Санкт-Петербургский Политехнический Университет Петра Великого
Кафедра Теоретической Механики

Исследование коэффициента сдвига в зависимости от параметров сечения стержня

А.С. Филимонов, выпуск 2017
Научный руководитель: д. ф.-м. н., проф. Каф. «Теоретическая механика», Иванова Е.А.

Аннотация

В работе проведен численный эксперимент с использованием конечно-элементного пакета ABAQUS. На основании проведенных расчетов получена формула для коэффициента сдвига, выражающая его зависимость от безразмерных параметров, характеризующих геометрию сечения.

Цели работы

Целью данной работы является определение коэффициентов сдвига прямолинейных тонкостенных стержней на основании численного эксперимента. Также требуется провести исследование влияния формы сечения стержня на коэффициент сдвига.

Тестовая задача на определение модуля сдвига на растяжение

Рассматривается стержень длиной l. Один конец стержня жестко закреплен, то есть этот конец не может ни поворачиваться, ни перемещаться. На другой конец действует продольная сила $\mathbf{N} = N_0\mathbf{k}$.

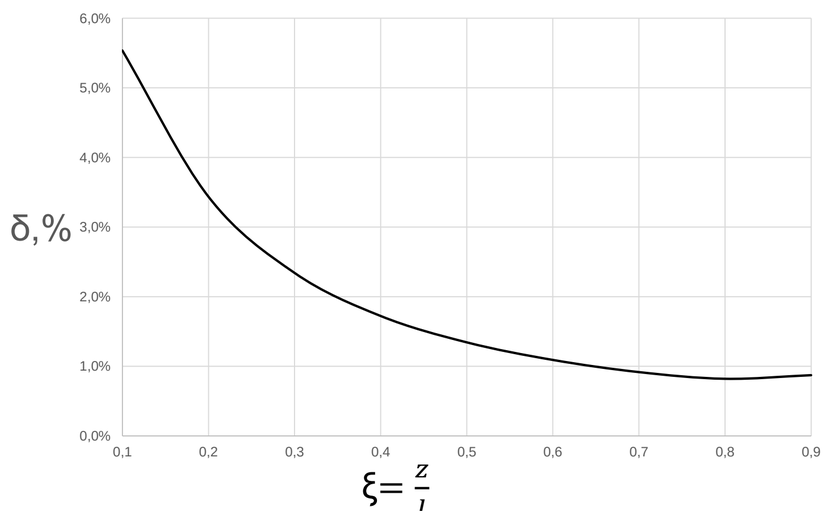
Полученная формула для модуля жесткости при растяжении:

$$A_z = \frac{N_0 z}{\mathrm{u}^{(3)}(z)};$$

Хорошо известна формула для модуля жесткости: $A_{z0} = \mathrm{ES}$
Где E — модуль Юнга, S — площадь поперечного сечения.
Сравним результаты вычислений модуля жесткости по известной формуле (19) и по полученной (18). Для этого введем относительную погрешность измерений δ:

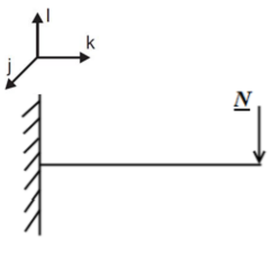
$$\delta = \frac{A_z - A_{z0}}{A_{z0}} \cdot 100\%$$

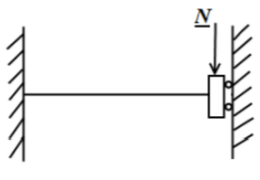
Решение соответствующей задачи строилось в пакете Abaqus. Построим график зависимости относительной погрешности величин A_z и A_{z0} от безразмерной координаты сечения стержня $\xi = \frac{z}{l}$ для рассматриваемого случая:



По этому графику видно, что чем дальше от заделки находится координата сечения, тем меньше погрешность между известной и полученной формулами.

Постановка задачи для определения коэффициента сдвига





$$u_1 = \frac{N_0}{A_x} z + \frac{N_0}{2C_y}\left(z^2 l - \frac{z^3}{3}\right) \qquad u_2 = \frac{N_0}{A_x} z + \frac{N_0}{2C_y}\left(\frac{z^2 l}{2} - \frac{z^3}{3}\right)$$

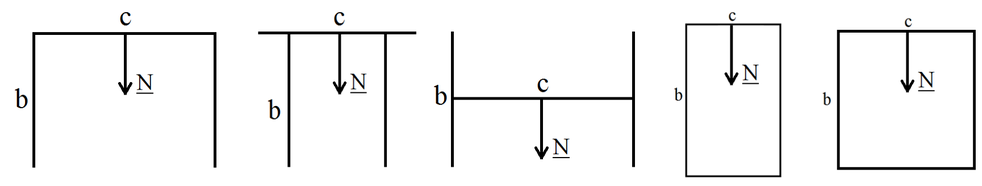
Итоговая формула для модуля жесткости на поперечный сдвиг:

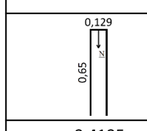
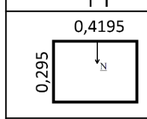
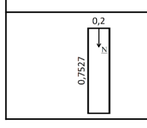
$$A_x = \frac{3\xi l N_0}{2u_2(3-\xi) - u_1(3-2\xi)}$$

Перейдем от найденного модуля к коэффициенту сдвига: $k = \frac{A_x}{\mathrm{GS}}$

Результаты

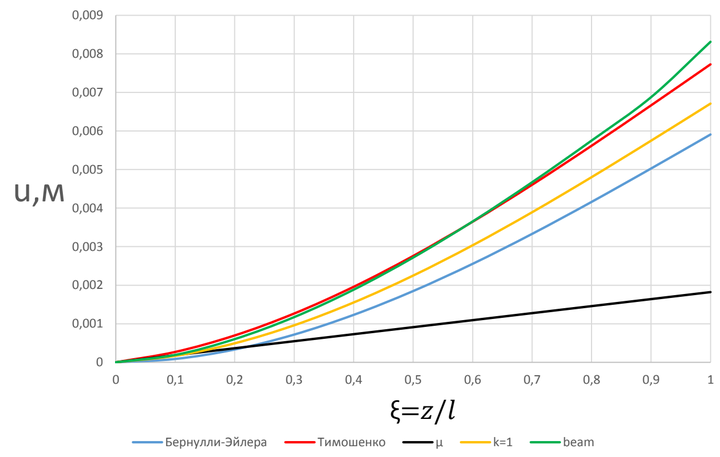
Основные используемые типы сечений для исследования:

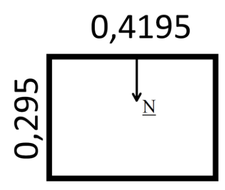


Форма сечения	a, м	b, м	c, м	ξ, м	Коэф. сдвига
	0,02	0,3	0,829	0,4	0,3144
				0,6	0,2843
				0,9	0,2783
	0,02	0,65	0,129	0,4	0,8342
				0,6	0,8297
				0,9	0,8267
	0,02	0,295	0,4195	0,4	0,3583
				0,6	0,3473
				0,9	0,3360
	0,02	0,801	0,209	0,4	0,7649
				0,6	0,7610
				0,9	0,7547

По приведенным значениям в таблице видно, что коэффициент сдвига принимает различные значения. Можно также заметить, что чем меньше *c* — ширина наших сечений и чем больше длина сторон (*b*), тем ближе коэффициент сдвига к 1. Можно также заметить, что коэффициент сдвига не зависит от позиции сечения.

Сравнение решений задачи для балки Бернулли-Эйлера и Тимошенко





толщина a = 0.02,
$k_{\text{ср}} = 0{,}347$

Зависимость коэффициента сдвига от безразмерного параметра

Выпишем уравнение аппроксимирующей кривой, которая была получена при оценке всех полученных результатов, нанесенных на график:

$$y = 0.0831x^2 + 0.5556x - 0.0862$$

Где $y = k\sqrt{\frac{J_x}{J_y}}$, $x = \sqrt{\frac{J_x}{J_y}}$, k — коэффициент сдвига.

$$k = 0.0831\sqrt{\frac{J_y}{J_x}} + 0.5556 - 0.0862\sqrt{\frac{J_x}{J_y}}$$

Основной результат

Определена зависимость коэффициента сдвига от безразмерных параметров