**Пример решения контрольной задачи**

**на линейные колебания системы с одной степенью свободы.**

Система трех тел движется под действием переменного момента и испытывает действие двух пружин, вязкое сопротивление вращению катка движущегося без проскальзывания, и линейного демпфера. Стержни имеют разную длину и массу.

s

B

m1g

m2g

с1

𝛽

m3g

c’

φ

MoSinpt

β' ρ

φ1

А

**Найти:**

1. Соотношение статических деформаций пружин

2. Условие устойчивости изображенного положения равновесия.

3. Дифференциальное уравнение малых движений системы

**Решение:**

А.Костарев

Обозначим массы, жесткости и коэффициенты сопротивления. Система имеет одну степень свободы, поскольку нить нерастяжима и натянута пружиной, а каток катится без проскальзывания.

1. Составим квадратичную форму кинетической энергии. Как известно, Т приобретает вид формы в момент прохождения системой положения равновесия, изображенного на рисунке.

Кинематические связи:

Получаем квадратичную форму

Здесь а- коэффициент инертности системы

1. Составим квадратичную форму функции Рэлея Ф. Как известно, Ф приобретает вид формы в момент прохождения системой положения равновесия, изображенного на рисунке.

Кинематическая связь

Квадратичная форма Ф

Здесь b – приведенный коэффициент сопротивления системы

А.Костарев

1. Найдем квадратичную форму потенциальной энергии. Как известно, потенциальная энергия равна работе потенциальных сил при возвращении системы в положение равновесия. Сила тяжести m3g не совершает работы, поскольку она перпендикулярна перемещению центра катка. Деформация линейной пружины в отклоненном положении складывается из статической деформации и суммы перемещений концов пружины при повороте (концы пружины при этом движутся в противоположные стороны).

Система нелинейная, поскольку тригонометрические функции являются рядами по

Приходится рассматривать малые колебания: и отбросить в разложениях слагаемые более высоких порядков, обозначенные многоточием.

Покажем, что потенциальная энергия является квадратичной формой обобщенной координаты

Слагаемые с нулевой степенью сокращаются. Так и должно быть, поскольку в положении равновесия потенциальная энергия равна нулю.

Слагаемые с первой степенью тоже должны отсутствовать по условию равновесия.

Приравняем нулю коэффициент при первой степени . Его можно вычислить как значение первой производной в положении равновесия. Но проще собрать коэффициенты при первой степени

Это выражение можно назвать «соотношением статических деформаций». Оно показывает, что в положении равновесия можно задать только одну статическую деформацию. Вторая должна быть определена из соотношения.

Таким образом, потенциальная энергия действительно является квадратичной формой Найдем коэффициент жесткости системы с. Он равен

Но проще найти его, как коэффициент при в выражении потенциальной энергии

Условием устойчивости положения равновесия является

Видим, что условие выполняется при любых значениях параметров.

1. Найдем обобщенную вынуждающую силу, возникающую от переменного момента, приложенного к катку

вычислив мощность момента при положительной возможной обобщенной скорости . Направления момента и угловой скорости противоположны, поэтому

Составим дифференциальное уравнение малых колебаний системы. Подставив квадратичные формы Т, П и Ф в уравнение Лагранжа

получим

Поделив на а

Здесь

А.Костарев