Санкт-Петербургский государственный политехнический университет

Институт Прикладной Математики и Механики

**Кафедра «Теоретической механики»**

 **ОТЧЕТ**

 о выполнении лабораторной работы по вычислительной механике

 **«Растяжение пластины с малым круглым отверстием (Задача Кирша)»**

Выполнил

студент гр.33604/1  Степанов М.Д.

Руководитель

Ассистент  Ле-Захаров С.А.

Санкт-Петербург

2015

**СОДЕРЖАНИЕ**

1. Постановка задачи………................................................................................ 3

2. Выполнение расчетов в ABAQUS ................................................................. 4

3. Результаты......................................................................................................... 5

4. Выводы.............................................................................................................. 9

5. Литература…………………………………………………………………….9

**Постановка задачи**

Дана квадратная пластина (рис.1) бесконечной ширины с малым круговым отверстием радиуса **a** в ее центре, подвергается одностороннему равномерному растяжению под давлением **p** в направлении оси OY. Определить компоненты тензора напряжений в точках A и B (Рис.1) для R = L/15; L/10; L/5.

****

Рис.1. Квадратная пластина бесконечной ширины с круговым вырезом

Исходя из того, что задача симметричная будем рассматривать только четверть пластины. Заменим бесконечную пластину конечной, для проведения расчётов.

Исходные данные:

$Ε $**=** 2.1·1011 Па – модуль Юнга

* = 0.3 – коэффициент Пуассона
* = 1000 Па – приложенное давление

  = 30 м – длина стороны квадратной пластины в расчётной модели

 = L/15; L/10; L/5 – рассматриваемые радиусы отверстия

Граничные условия для данной задачи будут иметь вид:

$U\_{x|x=0}=0$ $U\_{y|y=0}=0$ $P|\_{y=l}=p$

**Выполнение расчётов в ABAQUS**

Рассматриваемая задача является плоской задачей теории упругости, будем решать ее методом конечных элементов. В процессе реализации пластина была представлена как сплошная деформируемая 2D модель. Наиболее интересная для нас область – вблизи отверстия, сделаем в этой области сетку мельче. Разбиение недеформированной пластины приведено на рис.2.



Рис.2. Конечно-элементная модель

$N\_{E}=2000$(линейные прямоугольные элементы типа CPS4R)

$$N\_{n}=2101$$

$$N\_{DOF}=4202$$

**Результаты**

Ниже приведены компоненты тензора напряжений.

1. Компоненты тензора напряжения S11 и S22, в случае R = L/5,

приведены на Рис. 3.





Рис. 3 Компоненты тензора напряжения для R=L/5

1. Компоненты тензора напряжения S11 и S22, в случае R = L/10,

 приведены на Рис. 4.





Рис. 4 Компоненты тензора напряжения для R=L/10

1. Компоненты тензора напряжения S11 и S22, в случае R = L/15,

приведены на Рис. 5.



Рис. 5 Компоненты тензора напряжения для R=L/15

Таблица 1. Значение компонент тензора напряжения в точках A и B.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| R | $S\_{11}^{A}$, Па | $$S\_{11}^{B}, Па$$ | $S\_{22}^{A}$, Па | $S\_{22}^{B}$, Па |
| L/5 | -1095 | 96.95 | -16.23 | 2572 |
| L/10 | -858.5 | 70.06 | -28.53 | 2785 |
| L/15 | -714.5 | 105.7 | -51.11 | 3111 |

В таблице 1 представлены полученные численные значения компонент тензора в точках А и В. Наибольший интерес представляют значения S22 в точке В. Значение изменяется при изменении радиуса рассматриваемого отверстия. Известно аналитическое решение задачи Кирша, согласно которому S22 = 3p = 3000 Па

Рис. 6 Графики зависимости значений компонент тензора напряжения от R.

На рис. 6 представлены графики зависимости значений компонент тензора напряжения от радиуса отверстия. На графике S22, В приведено сравнение численного решения задачи и аналитического.

**Вывод**

При решении подобных задач, где рассматривается бесконечная пластина, будем использовать для проведения вычислений пластину конечной ширины. В ходе выполнения данной работы соотношение R/L изменялось, за счет изменения радиуса. Для каждого соотношения R/L была построена новая сетка. По полученным результатам нельзя объективно сказать что-либо о сходимости результата, т.к. на него влияло сразу 2 параметра. Вместо этого стоит каждый раз менять не радиус отверстия, а длину пластины, за счет этого мы каждый раз будем получать новое соотношение R/L, не меняя при этом сетку.

**Литература**

1.А. М. Кац “Теория упругости”.