

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
Институт прикладной математики и механики
Кафедра теоретической механики

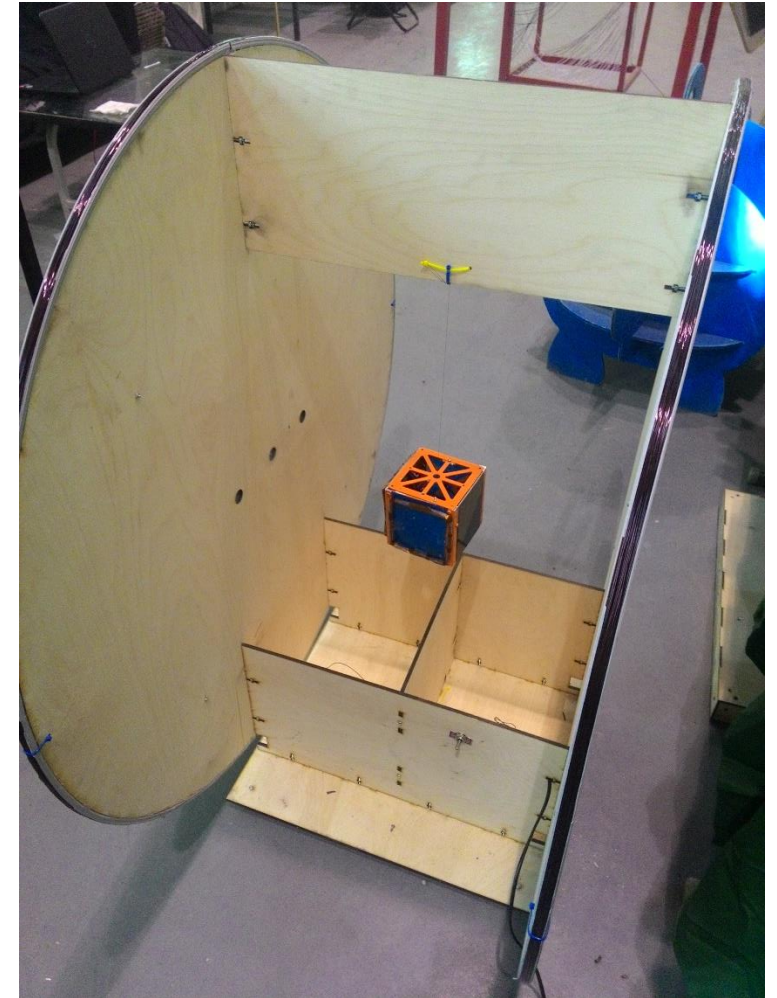
**Разработка магнитной системы ориентации и
стабилизации малых космических аппаратов
стандарта CubeSat**

Исполнитель: Буй Ван Шань
Руководитель: Мурачёв А.С.

2

Задача

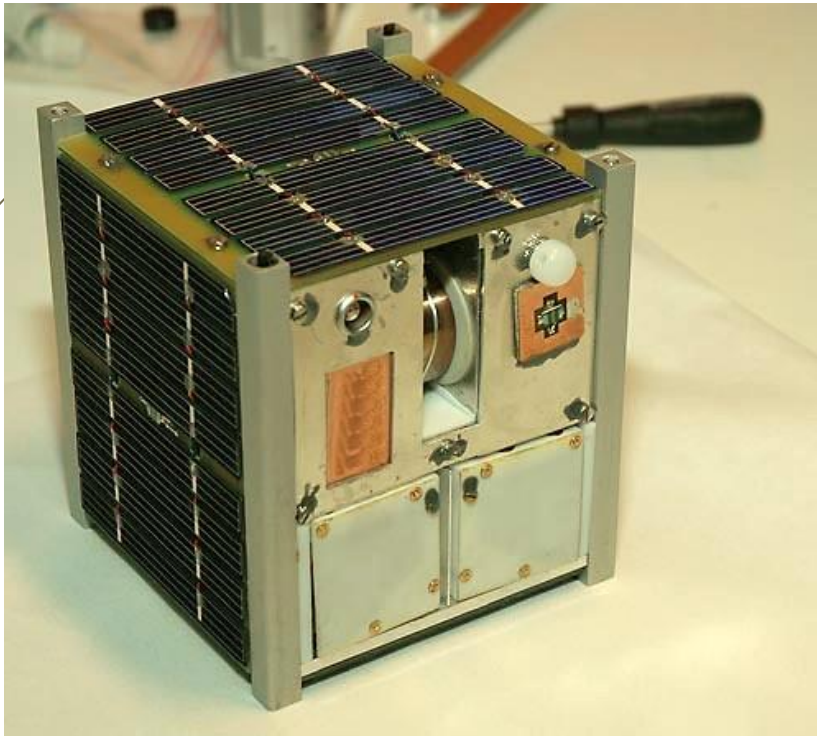
- Создание магнитной системы управления угловым движением КА.
- Разработка алгоритма управления при стабилизации КА по МПЗ.



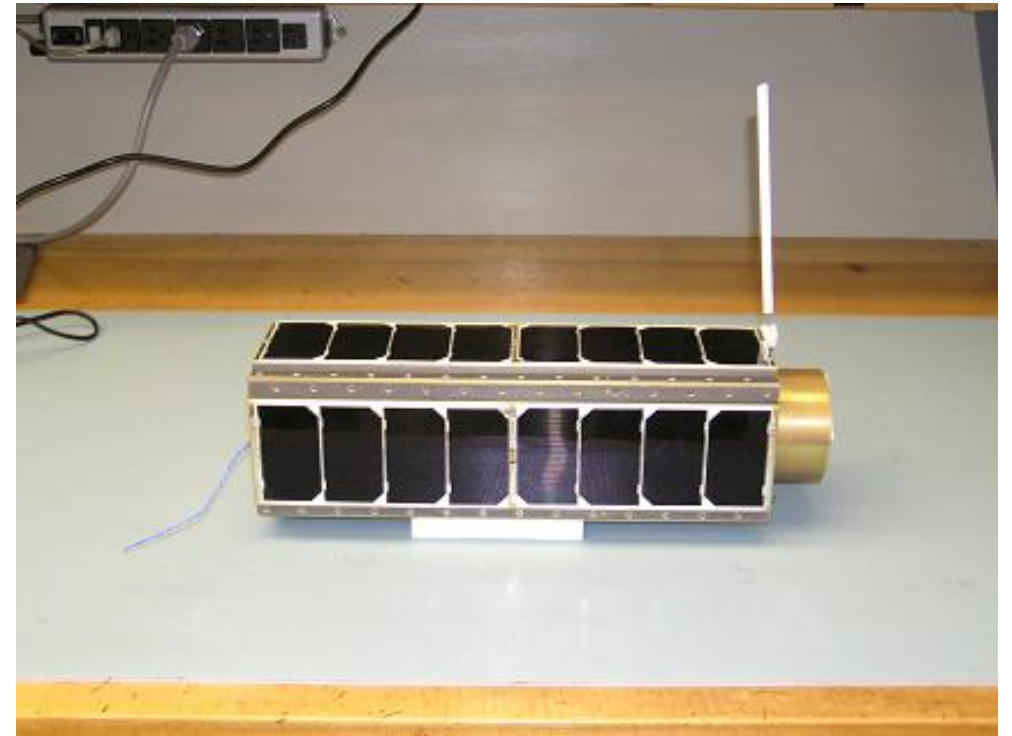
3

Введение

- Стандарт CubeSat разработан Стэнфордским университетом в 1999 г.
- Спецификации: размер 10x10x10 см, масса не более 1.33 кг.



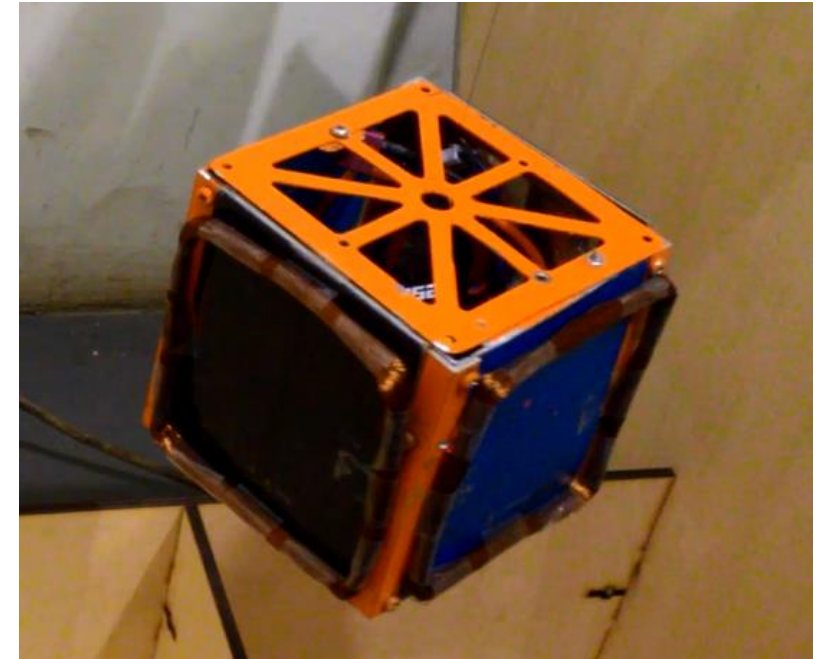
Элементарный спутник 1U



Спутник 3U

Введение

- ▶ Виды систем управления движением:
 - Магнитные системы
 - Системы с реактивными двигателями
 - Системы с солнечным парусом
 - Гравитационные системы ориентации
 - Системы с маховиками



5

Магнитное управление космическим аппаратом (К.А.) – Основное уравнение управления

- Момент взаимодействия магнитной системы К.А с магнитным полем Земли (МПЗ):

$$\mathbf{M} = \mathbf{L} \times \mathbf{B} \quad (1)$$

Где: \mathbf{L} – вектор магнитного момента К.А.;

\mathbf{B} – вектор индукции МПЗ.

Магнитное управление космическим аппаратом (К.А.)

В проекциях на оси управления космического аппарата выражение (1) принимает вид

$$\begin{cases} M_x = L_y B_z - L_z B_y \\ M_y = L_z B_x - L_x B_z \\ M_z = L_x B_y - L_y B_x \end{cases} \quad (2)$$

Изменяя соответствующим образом L и изменяя тем самым по определенному закону управляющие моменты M_x, M_y, M_z , можно в принципе обеспечить в этой или иной степени желаемый режим управления.

7

Особенности магнитного управления:

- Нельзя создать управляющий момент вдоль направления поля. Все возможные положения M заключены в плоскости, перпендикулярной B .
- Управление по осям оказывается зависимым.
- При совпадении вектора магнитного момента L и поля B управление невозможно

Магнитное поле Земли

- Приближенное представление о величине МПЗ на поверхности Земли можно получить, воспользовавшись выражением магнитного потенциала шара:

$$U = \frac{M_3}{R^2} \cos\theta_M$$

Где $\theta = 90 - \phi$ - дополнение к геомагнитной широте,

R – радиус Земли,

M_3 ($\approx 8.1 \cdot 10^{25}$ ед. СГСМ) - магнитный момент Земли

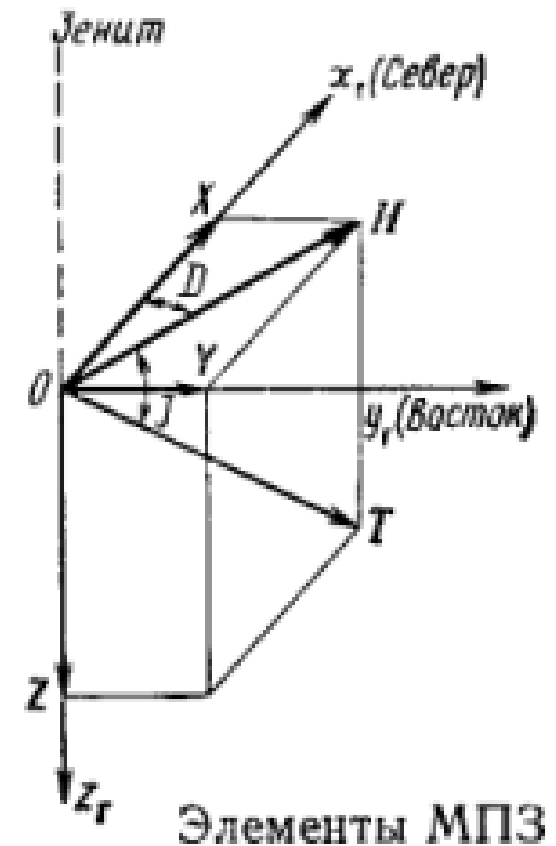
Составляющие полного вектора напряженности T :

$$Z = -\frac{\partial U}{\partial z_r} = \frac{\partial U}{\partial R} = -\frac{2M_3}{R^3} \cos\theta_M, H = -\frac{\partial U}{\partial x_r} = -\frac{\partial U}{R\partial\theta_M} = \frac{M_3}{R^3} \sin\theta_M$$

Причем:

$$T = \frac{M_3}{R^3} \sqrt{1 + 3\cos^2\theta_M}$$

- $B \approx 31 - 62$ мкТл.



Требования к имитатору геомагнитного поля

► Напряженность

$$H = \frac{B}{\mu_0} = \frac{4\pi^2 AJ}{\mu_0 m_m T^2}$$

Где: $A = \pi$ – Амплитуда колебания, $T = 60$ с - период колебания

$J = \frac{mR^2}{2} = 0.5 \cdot 10^{-2} \text{ Кг.м}^2$ - Момент инерции цилиндра массой 1кг радиусом 0.1 м.

$$m_m = 0.4 \text{ Ам}^2$$

Получаем: $H \approx 250 \text{ А/м}$

► Однородность 95%

Разработка имитатора геомагнитного поля

- Выбор конструкции имитатора: Кольца Гельмгольца

$$H = \frac{NI}{a_c \left(\left(\frac{d_c}{2a_c} \right)^2 + 1 \right)^{\frac{3}{2}}}$$

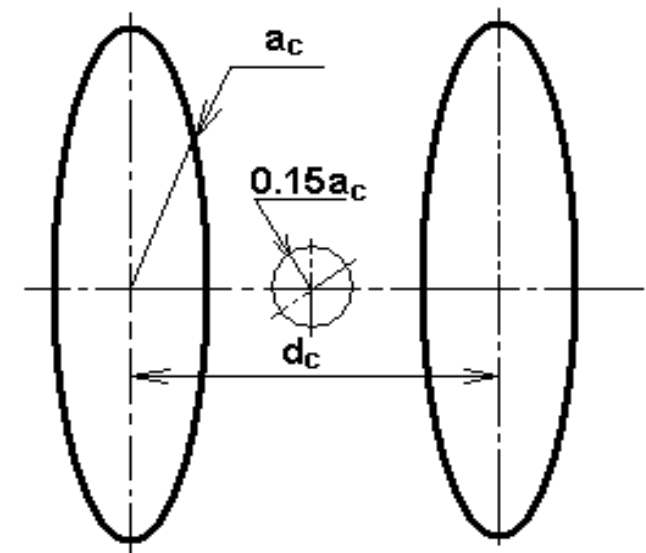
$$d_c/a_c = 1.116$$

- Электрические параметры

$$NI = 258 \text{ А} \cdot \text{витк.}$$

$$a_c = 50 \text{ см}$$

$$\text{Выберем } N = 110 \rightarrow I = 2.3 \text{ А}$$



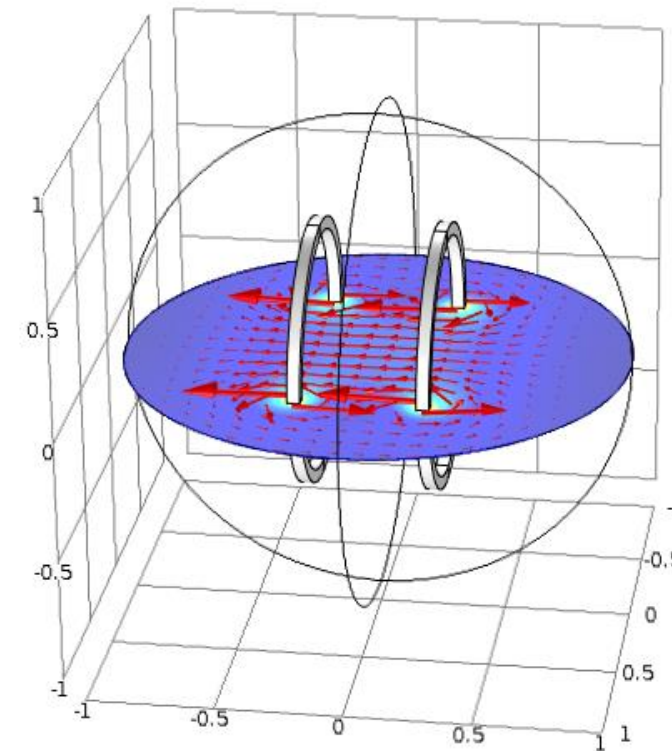
Моделирование имитатора поля

Индукция в точке x магнитного поля контура, содержащего N витков с током I :

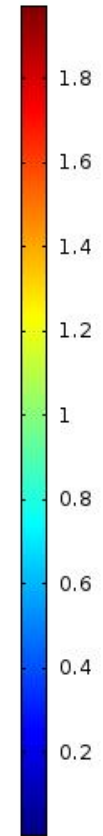
$$B = \frac{\mu_0}{2} \frac{INR^2}{(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}}$$

- Модель
- $I = 2.3$ А
- $N = 110$ вит.
- $d = R = 0.5$ м

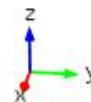
Slice: Magnetic flux density norm (T) Arrow Volume: Magnetic field Surface: 1 (1)



▲ 1.97×10^{-3}
 $\times 10^{-3}$



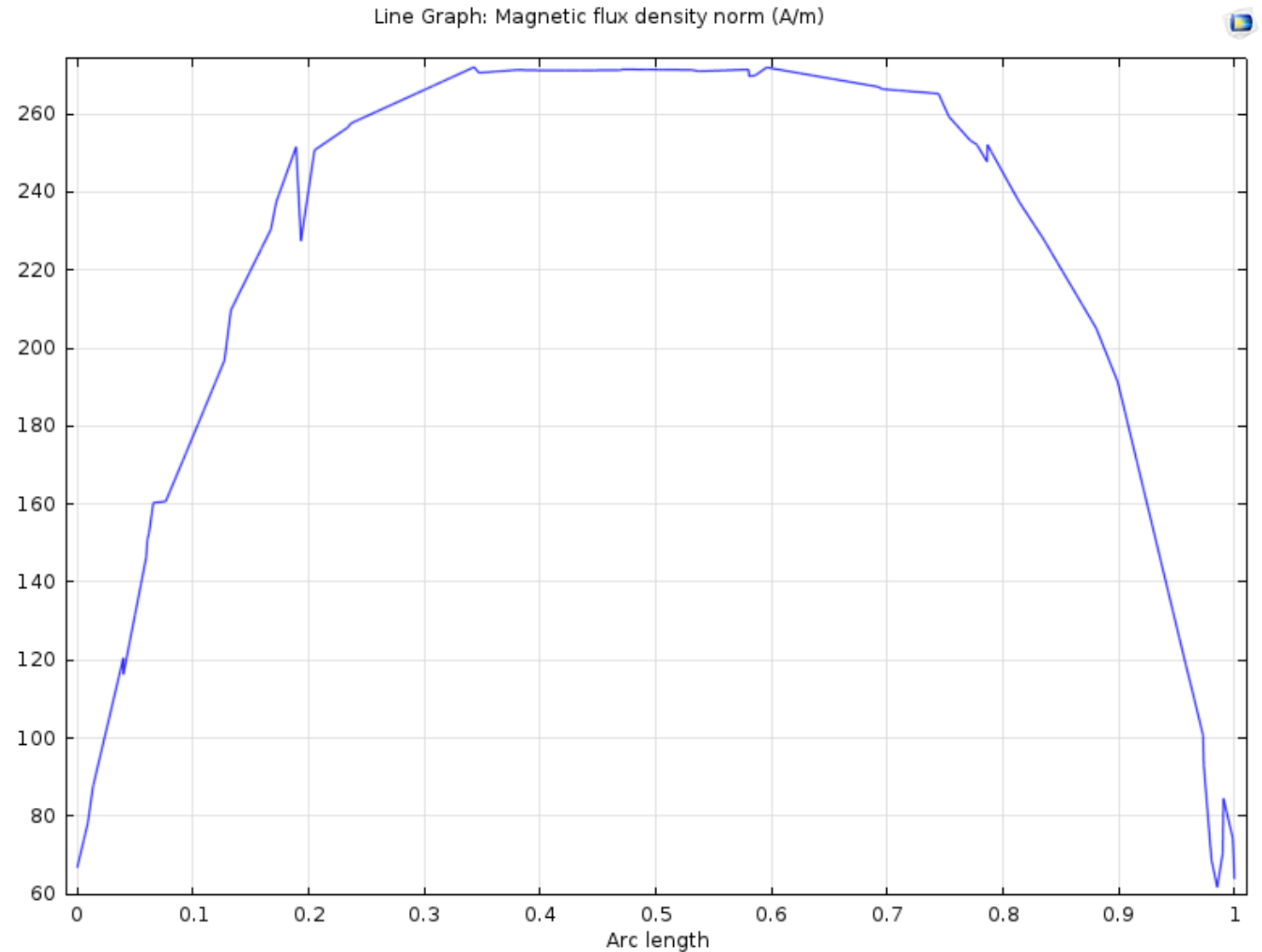
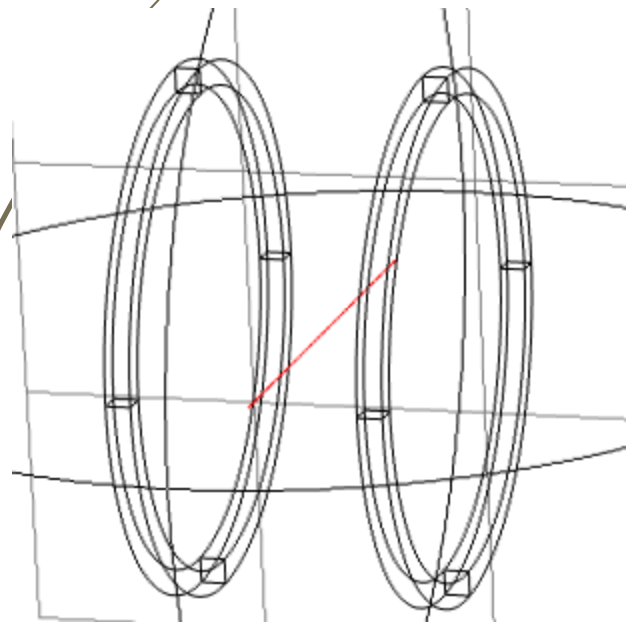
▼ 3.33×10^{-6}



12

Моделирование имитатора поля

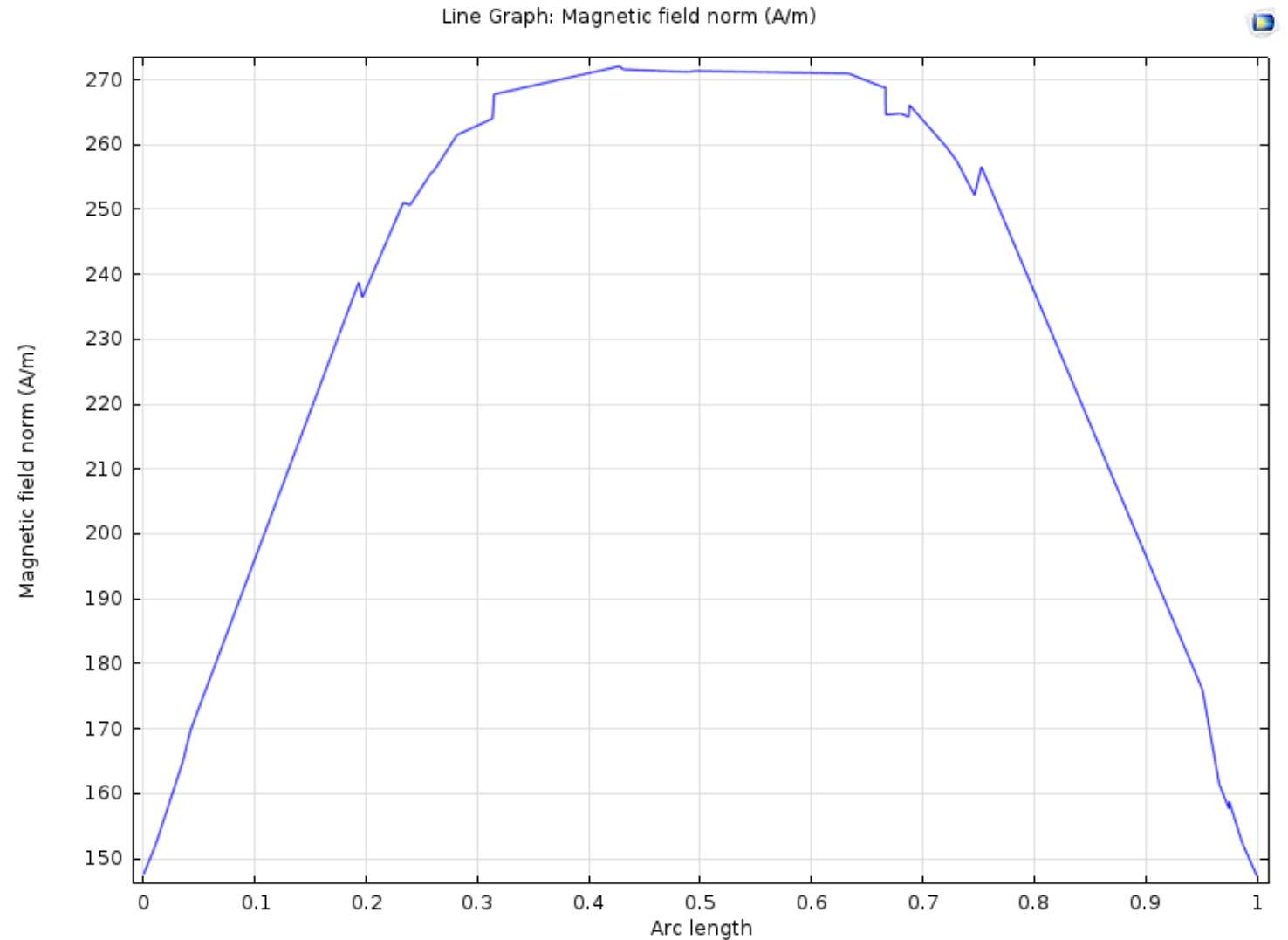
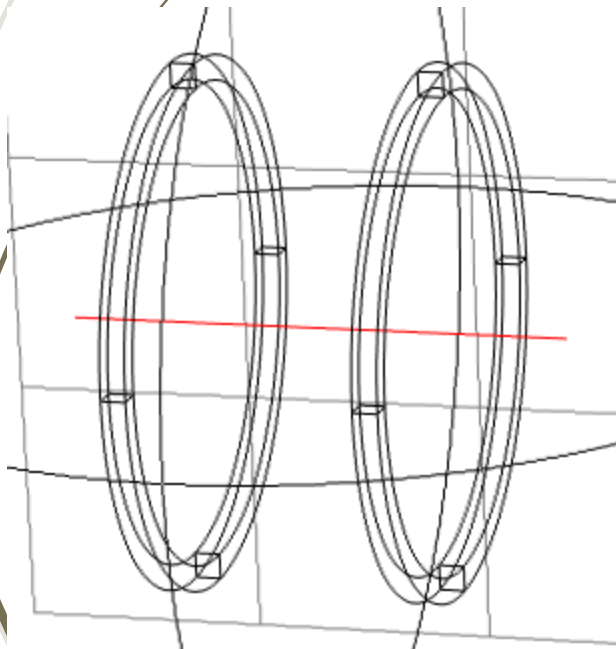
- Моделирование
- $I = 2.3 \text{ A}$
- $N = 110 \text{ вит.}$
- $D = R = 0.5 \text{ м}$
- $d_{\text{од.}} \approx 20 \text{ см}$



13

Моделирование имитатора поля

- Моделирование
- $I = 2.3 \text{ A}$
- $N = 110 \text{ вит.}$
- $D = R = 0.5 \text{ м}$
- $d_{\text{од.}} \approx 20 \text{ см}$



14

Экспериментальный образец имитатора поля

- $N=110$ вит.
- $d_{\text{провод}} = 0.75\text{мм}$
- Масса катушек $\approx 2\text{кг}$
- Напряженность поля
- $B \approx 320\text{мкТл}$



Магнитные исполнительные катушки КА

Параметры катушек:

$$H = \frac{B}{\mu_0} = \frac{4\pi^2 AJ}{\mu_0 m_m T^2}$$

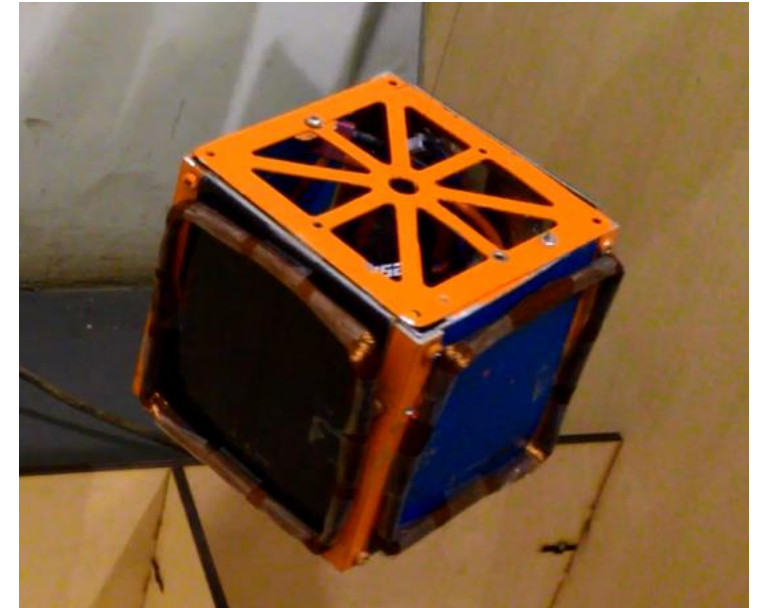
- Дипольный момент катушки вычисляется формуле:

$$m = ISN = 0.4 \text{ Ам}^2$$

Площадь сечения провода

$$S_r = \frac{4\rho m}{UI} = \frac{\pi d_{\text{пр}}^2}{4}$$

- Диаметр провода $d_{\text{пр}} = \sqrt{\frac{4S_r}{\pi}} = 4 \sqrt{\frac{\rho m}{\pi UI}} \approx 0.2 \text{ мм}$
- $U = 11.1 \text{ В}$
- $N = 300 \text{ вит.}$
- $I = 0.26 \text{ А}$
- $P \approx 3 \text{ Вт}$



Уравнение движения спутника

Лагранжиан системы спутника: $L = T - \Pi$

Где: T – Кинетическая энергия, Π – Потенциальная энергия макета.

$$T = \frac{M(v_{Cx}^2 + v_{Cy}^2 + v_{Cz}^2)}{2} + \frac{Ap^2 + Bq^2 + Cr^2}{2},$$

$$v_{Cx} = \dot{x} - d \cdot \cos \theta \sin \psi \cdot \dot{\theta} - d \cdot \sin \theta \cos \psi \dot{\psi},$$

$$v_{Cy} = \dot{y} + d \cdot \cos \theta \cos \psi \cdot \dot{\theta} - d \cdot \sin \theta \sin \psi \dot{\psi},$$

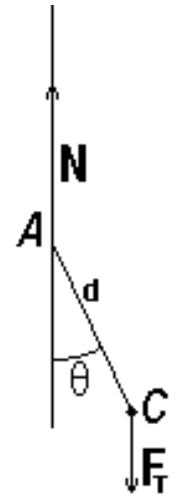
$$v_{Cz} = d \cdot \sin \theta \cdot \dot{\theta}.$$

$$\Pi = -Mgd \cdot \cos \theta - mB$$

$$p = \dot{\psi} \sin \theta \sin \phi + \dot{\theta} \cos \phi,$$

$$q = \dot{\psi} \sin \theta \cos \phi - \dot{\theta} \sin \phi,$$

$$r = \dot{\psi} \cos \theta + \dot{\phi}.$$



Уравнение движения спутника

- Система уравнений Лагранжа второго рода

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0 \quad (5)$$

где q_i ($i=1,2,\dots,6$) - сопряженные координаты системы

- Если $oz \equiv oz' \rightarrow p = q = 0, r = \dot{\psi} = \omega$

Получаем: $T = \frac{Cr^2}{2}$, $\Pi = -mB = -mB_0 \cos \psi$

$$\rightarrow \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}} - \frac{\partial L}{\partial \psi} = \frac{d}{dt} Cr + mB_0 \sin \psi = \frac{d}{dt} C\dot{\psi} + mB_0 \sin \psi = 0$$

$$\rightarrow J\ddot{\psi} + mB_0 \sin \psi = 0 \quad (6)$$

Уравнение движения спутника

- Суммарный дипольный момент: $\vec{m} = \vec{m}_1 + \vec{m}_2$
- (6) $\rightarrow J\ddot{\psi} + m_1 B_0 \sin\psi + m_2 B_0 \cos\psi = 0 \rightarrow J\ddot{\psi} = -m_1 B_0 \sin\psi - m_2 B_0 \cos\psi$ (7)

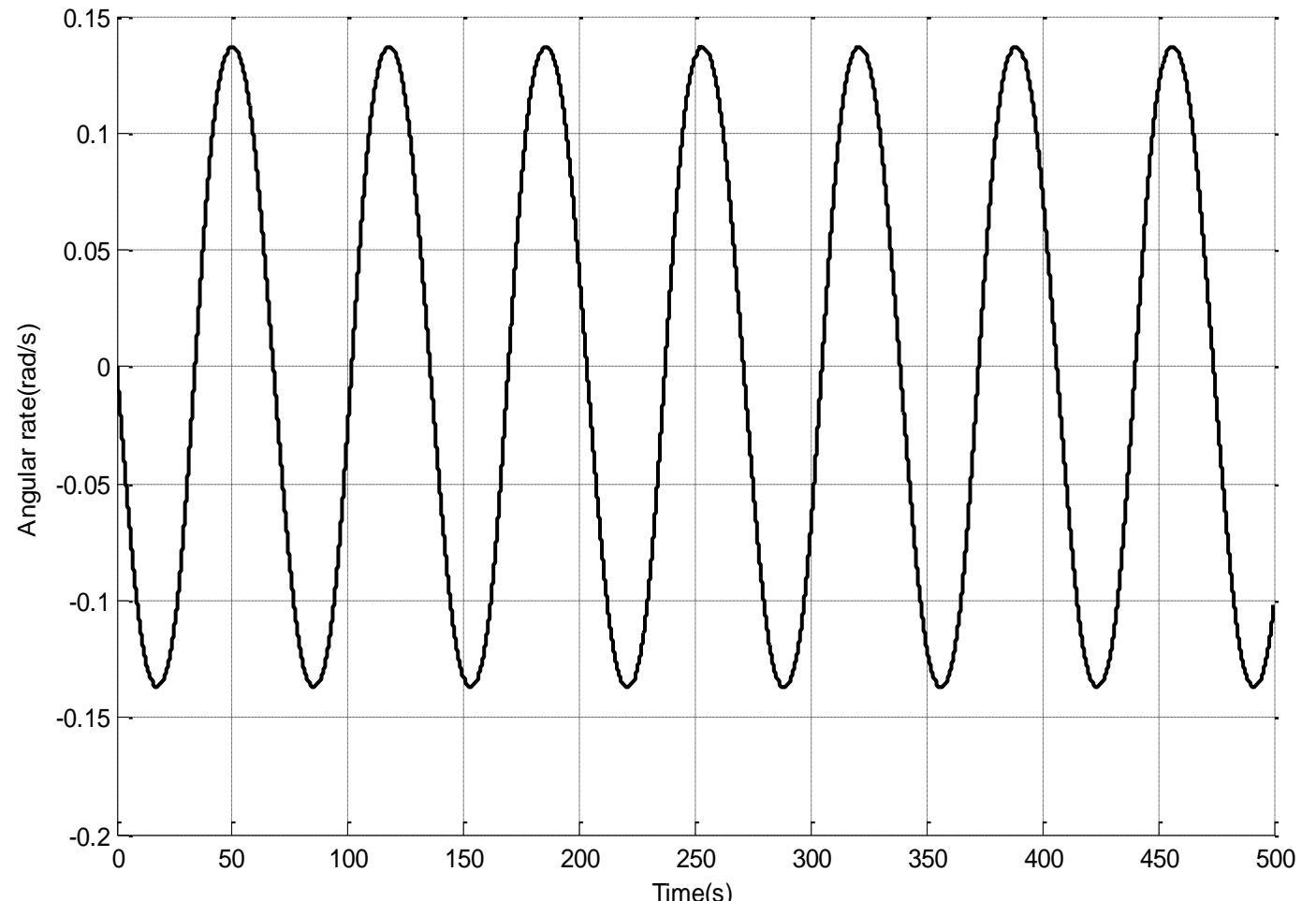
- Численно проинтегрируем (7):

$$m_1 = I_1 SN = 0.4 \text{ Ам}^2$$

$$m_2 = I_2 SN = 0 \text{ Ам}^2$$

$$\psi_0 = \frac{\pi}{2}, \omega_0 = 0 \text{ град.}$$

$$J = 0.005 \text{ кг м}^2$$



Уравнение движения спутника

- Суммарный дипольный момент: $\vec{m} = \vec{m}_1 + \vec{m}_2$
- (6) $\rightarrow J\ddot{\psi} + m_1 B_0 \sin\psi + m_2 B_0 \cos\psi = 0 \rightarrow J\ddot{\psi} = -m_1 B_0 \sin\psi - m_2 B_0 \cos\psi$ (7)

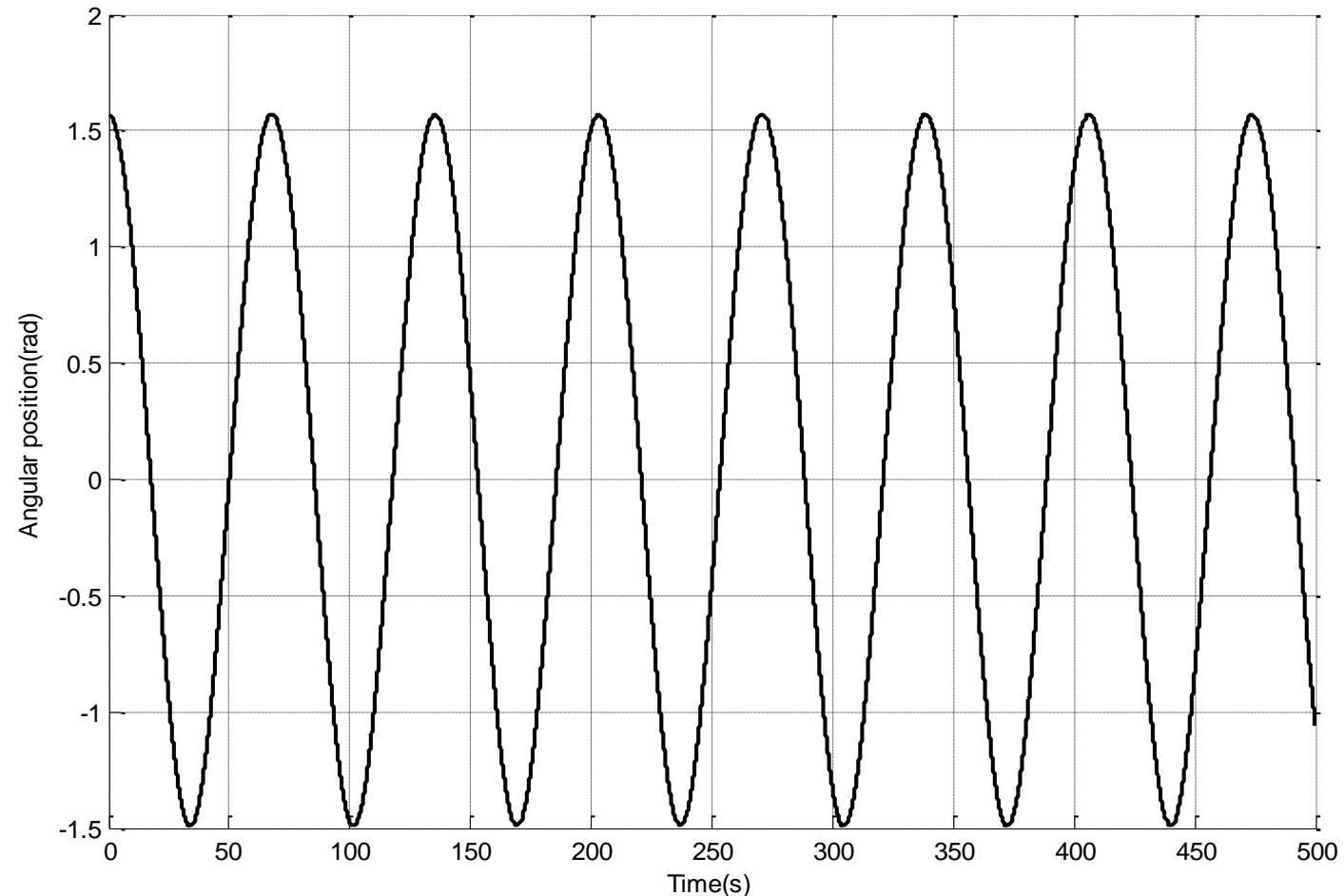
- Численно проинтегрируем (7):

$$m_1 = I_1 SN = 0.4 \text{ Ам}^2$$

$$m_2 = I_2 SN = 0 \text{ Ам}^2$$

$$\psi_0 = \frac{\pi}{2}, \omega_0 = 0 \text{ град.}$$

$$J = 0.005 \text{ кг м}^2$$



Управление при стабилизации КА

- Вектор коррекции ошибки ориентации спутника можно представить в виде:

$$\mathbf{m} = K_d \boldsymbol{\omega} + K_o \boldsymbol{\varepsilon}$$

где: K_d , K_o - коэффициенты демпфирующего и ориентирующего моментов;

$\boldsymbol{\varepsilon}$ – угловое отклонение КА от заданного положения

- Необходимый дипольный момент:

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} L_x \\ L_y \\ L_z \end{bmatrix} = \frac{\mathbf{m} \times \mathbf{B}}{|\mathbf{B}|} = \mathbf{m} \times \mathbf{b} = \begin{bmatrix} m_y b_z - m_z b_y \\ m_z b_x - m_x b_z \\ m_x b_y - m_y b_x \end{bmatrix}$$

где $\mathbf{b} = \frac{\mathbf{B}}{|\mathbf{B}|}$ – нормированный вектор индукции поля в связанной системе координат.

Управление при стабилизации КА

- Получаем дипольные моменты для первой и второй катушки:

$$L_x = m_y b_z - m_z b_y$$

$$L_y = m_z b_x - m_x b_z.$$

- При небольших углах, вектор индукции в связанной системе координат можно приблизительно записать:

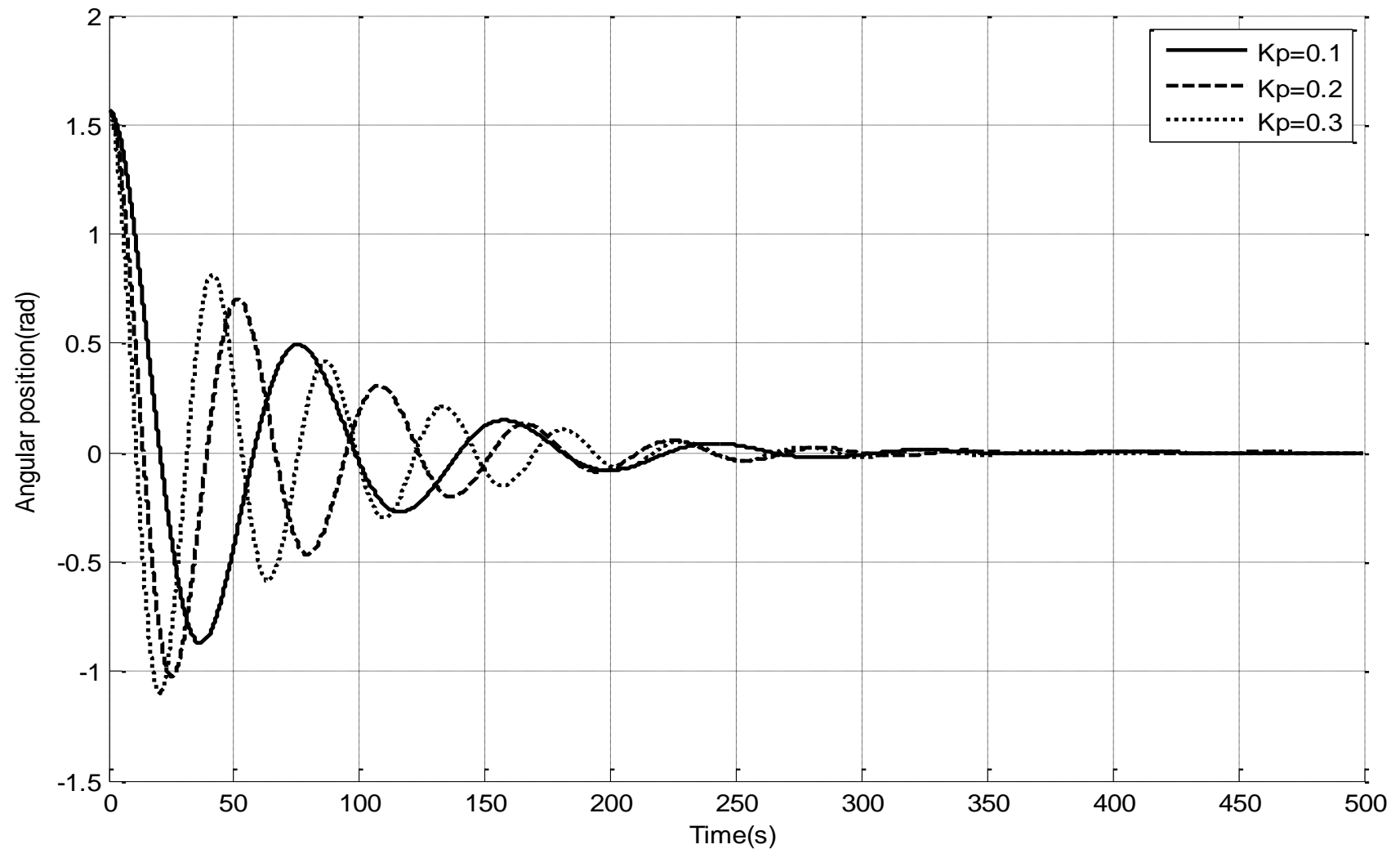
$$B = A(\varphi, \theta, \psi)B^0 = \begin{bmatrix} 1 & \psi & -\theta \\ -\psi & 1 & \varphi \\ \theta & -\varphi & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B^0_x \\ B^0_y \\ B^0_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B^0_x + \psi B^0_y \\ -\psi B^0_x + B^0_y \\ \theta B^0_x - \varphi B^0_y \end{bmatrix}.$$

$$b_x = \frac{B_x}{|B|} = \frac{B^0_x + \psi B^0_y}{|B|}$$

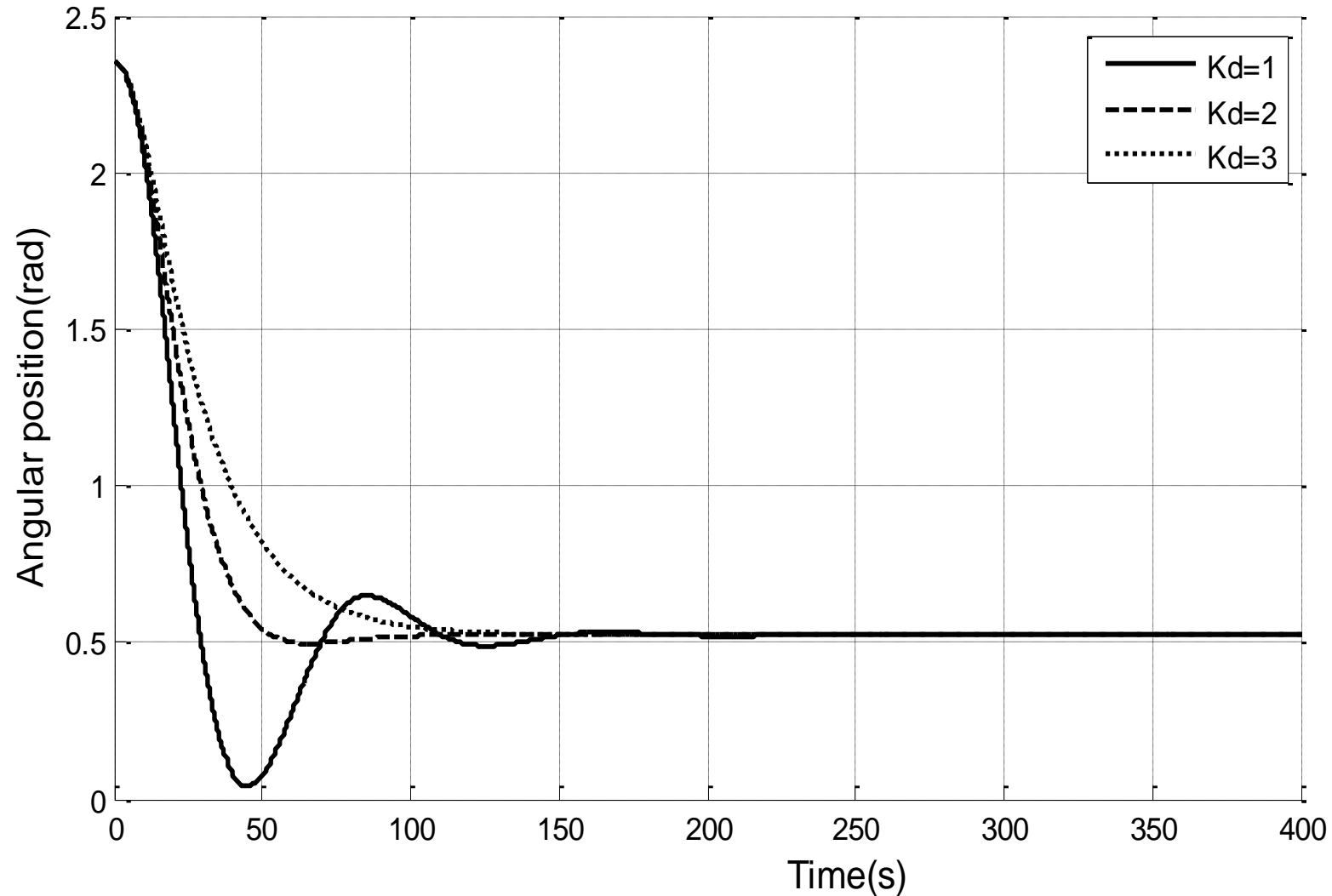
$$b_y = \frac{-\psi B^0_x + B^0_y}{|B|}.$$

Управление при стабилизации КА

Вращение спутника при $K_D = 0.5$, $K_O = 0.1$ (—); $K_O = 0.2$ (---); $K_O = 0.3$ (····)



Управление при стабилизации КА

Вращение спутника при $K_0 = 0.1$, $K_d = 1$ (—); $K_d = 2$ (---); $K_d = 3$ (···)

Угловое движение спутника



➤ Ошибка ориентации ≈ 0.17 рад

Выводы

- Изучен принцип магнитного управления малыми космическими аппаратами, подробно рассмотрены его особенности, достоинства и недостатки.
- Выбрана конструкция и проведены расчеты электрических, магнитных параметров, также создан имитатор геомагнитного поля.
- Проведены расчеты параметров токовых катушек и создана система магнитного управления спутника.
- Вывод уравнение движения спутника, построена математическая модель и проведено численное решение.
- Реализован закон управления спутника при стабилизации КА относительно МПЗ.

Спасибо за внимание!