

Отчет по лабораторной работе №1
«Решение задачи термоупругости методом
конечных элементов»

Выполнил:

Студент 3-го курса

Кафедры «Теоретическая Механика»

Баглай М.И.

Проверил:

Ле-Захаров С.А.

Постановка задачи

Имеется тело, состоящее из двух различных материалов: материал 1 (внешнее кольцо) и материал 2 (внутреннее кольцо). Температура внутренней поверхности $T_0=100$, внешней $T_1=0$. Геометрическая форма тела представлена на рис.1. Радиус внутреннего кольца $R_0=0.1$ м, среднего $R_1=0.2$ м, внешнего $R_2=0.3$ м.

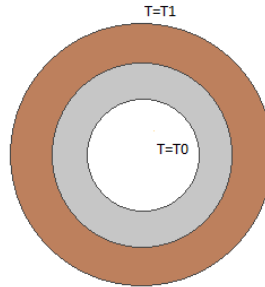


Рис.1. Форма тела и граничные условия

Необходимо численно решить стационарную задачу термоупругости для данного тела. Построить графики зависимости температуры и компонент тензора напряжений от радиуса.

Свойства материалов приведены в таблице 1.

Таблица 1. Свойства материалов

	Материал 1	Материал 2
Плотность	2700 кг/м ³	1700 кг/м ³
Модуль Юнга	7,2e8 Па	6e9 Па
Коэффициент Пуассона	0.3	0.25
Коэффициент теплового расширения	2.2e-05 К-1	9e-06 К-1

Физически данная задача описывается уравнением теплопроводности (1) с граничными условиями (2) и законом Гука с учетом температурного расширения (3).

Левая часть в формуле (1) равна 0, т.к. задача стационарная, следовательно, решение не зависит от теплоемкости материалов.

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \Delta T \quad (1)$$

$$T(R0)=100$$

$$T(R2)=0 \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= \lambda\theta + 2\mu\varepsilon_{11} - (3\lambda + 2\mu)\alpha T, \\ \sigma_{12} &= 2\mu\varepsilon_{12}, \\ \sigma_{22} &= \lambda\theta + 2\mu\varepsilon_{22} - (3\lambda + 2\mu)\alpha T, \\ \sigma_{23} &= 2\mu\varepsilon_{23}, \\ \sigma_{33} &= \lambda\theta + 2\mu\varepsilon_{33} - (3\lambda + 2\mu)\alpha T, \\ \sigma_{31} &= 2\mu\varepsilon_{31}, \\ (\theta &= \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}), \end{aligned} \quad (3)$$

Реализация в пакете Abaqus

Данная задача является задачей на тепловое расширение. Соответственно, в пакете «Abaqus» для моделирования данной задачи используется тип шага «Coupled temp - displacement».

Из-за симметрии задачи берется одна четвертинка тела, и ставятся граничные условия об отсутствии тангенциальных перемещений на линиях разреза.

Внутренний материал выбран более жестким, с меньшим коэффициентом теплового расширения.

Задача решается методом конечных элементов. КЭ модель приведена на рис.2.

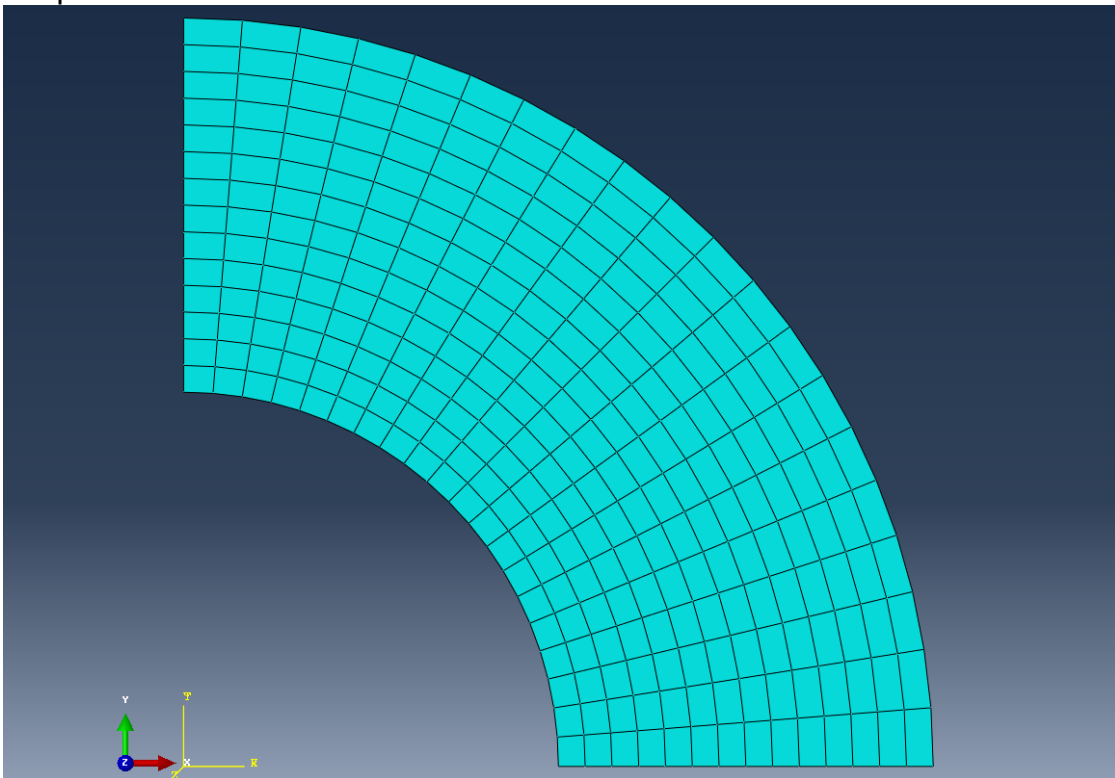
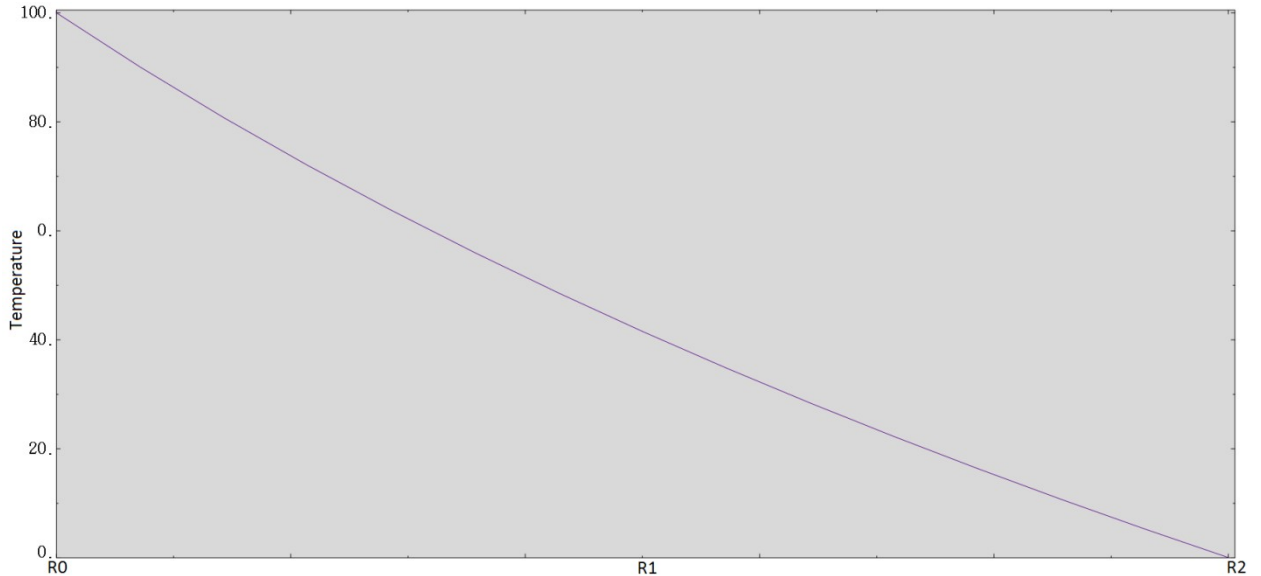


Рис.2. Разбиение тела на конечные элементы

Результаты

В результате моделирования средствами пакета Abaqus получились следующие результаты.

График зависимости температуры от радиуса.



Температурное распределение в теле. Распределение температуры представляет собой численное решение уравнения Лапласа и не зависит от теплоемкостей материалов.

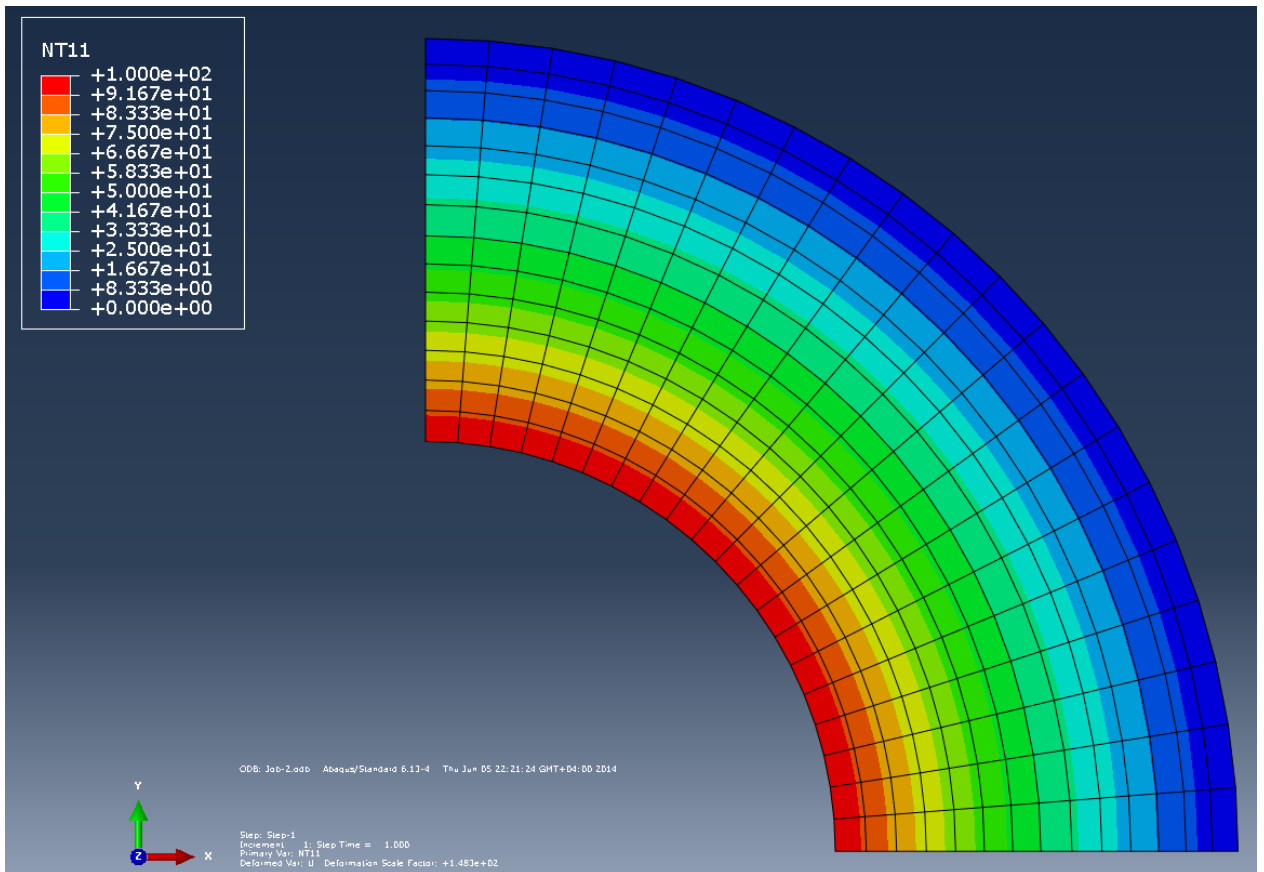


График зависимости радиальной компоненты тензора напряжения от радиуса.

Санкт-Петербург 2014

(Нужно обратить внимание на то, что компонента отрицательная, что соответствует сжатию)

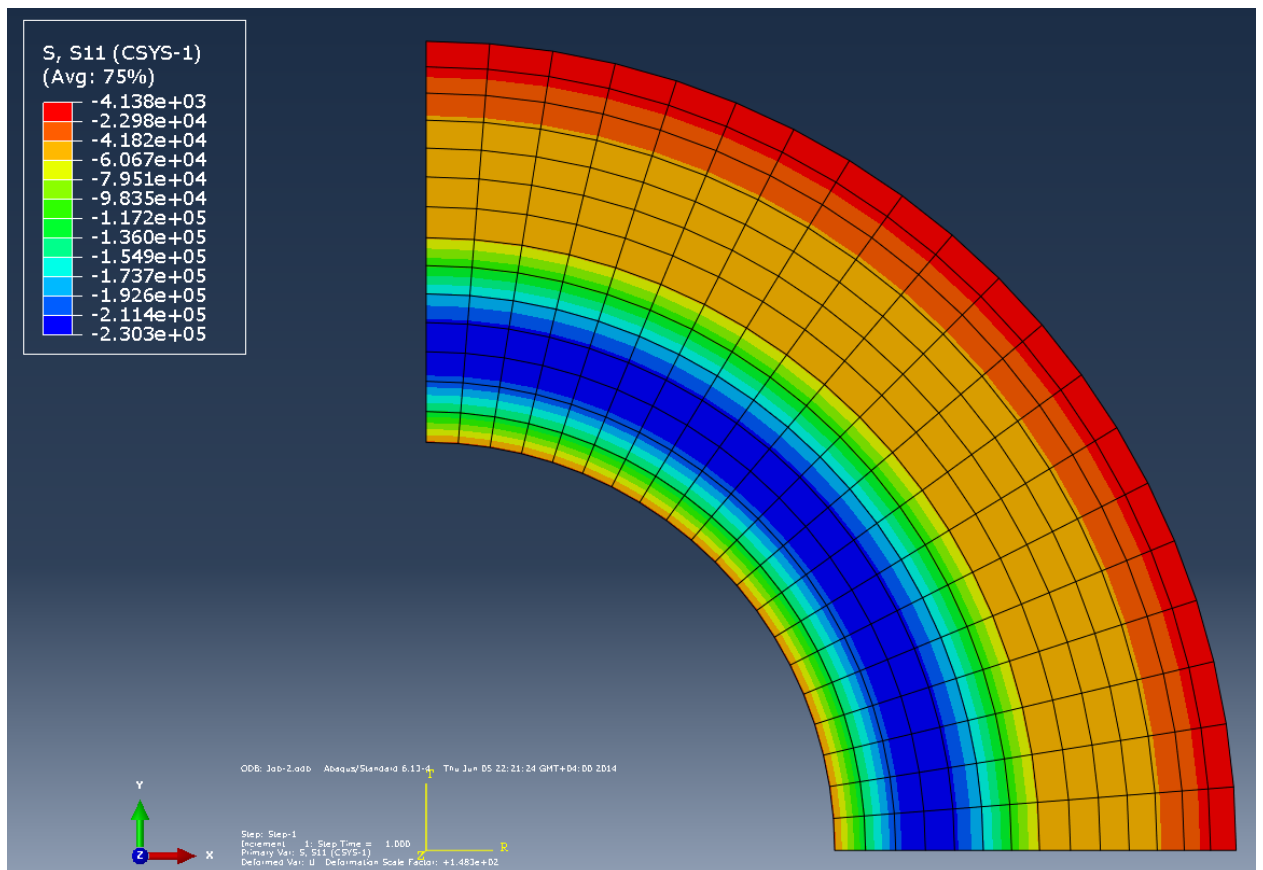
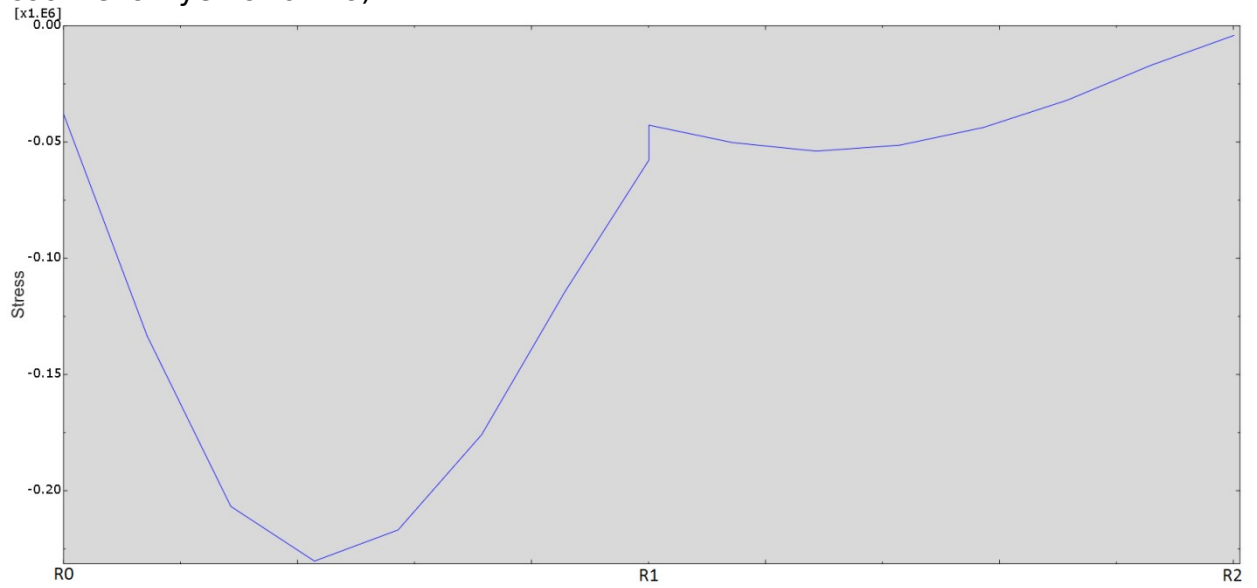
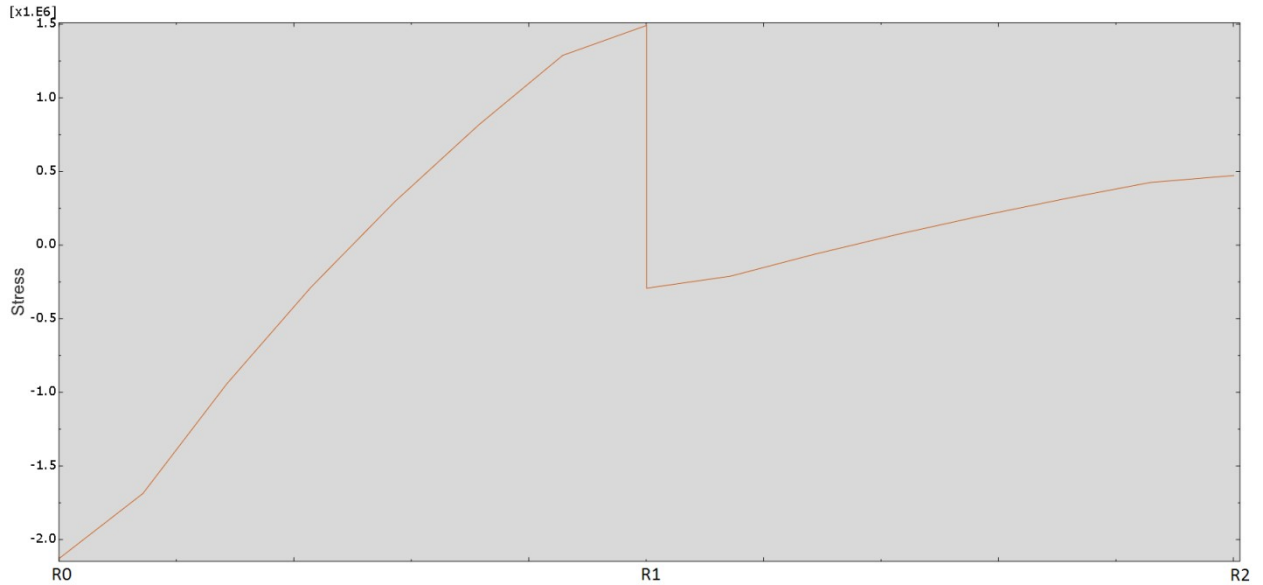
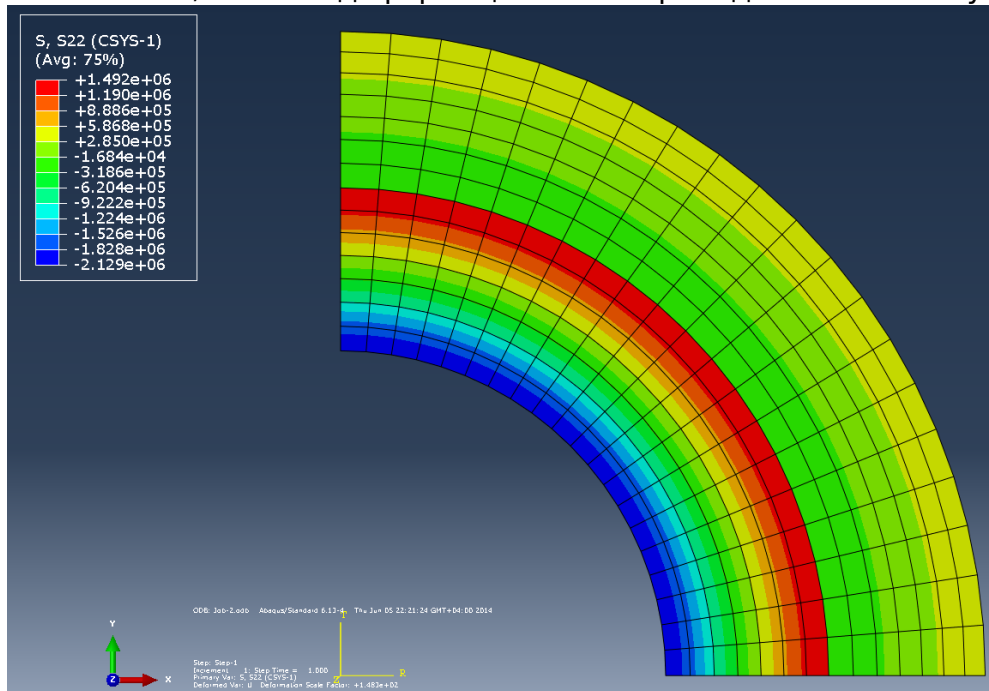


График зависимости тангенциальной компоненты тензора напряжения от радиуса.



Внешнее кольцо имеет меньшие напряжения по обоим рассматриваемым направлениям. Этого следовало ожидать, так как внешний материал более эластичный, и та же деформация в нем приводит к меньшему напряжению.



Выводы:

В данной лабораторной работе решена задача термоупругости для данного тела. Найдены распределения температуры и напряжений в теле.