



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

**Отчет по лабораторной работе №1**  
**«Расчет прогиба балки под действием распределенной нагрузки»**

Выполнил:  
студентка 3 курса  
кафедры «Теоретическая Механика»  
 Теницкая Т.А.  
Проверил:  
 Ле-Захаров С. А.

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ

2014

## Постановка задачи

Дана балка, левый конец которой опирается на неподвижный шарнир, на расстоянии 0.5 м от него закреплен подвижный шарнир. Балка представляет собой металлический брусок сечения «швеллер». На вторую половину балки действует распределенная нагрузка  $q$ . На *рис. 1* показана балка, а на *рис. 2* профиль балки. Ниже в *Табл. 1* приведены значения нагрузки ( $q$ ), модуля Юнга ( $E$ ), коэффициента Пуассона ( $\nu$ ) и геометрические параметры балки: длина ( $L$ ) и размеры сечения ( $h$ ). Требуется численно найти прогиб и поворот балки в точке  $x_0(2,0)$ .

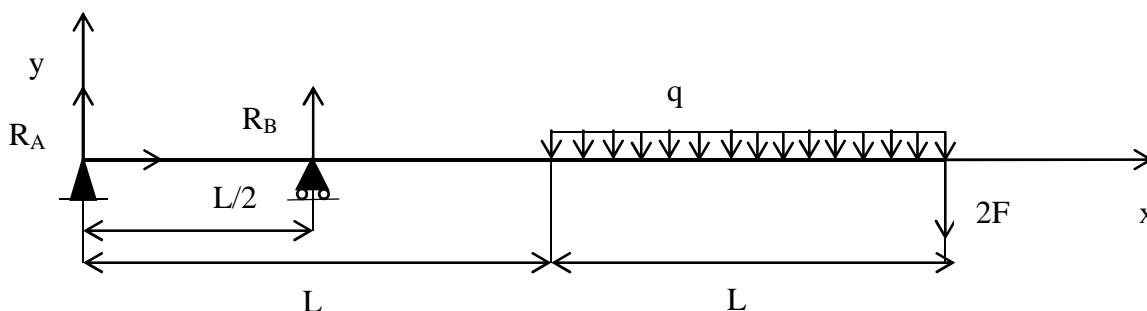


Рис. 1 Схема балки

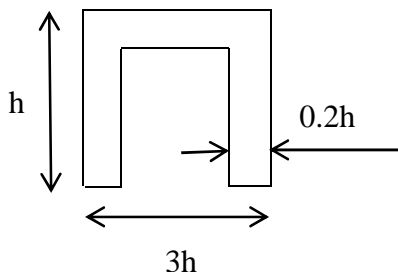


Рис. 2 Профиль

Табл. 1. Основные данные испытываемой балки

Значение приложенной силы $F$ , тс		0.1
Значение распределенной нагрузки $q$ , т/м		0.1
Значение $E$ , Па		$2 \cdot 10^{11}$
Значение коэффициента Пуассона $\nu$		0.36
Длина балки $L$ , м		2
Форма поперечного сечения		швеллер
Размеры сечения	$h$ , м	0.001
	$3h$ , м	0.003
	$0.2h$ , м	0.0002

Задание граничных условий:

$$\begin{cases} U_x|_{x=0} = 0 \\ U_y|_{x=0} = 0 \\ U_y|_{x=L/4} = 0 \end{cases} \quad (\text{Формула 1})$$

## Реализация в пакете Abaqus

Рассматриваемая задача является статической двумерной задачей, решается методом конечных элементов. Моделирование реализуется созданием двумерных элементов типа «Балка». Задаются известные параметры: модуля Юнга, коэффициента Пуассона и геометрические параметры балки: длина и размеры сечения. Далее устанавливаются граничные условия и задается нагрузка. Таким образом, строится сетка, размер элемента которой равен 0.05 м. Сетка: линейная, тип элементов B21. Ниже приведен эскиз балки (Рис.3).

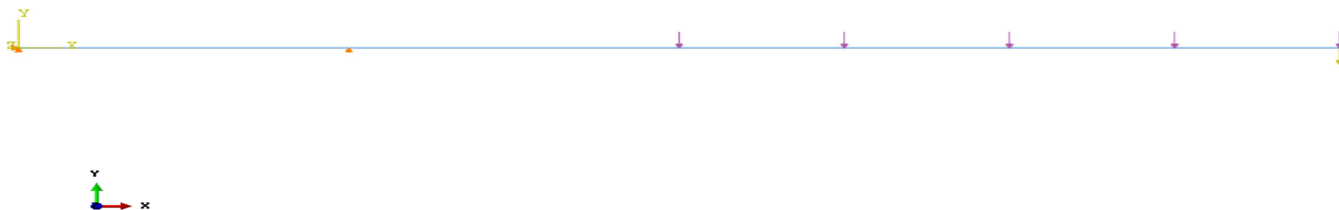
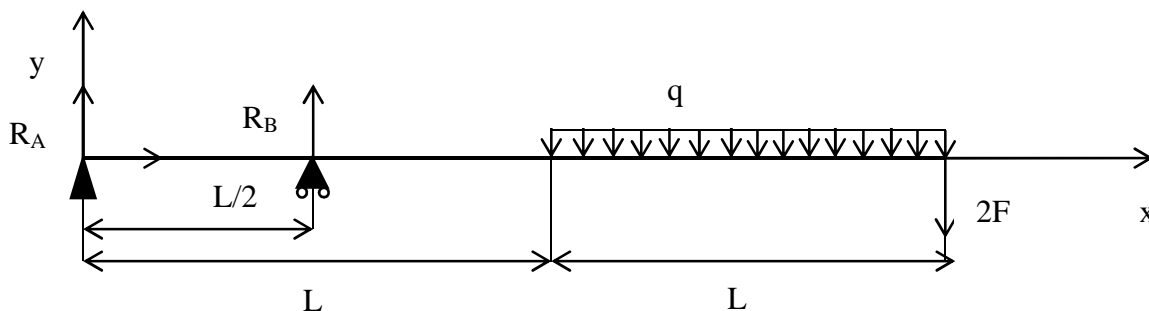


Рис.3 Эскиз балки

## Аналитическое решение

Для определения прогиба в точке необходимо найти две опорные реакции  $R_A$ ,  $R_B$ . (Рис.4)



Из начальных условий получаем систему двух уравнений:

$$\frac{R_B L}{2} - \frac{3qL^2}{4} - 4FL = 0$$

$$\frac{-R_A L}{2} + \frac{qL^2}{2} + 3FL = 0$$

Момент инерции для швеллера  $I = 66 \text{ см}^4$

Формула для вычисления прогиба в точке:

$$Y(x) = \frac{qL(x(L^2 - x^2))}{24EI} + \frac{2F(x(\frac{L^2}{4} - x^2))}{EI}$$

## Результаты

Получены следующие результаты:

- 1) Был построен график прогиба балки в зависимости от координаты. (Рис. 5)
- 2) Был построен график поворота балки в зависимости от координаты. (Рис. 6)
- 3) Аналитически был найден прогиб в точке  $x_0 = -28,217 \text{ м}$ , результат полученный в пакете Abaqus:  $x_0 = -28,172 \text{ м}$ , относительная погрешность 0,16%.

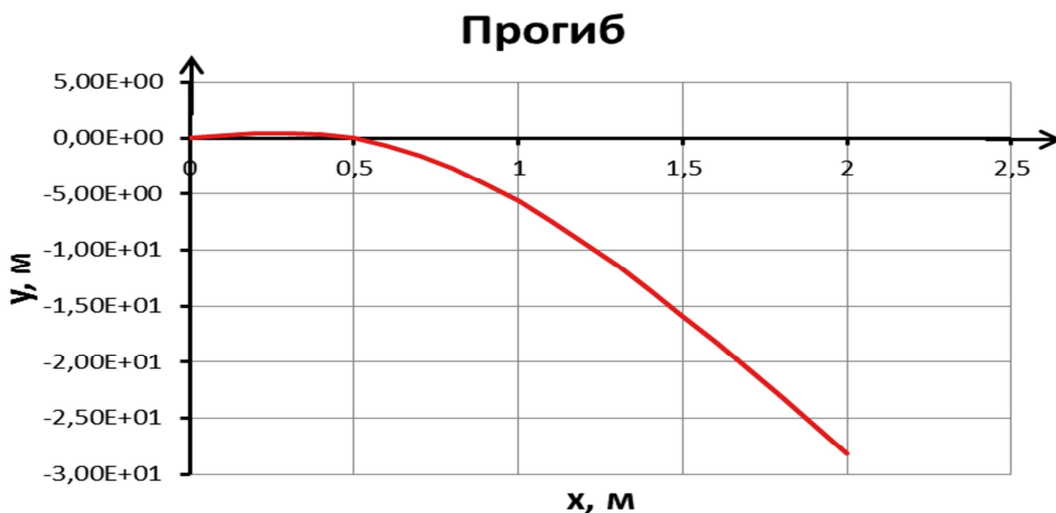
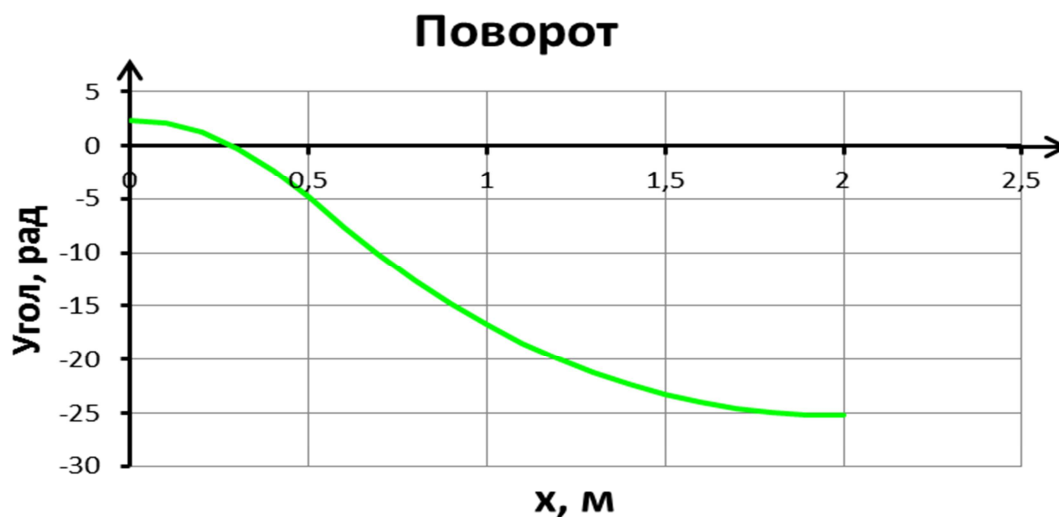


Рис.5 Прогиб балки



*Рис.6 Поворот балки*

### Вывод

В ходе проделанной работы рассчитали заданную балку с распределенной нагрузкой на прогиб. Результатами работы стали графики прогиба и поворота балки, а так же получены значение прогиба в точке двумя методами: аналитически и численно(Abaqus). Данные расчётов отличаются на 0,16%. Значение прогиба в точке  $x_0 = -28,217$  м. Такой результат получили из-за того, что размеры сечения довольно малы для данной нагрузки.