преобразование Лапласа для функции перемещений.

**Дальнейшее развитие событий:**

Для дальнейшего нахождения зависимости изменения внутреннего давления от дополнительно введенного объема жидкости необходимо найти обратное преобразование Лапласа от выражения для преобразованных перемещений и затем ввести зависимость изменения объема дополнительной жидкости от полученных перемещений.

**Список литературы:**

1. С.М. Бауэр, Л.А. Замураев, К.Е. Котляр. Модель трансверсально-изотропного сферического слоя для расчета изменения внутриглазного давления при интрасклеральных инъекциях // Российский журнал биомеханики – 2010 – То 10, №2 – С. 43 – 49.
2. Карамшина Людмила Александровна. Диссертация: модели многослойных оболочек в задачах офтальмологии.
3. Еричев В.П., Еремина М.В., Якубова Л.В., Арефьева Ю.А. Анализатор биомеханических свойств глаза в оценке вязкоэластических свойств роговицы в здоровых глазах // Глаукома – 2007 – № 1. – С. 11 – 15.
4. В. Новацкий. Теория упругости. Пер. с польского – 1975 – Изд. «Мир»
5. Г.Л. Колмогоров, Т.В. Латышева, М.В. Снигирева. Трансверсально изотропные характеристики сверхпроводящих длинномерных композиционных материалов
6. Р. Кристенсен. Введение в механику композитов. Пер. с англ. – 1982 - Изд. «Мир»
7. К. Котляр, С. Бауэр, Н. Планге.Клинические и биомеханические аспекты изменения внутриглазного давления после интравитреальных инъекций.