

ЧЕБЫШЕВСКИЙ СБОРНИК
Том 18 Выпуск 3

УДК 539.4, 519.6

DOI

МОДЕЛИРОВАНИЕ
ГИДРОГЕОМЕХАНИЧЕСКИХ ПЛАСТОВЫХ
ПРОЦЕССОВ ПУТЕМ ВНЕШНЕГО
СОПРЯЖЕНИЯ СПЕЦИАЛИЗИРОВАННЫХ
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ПАКЕТОВ И
УНИВЕРСАЛЬНОЙ CAE FIDESYS¹²А. В. Вершинин³, Д. И. Сабитов⁴, С. Ю. Ишбулатов,
А. В. Мясников⁵ (г. Москва)**Аннотация**

В статье рассматриваются различные алгоритмы решения связанной задачи гидрогеомеханического моделирования фильтрации жидкости в деформируемой трещиноватой породе, позволяющие учитывать взаимное влияние процессов фильтрации и деформирования горных пород на динамические параметры среды: пористость, проницаемость, жесткость породы и раскрытие трещин. Приводятся результаты решения модельных задач, обсуждаются результаты расчета. Для численного решения задачи о распределении геомеханических напряжений и деформаций в горной породе использовались конечноэлементные решатели в составе пакета CAE Fidesys. Авторами статьи был разработан алгоритм и его программная реализация для интеграции данных решателей с гидродинамическим симулятором. Полученные в статье результаты позволяют сделать вывод о важности учета геомеханических эффектов деформирования трещиноватых горных пород, насыщенных жидкостью, при моделировании пластовых процессов.

Ключевые слова: геомеханика, эффективные свойства, трещиноватые среды, численное моделирование, метод конечных элементов, сопряжение.

Библиография: 25 названий.

¹Исследования для данной работы были частично выполнены в ООО «Фидесис» при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации (Соглашение о предоставлении субсидии №14.579.21.0112, уникальный идентификатор ПНИЭР: RFMEFI57915X0112).

²Исследования для данной работы были частично выполнены в рамках договора №923/PSA со Сколковским институтом науки и технологий от «1» сентября 2016 г.

³Вершинин Анатолий Викторович, кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры вычислительная механика механико-математического факультета Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова

⁴Сабитов Денис Иджадович

⁵Мясников Артем Вениаминович, доктор физико-математических наук, Сколковский институт науки и технологий

HYDROGEOMECHANICAL MODELING OF RESERVOIR BY EXTERNAL COUPLING OF SPECIALIZED COMPUTATIONAL SOFTWARE AND UNIVERSAL CAE FIDESYS

A. V. Vershinin, D. I. Sabitov, S. Y. Ishbulatov, A. V. Myasnikov
(Moscow)

Abstract

The different kinds of algorithms for solving the coupled problem of hydrogeomechanical modeling of fluid filtration in a deformable fractured rocks are considered. They allow taking into account the mutual influence of fluid filtration and deformation processes in the reservoir on the dynamic parameters of the medium: porosity, permeability, rock stiffness and fracture aperture. The results of solving modeling problems are presented, obtained numerical results are discussed. For the numerical solution of the problem of distribution of geomechanical stresses and strains in the reservoir CAE Fidesys finite element solvers were used. The authors developed an algorithm and its software implementation for integrating these solvers with a hydrodynamic simulator. The numerical results obtained in the paper proves an importance of taking into account geomechanical effects of deformation of fluid saturated fractured rocks for reservoir simulation.

Keywords: geomechanics, effective properties, fractured media, numerical modeling, finite element method, coupling.

Bibliography: 51 titles.

1. Введение

Актуальность исследования, проведенного в настоящей работе, обусловлена необходимостью решения практических задач нефтегазовой гидрогеомеханики с заданной точностью. К таким задачам относятся задача о выборе места и траектории бурения скважины и их устойчивости, об обеспечении высокой продуктивности пласта за счет оптимизации дизайна ГРП и контроля за пескопроявлением. Совместно с данными сейсморазведки и тестирования пласта, гидрогеомеханическое моделирование позволяет оптимизировать тактику и стратегию разработки пласта, с тем, чтобы избежать в частности, катастрофических сценариев, типа Екофиск [Andersen, 1995]). Нарушение естественного напряженно-деформированного состояния, в окрестности скважины [Stefanov & Myasnikov, 2015], [Соннов и др., 2016] или на масштабе резервуара [Bagheri & Setari 2005, 2006, 2008], приводит к развитию процессов деформации и образованию зон разрушения, а также изменению порового давления и фильтрационных свойств в пласте [Yarushina et

al 2013]. Исследование данной проблемы требует разработки соответствующих моделей, которые позволят, с одной стороны, описать развитие упруго-пластической деформации в требуемых условиях и рассчитать напряженно-деформированное состояние. С другой стороны, позволят учесть перераспределения пластового, призабойного и скважинного давления за счет движения флюида в скважине, переноса им пропанта, утечек и взаимодействия жидкости гидроразрыва с пластовыми флюидами [Yarushina et al 2013].

Основной целью проекта является, таким образом, разработка инструментария, позволяющего совместно использовать гидродинамический и геомеханический модули для описания изменения напряженно-деформированного состояния пласта при техногенном воздействии на него. Совокупный (сопряженный) программный продукт должен адекватно и вычислительно эффективно описывать особенности развития упругой и неупругой деформации под воздействием эффективных напряжений (учитывающих влияние перераспределенного порового давления) в породе с анизотропными упруго-прочностными свойствами. Параметры анизотропии, определяемые параметрами системы микронеоднородностей (трещин, лагун, включений других минералов), могут меняться в процессе технологического воздействия на породу за счет изменения формы и жесткости этих микронеоднородностей [Myasnikov et al 2016], что также должно адекватно описываться совокупным продуктом.

В настоящей статье рассмотрены различные алгоритмы сопряжения гидродинамической и геомеханической моделей в задаче фильтрации жидкости сквозь деформируемую пористую среду. В случае трещиновато-пористой среды, то есть пористой среды, пронизанной к тому же системами трещин, общие алгоритмы специфицируются до алгоритма, позволяющего учитывать динамическое изменение пористости и проницаемости в процессе фильтрации. На основе этого алгоритма разработан программный модуль для интеграции гидродинамического симулятора и геомеханических решателей в составе CAE Fidesys. Приведены результаты решения различных тестовых задач для верификации разработанных алгоритмов и, в частности, специализированного программного модуля, а также результаты решения практически важной задачи об оптимизации режима закачки жидкости на месторождении. Обсуждаются полученные результаты решения и влияние геомеханических эффектов на них.

2. Алгоритмы сопряжения гидродинамической и геомеханической моделей

Алгоритмы сопряжения классифицируются по нескольким признакам. Наиболее важными из них являются (1) характер сопряжения – внешнее (3) выбор методики, по которой рассчитывается изменение пористости при новом эффективном напряженно-деформированном состоянии [Khalili & Valliapan, 1996], [Wilmanski 2008], [Yarushina & Podladchikov 2015], [Bagheri

& Setari 2005, 2008].

Выбор алгоритма сопряжения существенно зависит от решаемой задачи. С вычислительной точки зрения наиболее точными являются полностью сопряженные алгоритмы (могут быть реализованы лишь при внутреннем сопряжении) – скорости жидкости и смещения вычисляются одновременно в процессе решения системы линейных уравнений, дискретизирующую единообразно замкнутую систему уравнений. Однако такое сопряжение не всегда требуется или практически неосуществимо – инженер обладает лицензиями двух коммерческих пакетов (например, CAE Fidesys и Eclipse 300 или tNavigator) и ищет пути их наиболее эффективного совместного использования. Поэтому в настоящей работе сделан акцент на внешнем сопряжении двух коммерческих пакетов, например, CAE Fidesys и какого-либо гидродинамического пакета (рассматривались CMG Stars, Eclipse 300, tNavigator), хотя для верификационных целей предлагается целесообразным реализовать алгоритм полного внутреннего сопряжения [Yarushina & Podladchikov 2015], хоть это выходит за рамки настоящей работы.

По степени сопряжения не полностью сопряженные алгоритмы условно делятся на итерационно сопряженные, явно сопряженные, псевдосопряженные и полностью несопряженные. Хотя формально все эти алгоритмы считаются основанными на хорошо зарекомендовавшем себя методе расщепления по физическим процессам [Марчук Г.И., 1977], с математической точки зрения, это можно отнести лишь к итерационно сопряженным, в которых на каждом шаге интегрирования по времени независимо отыскиваются решения геомеханической и гидродинамической задач, после чего происходит обмен значениями найденных полей, связывающих две задачи, и решения повторяются до достижения сходимости. Во всех прочих не полностью сопряженных алгоритмах обмен значениями полей происходит далеко не на каждом шаге по времени, что экономит время расчета, но зато требует в каждом конкретном случае анализировать сходимость решения по отношению к частоте обмена. Несмотря на то, что установленная в этом смысле сходимость может и не обеспечить сходимость решения в математическом смысле слова, данный подход обладает неоспоримым преимуществом – возможностью использования готовых решателей (программных комплексов) для моделирования отдельных физических процессов в рамках связанной задачи при обеспечении соответствующей интеграции между ними.

Хотя выбор степени внешнего сопряжения, в том числе частоты обмена данными между решателями, существенно зависит от специфики решаемой задачи, представляется целесообразным реализовать на стадии разработки алгоритма все доступные степени внешнего сопряжения, чтобы в процессе дальнейших массовых расчетов организовывать оптимизационный рабочий процесс, концепция которого изложена в [Хакимова и др 2017].

Последний, третий отмеченный выше признак классификации алгоритмов сопряжения является наименее тривиальным. Начиная с классических работ Био в литературе предпринимаются многочисленные попытки вывести феноменологическое уравнение для пористости либо из физически нагляд-

ных представлений об изменении поровых объемов одного (или, в случае трещиноватых сред, двух и более) континуумов от полного напряжения и давлений каждой индивидуальной среды, либо, из основных принципов многофазной механики сплошной среды.

В первом случае физическая наглядность ограничивается линейной упругостью и теоремой взаимности Бетти, хотя, в этом приближении было получено несколько практически важных результатов. Так, в девяностые годы было опубликовано сразу несколько различных моделей, расширяющих теорию Био на случай двойной пористости [Khalili & Valliaran, 1996] (см. также обзорную работу [Chen & Teufel, 1997]) которые включили в свою согласованную модель зависимость деформации от давления в обеих средах. Позднее, [Lewis & Rao, 2002] обобщили модель на случай двух и трехфазной жидкости.

Во втором случае исследования носят существенно фундаментальный характер, поскольку вывод уравнения для пористости неразрывно связан с нелинейным обобщением теории Био [Wilmanski 2008]. При этом далеко не во всех работах учитывают тот факт, что скелет должен являться равноценной фазой в этих построениях. Не вдаваясь здесь в обсуждение различных многочисленных и взаимоисключающих подходов, отметим, что наиболее последовательными и внутренне непротиворечивыми нам представляется подход [Yarushina & Podladchikov, 2015], который, однако существенно требует применение алгоритма полного внутреннего сопряжения.

Альтернативной и, как нам представляется, перспективной, представляется идея отказа от использования уравнения для пористости [Bagheri & Settari 2005, 2008]. В этом подходе пористости на новом шаге по времени пересчитываются из решений упруго-пластической задачи на микромасштабной ячейке периодичности. Подход подразумевает итерационное сопряжение, как внутренне, так и внешнее. В настоящей работе используется внешнее сопряжение с использованием в качестве геомеханического решателя CAE Fidesys

Необходимо отметить, что CAE Fidesys выбран в качестве примера геомеханического решателя, поскольку в нем реализован уникальная методика наложения больших деформаций, что позволяет, помимо реализации сопряжения, добавлять в вычислительный комплекс пакет определения эффективных упруго-прочностных свойств среды в приближении мульти-пористости и мульти-проницаемости. Первые шаги в этом направлении сделаны в работах [Мифтахов и др 2015] и [Мясников и др 2016].

3. Структура не полностью сопряженного алгоритма решения гидрогеомеханической задачи фильтрации в трещиновато-пористой среде: модель [Khalili & Valliaran, 1996]

Структура не полностью сопряженного алгоритма решения гидрогеомеханической задачи фильтрации трещиновато-пористой среде в рамках мо-

дели [Khalili & Valliaran, 1996] будет продемонстрирована в приближении «черной (нелетучей) нефти» для каждого из континуумов. Уравнения для пористости континуума пор (ϕ^p) и трещин (ϕ^f) в модели [Khalili & Valliaran, 1996]

$$\begin{aligned}\frac{\partial \phi^f}{\partial t} &= \beta^f \left(\frac{\partial \text{tr}[\varepsilon]}{\partial t} + \frac{1}{K^m} \frac{\partial \bar{p}^f}{\partial t} \right) + C^{fp} \frac{\partial (\bar{p}^f - \bar{p}^p)}{\partial t} \\ \frac{\partial \phi^p}{\partial t} &= \beta^p \left(\frac{\partial \text{tr}[\varepsilon]}{\partial t} + \frac{1}{K^m} \frac{\partial \bar{p}^p}{\partial t} \right) + C^{fp} \frac{\partial (\bar{p}^p - \bar{p}^f)}{\partial t}\end{aligned}\quad (1)$$

Где $\beta^f = (C^p - C^s)/C$, $\beta^p = 1 - C^p/C$, $K^m = \beta^f / ((\varphi^f - \beta^f * C^s))$, $C^{fp} = (\beta^f * \beta^p - \beta^f * \varphi^p) * C$, а C^s , C^p и C – сжимаемости зерен горной породы, пористых блоков и трещиноватой среды соответственно; p^p , p^f – давления в пористой среде и трещинах, насыщенных флюидом, соответственно, черта над давлением означает усреднение по фазам в каждом из континуумов; $\text{tr}[\varepsilon]$ – след (первый инвариант) тензора деформаций, который находится из решения задачи

$$\nabla \cdot \sigma' = f, \quad \sigma' = \sigma(\varepsilon) - \sum_{i=p,f} \alpha^i \bar{p}^i \mathbf{I} \quad (2)$$

Здесь σ – тензор напряжений, α^i – коэффициенты Био.

Предлагается организовать оптимизационный рабочий процесс [Хакимова и др. 2017] по решению задачи итерационным и псевдо-итерационным внешним и внутренним сопряжением. Общая структура оптимизационного рабочего процесса представлена на Рисунке 1. Процесс предоставляет опционную возможность осуществлять итерации вплоть до сходимости в цикле по k , который может быть совмещен с циклом по n , что соответствует итерационному сопряжению. Предлагается совершать итерационный процесс вплоть до сходимости в решении гидродинамической задачи на $T_{k+1} - T_k$ с подразбиением на интервалы t_1^k, \dots, t_N^k , в которых изменения пористости в соответствии с уравнениями (1) происходит на предыдущей итерации [Daim et al 2002]

На первой стадии была верифицирована процедура итерационного внешнего сопряжения против процедуры итерационного внутреннего сопряжения. При внутреннем сопряжении использовался специально разработанный исследовательский код. Для внешнего сопряжения был использован конечно-элементный симулятор “CAE FIDESYS”, а для сопряжения решений написан специальный скрипт на языке “Python”, блок-схема которого представлена на Рисунке 2. Данный скрипт является управляющим модулем для процесса сопряжения, в его задачи входит организация итерационного процесса работы геомеханического и гидродинамического симуляторов, чтение форматов данных симуляторов, преобразование единиц измерения величин, а также проекция полей величин на различные модельные сетки. С помощью разработанного модуля для интеграции гидродинамического симулятора и геомеханических решателей в составе CAE Fidesys была решена серия задач о фильтрации жидкости в деформируемой трещиноватой среде с учетом

T_k	$(\varepsilon, p_\alpha^i, s_\alpha^i, \phi^i)^k$	Решение гидро-геомеханической задачи
	$\left. \begin{matrix} t_1^k \\ t_2^k \\ \vdots \\ t_N^k \end{matrix} \right\} (p_\alpha^i, s_\alpha^i)_n^k$	Решение гидромеханической задачи
T_{k+1}	$(\varepsilon, p_\alpha^i, s_\alpha^i, \phi^i)^{k+1}$	Решение геомеханической задачи

Рис. 1: Схема сопряжения решений гидродинамической и геомеханической задач на основе итерационного и псевдо-итерационного сопряжения.

динамического изменения пористости и проницаемости в соответствии с изложенным в предыдущем пункте алгоритмом сопряжения.

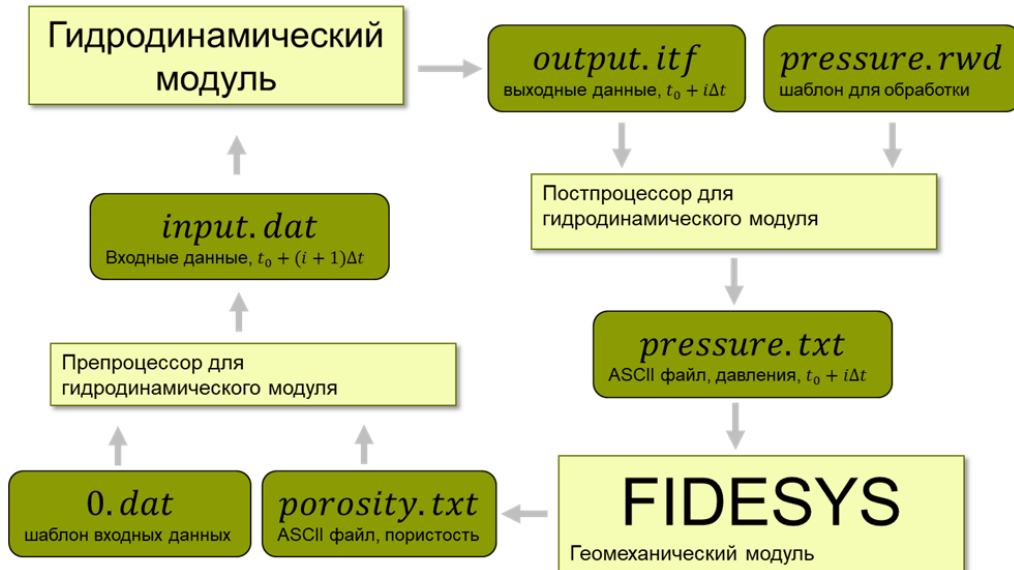


Рис. 2: Блок-схема работы программного модуля для интеграции гидродинамического симулятора и геомеханических решателей в составе CAE Fidesys

В качестве первого примера для верификации итерационного алгоритма внешнего сопряжения была выбрана часть шестого сравнительного теста SPE [Firoozabadi & Thomas, 1990], которая также использовалась в [Lewis & Ghafouri, 1997] и [Lewis & Pao, 2002] для верификации их геомеханической модели. Псевдотрехмерная расчетная область (Рисунок 3) имеет пять вер-

тикальных слоев высотой 15.2 метра каждый, которые разбиваются на 10 горизонтальных ячеек размером 61 м. Механические свойства слоев, относительные проницаемости, капиллярные давления для нефти, газа и воды в поровом пространстве матрицы и трещинах, PVT данные для нефти, газа и воды приведены в [Lewis & Rao, 2002] и здесь не дублируются.

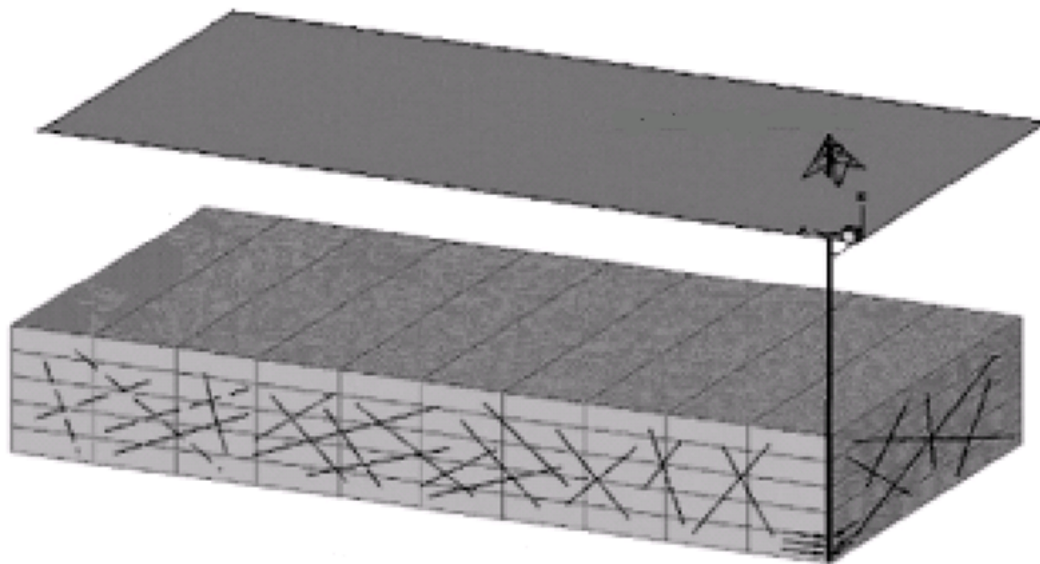


Рис. 3: Пример для верификации алгоритма внешнего итерационного сопряжения: часть шестого сравнительного теста SPE для валидации моделей двойной пористости. Рисунок адаптирован из работы [Lewis & Rao, 2002].

Единственное отличие нашей модели состоит в условии на скважине – мы использовали условие фиксированного объемного расхода пластового флюида, равного 950 кубических метров пока давление не упадет до 6894 КПа. Результаты расчетов нашей модели приведены на Рисунке 4. Нетрудно видеть, что, во-первых, геомеханические эффекты оказывают в данном случае огромное влияние на решение, во-вторых, процедура внешнего итерационного сопряжения верифицирована по отношению к внутренней, и в-третьих, наше решение качественно совпадает с решением [Lewis & Rao, 2002]. Количественные различия обусловлены грубостью сетки и различными граничными условиями на скважине.

В качестве второго примера для верификации алгоритма внешнего итерационного сопряжения была выбрана та же задача, что и в предыдущем случае, но в редуцированной постановке к случаю с нулевой проницаемостью матрицы. Целью этого эксперимента было сопоставление рассматриваемого алгоритма с алгоритмом полного внутреннего сопряжения, реализованного в исследовательском коде в случае одинарной пористости. Результаты расчетов по алгоритму полного внутреннего сопряжения представлены на Рисунке 05 синими линиями. Коричневыми линиями – представлены результаты расчетов по алгоритму итерационного внешнего сопряжения.

Кроме того, был реализован алгоритм, предложенный в [Samier &

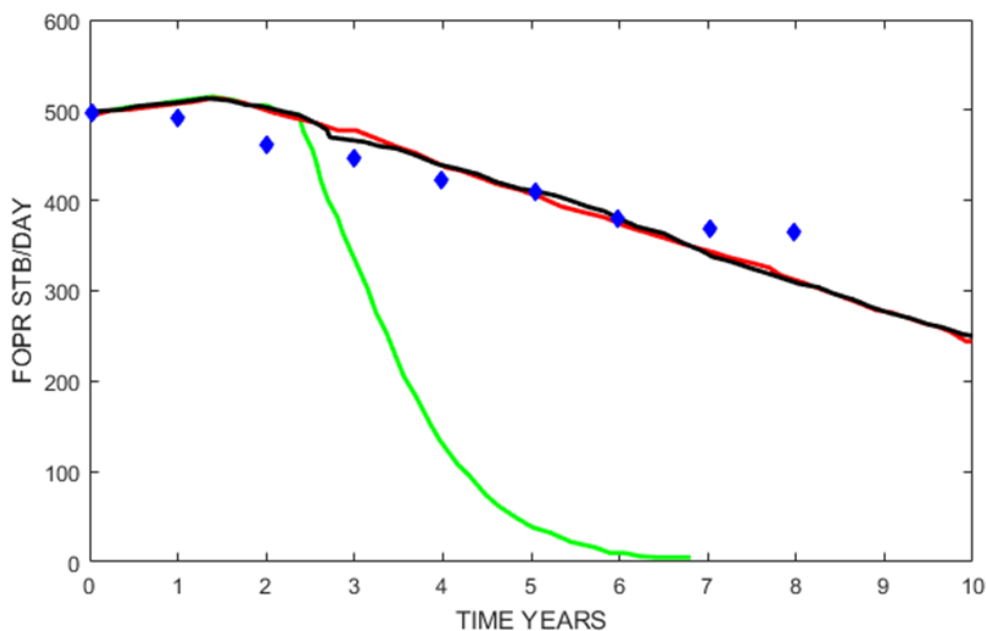
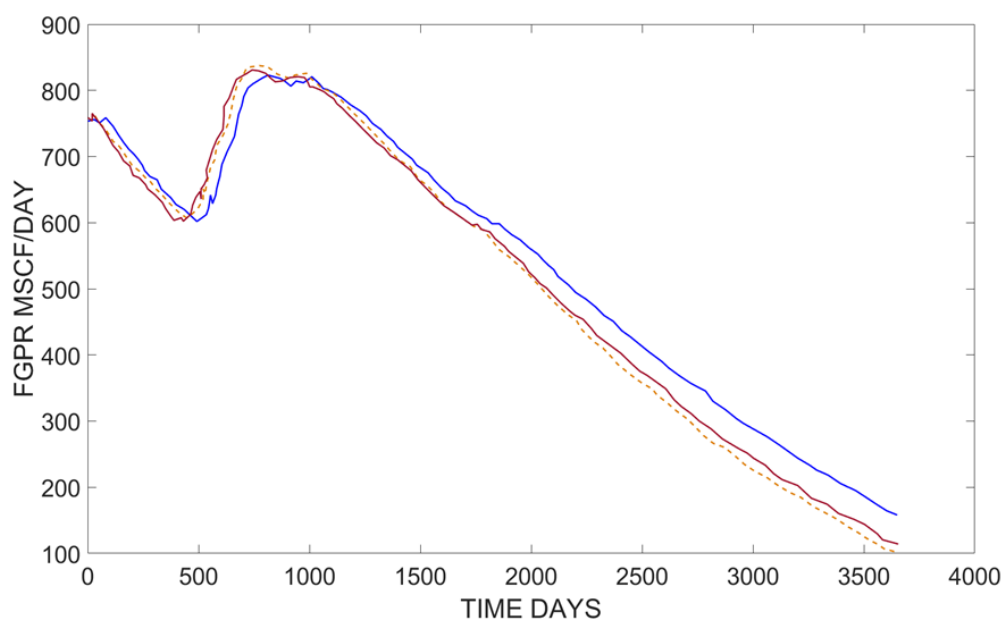
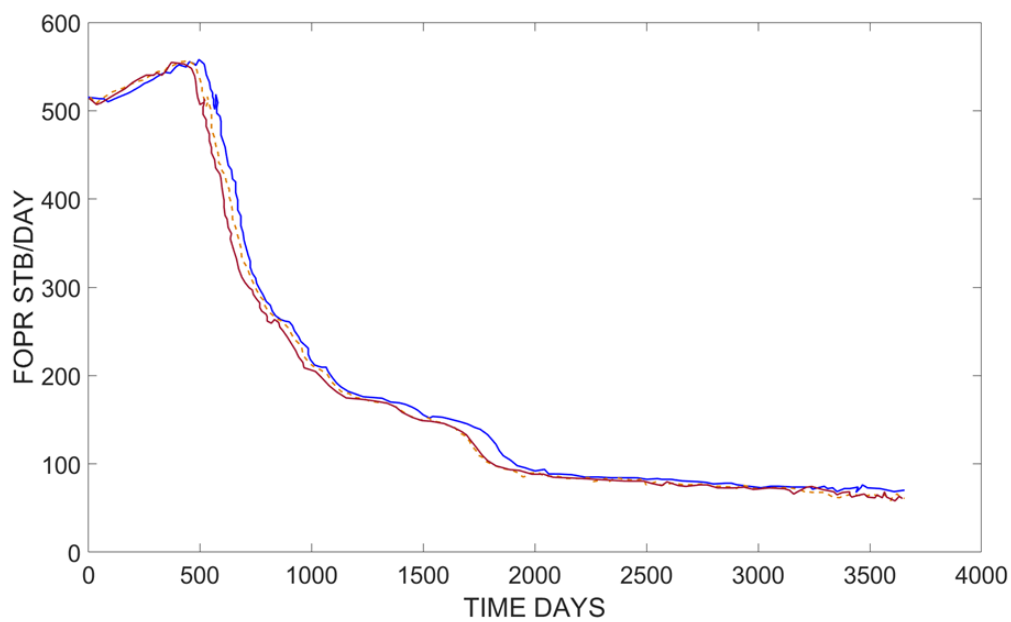


Рис. 4: Расчет дебита нефти во времени для примера верификации, представленного на Рисунке 3. Зеленая кривая относится к случаю с постоянной сжимаемостью (нет геомеханических эффектов), красная и черная – к случаю с учетом геомеханических, причем красная получена с помощью алгоритма внешнего итерационного сопряжения, черная – внутреннего. Синие ромбы – оцифрованное решение этой же задачи из работы [Lewis & Pao, 2002].

DeGennaro, 2007]. В терминах классификации [Jalali & Dusseault, 2008] и в [Hernandez, 2011], алгоритм [Samier & DeGennaro, 2007], который авторы называют новым алгоритмом внешнего итерационного сопряжения, по сути является полностью несопряженным или, в лучшем случае, гибридом полностью несопряженного и псевдосопряженного алгоритмов. В [Samier & DeGennaro, 2007] предлагается сначала провести гидродинамическое моделирование на достаточно длительном времени (сопоставимом со временем разработки месторождения или *history matching*), в процессе которого сделать несколько фиксированных записей поля давления. Эти данные, в соответствии с общей стратегией полностью несопряженных алгоритмов, надлежит затем использовать как зависящую от времени нагрузку, передаваемую геомеханическому симулятору. По полученным новым значениям деформаций предлагается определять новые пористости в соответствии, например, с уравнениями (1), и проницаемости в некоторые моменты времени, и передавать их опять гидродинамическому симулятору. Сходимость этого процесса предлагается в буквальном смысле слова устанавливать на глаз, что избавляет от необходимости добиваться сходимости на каждом шаге по времени, как в классическом ИС-методе, и получать решение через три-четыре глобальных итерации. Результаты второй итерации этой процедуры, применительно к редуцированной модели, представлены на Рисунке 5 красным пунктиром.

Результаты третьей итерации неотличимы от внешнего итерационного сопряжения.



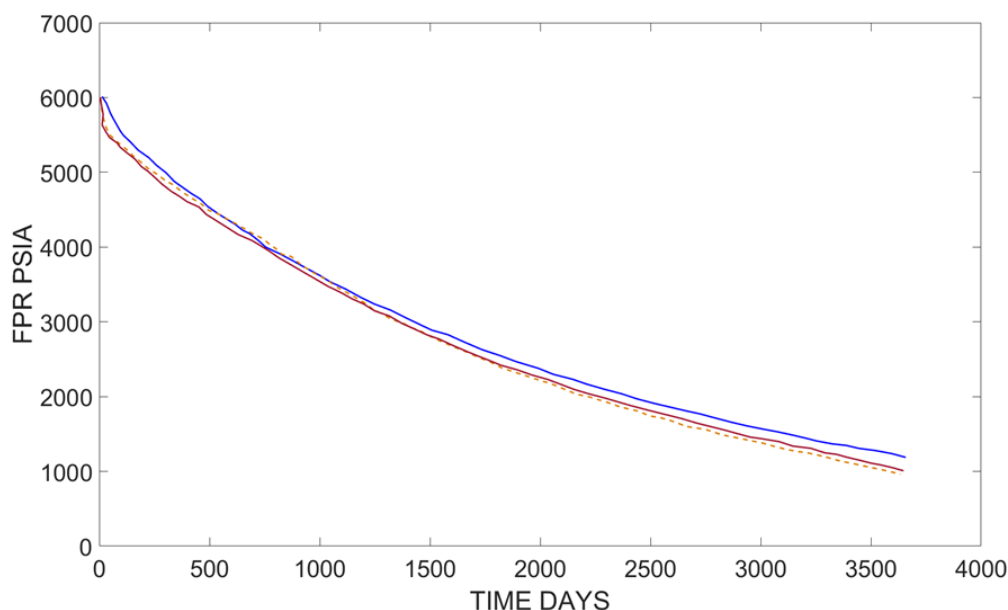


Рис. 5: Сопоставление работы алгоритмов полного внутреннего сопряжения (синие кривые) и итерационного внешнего сопряжения (коричневые кривые). Красными пунктирными кривыми представлены результаты второй итерации в алгоритме [Samier & DeGennaro, 2007].

4. Структура не полностью сопряженного алгоритма решения гидрогеомеханической задачи фильтрации трещиновато-пористой среде: модель [Bagheri & Settari, 2005, 2008]

Рассматриваемая в статьях [Bagheri & Settari, 2005, 2008] геомеханическая модель трещиноватой среды состоит из двух взаимодействующих на разных масштабах континуумов – как и в стандартной модели двойной пористости один включает в себя пористую среду горного массива, второй соответствует естественным и искусственным трещинам в породе. Следуя модели упрощенной трещиноватой породы, принятой в [Settari et al, 2005, 2006, 2008], будем далее моделировать второй тип континуума состоящим из нескольких множеств трещин, в каждом множестве содержится некоторое количество одинаково направленных трещин с одинаковой толщиной, но различным распределением в объеме породы. Каждое множество трещин характеризуется собственным коэффициентом жесткости, который определяет реакцию трещин на приложенное напряжение.

Выбранная геомеханическая модель взаимодействует с гидродинамической моделью (Рисунок 6) при помощи обмена с определенной частотой значениями пористости, проницаемости, давлений в порах и трещинах, насы-

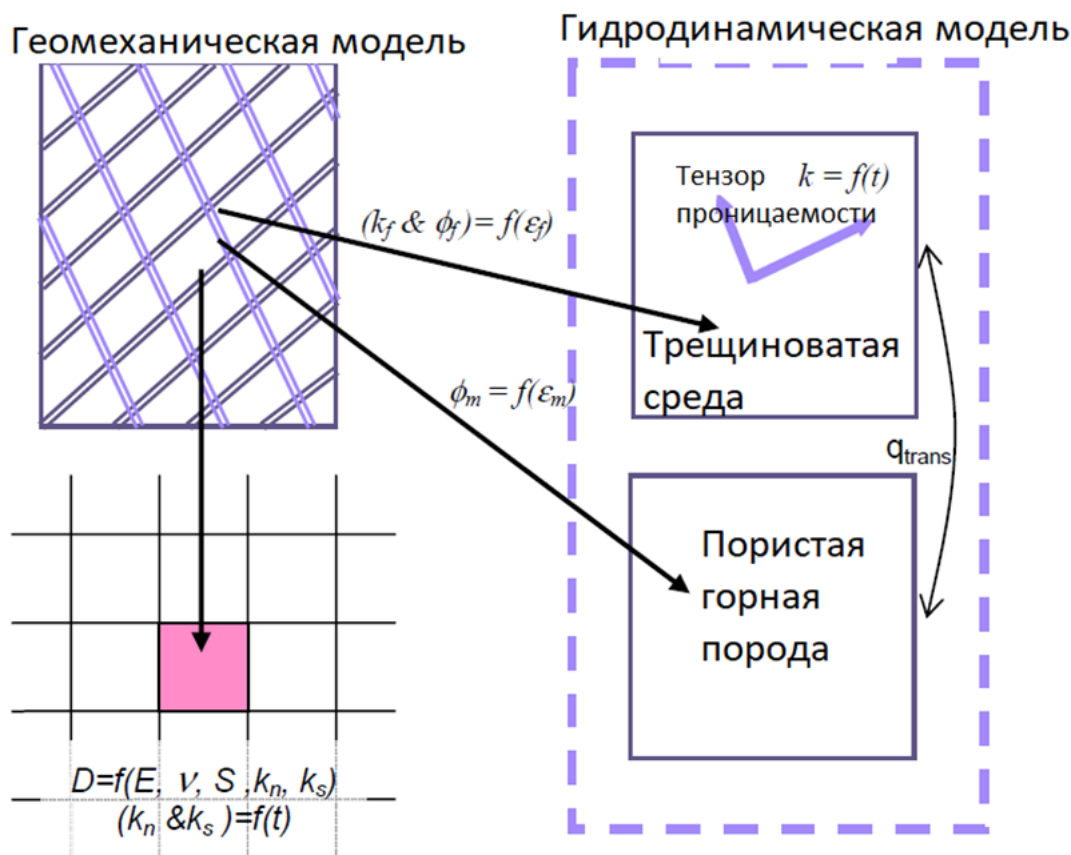


Рис. 6: Два масштаба в гидрогеомеханическом сопряжении

ценных фильтруемой жидкостью. Другой, не менее важный эффект, отличающий модель Setari от Hallili, заключается в возможности контроля изменений величины раскрытия трещин и, возможно, их направления, что позволяет явно определить наведенную НДС анизотропию тензора проницаемости.

Таким образом, одним из главных результатов использования геомеханической модели является прямое моделирование динамической проницаемости, вызванной деформированием трещиноватых пористых резервуаров в процессе фильтрации жидкости. При этом, как уже отмечалось, моделирование и расчет параметров НДС в рамках данной модели осуществляется в 2 этапа/масштаба (Рисунок 6).

На первом этапе находятся эффективные механические характеристики (эквивалентная матрица жесткости) для каждой подобласти (пористая упругая матрица + системы трещины внутри нее) на основе решения серии задач на ячейке периодичности [Мясников А.В. и др., 2016]. Далее на основе найденных эффективных механических параметров в подобластях решается геомеханическая задача о нахождении НДС во всей области. После чего идет обратная процедура - на основе рассчитанных глобальных напряжений решаются серии задач о нагружении матрицы и трещин в каждой из подобластей

для определения деформаций внутри матрицы и раскрытий (aperture) трещин, соответствующих текущему локальному НДС в окрестности трещины. Наконец, рассчитанные деформации матрицы и раскрытия трещин используются при вычислении пористости и проницаемости трещиноватой среды. При этом жесткость самих трещин также может меняться в процессе их деформирования. Рассчитанные пористости и проницаемости (матрицы и трещиноватой среды внутри нее) передаются в гидродинамический симулятор на основе модели двойной пористости, который определяет поле давлений во всей модели. Затем на основе рассчитанных давлений в матрице p_m и трещинах p_f определяется среднее давление в эффективном континууме и повторяется расчет НДС и параметров геомеханической модели. Уравнение для пористости в этом подходе не используется.

В случае итерационного сопряжения, описанный цикл повторяется в рамках одного шага по времени до тех пор, пока не будет достигнута сходимость между геомеханическим решателем и гидродинамическим симулятором. Для улучшения сходимости внутренних итераций можно зафиксировать пористость и проницаемость трещин (пористость матрицы при этом продолжает меняться), и производить их пересчет только в конце текущего шага по времени (Рисунок 7).



Рис. 7: Внутренние итерации в методе расщепления по физическим процессам для решения связанной гидрогеомеханической задачи о фильтрации жидкости сквозь пористую трещиноватую породу

Рассмотрим подробнее каждый шаг описанного алгоритма.

1. Начальные условия.

В начальный момент времени значения поровых давлений, пористости и проницаемости передаются из гидродинамической модели. Дополнительные

константы и коэффициенты, присутствующие в уравнениях, описывающих геомеханическую модель, передаются из результатов лабораторных испытаний на образцах керна. Множества трещин задаются в соответствии с результатами лабораторных испытаний, согласованно, для гидродинамической и геомеханической моделей. На их основе определяются начальные жесткости трещин и рассчитываются эффективные свойства для каждой из ячеек периодичности, соответствующей подобласти с заданными механическими свойствами матрицы и геометрией трещин. После чего рассчитывается начальное распределение напряжений и деформаций в рассматриваемой области на основе горного давления, соответствующего глубине залегания моделируемых пластов. Возможно также задание областей аномально высоких и аномально низких давлений, при помощи модификации начальных условий на определенных участках расчетной сетки.

1. Определение эффективных свойств пористой трещиноватой среды на ячейке периодичности.

Общая деформация ячейки периодичности состоит из деформации пористой среды (I) и деформации трещин (J), строчные индексы i и j соответствуют глобальной системе координат

$$\Delta\varepsilon_{ij} = \Delta\varepsilon_{ij}^I + \Delta\varepsilon_{ij}^J$$

Деформация каждого из континуумов рассчитывается при помощи закона Гука, здесь стоит напомнить, что переменная отвечающая за напряжения является функцией деформации и температуры, что позволяет учитывать пластические и термальные эффекты в породе

$$\Delta\varepsilon_{ij}^I = C_{ijkl}^I \Delta\sigma'_{kl}$$

$$\Delta\varepsilon_{ij}^J = C_{ijkl}^J \Delta\sigma'_{kl}$$

Здесь $\Delta\varepsilon_{ij}^I, \Delta\varepsilon_{ij}^J$ - тензоры деформаций в континуумах I и J , коэффициенты C_{ijkl}^I, C_{ijkl}^J - это коэффициенты комбинированной матрицы жесткости, $\Delta\sigma'_{kl}$ - комбинированный эффективный тензор напряжений, единый для обоих континуумов. Эффективный тензор напряжений учитывает НДС, а также поле давлений, создаваемых флюидом, насыщающим пористую среду и трещины (см. формулу (2)).

Помимо гидравлических эффектов, выраженных в виде поля давлений, матрица жесткости включает в себя геомеханические эффекты, связанные с деформацией трещин. Нормальные напряжения для одной трещины описываются в соответствии с гиперболической моделью [Bandis et al., 1983]

$$\sigma_n = \frac{\Delta v}{a - b\Delta v}$$

В этом выражении, Δv - представляет величину раскрытия трещины, коэффициенты a и b - константы определяемые из предельных случаев. Трещина

максимально закрывается при $\sigma_n \rightarrow \infty$, что соответствует

$$\Delta v_{\max} = \frac{a}{b}$$

При нулевом нормальном напряжении ($\sigma_n = 0$) коэффициент жесткости трещины в направлении нормали к её плоскости принимает асимптотическое значение

$$k_n = \frac{d\sigma_n}{d\Delta v} = \frac{1}{a \left(1 - \frac{b}{a}\Delta v\right)^2}$$

$$k_{ni} = k_n|_{\sigma_n \rightarrow 0} = \frac{1}{a}$$

Здесь k_{ni} – это изначальное значение коэффициента жёсткости.

В итоге получаем:

$$k_n = \frac{k_{ni}}{\left(1 - \frac{\Delta v}{\Delta v_{\max}}\right)^2}$$

Коэффициент жесткости определяет реакцию трещины на приложенное напряжение, что создаёт связь между трещиной и окружающим её материалом. Изменяя начальное значение этого коэффициента, можно моделировать трещины в различных материалах, используя различные значения k_{ni} , соответствующие этим материалам.

Коэффициенты жесткости эффективным образом входят в элементы матрицы жесткости D_{IJ} для трещин. Согласно энергетическому методу Хуанга [Huang et al, 1995], матрица жесткости D связывает деформацию трещины $\Delta\delta_J^f$ с приложенной к плоскости трещины силой с учетом того, что трещина насыщена флюидом с давлением p

$$\Delta\delta_J^f = D_{JK}\Delta\Gamma'_K$$

$$\Delta\Gamma'_K = \Delta\Gamma_K - p$$

Сила, приложенная вдоль нормали к плоскости трещины, выражается через НДС на ее берегах. Стоит заметить, что деформация трещины представлена в локальной системе координат, обозначенной заглавными индексами J, K , тогда как выражение для силы представлено в глобальной системе координат

$$\Delta\Gamma_k = \Delta\sigma_{kl}n_l^f$$

В итоге получаем следующую связь между деформациями и напряжениями по берегам трещины [Bagheri & Settari 2005, 2008]:

$$\left\{ \begin{matrix} \varepsilon_n^e \\ \varepsilon_s^e \\ \varepsilon_t^e \end{matrix} \right\} = \left[\begin{array}{ccc} \frac{1}{WK_n^e} & D_{12} & D_{13} \\ D_{12} & \frac{1}{WK_s^e} & 0 \\ D_{13} & 0 & \frac{1}{WK_t^e} \end{array} \right] \left\{ \begin{matrix} \sigma_n' \\ \tau_s' \\ \tau_t' \end{matrix} \right\}$$

Здесь K_n , K_s , K_t – текущие нормальная и тангенциальные жесткости трещин соответственно, W – текущее раскрытие трещины, D_{12} и D_{13} связывают сдвиговые напряжения и деформации по нормали к трещине.

Расчет эффективных механических свойств ячейки периодичности, содержащей пористую породу, пронизанную семействами трещин, присутствующих в контрольном объеме, производится на основе конечноэлементного решения серии задач об определении НДС внутри ячейки периодичности с заданными выше упругими модулями матрицы и трещин и прямого численного осреднения полученных результатов [Мясников А.В. и др., 2016].

1. Решение геомеханической задачи.

На основе рассчитанных на предыдущем шаге эффективных механических характеристик пористой трещиноватой среды и эффективного порового давления решается геомеханическая задача об определении НДС в области, занимаемой моделируемом пластом (2).

1. Пересчет параметров пористой трещиноватой среды.

На основе рассчитанного поля напряжений решается серия задач об определении НДС на ячейках периодичности в подобластях с граничными условиями, соответствующими локальному значению напряжений. По полученным нормальным напряжениям на берегах трещин определяются их новые величины раскрытий:

$$\sigma_n = \frac{\Delta v}{a - b\Delta v}$$

и новые значения жесткостей трещин:

$$k_n = \frac{k_{ni}}{\left(1 - \frac{\Delta v}{\Delta v_{\max}}\right)^2}$$

Далее пористость матрицы ϕ_m пересчитывается на основе полученных значений объемной деформации матрицы и пористости матрицы ϕ_i на предыдущем шаге:

$$\phi = \phi_i (1 + \varepsilon_v)$$

Объемная деформация ε_v определяется на основе значений главных деформаций ε_1 , ε_2 и ε_3

$$\varepsilon_v = \frac{\Delta V}{V} = (1 + \varepsilon_1)(1 + \varepsilon_2)(1 + \varepsilon_3) - 1 = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 + \{\varepsilon_1\varepsilon_3 + \varepsilon_2\varepsilon_3 + \varepsilon_1\varepsilon_2 + \varepsilon_1\varepsilon_2\varepsilon_3\}$$

Здесь $\Delta V/V$ – это соотношение изменения контрольного объема к его значению до деформации. В предположении малых деформаций, член, заключенный в фигурные скобки, стремится к нулю и объемную деформацию можно представить в простом виде

$$\varepsilon_v = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3$$

Новая проницаемость породы вычисляется согласно уравнению Козени-Кармана [Costa, 2006], как функция пористости породы и геометрических характеристик каналов в пористой среде:

$$k = \frac{\phi}{f\tau\Sigma_p^2}$$

Здесь f – параметр формы пористых каналов, $\tau = (L_a/L)^2$ – коэффициент извилистости пористых каналов, где L_a – это длина извилистого канала и L это длина контрольного объема, вдоль которого проходит извилистый канал, Σ_p – площадь удельной поверхности порового пространства.

Аналогично обновленная пористость трещин ϕ_f определяется на основе изменения объема, занимаемого трещинами в ячейке периодичности (рассчитывается на основе деформаций берегов трещин), и изменения объема самой ячейки, рассчитываемого по формуле:

$BV = (1 + \varepsilon_v) * BV_i$, здесь BV , BV_i – текущий и начальный объемы ячейки периодичности соответственно.

Новая проницаемость трещин рассчитывается на основе полученных выше новых величин раскрытий трещин путем их подстановки в эмпирическую модель, описанную в [Gupta et al., 2001]:

$k_f = \lambda * f * \nu^3$, здесь ν – раскрытие трещины, безразмерная константа λ изменяется от 0 до 1/12, приближаясь к верхнему предельному значению 1/12, когда система трещин представляет собой плоские параллельные каналы, а нижнее предельное значение - 0, когда в системе нет проточных каналов (закрытые трещины), f – плотность трещин, равная числу трещин в ячейке периодичности трещиноватой породы, деленную ее на характерный размер.

В упрощенном варианте возможно не решать задачу об определении НДС на каждой ячейке периодичности, а напрямую использовать локальные напряжения, полученные из решения геомеханической задачи в пласте, для расчета новых пористостей и проницаемостей в матрице и трещинах по формулам, приведенным выше. Однако в этом случае необходимо разделить суммарные напряжения на напряжения в матрице и трещинах для определения соответствующих деформаций. Напряжения в трещине рассчитываются по формуле

$\Gamma_n = \sigma_{nn} - p^f$, здесь Γ_n – нормальные напряжения, действующие на берегах трещины, σ_{nn} – проекция полных напряжений на нормаль к трещине, p^f – давление жидкости в трещине.

Для определения новой пористости трещин необходимо вначале определить объем, занимаемый ими. Объем в этом случае рассчитывается как произведение нового раскрытия на площадь поверхности трещин, которая, в свою очередь, определяется по приближенной формуле:

$$A^f = BV/S$$

Здесь BV – актуальный объем ячейки периодичности, S – расстояние между трещинами.

Аналогично напряжения в матрице находятся по формуле (2).

Рассчитанные пористости и проницаемости матрицы и трещин передаются далее в гидродинамический симулятор для определения новых полей давлений.

5. Численные исследования

Первостепенным численным исследованием, связанным с описанной выше методикой, является определение степени влияния на результат сопряжения алгоритма. Исходная методика [Bagheri & Setari] основывалась на сильно ограниченном аналитическом решении для определения эффективных упругих свойств и не претендовала на определение прочностных. Поэтому их метод сопряжения был итерационным и менять его на псевдоитерационные не было особой необходимости.

В нашем случае эффективные упруго-прочностные свойства определяются численно в каждой точке пространства в результате решения пространственной упругопластической задачи. Поэтому сокращение частоты обмена данными, то есть уменьшение степени сопряжения, является принципиально важным в данном подходе.

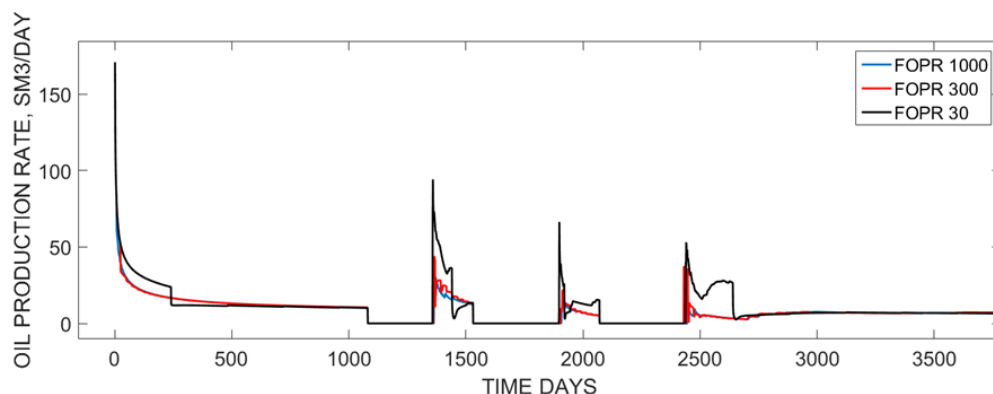


Рис. 8: График дневной нефтедобычи на скважине при циклической закачке CO_2 . Коричневая кривая: 30 шагов процедуры сопряжения; красная кривая: 300 шагов процедуры сопряжения; синяя кривая: 1000 шагов процедуры сопряжения.

Для ответа на вопрос о влиянии степени сопряжения на итоговый результат было проведено моделирование процедуры циклической закачки CO_2 в формации Баженовской свиты (Пальяновский разрез). Для проведения расчетов были использованы технологические, геометрические и петрофизические параметры модели из ранее описанной работы [Porov et al, 2016]. Жесткость трещины определялась исходя из модуля Юнга ряда сланцевых пород; использовалось значение 8 ГПа, что является типовым для Баженовской свиты.

На рисунках 8 и 9 приведены результаты расчетов суточной и накопленной добычи нефти с различной степенью сопряжения. Как видно из гра-

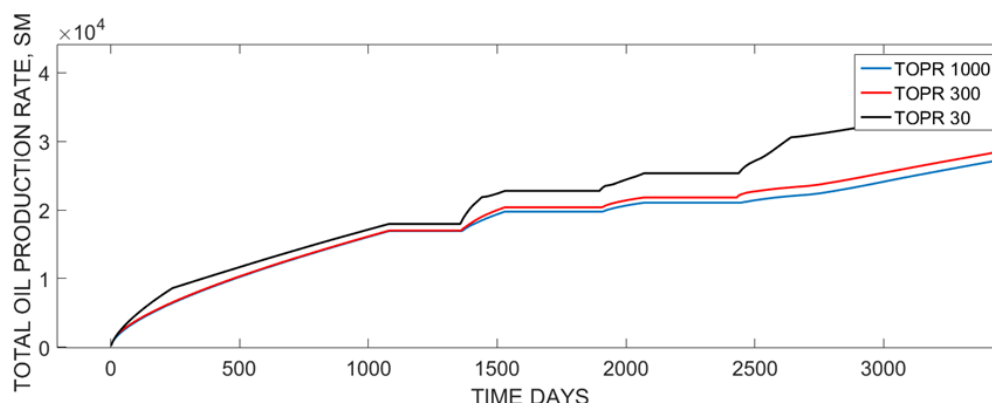


Рис. 9: График интегральной нефтедобычи на скважине при циклической закачке CO_2 . Коричневая кривая: 30 шагов процедуры сопряжения; красная кривая: 300 шагов процедуры сопряжения; синяя кривая: 1000 шагов процедуры сопряжения.

фигов, при малом количестве шагов сопряжения гидродинамической и геомеханической модели (30 шагов на 20 лет расчета), результаты вычислений демонстрируют более позитивный прогноз эффективности технологии закачки CO_2 . Однако при дальнейшем увеличении количества точек сопряжения (300 шагов), результаты демонстрируют снижение эффективности, как по накопленной, так и по суточной добыче. Стоит отметить, что при дальнейшем увеличении шагов, результаты существенно не меняются, что позволяет утверждать о стабильности полученного решения. Таким образом, существует минимальное необходимое число точек совмещения гидродинамической и геомеханической моделей, в рамках выше описанного алгоритма. Вопрос устойчивости решений при выбранной степени сопряжения на данный момент детально не изучен и является целью для дальнейших работ.

На рисунке 10 представлены гистограммы распределения проницаемостей на различных шагах совмещения гидродинамической и геомеханической моделей.

Как видно из Рисунка 10, учет геомеханических процессов в породе существенно сказывается на распределении проницаемостей и, соответственно, фильтрационных свойствах породы. Стоит отметить, что определяющую роль на изменение напряженного состояния пласта оказывает режим работы скважины. Так, если на графике 10.1 мы видим распределение проницаемости близкое к значению 0.17 (изначально оно полагалось равным 0.17 мД), то через 2 месяца работы скважины на истощение, гистограмма проницаемости стала смещаться в область минимальных значений. Противоположный эффект наблюдается на графике 10.5, который соответствует моменту конца третьего цикла закачки CO_2 : проницаемости в ячейках смещаются к максимальным значениям. Интересный эффект наблюдается на рисунке 10.6, когда в процессе длительной работы скважины на истощение распределение стремится к равномерному. Это можно интерпретировать как появление

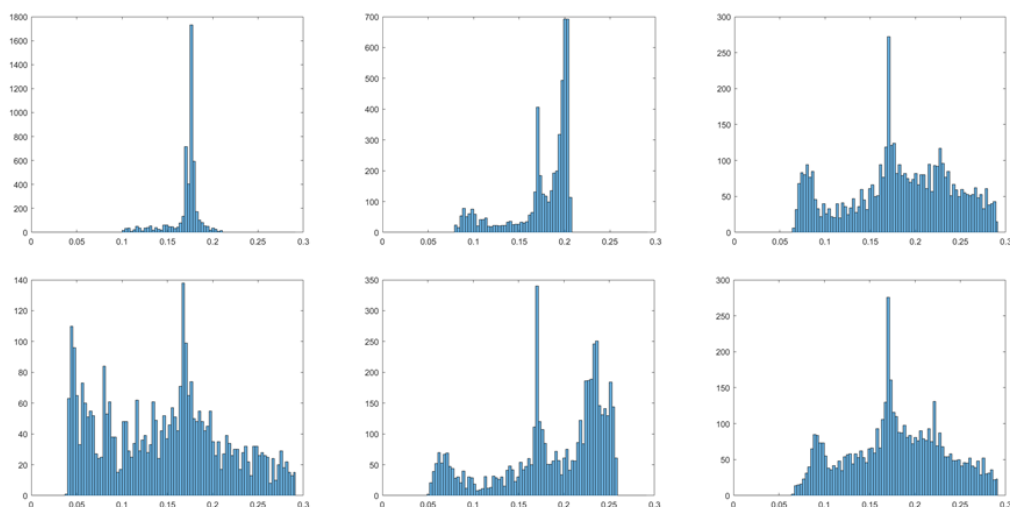


Рис. 10: Гистограммы распределений кубов проницаемостей на различных шагах совмещения для расчета прогноза добычи на 20 лет с 1000 шагами совмещения. Слева-направо, сверху-вниз: 1) первый цикл, 2) 10-ый цикл 3) 100-ый цикл 4) 200-ый цикл 5) 400-ый цикл 6) 800-ый цикл.

зон с сомкнувшимися трещинами в одном направлении и появление зон разряжения в противоположном. Данный вопрос стоит изучить в дальнейших работах.

6. Заключение

В статье представлена краткая классификация алгоритмов сопряжения гидродинамических и геомеханических симуляторов, позволяющих моделировать связанные процессы деформирования трещиноватых пород и фильтрации жидкости в них с учетом динамического изменения параметров среды: пористость, проницаемость, упругие модули породы и раскрытие трещин. Особое внимание уделено алгоритму внешнего итерационного и псевдоитерационного сопряжения гидродинамического симулятора с CAE Fidesys. В сочетании с методикой Багери-Сетари, такие алгоритмы сопряжения позволяют обойтись без явного вывода уравнения для пористости и определять в процессе расчета эффективные упруго-прочностные параметры среды, меняющиеся в процессе разработки. Проведены первичные исследования зависимости степени сопряжения на результаты расчетов. Оказалось, что для среды с параметрами Пальяновского месторождения Баженовской свиты степень сопряжения влияет на характеристики добычи, что может критически сказаться на эффективности применения новых технологий разработки нетрадиционных коллекторов.

Авторы выражают благодарность профессору МГУ имени М.В. Ломоносова В.Ан. Левину за внимание при подготовке данной статьи.

СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вавакин Л. С, Салганик Р. Л. Об эффективных характеристиках неоднородных сред с изолированными неоднородностями // Изв. АН СССР. Механика твердого тела 1975, № 3. С. 65-75.
2. Зингерман К. М., Левин В. А Перераспределение конечных упругих деформации после образования включений. Приближенное аналитическое решение// Прикладная математика и механика 2009. Т. 73, выпуск 6. С. 983-1001.
3. Коноваленко Иг. С., Смолин А. Ю., Никонов А. Ю., Псахье С. Г. Многоуровневое моделирование деформации и разрушения хрупких пористых материалов на основе метода подвижных клеточных автоматов. Физическая мезомеханика. Выпуск № 5 / том 12 / 2009
4. Кристенсен Р. Введение в механику композитов. – М., Мир, 1982.
5. Левин В. А., Зингерман К. М., Вершинин А. В. Геомеханическое моделирование роста трещин при конечных деформациях. Зоны предразрушения // Технологии сейсморазведки. – 2014. – № 4. – С. 34–39.
6. Левин В. А., Калинин В.В., Зингерман К.М., Вершинин А.В. Развитие дефектов при конечных деформациях. Компьютерное и физическое моделирование. / Под ред. В.А Левина. – М., Физматлит, 2007. – 392 с.
7. Левин В.А. О концентрации напряжений вблизи отверстия, образованного в предварительно напряженном теле из вязкоупругого материала // ДАН СССР. 1988. Т. 299, № 5.
8. Левин В.А., Зингерман К.М. О построении эффективных определяющих соотношений для пористых упругих материалов при конечных деформациях и их наложении // Доклады РАН. 2002. Т. 382, № 4. – С. 482-487.
9. Левин В. А., Вершинин А. В. Численные методы. Параллельные вычисления на ЭВМ Т.2 (Нелинейная вычислительная механика прочности. Цикл монографий в 5 томах под. ред. В.А. Левина). – ФИЗМАТЛИТ Москва, 2015. – С. 544.
10. Левин В.А., Лохин В.В., Зингерман К.М. Об оценке эффективных характеристик пористых материалов при больших деформациях // Вестник МГУ. Серия Математика, механика 1996, № 6. С. 48-50
11. Левин В.А. Многократное наложение больших деформаций в упругих и вязкоупругих телах. – М.: Наука. Физматлит, 1999. – 224 с.
12. Левин В.А., Лохин В.В., Зингерман К.М. Об одном способе оценки эффективных характеристик пористых тел при конечных деформациях // Известия РАН Механика твердого тела. 1997. № 4. С 45-50.

13. Лурье А.И. Нелинейная теория упругости. М., Наука, 1980. – 512 с.
14. Марчук Г. И. Методы вычислительной математики. Главная редакция физико-математической литературы издательства «Наука», Л1, 1977, 456 стр.
15. Морозов Е. М., Левин В. А., Вершинин А. В. Прочностной анализ. Фидесис в руках инженера. — ИЗДАТЕЛЬСКАЯ ГРУППА URSS Москва, 2015. — С. 408.
16. Р.Ф. Мифтахов, А.В. Мясников, А.В. Вершинин, С.С. Чугунов, К.М. Зингерман О построении гидрогеомеханических моделей сланцевых формаций // Технологии сейсморазведки. — 2015. — № 4. — С. 97–108.
17. А. В. Мясников, Ю. П. Стефанов, В. П. Стенин, Д.Д. Бек, А.И. Ахтямова. О возможном решении задачи дизайна многостадийного ГРП в баженовских формациях // *Недропользование XXI*. — 2016. — № 6. — С. 62–79.
18. Победря Б.Е. Механика композиционных материалов — М. Изд-во МГУ, 1984.-336 с.
19. Победря Б.Е. Численные методы в теории упругости и пластичности. — Издательство Московского Университета, 1995.
20. Седов Л.И. Введение в механику сплошной среды. — М.: Физматгиз, 1962. - 284 с
21. Седов Л.И. Механика сплошной среды. Т. 2 — М. Наука, 1994 —560 с.
22. Соннов Максим, Вершинин Анатолий, Жуков Владислав, Юрий Овчаренко, Сергей Лукин, Александра Глазырина. Геомеханическое моделирование околоскважинной зоны // *Oil&Gas Journal Russia*. — 2017. — № 1-2 [112]. — С. 72–76.
23. Фильштинский Л.А. Напряжения и смещения в упругой плоскости, ослабленной двоякопериодической системой одинаковых круглых отверстий// Прикл. матем. и мех. 1964. Т. 28, № 3. С. 430-441.
24. Л. А. Хакимова, А. В. Мясников, Т. М. Бондаренко, Е.Ю. Попов, А.Н. Черемисин, И.А. Карпов. Валидация численной модели процесса закачки воздуха высокого давления на месторождении баженовской свиты на основе результатов физического моделирования // Нефтяное хозяйство. — 2017. — № 4. — С. 85–89.
25. Официальный сайт ООО «Фидесис» [Электронный ресурс] <http://caefidesys.com/>

REFERENCES

1. Aboudi J. Micromechanics-based thermoviscoelastic constitutive equations for rubber-like matrix composites at finite strains // *International Journal of Solids and Structures*. 2004. V. 41. – P. 5611–5629.
2. Amadei, B., and Goodman, R.E. 1981. A 3-D constitutive relation for fractured rock masses. In *Proceedings of the International Symposium on the Mechanical Behavior of Structured Media*, Ottawa. pp. 249–268.
3. Andersen M.A. (1995). “Petroleum Research in North Sea Chalk”. Stavanger, Norway: RF–Rogaland Research (1995): 142.
4. Bagheri, M. 2006. Modeling geomechanical effects on the flow properties of fractured reservoirs. Ph.D thesis, University of Calgary, Calgary, Alta.
5. Bagheri, M., Settari, A. Modeling of Geomechanics in Naturally Fractured Reservoirs – SPE-93083-MS, SPE Reservoir Simulation Symposium, Houston, USA, 2005.
6. Bagheri, M., Settari, A. Effects of fractures on reservoir deformation and flow modeling // *Can. Geotech. J.* 43: 574–586 (2006) doi:10.1139/T06-024
7. Bagheri, M., Settari, A. Modeling Coupled Fluid Flow and Deformation of Fractured Reservoirs Using Full Tensor Permeability // SPE paper 113319. Europec/EAGE Conference and Exhibition, 9-12 June 2008, Rome, Italy. DOI: <http://dx.doi.org/10.2118/113319-MS>
8. Bandis, S.C., Lumsden, A.C., and Barton, N.R. 1983. Fundamentals of rock joint deformation. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Science and Geomechanics Abstracts*, 20: 249–268.
9. Barton, N.R., and Choubey, V. 1977. The shear strength of rock joints in theory and practice. *Rock Mechanics*, 10: 1–54.
10. Bruhns O. T., Schiesse P. A continuum model of elastic-plastic materials with anisotropic damage by oriented microvoids // *European Journal of Mechanics A: Solids*. 1996. V. 15, 3. – P. 367–396.
11. Chen, H.-Y., & Teufel, L. W. (1997, January 1). Coupling Fluid-Flow and Geomechanics in Dual-Porosity Modeling of Naturally Fractured Reservoirs. *Society of Petroleum Engineers*. doi:10.2118/38884-MS
12. Costa A. Permeability-porosity relationship: A reexamination of the Kozeny-Carman equation based on a fractal pore-space geometry assumption // *Geophysical Research Letters*. 2006. 33. 2. C.
13. F. Daim, E. R., Hilhorst D., Mainguy M., Masson R. A preconditional Conjugate Gradient Based Algorithm for Coupling Geomechanical-Reservoir Simulations *Rev. IFP*. 2002. T. 57. – C. 515-524.

14. Fish J., Fan R. Mathematical homogenization of nonperiodic heterogeneous media subjected to large deformation transient loading // International Journal for Numerical Methods in Engineering. 2008. V. 76. – P. 1044–1064.
15. Fish J. Multiscale Modeling and Simulation of Composite Materials and Structures // Lecture Notes in Applied and Computational Mechanics. 2011. V. 55. – P. 215-231.
16. Firoozabadi, A., Thomas, L. K. Sixth Comparative Solution Project: Dual Porosity Simulators Journal of Petroleum Technology. 1990. T. 42. – С. 710 – 715.
17. Goodman, R.E. 1976. Methods of geological engineering in discontinuous rocks. West Publication Company.
18. Hashin. Z. The elastic moduli of heterogeneous materials. – J. Appl. Mech., 1962, v.29, p. 143.
19. Hashin Z., Shtrikman S. On some variational principles in anisotropic and nonhomogeneous elasticity // Journal of the Mechanics and Physics of Solids. 1962. V. 10. – P. 335–342.
20. Hashin Z., Shtrikman S. A variational approach to the theory of the elastic behavior of multiscale materials // Journal of the Mechanics and Physics of Solids. 1963. V. 11. – P. 127–140.
21. Hernandez I., Numerical Reservoir Simulation Coupled with Geomechanics. 2011. SPE-152364-STU.
22. Huang, T. H., Chan, C. H., Yang, Z. Y. Elastic Moduli for Fractured Rock Mass Rock Mechanics and Rock Engineering. 1995. T. 28, № 3. – С. 135–144.
23. Hill R. Elastic properties of reinforced solids: some theoretical principles // Journal of the Mechanics and Physics of Solids. 1963. V. 11. – P. 357–372.
24. Hohe J., Becker W. A probabilistic approach to the numerical homogenization of irregular solid foams in the finite strain regime // International Journal of Solids and Structures. 2005. V. 42. – P. 3549–3569.
25. Jalali M., Dusseault M. Coupled Fluid-Flow and Geomechanics In Naturally Fractured Reservoirs ISRM-ARMS5-2008-153.
26. Kachanov M., Sevostianov I. On quantitative characterization of microstructures and effective properties // International Journal of Solids and Structures. 2005. V. 42. – P. 309-336.
27. Kachanov M., Tsukrov I., Shafiro B. Effective moduli of a solid with holes and cavities of various shapes// Appl. Mech. Reviews. 1994. V. 47, № 1, Part 2. P. S151-S174.

28. Khalili, N., Valliapan, S. Unified theory of flow and deformation in double porous media *European Journal of Mechanics*. 1996. T. 15, № 2. – P. 321–336.
29. Levin V.A., Zingerman K.M. Effective Constitutive Equations for Porous Elastic Materials at Finite Strains and Superimposed Finite Strains// *Trans. ASME. Journal of Applied Mechanics*. 2003. Vol. 70, No. 6. – P. 809–816.
30. Levin V.A., Lokhin V.V., Zingerman K.M. Effective elastic properties of porous materials with randomly dispersed pores. Finite deformation // *Trans. ASME. Journal of Applied Mechanics*. 2000. V. 67, No. 4. – P. 667-670.
31. Lewis, R. W., Ghafouri, H. R. A novel FE DP model for multiphase flow through deformable fractured porous media *Int. J. for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*. 1997. T. 21. – C. 789–816.
32. Lewis, R. W., Pao, W. K. S. Numerical simulation of Three-Phase Flow in Deforming Fractured Reservoir *Oil & Gas Science and Technology*. 2002. T. 57, № 5. – C. 499–514.
33. Mauge C., Kachanov M. Effective elastic properties of an anisotropic material with arbitrary oriented interacting cracks // *J. Mech. Phys. Solids*. Vol. 42 №4. P. 561-584.
34. Mercier S., Molinari A., Berbenni S., Berveiller M. Comparison of different homogenization approaches for elastic–viscoplastic materials // *Modeling and Simulation in Material Science and Engineering*. 2012. V. 20. 024004.
35. Mori T., Tanaka K. Average stress in matrix and average energy of materials with misfitting inclusions // *Acta Metallurgica*. 1973. V. 21. – P. 571-574.
36. Myasnikov, A. V., Vershinin, A. V., & Sboychakov, A. M. A generalization of geomechanical model for naturally fractured reservoirs // *Proceedings - SPE Russian Petroleum Technology Conference and Exhibition, 24-26 October 2016, Moscow, Russia*. — Vol. 2. — Moscow, 2016. — P. 1050–1092
37. E. Popov, A. Myasnikov, A. Cheremisin, R. Miftakhov, V. Stukachev, A. Mukhametdinova. Experimental and computational complex for determination of the effectiveness of cyclic carbon dioxide injection for tight oil reservoirs / *Proceedings - SPE Russian Petroleum Technology Conference and Exhibition, 24-26 October 2016, Moscow, Russia*. — Vol. 2. — Moscow, 2016. — P. 811–830.
38. Samier, P., DeGennaro, S. Practical iterative coupling of GeoMechanics with reservoir simulation, *SPE 106188*. 2007
39. Smit R.J.M., Brekelmans W.A.M., Meijer H.E.H. Prediction of the mechanical behavior of nonlinear heterogeneous systems by multi-level finite element modeling // *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 1998. V. 155, 1–2. – P. 181–192.

40. Stefanov Y. P., Myasnikov A. V. Modeling of inelastic deformation around vertical and horizontal wells // AIP Conference Proceedings. — 2015. — Vol. 1683. — P. 020221–1–020221–4.
41. Talbot D.R. S., Willis J. R. Bounds for the effective constitutive relation of a nonlinear composite // Proceedings of the Royal Society A. 2004. V. 460. — P. 2705–2723.
42. Tsukrov I., Kachanov M. Effective Moduli of an Anisotropic Material with Elliptical Holes of Arbitrary Orientational Distribution // International Journal of Solids and Structures. 2000. V. 37. — P. 5919–5941.
43. Tsukrov I., Novak J. Effective Elastic Properties of Solids with Defects of Irregular Shapes // International Journal of Solids and Structures. 2002. V. 39. — P. 1539–1555.
44. Vershinin A.V., Levin V.A., Zingerman K.M., Sboychakov A.M., Yakovlev M.Ya. Software for estimation of second order effective material properties of porous samples with geometrical and physical nonlinearity accounted for // Adv. Eng. Softw., V. 86, 2015. — P. 80–84.
45. Yarushina, V. M., and Y. Y. Podladchikov (2015), (De)compaction of porous viscoelastoplastic media: Model formulation, J. Geophys. Res. Solid Earth, 120, doi:10.1002/2014JB011258.
46. Viktoriya M. Yarushina, David Bercovici and Michael L. Oristaglio, Rock deformation models and fluid leak-off in hydraulic fracturing. Geophysical Journal International, Volume 194, issue 3, pages 1514–1526. DOI: <http://dx.doi.org/10.1093/gji/ggt199>
47. Wilmanski, K.: Continuum Thermodynamics, Part I: Foundations, Wold Scientific, Singapore, 2008, ISBN 978-981-283-556-7.
48. Youshinaka, R., and Yamabe, T. 1986. Joint stiffness and the deformation behavior of discontinuous rock. International Journal of Rock Mechanics and Mining Science and Geomechanics Abstracts, 23(1): 19–28.
49. Zienkiewicz, O.C.; Taylor, R.L. The finite element method. Vol. 1. The basis. Butterworth-Heinemann: Oxford, United Kingdom, 2000, 707 pp.
50. Zienkiewicz, O.C.; Taylor, R.L. The finite element method. Vol. 2. Solid mechanics. Butterworth-Heinemann: Oxford, United Kingdom, 2000, 479 pp.
51. Official website of Fidesys LLC www.cae-fidesys.com

получено 22.05.2017

принято в печать 14.09.2017