

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого  
Физико-механический институт  
Высшая школа теоретической механики и математической физики

Работа допущена к защите  
Директор ВШТМиМФ,

д.ф.-м.н., чл.-корр. РАН

\_\_\_\_\_ А.М. Кривцов  
«\_\_» \_\_\_\_\_ 2022 г.

## **ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА**

магистерская диссертация

### **ИССЛЕДОВАНИЕ ПОДХОДОВ К КОМПАКТНОМУ МОДЕЛИРОВАНИЮ УПРУГИХ И ДИССИПАТИВНЫХ СВОЙСТВ ГРУНТА В СИСТЕМАХ ТИПА СООРУЖЕНИЕ-ОСНОВАНИЕ**

по направлению подготовки

01.04.03 Механика и математическое моделирование

Направленность

01.04.03\_01 Механика деформируемого твердого тела

Выполнил

Студент гр. 3631503/60301

\_\_\_\_\_ А. Д. Суббота

Руководитель

к.ф.-м.н., доцент ВШМиПУ

\_\_\_\_\_ А. В. Лукин

Консультант

По нормоконтролю

\_\_\_\_\_ Е.А. Хайбулова

Санкт-Петербург

2022

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ПЕТРА ВЕЛИКОГО**  
**Физико-механический институт**  
**Высшая школа теоретической механики и математической физики**

УТВЕРЖДАЮ

Директор ВШ ТМиМФ

А.М. Кривцов

«\_» \_\_\_\_\_ 2022 г.

**ЗАДАНИЕ**

**на выполнение выпускной квалификационной работы**

студенту Суббота Анастасии Дмитриевне, группы 5040103/00101  
фамилия, имя, отчество (при наличии), номер группы

1. Тема работы: Исследование подходов к компактному моделированию упругих и диссипативных свойств грунта в системах типа сооружение-основание
2. Срок сдачи студентом законченной работы: 1.06.2022
3. Исходные данные по работе: Научные статьи по теме работы, нормативные документы для проектирования ядерных конструкций в условиях землетрясений, физико-механические свойства грунта и бетона
4. Содержание работы (перечень подлежащих разработке вопросов):  
Исследование прямого подхода к моделированию грунта в программном комплексе ANSYS;  
Сравнение субструктурного подхода к моделированию грунта с помощью задания эквивалентных пружин по методикам ASCE 4-16 и NIST;  
Исследование методики распределенных жесткостей эквивалентных вертикальных пружин.
5. Перечень графического материала (с указанием обязательных чертежей): Распределения напряжений, распределения перемещений
6. Консультанты по работе: \_\_\_\_\_
7. Дата выдачи задания 13.05.2022  
(дата)

Руководитель ВКР \_\_\_\_\_ А.В. Лукин  
(подпись) инициалы, фамилия

Задание принял к исполнению 13.05.2022  
(дата)

Студент \_\_\_\_\_ А.Д. Суббота  
(подпись) инициалы, фамилия

## **РЕФЕРАТ**

На 46 страниц, 32 рисунка, 18 таблиц.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** СИСТЕМА «СООРУЖЕНИЕ-ОСНОВАНИЕ», ПРОЧНОСТНОЙ РАСЧЕТ, ПРЯМОЙ И СУБСТРУКТУРНЫЙ ПОДХОДЫ, ЖЕСТКОСТЬ ПРУЖИН.

В данной работе рассмотрены эффекты SSI с помощью прямого и субструктурного методов анализа. Первой частью работы выполняется подбор параметров численной модели прямого подхода, с помощью которых достигается наиболее приближенный к аналитическому результат. Далее в исследование вводятся выкладки применяемых на практике стандартов и норм, представляющие собой формулы для вычисления жесткостей эквивалентных пружин и методы уточнения математической модели системы «сооружение-основание». Отдельная часть работы посвящена исследованиям применимости субструктурного подхода и метода распределенных пружин. Анализ проводился численными методами с помощью программных комплексов ANSYS и MATLAB.

## **THE ABSTRACT**

46 pages, 32 pictures, 18 tables

**STRUCTURE-FOUNDATION SYSTEM, STRENGTH CALCULATION, DIRECT AND SUBSTRUCTURAL APPROACHES, SPRING RIGIDITY.**

In this paper, the effects of SSI are considered using direct and sub-structural methods of analysis. The first part of the work is the selection of the parameters of the numerical model of the direct approach, with the help of which the result closest to the analytical one is achieved. Further, calculations of the standards and norms used in practice are introduced into the study, which are formulas for calculating the stiffness of equivalent springs and methods for refining the mathematical model of the "structure-foundation" system. A separate part of the work is devoted to research on the applicability of the substructural approach and the method of distributed springs. The analysis was carried out by numerical methods using the ANSYS and MATLAB software packages.

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	5
ГЛАВА 1. ИССЛЕДОВАНИЕ ПРЯМОГО ПОДХОДА К МОДЕЛИРОВАНИЮ СИСТЕМЫ «СООРУЖЕНИЕ-ОСНОВАНИЕ» .....	8
1.1. Исходные данные .....	8
1.2. Аналитическое решение ASCE 4-16 .....	8
1.3. Численное решение .....	11
1.3.1. Тип элемента КЭ сетки .....	11
1.3.2. Технология элемента .....	13
1.3.3. Размер элемента КЭ сетки .....	16
1.3.4. Размер параллелепипеда при различных размерах фундамента .....	17
ГЛАВА 2. АНАЛИЗ МЕТОДИК СУБСТРУКТУРНОГО ПОДХОДА .....	20
2.1. Сравнение ASCE и NIST .....	20
2.2. Заглубленный фундамент .....	24
2.3. Задача о нагружении бетонного основания .....	27
ГЛАВА 3. ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДА РАСПРЕДЕЛЕННЫХ ПРУЖИН .....	35
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	44
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ .....	45

## ВВЕДЕНИЕ

Оценка надежности зданий на этапе проектирования является одним из перспективных направлений развития как общей теории надежности, так и теории сейсмостойкости. В процессе эксплуатации сооружения подвергаются различного рода динамическим нагрузкам. Волны, проходящие сквозь грунт во время землетрясения, взрыва или движения поблизости транспортных средств, вызывают колебания фундамента здания. Таким образом сооружение и основание представляют собой связанную динамическую систему, для описания которой в литературе используются термины «Взаимодействие грунта и основания» (SSI) и «Взаимодействие грунта и фундамента» (SFSI), в отличие от SFSI в SSI фундамент является частью основания. Эффекты SSI можно разделить на следующие классы:

- Эффекты инерционного взаимодействия. Такие как сдвиг, опрокидывание и кручение;
- Эффекты кинематического взаимодействия, которые представляют собой различия между движениями фундамента и движениями грунта в свободном поле;
- Эффекты гибкости грунтового основания — изгибные, осевые и сдвиговые деформации конструктивных элементов.

Методы, которые могут быть использованы для их оценки, можно разделить на прямые и субструктурные. При прямом анализе почва и структура анализируются как целостная система, грунт в данном случае представляется в виде множества, например, конечных элементов. Прямой анализ может охватить все эффекты SSI, описанные выше, но расчет кинематического взаимодействия является сложной задачей, поскольку оно требует спецификации входных движений в трех измерениях. Также прямое моделирование сложно с вычислительной точки зрения при непростой геометрии или же нелинейностях в почве и конструкционных материалах. В субструктурном подходе моделирование системы «сооружение-основание» как правило осуществляется с помощью замены

пространственной модели грунта эквивалентными пружинами и демпферами, связанными с узлами конечно-элементной (КЭ) сетки фундамента здания.

В данной работе на основе существующих научных исследований и применяемых на практике стандартов и норм рассмотрены перечисленные эффекты SSI с помощью прямого и субструктурного методов анализа. Первой частью работы является непосредственное сравнение значений жесткостей пружин, вычисленных с помощью стандарта ASCE 4-16 [3] и прямого моделирования системы в программном комплексе ANSYS. В ANSYS выполняется подбор параметров численной модели, с помощью которых достигается наиболее приближенный к аналитическому результат. Далее в исследование вводятся выкладки из руководства NIST [13], представляющие собой формулы для вычисления жесткостей эквивалентных пружин и методы уточнения математической модели системы «сооружение-основание». Третья часть работы посвящена исследованиям применимости субструктурного подхода и метода распределенных пружин.

Целью данной работы служит поиск оптимального способа моделирования системы «сооружение-основания», который будет отвечать требованиям по приемлемому объему затраченных компьютерных мощностей и повышенной точности передачи истинного поведения грунта.

Вклад проделанной работы сводится к следующему:

- Для прямого подхода к моделированию системы подобраны оптимальные параметры в модели с незаглубленным фундаментом при расчете системы в программном комплексе ANSYS;
- Проведено исследование методики расчета жесткостей пружин по NIST на примерах задачи о нагружении бетонного основания, прямого подхода к моделированию системы с заглубленным основанием и сравнении значений жесткостей с методикой расчета пружин по ASCE;

- Выполнен поверочный расчет распределенных вертикальных пружин разной жесткости на основе двух методик предложенных в NIST и первоисточнике [10].

## ГЛАВА 1. ИССЛЕДОВАНИЕ ПРЯМОГО ПОДХОДА К МОДЕЛИРОВАНИЮ СИСТЕМЫ «СООРУЖЕНИЕ-ОСНОВАНИЕ»

### 1.1. Исходные данные

Первый блок расчетов связан с оценками жесткостных характеристик грунта при его прямом моделировании в программном комплексе ANSYS. В численном решении область грунтового основания моделировалась как параллелепипед с размерами много превышающими размеры фундамента сооружения. Размеры основания здания выбраны следующие:

- Длина основания  $L = 8$  м;
- Ширина основания  $B = 4$  м.

Фундамент здания в данной постановке рассматривается как твердое тело, которому соответствует набор узлов на свободной поверхности грунта. Этот набор узлов жестко связывается командой CERIG, на master-узел поэтапно задаются сосредоточенные нагрузки в виде компонент силы и крутящего момента. Целью данного блока задач является определение оптимальных параметров численной модели и сравнение численных значений коэффициентов жесткости в различных направлениях с аналитическим решением, представленным в нормативном документе ASCE 4-16 [3].

В рамках работы принято, что грунт обладает однородной структурой. Для грунта выбраны следующие параметры, представленные в таблице 1.1.

Таблица 1.1

Физико-механические свойства грунта

Модуль деформации, $E$ [МПа]	Коэффициент Пуассона, $\nu$	Плотность, $\rho$ [т/м <sup>3</sup> ]
22	0.20	19.5

### 1.2. Аналитическое решение ASCE 4-16

Аналитические выкладки, используемые в первой части работы, занесены в нормативный документ ASCE/SEI 4-16 [3]. Данный стандарт является аналитической основой для разработки безопасного подхода к проектированию ядерных



конструкций в условиях землетрясений. ASCE/SEI 4-16 ориентирован на сейсмический анализ новых и существующих сооружений и непосредственно служит основой для прочностных расчетов. Он предоставляет собой критерии для анализа откликов системы, которые имеют определенную вероятность превышения при условии проектных землетрясений. Вывод формул для жесткостей эквивалентных пружин представлен в источнике [9]. Жесткость пружины - крайне важный фактор, который определяет статическое смещение фундамента, возникающее при приложении статической силы, равной динамической нагрузке. Это статическое смещение умножается на коэффициент увеличения, чтобы установить максимальную амплитуду динамического движения.

В случае, когда грунт под сооружением относительно однороден на глубину равную наибольшему размеру фундамента, эквивалентные жесткости грунтового основания для прямоугольного в плане здания могут быть вычислены по формулам, представленным в табл. 1.2:

Таблица 1.2

Жесткостные параметры грунта по ASCE

Жесткость горизонтальных пружин, Н/м	$k_x = 2(1 + \nu)G\beta_x\sqrt{BL}$
Жесткость вертикальных пружин, Н/м	$k_z = \frac{G}{(1 - \nu)}\beta_z\sqrt{BL}$
Жесткость поворотных горизонтальных пружин, Н*м	$k_{zz} = \frac{16}{3}G\left(\frac{L(B^2 + L^2)}{6\pi}\right)^{\frac{3}{4}}$
Жесткость поворотных вертикальных пружин, Н*м	$k_{yy,xx} = \frac{G}{(1 - \nu)}\beta_\psi BL^2$

Где  $k$  – жесткость, соответствующая данной степени свободы;

$B$  – ширина фундамента в направлении, перпендикулярном направлению горизонтального сейсмического возбуждения;

$L$  – длина фундамента в направлении, параллельном горизонтальному направлению сейсмического возмущения;

$\nu$  – коэффициент Пуассона;

$\beta_x, \beta_z, \beta_\psi$  – константы, которые являются функциями отношения размеров фундамента (представлены на рис. 1.1);

$G$  – модуль сдвига, который вычисляется по формуле:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} = 9166666,7 \text{ Па}$$

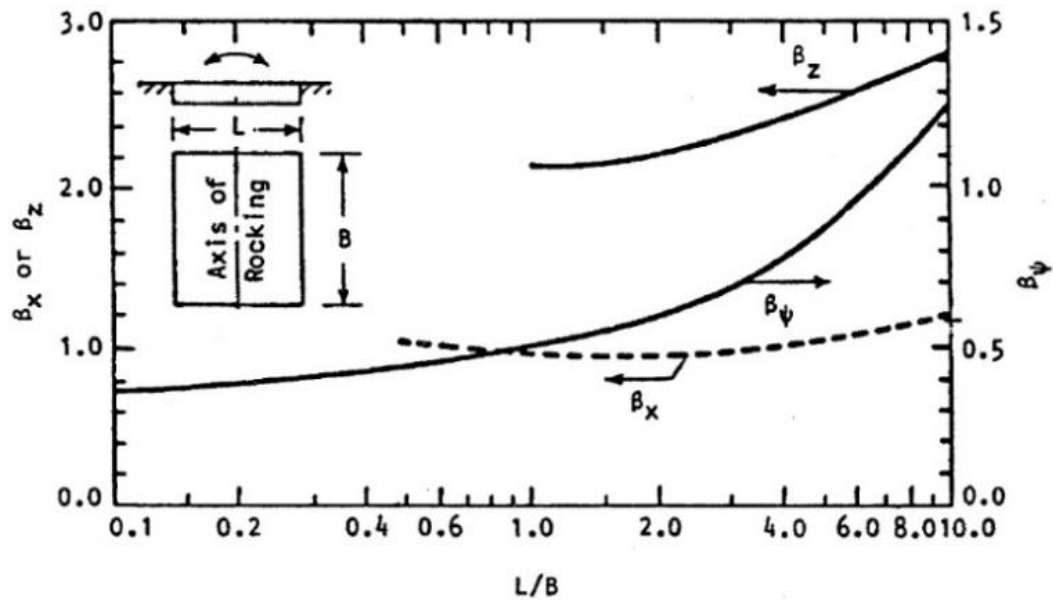


Рис. 1.1. Схема определения параметров  $\beta_x, \beta_z, \beta_\psi$

В таблицу 1.3 занесены вычисленные значения жесткостей для фундамента с размерами  $L = 8$  м,  $B = 4$  м.

Таблица 1.3

Значения жесткостей эквивалентных пружин по ASCE

Направления колебаний	Значения жесткостей эквивалентных пружин	
Вертикальные	$k_z$	$1,4584 \cdot 10^8$ Н/м
Горизонтальные вдоль большей стороны фундамента	$k_y$	$1,3067 \cdot 10^8$ Н/м
Горизонтальные вдоль меньшей стороны фундамента	$k_x$	$1,3689 \cdot 10^8$ Н/м
Поворот в горизонтальной плоскости вокруг оси, направленной вдоль большей стороны фундамента	$k_{yy}$	$1,906 \cdot 10^9$ Н*м
Поворот в горизонтальной плоскости вокруг оси, направленной вдоль меньшей стороны фундамента	$k_{xx}$	$7,0400 \cdot 10^8$ Н*м

### 1.3. Численное решение

В ходе численного решения было проанализировано несколько факторов влияющих на точность вычислений:

- Тип элемента КЭ сетки;
- Технология элемента;
- Размер элемента КЭ сетки;
- Размер параллелепипеда при определенных размерах фундамента.

Пример численной модели представлен на рисунке 1.2.

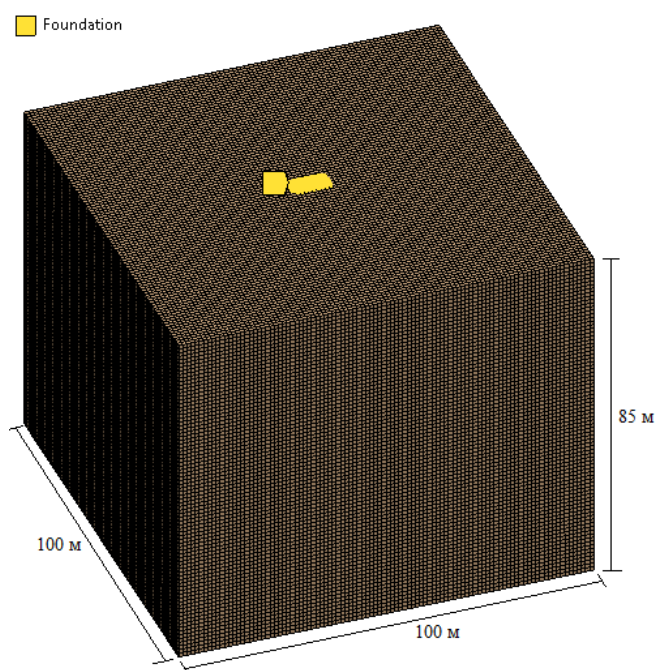


Рис. 1.2. Расчетная модель

#### 1.3.1. Тип элемента КЭ сетки

В данной части работы сравнивались два типа элемента: SOLID185 и SOLID186. SOLID185 используется для трехмерного моделирования твердотельных конструкций. Он определяется восемью узлами, имеющими три степени свободы в каждом узле: перемещения в узловых направлениях  $x$ ,  $y$  и  $z$  (представлен на рис. 1.3)

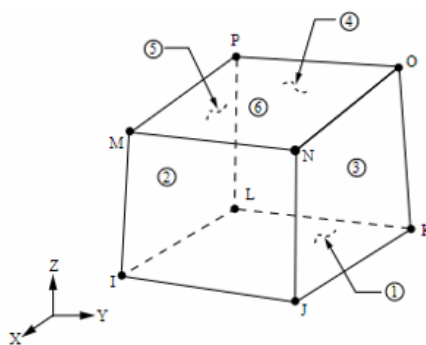


Рис. 1.3. Элемент SOLID185

SOLID186 — это трехмерный твердотельный элемент более высокого порядка с 20 узлами, который демонстрирует поведение квадратичного смещения. Элемент определяется 20 узлами, имеющими три степени свободы на каждый узел: перемещения в узловых направлениях  $x$ ,  $y$  и  $z$  (представлен на рис. 1.4).

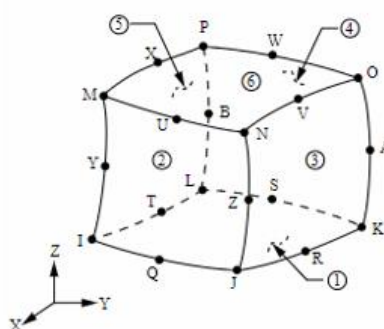


Рис. 1.4. Элемент SOLID186

Результаты зависимости значений жесткостей пружин от используемого элемента представлены в таблице 1.4. Размер параллелепипеда выбран  $50 \times 50 \times 35$  м, размер элемента сетки 1 метр, элементы SOLID185 и SOLID186 с равномерной сокращенной интеграцией. Master-узел поэтапно нагружался силой равной 1000 Н в трех направлениях и моментом силы равным  $1000 \text{ Н} \cdot \text{м}$ .

С аналитическим решением непосредственно сравниваются жесткости, вычисленные в master-узле на основе известного соотношения:

$$k = \frac{F}{x}$$

Где  $x$  - перемещение вдоль рассматриваемого направления;

$F$  - сила, приложенная к master-узлу.

Таблица 1.4

Зависимость значений жесткостей пружин от используемого элемента

	SOLID185	Отклонение от значений ACSE	SOLID186	Отклонение от значений ACSE
$k_x$ , Н/м	$1,5381 \cdot 10^8$	11 %	$1,5916 \cdot 10^8$	14 %
$k_y$ , Н/м	$1,4865 \cdot 10^8$	12,1 %	$1,5364 \cdot 10^8$	14,95 %
$k_z$ , Н/м	$1,7889 \cdot 10^8$	18,47 %	$1,8529 \cdot 10^8$	21,29 %
$k_{yy}$ , Н*м	$1,9897 \cdot 10^9$	4,2 %	$2,16380 \cdot 10^9$	11,91 %
$k_{xx}$ , Н*м	$7,2569 \cdot 10^8$	2,98 %	$8,17929 \cdot 10^8$	13,92 %

По результатам в таблице 1.4 можно сделать вывод, что элемент SOLID185 с равномерной сокращенной интеграцией работает намного лучше, чем элемент SOLID186. Но в данном случае нужно учитывать следующее свойство линейных элементов с сокращенным интегрированием.

Рассмотрим небольшой кусок материала [16], подвергнутый чистому изгибу (см. рис. 1.5)



Рис. 1.5. Схема линейного элемента с сокращенным интегрированием

Ни одна из пунктирных линий не изменилась по длине и угол между ними также не изменился. Это означает, что все компоненты напряжений в точке интегрирования равны нулю. Таким образом этот режим деформации при изгибе является режимом с нулевой энергией, поскольку при искажении этого элемента энергия деформации не генерируется. При грубых сетках это может приводить к бессмысленным результатам.

### 1.3.2. Технология элемента

Для того чтобы убедиться, что результаты для элемента SOLID185 скорее погрешность, а не истина проведем численный расчет для SOLID185 со все

возможными вариантами технологии данного элемента. В источнике [15] перечислены следующие варианты:

– Полная интеграция

Метод полной интеграции не вызывает режим песочных часов, но может вызвать объемную блокировку в почти несжимаемых случаях. Этот метод используется в основном для чисто линейного анализа или когда модель имеет только один слой элементов в каждом направлении.

– Равномерная сокращенная интеграция

Единый метод сокращенной интеграции помогает предотвратить блокировку сдвига в задачах с преобладанием изгиба и объемную блокировку в почти несжимаемых случаях. Поскольку он имеет только одну точку интегрирования, этот вариант более эффективен, чем формулы деформации.

– Усовершенствованная формула деформации

Усовершенствованная формула деформации вводит определенное количество внутренних степеней свободы для преодоления блокировки сдвига в задачах с преобладанием изгиба и дополнительную внутреннюю степень свободы для объемной блокировки в несжимаемых случаях. Все внутренние степени свободы вводятся автоматически на уровне элемента и сокращаются на этапе решения анализа.

– Упрощенная формула деформации

Эта формулировка аналогична усовершенствованной формуле деформации, за исключением того, что она вводит только внутренние степени свободы, необходимые для предотвращения блокировки сдвига. Поскольку нет внутренних степеней свободы для управления объемной блокировкой, эта формулировка не идеальна, когда материал практически несжимаем.

В таблице 1.5 представлены результаты расчетов для SOLID185 со все возможными вариантами технологии данного элемента, в таблице 1.6 сравнение результатов с жесткостями пружин, рассчитанных по формулам из ASCE.

Таблица 1.5

Значений жесткостей пружин для элемента SOLI185

	Полная интеграция	Равномерная сокращенная интеграция	Усовершенствованная формула деформации	Упрощенная формула деформации
$k_x$ , Н/м	$1,6719 \cdot 10^8$	$1,5381 \cdot 10^8$	$1,6751 \cdot 10^8$	$1,676 \cdot 10^8$
$k_y$ , Н/м	$1,6127 \cdot 10^8$	$1,4865 \cdot 10^8$	$1,61475 \cdot 10^8$	$1,6156 \cdot 10^8$
$k_z$ , Н/м	$1,9130 \cdot 10^8$	$1,7889 \cdot 10^8$	$1,9163 \cdot 10^8$	$1,9171 \cdot 10^8$
$k_{yy}$ , Н*м	$2,298 \cdot 10^9$	$1,9897 \cdot 10^9$	$2,331 \cdot 10^9$	$2,3346 \cdot 10^9$
$k_{xx}$ , Н*м	$8,899 \cdot 10^8$	$7,2569 \cdot 10^8$	$8,9533 \cdot 10^8$	$8,967 \cdot 10^8$

Таблица 1.6

Значений жесткостей пружин для элемента SOLI185

	Полная интеграция	Равномерно сокращенная интеграция	Усовершенствованная формула штамма	Упрощенная улучшенная формула штамма
Отклонение от значений ASCE для $k_x$ , %	18,12	11,00	18,28	18,32
Отклонение от значений ASCE для $k_y$ , %	18,97	12,09	19,08	19,12
Отклонение от значений ASCE для $k_z$ , %	23,76	18,47	23,89	23,93
Отклонение от значений ASCE для $k_{yy}$ , %	17,03	4,2	18,20	18,33
Отклонение от значений ASCE для $k_{xx}$ , %	20,89	2,98	21,37	21,49

Как видно по таблице 1.6, для всех рассматриваемых направлений колебаний отклонение значений при методе сокращенной интеграции много меньше, чем отклонение значений при остальных методах.

Так как к элементу SOLID186 могут применены только технологии полной интеграции и равномерно сокращенной интеграции, рассмотрим отдельно значения жесткостей, полученные при методе полной интеграции для элементов SOLID185 и SOLID186. Результаты приведены в таблице 1.7

Таблица 1.7

Сравнение жесткостей пружин для SOLID185 и SOLID186 с полной интеграцией

	SOLID185	Отклонение от значений ACSE	SOLID186	Отклонение от значений ACSE
$k_x$ , Н/м	$1,6719 \cdot 10^8$	18,12 %	$1,6012 \cdot 10^8$	14,51 %
$k_y$ , Н/м	$1,6127 \cdot 10^8$	18,97 %	$1,5444 \cdot 10^8$	15,39 %
$k_z$ , Н/м	$1,9130 \cdot 10^8$	23,76 %	$1,8611 \cdot 10^8$	21,64 %
$k_{yy}$ , Н*м	$2,298 \cdot 10^9$	17,05 %	$2,189 \cdot 10^9$	12,93 %
$k_{xx}$ , Н*м	$8,899 \cdot 10^8$	20,89 %	$7,924 \cdot 10^8$	11,15 %

При методе полной интеграции отклонение значений жесткостей для всех направлений меньше для элементов SOLID186. Сравнивая значения из таблиц 1.4 и 1.7 для элемента SOLID186 видно, что метод полной интеграции показывает результаты с меньшим отклонением. Так как на двух уже рассмотренных факторах элемент SOLID186 в целом имеет меньшие отклонения, для дальнейших исследований будем использовать его.

### 1.3.3. Размер элемента КЭ сетки

Результаты зависимости значений жесткостей от размера КЭ элемента сетки представлены в таблицах 1.8 и 1.9, при данном анализе выбор размера параллелепипеда зависел от компьютерных мощностей.



Таблица 1.8

Сравнение жесткостей пружин для размера элемента КЭ сетки для параллелепипеда с размерами 50×50×35 м

	Размер элемента КЭ сетки 0.5 м	Отклонение от значений ACSE	Размер элемента КЭ сетки 1 м	Отклонение от значений ACSE
$k_x$ , Н/м	$1,5576 \cdot 10^8$	12,11	$1,5916 \cdot 10^8$	13,99
$k_y$ , Н/м	$1,5045 \cdot 10^8$	13,15	$1,5364 \cdot 10^8$	14,95
$k_z$ , Н/м	$1,8151 \cdot 10^8$	19,65	$1,8529 \cdot 10^8$	21,29
$k_{yy}$ , Н*м	$2,06753 \cdot 10^9$	8,44	$2,16380 \cdot 10^9$	11,88
$k_{xx}$ , Н*м	$7,79666 \cdot 10^8$	10,75	$8,17929 \cdot 10^8$	13,93

Таблица 1.9

Сравнение жесткостей пружин для размера элемента КЭ сетки 2 м для параллелепипеда с размерами 100×100×85 м

	Размер элемента КЭ сетки 1 м	Отклонение от значений ACSE	Размер элемента КЭ сетки 2 м	Отклонение от значений ACSE
$k_x$ , Н/м	$1,5132 \cdot 10^8$	9,53	$1,5772 \cdot 10^8$	13,2
$k_y$ , Н/м	$1,4624 \cdot 10^8$	10,64	$1,5219 \cdot 10^8$	14,14
$k_z$ , Н/м	$1,7517 \cdot 10^8$	16,74	$1,8175 \cdot 10^8$	19,76
$k_{yy}$ , Н*м	$2,16212 \cdot 10^9$	11,81	$2,36066 \cdot 10^9$	19,26
$k_{xx}$ , Н*м	$8,17461 \cdot 10^8$	13,88	$9,17684 \cdot 10^8$	23,28

По результатам таблиц можно сделать вывод, что увеличение размера сетки до двух метров дает большую погрешность, чем уменьшение сетки до 0,5 метра. В то же время результаты, занесенные в таблицу 1.8, говорят о том, что перемещения, полученные при сетке 0,5 приближаются к значениям, полученным при сетке 1 метр для большего размера параллелепипеда.

#### 1.3.4. Размер параллелепипеда при различных размерах фундамента

Результаты зависимости значений жесткостей от размеров параллелепипеда представлены в таблице 1.10 и на рисунках 1.6–1.8. Исходя из результатов, представленных выше, оптимальными параметрами модели в случае

ограниченных компьютерных мощностей являются SOLID186 с технологией равномерной сокращенной интеграции при размере элемента сетки равном 1 метру.

Таблица 1.10

Количественные характеристики моделей с различными размерами параллелограмма

Размер параллелепипеда	50×50×35 м	60×60×45 м	70×70×55 м	80×80×65 м	90×90×75 м	100×100×85 м
Количество узлов сетки	368271	675331	1116191	1714851	2495311	3481571
Количество элементов сетки	87500	162000	269500	416000	607500	850000

В таблицу 1.10 занесены параметры математической модели, по которым видно, что при размере параллелепипеда 100х100х85 количество узлов сетки достигает три с половиной миллиона, чего в реальных расчетах при непосредственном моделировании сооружения быть не может.

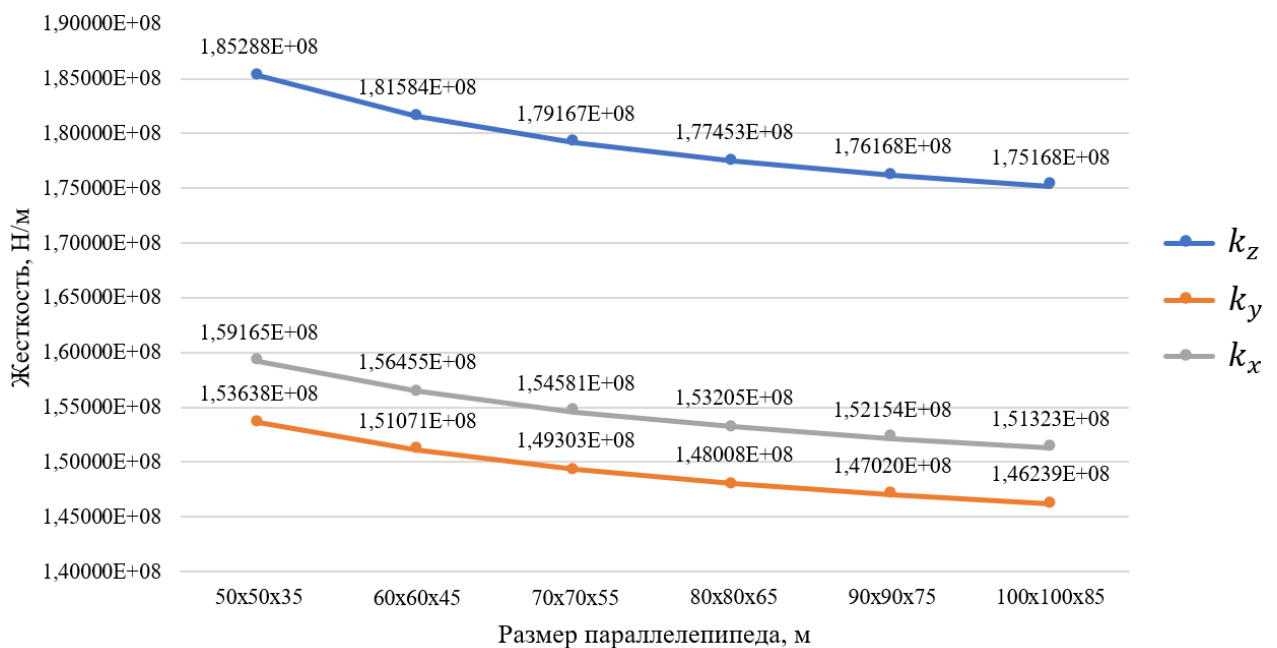


Рис. 1.6. Значения жесткостей  $k_x$ ,  $k_y$ ,  $k_z$  для различных размеров модели

Как видно по рисунку 1.6 с увеличением размера модели значения перемещений растут для всех вариантов нагружения. Наибольшей зависимостью перемещения от размеров параллелепипеда наблюдается при вертикальной нагрузке.

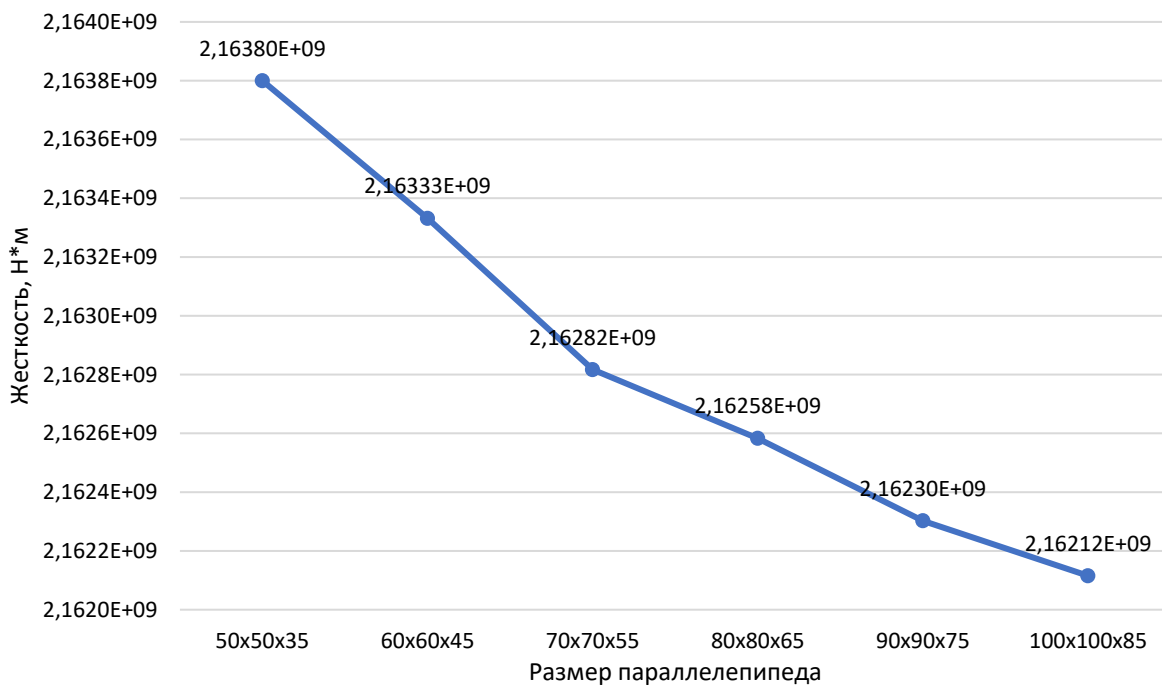


Рис. 1.7. Значения жесткостей  $k_{xx}$  для различных размеров модели

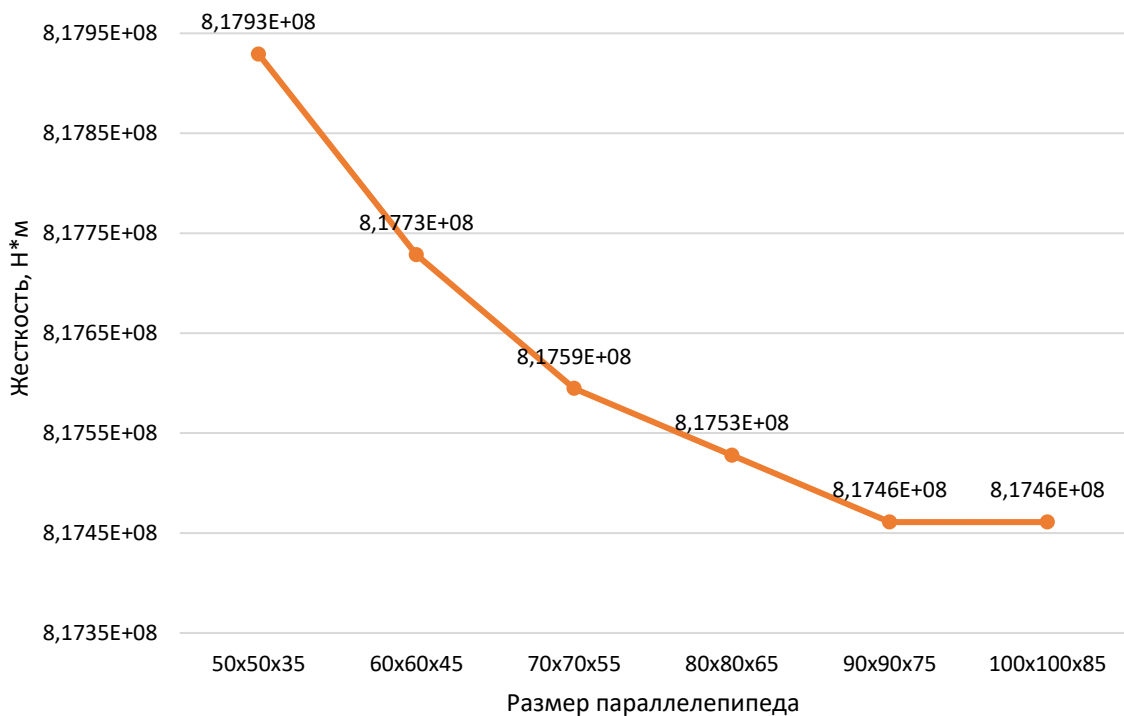


Рис. 1.8. Значения жесткостей  $k_{yy}$  для различных размеров модели

При сравнении рисунков 1.6–1.8 можно наблюдать поворотные жесткости имеют меньшую зависимость от размеров модели, чем жесткости линейных пружин.

Рассмотрим отклонение значений жесткостей для различных размеров модели.

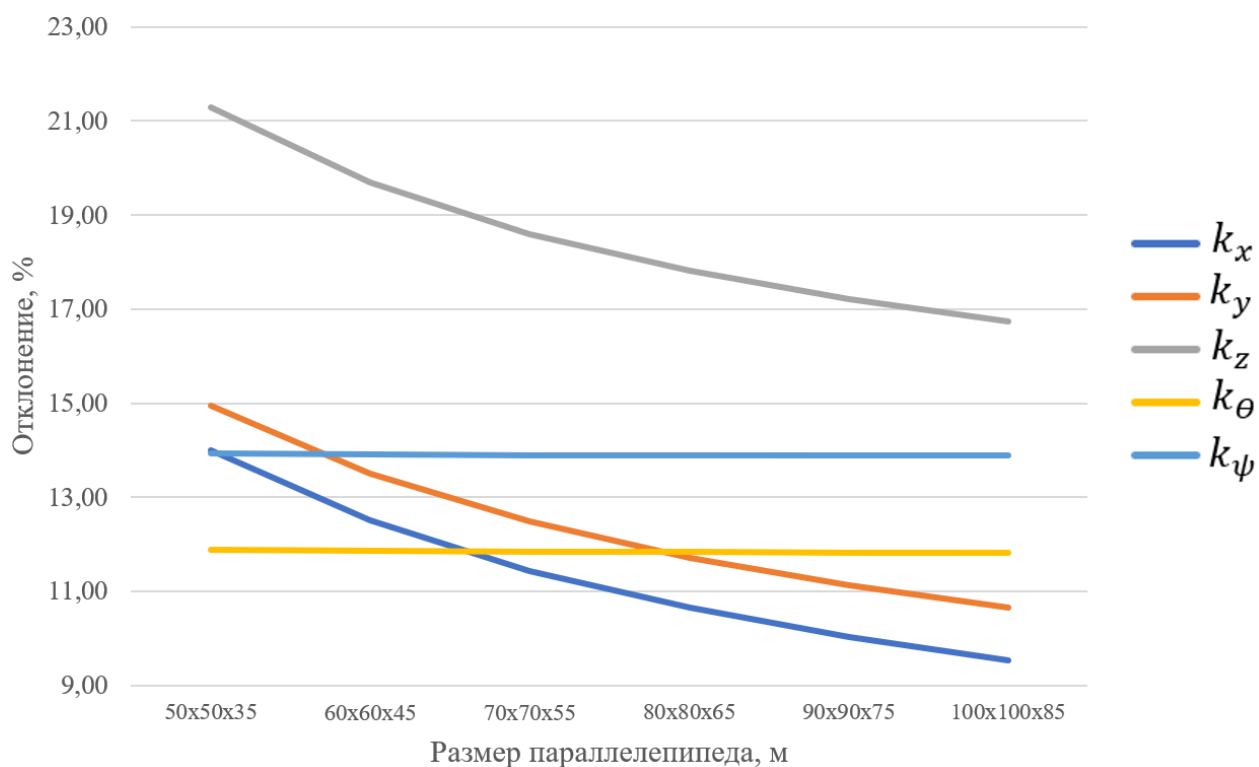


Рис. 1.8. Отклонение величин от значений эквивалентных жесткостей из ASCE

По рисунку 1.8 можно сделать вывод, что наибольшим отклонением от значений ASCE обладает жесткость пружин  $k_z$ , так же следует заметить, значения поворотных жесткостей в меньшей степени зависят от размеров параллелепипеда. Погрешность для линейных пружин во всех направлениях изменяется примерно одинаково.

## ГЛАВА 2. АНАЛИЗ МЕТОДИК СУБСТРУКТУРНОГО ПОДХОДА

### 2.1. Сравнение ASCE и NIST

В 2009 году Национальный институт стандартов и технологий (NIST) инициировал проект, цель которого состояла в разработке руководства по реакции взаимодействия грунта и структуры при анализе спектров отклика, чтобы

входные движения грунта точно отражали входные данные в основании сооружения. Этот отчет [13] представляет собой обобщение множества исследований на тему моделирования эффектов SSI. Во второй главе источника представлены формулы, которые часто применяются на практике для расчета статической жесткости прямоугольных фундаментов. Эти уравнения являются выводом из множества исследований, которые основаны на численных результатах и экспериментальных данных [6], [7], [8], [9], [11].

$$k_z = \frac{2GL_h}{1-\nu} \left[ 0.73 + 1.54 \left( \frac{B_h}{L_h} \right)^{0.75} \right]$$

$$k_y = \frac{2GL_h}{2-\nu} \left[ 2 + 2.5 \left( \frac{B_h}{L_h} \right)^{0.85} \right]$$

$$k_x = k_y - \frac{0.2GL_h}{0.75-\nu} \left( 1 - \frac{B_h}{L_h} \right)$$

$$k_{zz} = G(J_i)^{0.75} \left[ 4 + 11 \left( 1 - \frac{B_h}{L_h} \right)^{10} \right]$$

$$k_{yy} = \frac{G}{1-\nu} (I_y)^{0.75} \left[ 3 \left( \frac{L_h}{B_h} \right)^{0.15} \right]$$

$$k_{xx} = \frac{G}{1-\nu} (I_x)^{0.75} \left( \frac{L}{B} \right)^{0.25} \left[ 2.4 + 0.5 \left( \frac{B_h}{L_h} \right) \right]$$

Где  $L_h$  – половина длины фундамента;

$B_h$  – половина ширина фундамента;

$I_y = \frac{BL^3}{12}$ ,  $I_x = \frac{LB^3}{12}$ ,  $J_i = I_y + I_x$  – моменты инерции.

Данные уравнения учитывают эффекты заделки, которые возникают в результате зазора между грунтом и фундаментом.

В таблицах 2.1 и 2.2 представлено сравнение жёсткостей между ASCE, NIST и численными результатами прямого подхода.

Таблица 2.1

Сравнение численных результатов со значениями ASCE

Размер параллелепипеда	50×50×35	60×60×45	70×70×55	80×80×65	90×90×75	100×100×85
Отклонение от значений ASCE для $k_x$ , %	13,99	12,50	11,44	10,65	10,03	9,53
Отклонение от значений ASCE для $k_y$ , %	14,95	13,50	12,48	11,71	11,12	10,64
Отклонение от значений ASCE для $k_z$ , %	21,29	19,68	18,60	17,81	17,21	16,74
Отклонение от значений ASCE для $k_{yy}$ , %	11,88	11,86	11,84	11,83	11,82	11,81
Отклонение от значений ASCE для $k_{xx}$ , %	13,93	13,91	13,89	13,89	13,88	13,88
Отклонение от значений ASCE для $k_{zz}$ , %	70,49	70,48	70,47	70,47	70,46	70,46

Таблица 2.2

Сравнение численных результатов со значениями NIST

Размер параллелепипеда	50×50×35	60×60×45	70×70×55	80×80×65	90×90×75	100×100×85
Отклонение от значений NIST для $k_x$ , %	13,31	11,80	10,73	9,93	9,31	8,81
Отклонение от значений NIST для $k_y$ , %	14,53	13,07	12,04	11,27	10,68	10,20

Продолжение табл 2.2

Размер параллелепипеда	50×50×35	60×60×45	70×70×55	80×80×65	90×90×75	100×100×85
Отклонение от значений NIST для $k_z$ , %	18,58	16,92	15,80	14,99	14,37	13,88
Отклонение от значений NIST для $k_{yy}$ , %	16,77	16,75	16,73	16,72	16,71	16,70
Отклонение от значений NIST для $k_{xx}$ , %	26,30	26,28	26,27	26,26	26,26	26,26
Отклонение от значений NIST для $k_{zz}$ , %	11,97	11,93	11,90	11,89	11,88	11,88

Отклонения относительно формул NIST меньше, чем отклонения относительно ASCE, за исключением значений поворотной жёсткости  $k_{xx}$ . Максимальные отклонения наблюдаются для формул ASCE для поворотной жёсткости  $k_{zz}$ .

В таблице 2.3 представлено сравнение двух подходов к расчету эквивалентных жесткостей пружин для фундамента длиной  $L=8$  м и шириной  $B=4$  м.

Таблица 2.3

Сравнение нормативных документов для фундамента длиной  $L=8$  м и шириной  $B=4$  м.

	ASCE	NIRST	Погрешность, %
$k_x$ , Н/м	$1,36896 \cdot 10^8$	$1,37987 \cdot 10^8$	0,8
$k_y$ , Н/м	$1,30673 \cdot 10^8$	$1,31321 \cdot 10^8$	0,5
$k_z$ , Н/м	$1,45841 \cdot 10^8$	$1,50855 \cdot 10^8$	3,44
$k_{xx}$ , Н*М	$7,04000 \cdot 10^8$	$6,02825 \cdot 10^8$	14,37
$k_{yy}$ , Н*М	$1,90667 \cdot 10^9$	$1,80098 \cdot 10^9$	5,54
$k_{zz}$ , Н*М	$6,87914 \cdot 10^8$	$2,05225 \cdot 10^9$	66,48

Как видно по таблице 2.3 для соотношения сторон фундамента  $\frac{L}{B} = 2$  наибольшим отклонением обладают поворотные пружины. Рассмотрим различные варианты отношения  $\frac{L}{B}$  и сравним жесткости вычисленные по ASCE и NIST, результаты сравнения представлены на рисунке 2.1.

Модуль отклонений значений NIST от ASCE, %

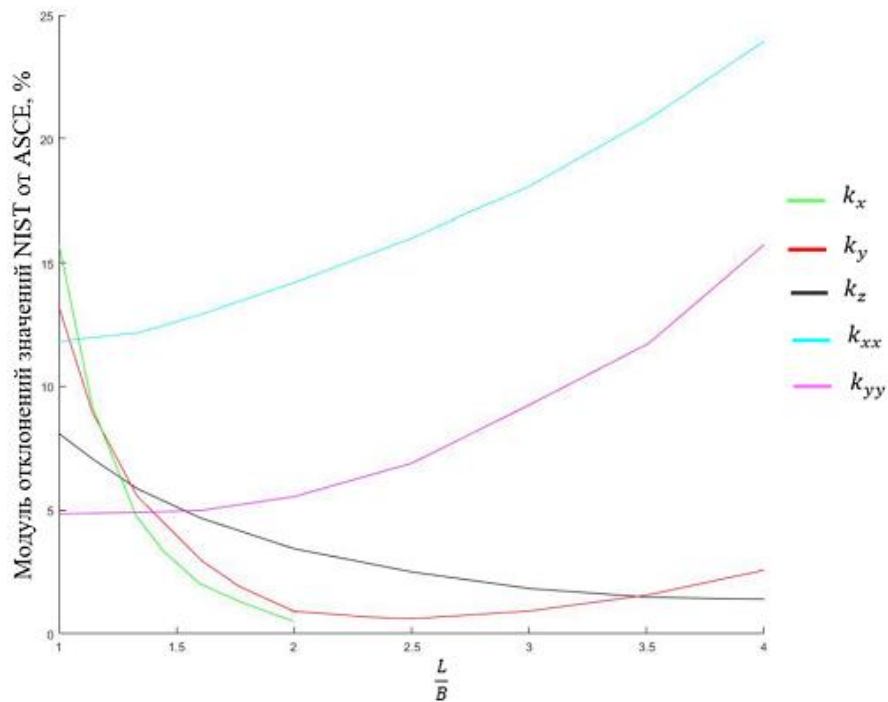


Рис. 2.1. Отклонение по модулю жесткостей пружин рассчитанных по ASCE и NIST для различных соотношений  $\frac{L}{B}$

По рисунку 2.1 наблюдается, что наибольшая разность в значениях наблюдается у поворотных пружин. Для протяженных фундаментов отклонения значений жесткостей  $k_{xx}$  и  $k_{yy}$  превышают 15 %.

## 2.2. Заглубленный фундамент

В отличие от фундамента, находящегося на поверхности земли, для заглубленного фундамента жесткости пружин рассчитываются по формуле:

$$K_i = k_i \times \eta_i$$

Где  $\eta_i$  – коэффициент заделки, который для каждого направления колебаний рассчитывается индивидуально по формулам, представленным ниже.



$$\eta_z = \left[ 1 + \frac{D}{21B_h} \left( 1 + 1.3 \frac{B_h}{L_h} \right) \right] \left[ 1 + 0.2 \left( \frac{A_w}{4B_h L_h} \right)^{2/3} \right]$$

$$\eta_y = \left[ 1 + 0.15 \sqrt{\frac{D}{B_h}} \right] \left[ 1 + 0.52 \left( \frac{z_w A_w}{B_h L_h^2} \right)^{0.4} \right]$$

$$\eta_{zz} = 1 + 1.4 \left( 1 + \frac{B_h}{L_h} \right) \left( \frac{d_w}{B_h} \right)^{0.9}$$

$$\eta_{yy} = 1 + 0.92 \left( \frac{d_w}{B_h} \right)^{0.6} \left[ 1.5 + \left( \frac{d_w}{D} \right)^{1.9} \left( \frac{B_h}{L_h} \right)^{-0.6} \right]$$

$$\eta_{xx} = 1 + 1,26 \frac{d_w}{B_h} \left[ 1 + \frac{d_w}{B_h} \left( \frac{d_w}{D} \right)^{-0.2} \sqrt{\frac{B_h}{L_h}} \right]$$

Где  $D$  – глубина залегания фундамента;

$d_w$  – высота эффективного контакта с боковой стеной;

$z_w$  – глубина до центра эффективного контакта с боковой стеной;

$A_w$  – площадь контакта для эффективной высоты контакта. Если  $B = L$ , то  $\eta_y =$

$\eta_x$

Величины обозначенные выше изображены на рисунке 2.2:

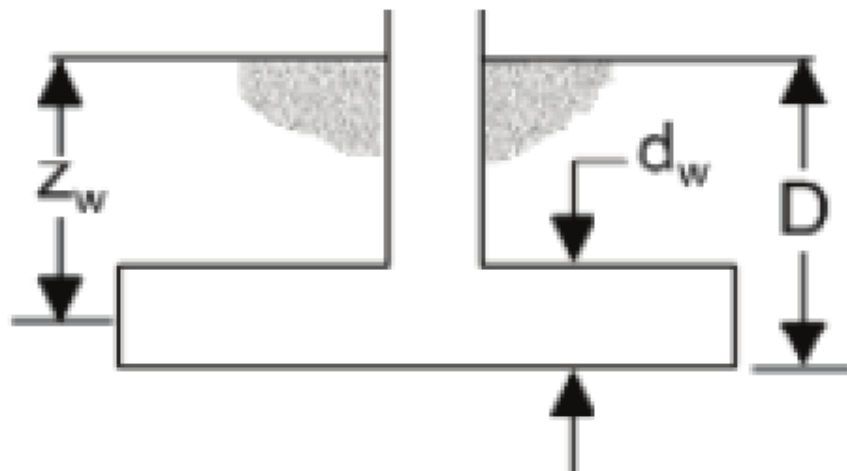


Рис. 2.2. Схема заглубленного фундамента

В таблице 2.4 представлены параметры, использованные в данном расчете:

Таблица 2.4

## Геометрические параметры модели заглубленного фундамента

Параметр	Значение, м
$B = L$	10
$D$	9
$d_w$	4
$z_w$	7

Параметрами расчетной модели выбран SOLID186 с технологией равномерной сокращенной интеграции при размере элемента сетки равном 1 метру, размер параллелепипеда 90x90x75. В таблице 2.5 представлено сравнение аналитического решения из NIST и жесткостей пружин, вычисленных с помощью прямого подхода в программном комплексе ANSYS аналогично способу, используемому в первой главе работы.

Таблица 2.5

## Сравнение жесткостей для модели с заглубленным фундаментом

	Значения жесткостей		Отклонения значений, %
	Численное решение	NIST	
$k_z$ , Н/м	$5,5081 \cdot 10^8$	$3,6505 \cdot 10^8$	50.89
$k_y$ , Н/м	$6,8083 \cdot 10^8$	$5,3608 \cdot 10^8$	27
$k_{zz}$ , Н*м	$4,1874 \cdot 10^{10}$	$3,1472 \cdot 10^{10}$	24.84
$k_{yy}$ , Н*м	$2,9990 \cdot 10^{10}$	$1,2686 \cdot 10^{10}$	57.70
$k_{xx}$ , Н*м	$2,9990 \cdot 10^{10}$	$1,4997 \cdot 10^{10}$	49.99

Согласно данным таблицы выше отклонения значений жесткостей эквивалентных пружин для заглубленного фундамента слишком велики, чтобы говорить о сходимости методов, требуются дополнительные исследования.

### 2.3. Задача о нагружении бетонного основания

Рассмотрим задачу о нагружении давлением бетонного объемного тела фундамента. При данном анализе оценивались перемещения и напряжения фундамента с тремя различными вариантами отношения его сторон в трех различных случаях нагружения. Также рассматривались три различные постановки:

- Прямое моделирование грунта с совместной сеткой;
- Прямое моделирование грунта с контактом по separation;
- Моделирование грунта эквивалентными пружинами с жесткостями.

Для исключения погрешности значений жесткостей пружин, вычисленных по формулам ASCE или NIST для третьей постановки были проведены предварительные расчеты. Аналогично первой части данной работы для каждого варианта размеров фундамента были вычислены жесткости пружин на основе прямого подхода в программном комплексе ANSYS. Физико-механические свойства бетона представлены в таблице 2.6

Таблица 2.6

Физико-механические свойства бетона

Параметр	Значение
Модуль упругости	$32,5 \cdot 10^3$ МПа
Коэффициент Пуассона	0,2
Плотность	2550 кг/м <sup>3</sup>
Нормативная прочность на сжатие	30 МПа
Средняя прочность на сжатие	38,5 МПа

На рисунках 2.3 и 2.4 представлены математические модели прямого и субструктурного подхода с силой  $100 \cdot x$  Па к верхней плоскости фундамента. Ось ОХ направлена вдоль длинной стороны основания.

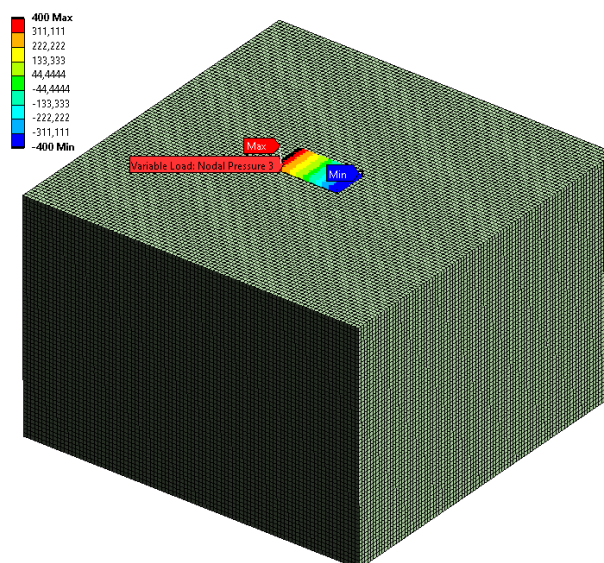


Рис. 2.3. Математическая модель прямого подхода

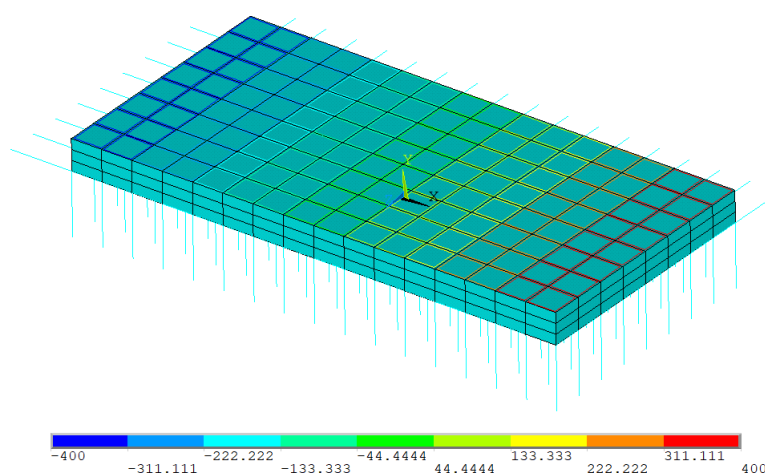


Рис. 2.4. Математическая модель субструктурного подхода

Целью данной задачи стояло сравнение распределения перемещений в центральном сечении фундамента и распределения напряжений на верхней и нижней его плоскости. На рисунке 2.5 изображены пути для вывода распределений перемещений в центральном сечении фундамента и распределений напряжений на верхней поверхности плиты – прямая В, распределений напряжений на нижней поверхности плиты – прямая А.

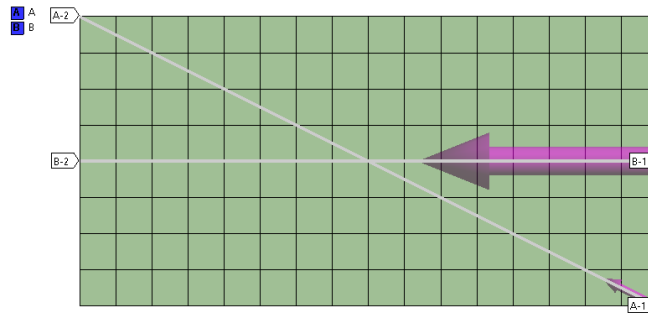
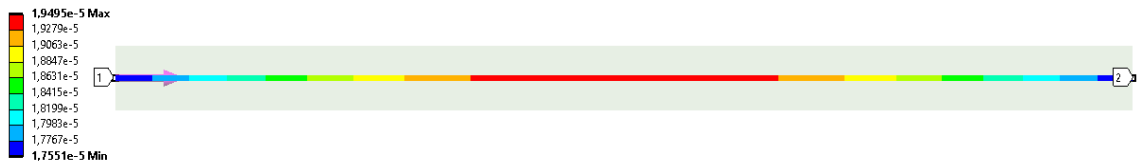
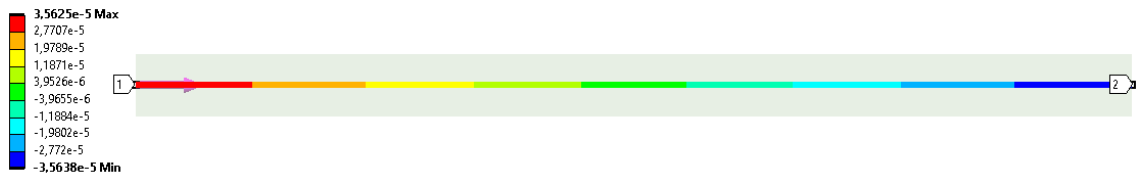


Рис. 2.5. Используемые для вывода распределений перемещений и напряжений пути

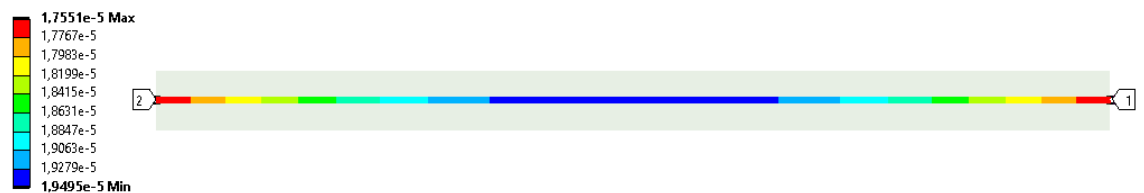
Поскольку поля распределения перемещений при различных отношениях  $B/L$  имеют схожий вид, на рисунках 2.6 изображены перемещения по пути В в центре плиты для прямого подхода с использованием с контакта по separation.



а) при нагружении давлением 100 Па



б) при нагружении давлением  $100 \cdot x$  Па



в) при нагружении давлением  $100 \cdot |x|$  Па

Рис. 2.6. Распределение перемещений по пути в центральном сечении для  $\frac{B}{L} = 0,5$

На рисунках 2.7–2.9 представлены отклонения максимальных значений перемещений.

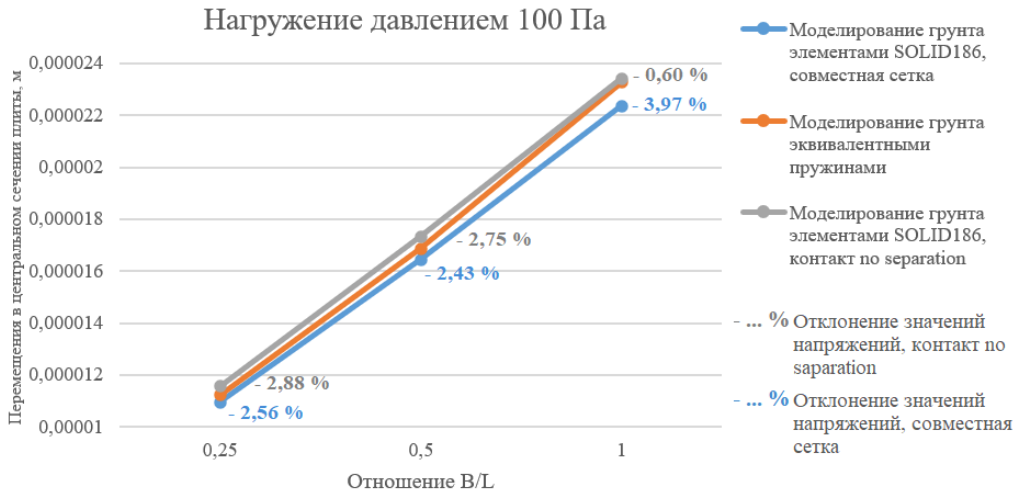


Рис. 2.7. Сравнение максимальных значений перемещений при нагружении давлением равным 100 Па

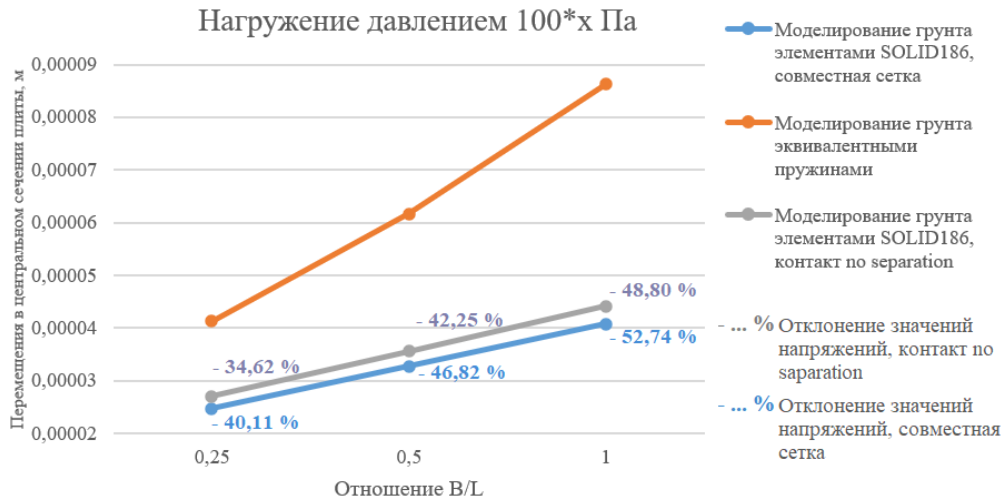


Рис. 2.8. Сравнение максимальных значений перемещений при нагружении давлением равным 100\*x Па

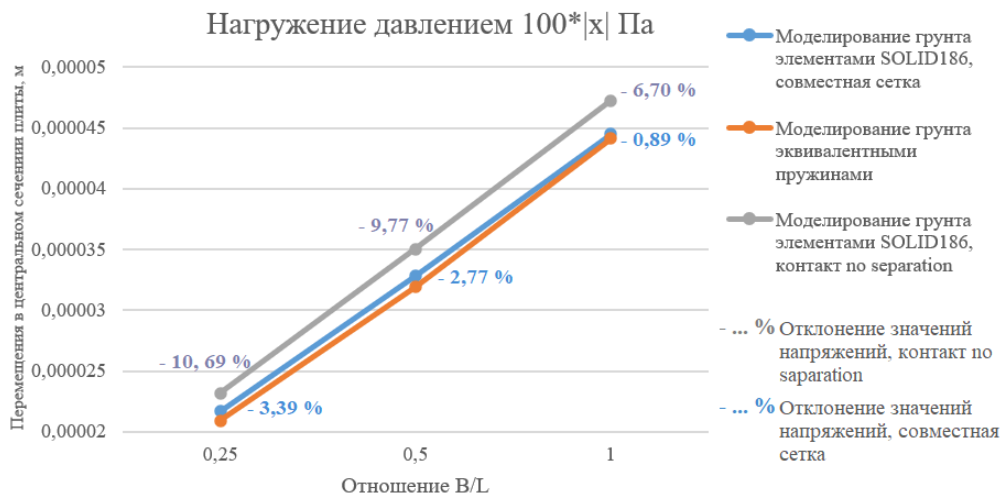
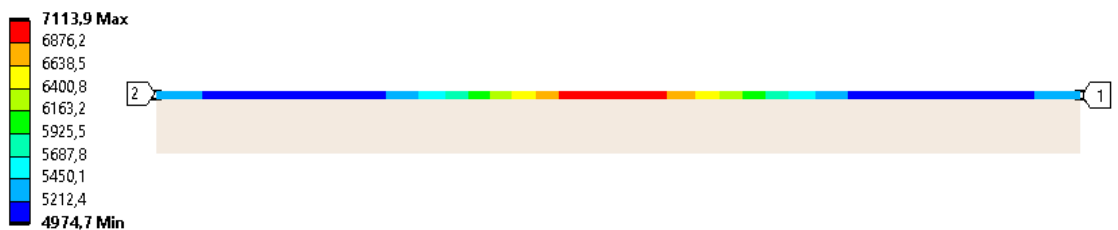


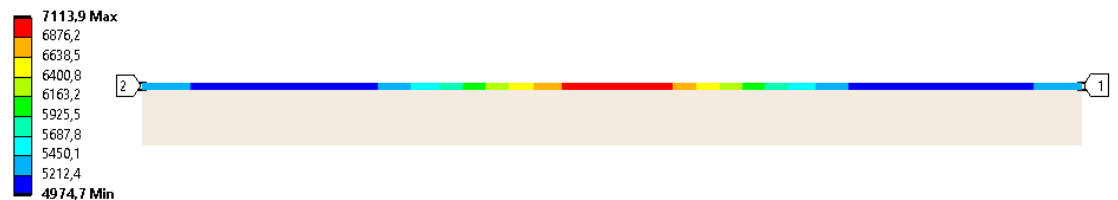
Рис. 2.9. Сравнение максимальных значений перемещений при нагружении давлением равным 100\*|x| Па

В первом и третьем случае нагружения максимальные перемещения возникали в центре фундаментной плиты, в то время как во втором случае максимальные перемещения находятся на одном из краев фундамента. По рисункам 2.7–2.9 видно, что во втором случае, значения перемещений при моделировании грунта эквивалентными пружинами имеют большие отклонения, чем в случае равной на обоих краях нагрузке. Соответственно можно сделать вывод, что жесткость вертикальных пружин по краям фундамента не соответствует жесткости при прямом подходе.

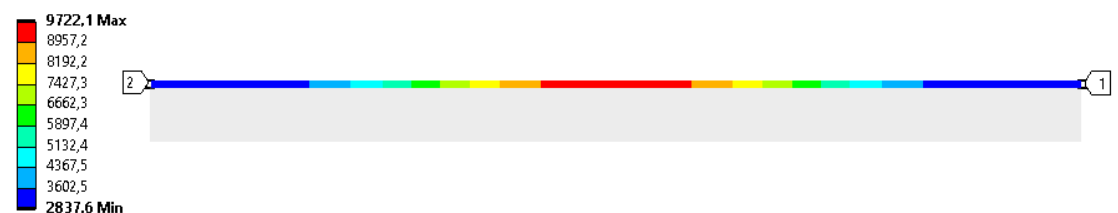
Области максимальных напряжений на верхней плоскости фундамента при прямом и субструктурном подходах находятся в центре фундамента, на рисунке 2.10 изображены напряжения по пути на верхней плоскости фундамента.



a) Совместная сетка



b) Контакт No separation



c) Моделирование грунта эквивалентными пружинами

Рис. 2.10. Распределение напряжений по пути на верхней плоскости фундамента соот-

ношением  $\frac{B}{L} = 1$  при нагружении давлением равным  $100 \cdot |x|$  Па

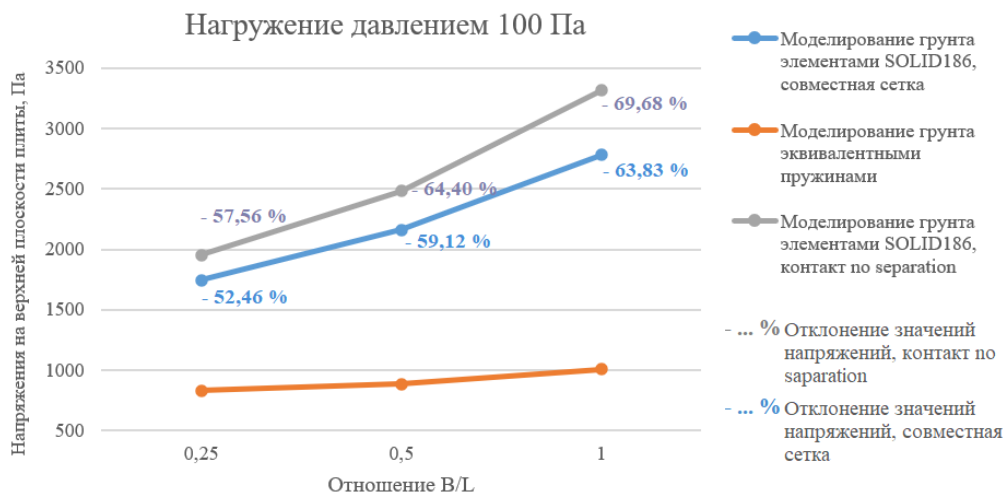


Рис. 2.11. Сравнение максимальных значений напряжений на верхней плоскости фундамента при нагружении давлением равным 100 Па

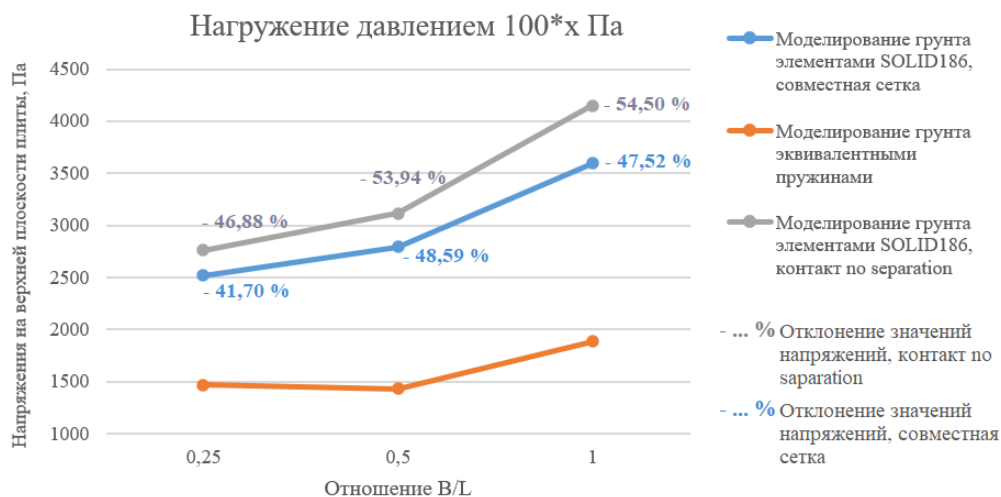


Рис. 2.12. Сравнение максимальных значений напряжений на верхней плоскости фундамента при нагружении давлением равным 100\*x Па

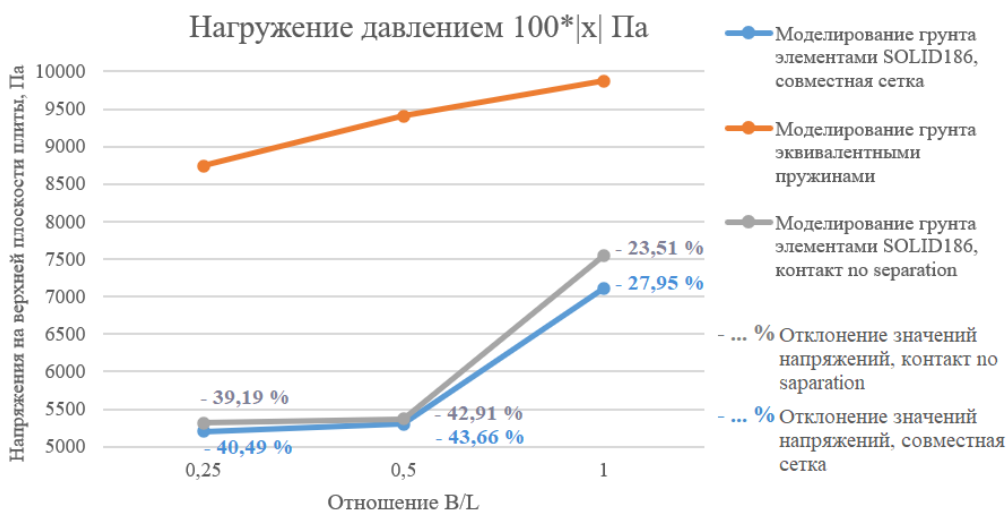
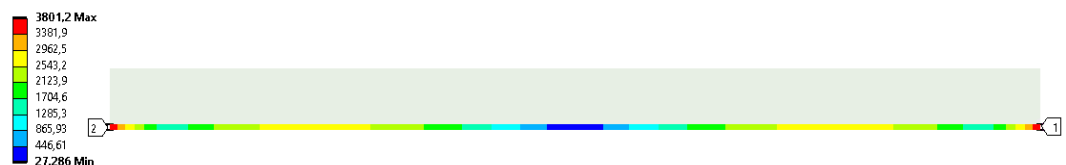


Рис. 2.13. Сравнение максимальных значений напряжений на верхней плоскости фундамента при нагружении давлением равным 100\*|x| Па



Из рисунков 2.11–2.13 следует, что значения напряжений при использовании эквивалентных грунту пружин превосходят значения напряжений при прямом моделировании грунта в среднем в два раза для всех вариантов нагружения.

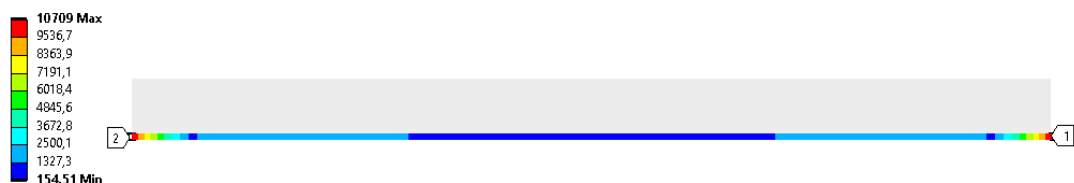
Максимальные напряжения на нижней плоскости фундамента в случае моделирования грунта эквивалентными пружинами принадлежат областям в углах фундамента. Данное распределение напряжений соответствует контактной задаче Герца [1]. При моделировании грунта прямым методом данный эффект наблюдается в меньшей степени и зависит от способа задания контактной пары между телом грунта и телом фундамента. На рисунке 2.14 приведены распределения давлений на нижней плоскости фундамента по пути А, указанном на рисунке 2.5.



а) Совместная сетка



б) Контакт No separation



с) Моделирование грунта эквивалентными пружинами

Рис. 2.14. Распределение напряжений по пути на нижней плоскости фундамента соот-

ношением  $\frac{B}{L} = 0,25$  при нагружении давлением равным  $100 \cdot x$  Па

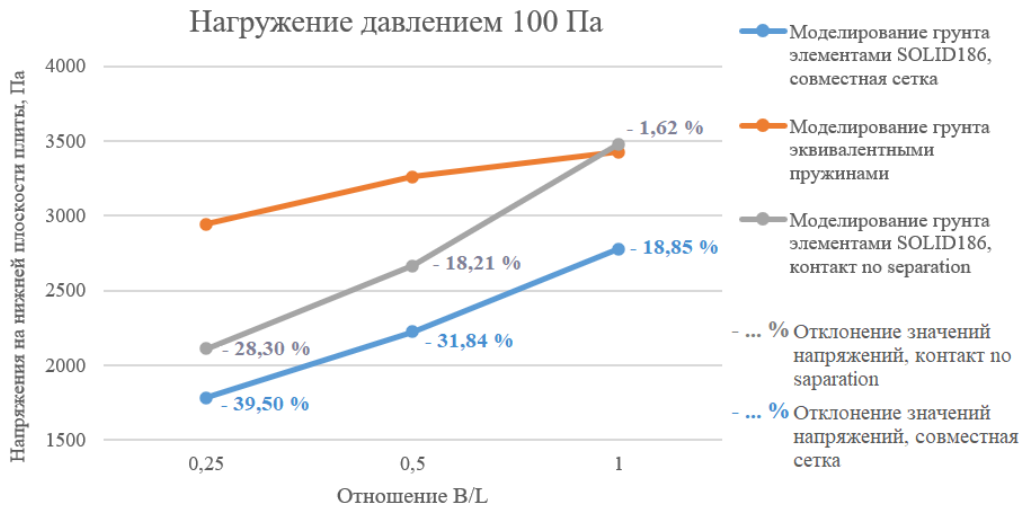


Рис. 2.15. Сравнение максимальных значений напряжений на нижней плоскости фундамента при нагружении давлением равным 100 Па

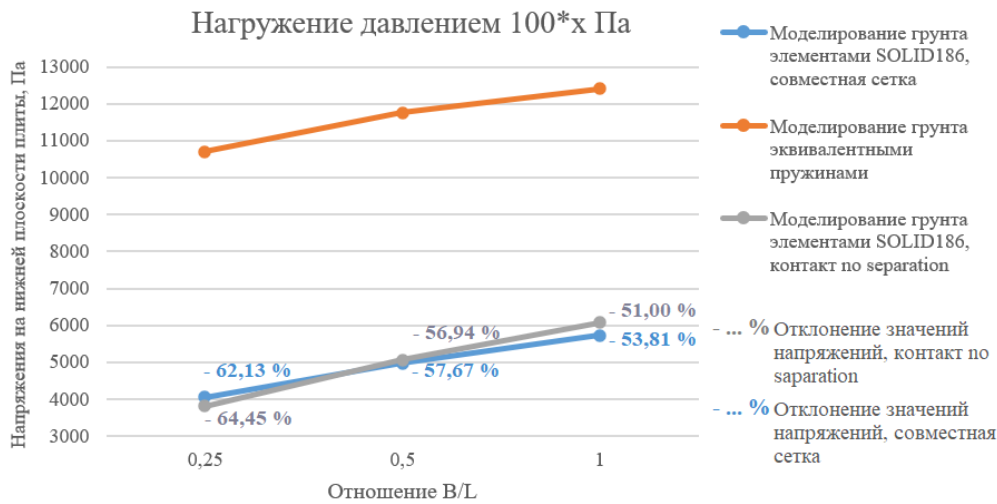


Рис. 2.16. Сравнение максимальных значений напряжений на нижней плоскости фундамента при нагружении давлением равным 100\*x Па

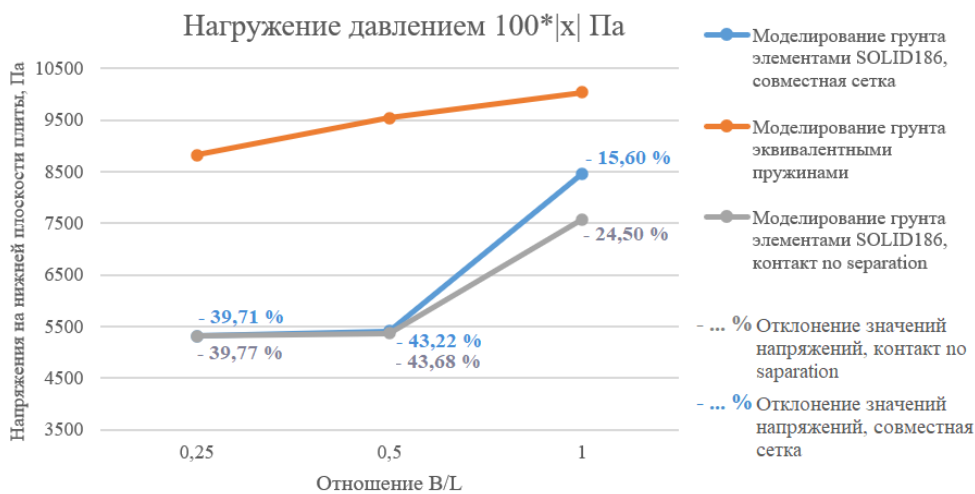


Рис. 2.17. Сравнение максимальных значений напряжений на нижней плоскости фундамента при нагружении давлением равным 100\*|x| Па

Как видно по рисункам 2.15–2.17 при увеличении значения отношения  $\frac{B}{L}$  значения напряжений имеют меньшие отклонения.

Исходя из выводов сделанных выше следует, что также необходимо сравнить помогает ли контакт между телами грунта и фундамента в прямой постановке в задаче о вычислении жесткостей пружин. Для этого проведем аналогичный первой главе данной работы расчет, но в данном случае фундамент является объёмным телом. Выберем SOLID186 с технологией равномерной сокращенной интеграции при размере элемента сетки равном 1 метру, размер параллелепипеда  $90 \times 90 \times 75$  м, размер фундамента  $L=8$  м,  $B=4$  м, контакт по separation.

Таблица 2.7

Сравнение жесткостей для модели с контактом по separation

	Значения жесткостей		Отклонения значений, %
	Численное решение	NIST	
$k_z$ , Н/м	$1,7323 \cdot 10^8$	$1,50855 \cdot 10^8$	12,92
$k_{xx}$ , Н*м	$7,0636 \cdot 10^8$	$6,02825 \cdot 10^8$	14,66
$k_{yy}$ , Н*м	$1,9068 \cdot 10^9$	$1,80098 \cdot 10^9$	5,55

По результатам таблицы можно сделать вывод, что наличие контакта между грунтом и фундаментом способствует уменьшению значений отклонений жёсткостей. Жёсткости пружин в рассматриваемых в таблице 2.7 направлений имеют меньшую погрешность, чем в случае модели с совместной сеткой, результаты для которой занесены в таблицу 2.2. Несмотря на меньшие отклонения, модель с контактом не позволяет произвести расчет жесткостей  $k_x$ ,  $k_y$ ,  $k_{zz}$ , так как контакт по separation не допускает разделения контактных элементов, но разрешает небольшое относительное скольжение между ними с нулевым трением.

### ГЛАВА 3. ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДА РАСПРЕДЕЛЕННЫХ ПРУЖИН

Фундаменты реальных сооружений обладают свойствами деформируемости и податливости. Особенно ярко эти свойства выражаются для протяженных

в плане оснований зданий. Но при использовании простейших моделей субструктурного подхода, как правило, данными свойствами фундамента пренебрегают, задавая его абсолютно жестким целым. Также по задаче с бетонным основанием, рассмотренной выше, видно, что распределенные пружины с одинаковой жесткостью не передают реальных перемещений фундамента. Следовательно, в такой постановке мы пренебрегаем жесткостью на качание, а при сейсмической нагрузке качание является основным видом движения здания. Все это напрямую влияет на динамику всего сооружения, на его деформации, жесткость и формы движения, вектор ответа на различных высотных уровнях. В этой главе мы переходим к распределенным моделям пружин для того, чтобы правильно описать деформационные свойства фундамента, а значит правильно оценить его динамическое поведение и всего дома целиком.

Для вертикальных пружин необходимо нормализовать поступательное сопротивление по площади основания. По методике описанной в NIST [13] жесткость пружин в центре основания вычисляется по формуле:

$$k_{mid} = \frac{k_z}{4BL} \quad (1)$$

Чтобы учесть связь между вертикальной жесткостью и жесткостью при качании основание делится на две области: область у края основания для учета эффекта жесткости при вращении и средняя область для учета вертикальной жесткости. Пружины вдоль края фундамента должны иметь большую жесткость, чем центральные пружины. На рисунке 3.1 представлена схема данной методики.

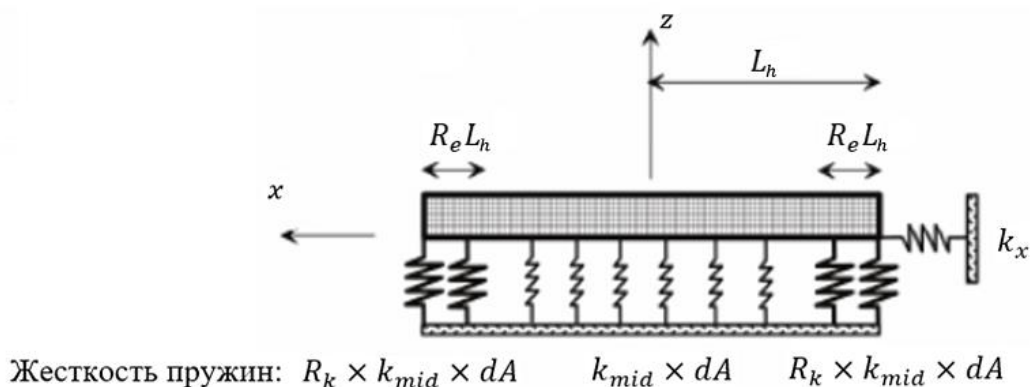


Рис. 3.1. Вертикальное распределение пружин для воспроизведения общей жесткости на качание  $k_{yy}$

На рисунке 3.1  $dA$  обозначена площадь действия одной пружины.

Увеличение жесткости боковых пружин может быть рассчитано по формулам:

$$R_{k,yy} = \frac{\left(\frac{3k_{yy}}{4k'_z B_h L_h^3}\right) - (1 - R_e)^3}{1 - (1 - R_e)^3}$$

$$R_{k,xx} = \frac{\left(\frac{3k_{xx}}{4k'_z L_h B_h^3}\right) - (1 - R_e)^3}{1 - (1 - R_e)^3}$$

Где  $R_e$  – коэффициент, который обычно принимается в диапазоне от 0,3 до 0,5. Уравнение были выведены путем сопоставления момента, создаваемого пружинами для вращения единичного основания с жесткостью вращения  $k_{yy}$  или  $k_{xx}$ . Однако, эта поправка не сохраняет первоначальную вертикальную жесткость. Как показано на рисунке длина участка с более жесткими пружинами вычисляется по формуле:

$$L_{end} = R_e L_h$$

Но в NIST нет подробного описания аналитического получения коэффициента  $R_e$ . Для его проверки обратимся к первоисточнику данной методики [10]. Для моделирования системы неглубокого фундамента используется метод моделирования балки на нелинейном фундаменте Винклера, конечной целью заявлено получение способа вычисления жесткостей вертикальных пружин, которые компенсируют недооценку поворотной жесткости при качании сооружения. Численные результаты, представленные в данной статье, демонстрируют, что при соответствующем выборе параметров модели и свойств грунта может быть получено разумное сравнение между нелинейным подходом и экспериментальным откликом.

На данный момент существует множество различных моделей отражающих взаимодействие фундамента с сооружением [12],[14], самая простая - линейная упругая модель Винклера [2], представляющая собой с физической точки зрения множество несвязанных между собой одинаковых упругих пружин,

опирающихся на абсолютно жесткое основание. Но данная модель мало применима, так как не учитывает вязко-упругое поведение, тем не менее она лежит в основе множества других методик моделирования системы «сооружение-основание».

В статье [9] длина области у края основания рассчитывается по формуле:

$$L_{end} = L \left[ 1 - (1 - C_{R-V}^k)^{1/3} \right]$$

Где параметр  $C_{R-V}^k$  определяется как коэффициент дефицита вращательной жесткости и рассчитывается по формуле:

$$C_{R-V}^k = \frac{k_{yy} - \frac{k_z I_y}{4BL}}{k_{yy}}$$

Если  $C_{R-V}^k$  больше нуля, то конечной области требуется большая жесткость, чтобы компенсировать разницу в вертикальной и вращательной жесткости и связи между ними. В случае  $C_{R-V}^k \leq 0$  жесткость пружин в центре основания равна жесткости пружин на краю основания. Жесткость пружин на краю основания вычисляется по формуле:

$$k_{end} = k_{mid} + \frac{k_{yy} C_{R-V}^k}{I_y}$$

Где жесткость пружин в центре основания вычисляется по формуле (1).

Произведем оценку минимального отношения  $\frac{B}{L}$ , для которого требуется увеличение жесткости на краях фундамента.

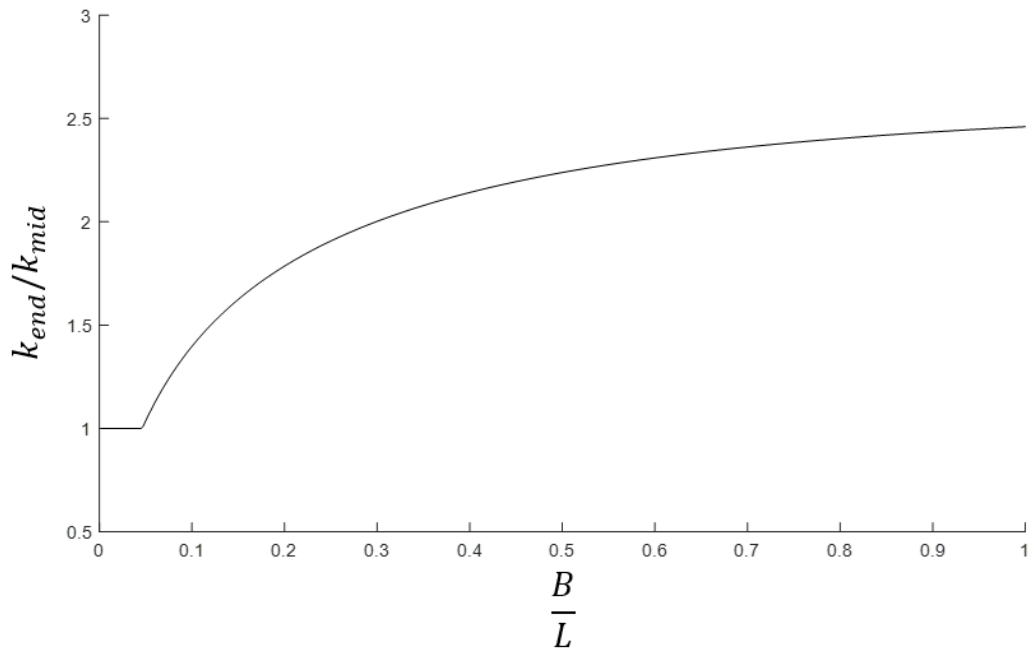


Рис. 3.2. Отношение жесткостей распределенных пружин  $\frac{k_{end}}{k_{mid}}$  для различных отношений  $\frac{B}{L}$

Согласно рисунку 3.2 при отношении  $\frac{B}{L} = 0,0468$  требуется использовать методику распределенных пружин. Данное значение отношения не зависит от размера  $L$ , соответственно для большинства фундаментов вертикальные пружины с одинаковой жесткостью не обеспечивают реальной жесткости на качание. Но как сказано в NIST распределенные пружины не сохраняют первоначальную вертикальную жесткость при сохранении поворотной. Также из выкладок первоисточника [10] мы можем оценить коэффициент  $R_e$  по формуле:

$$R_e = \frac{L_{end}}{L_h}$$

Проведем исследование всех перечисленных в предыдущем абзаце замечаний для различных значений отношения  $\frac{B}{L}$ .

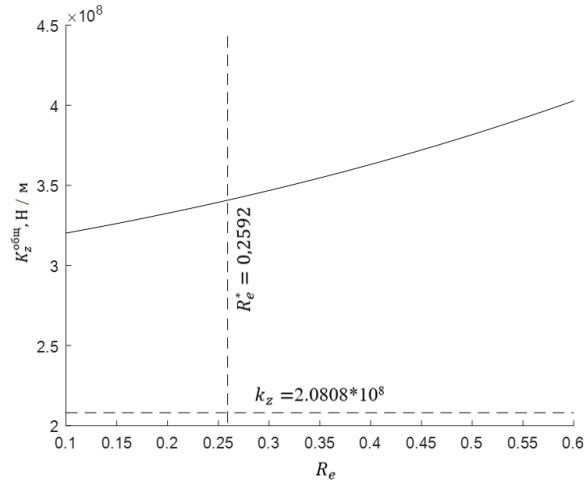


Рис. 3.3. Зависимость вертикальной жесткости от коэффициента  $R_e$  для отношения  $\frac{B}{L} = 1$

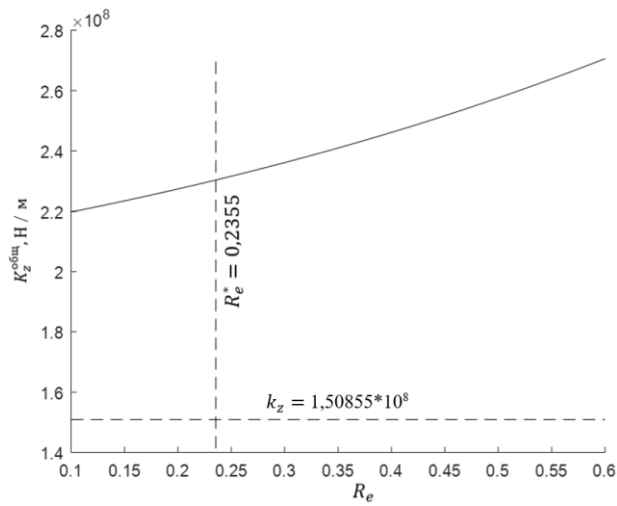


Рис. 3.4. Зависимость вертикальной жесткости от коэффициента  $R_e$  для отношения  $\frac{B}{L} = 0,5$

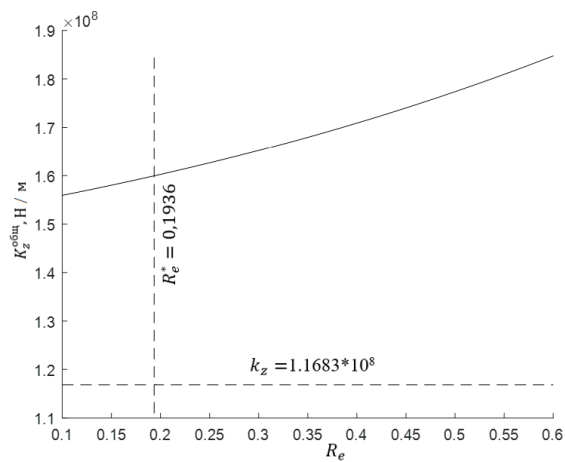


Рис. 3.5. Зависимость вертикальной жесткости от коэффициента  $R_e$  для отношения  $\frac{B}{L} = 0,25$



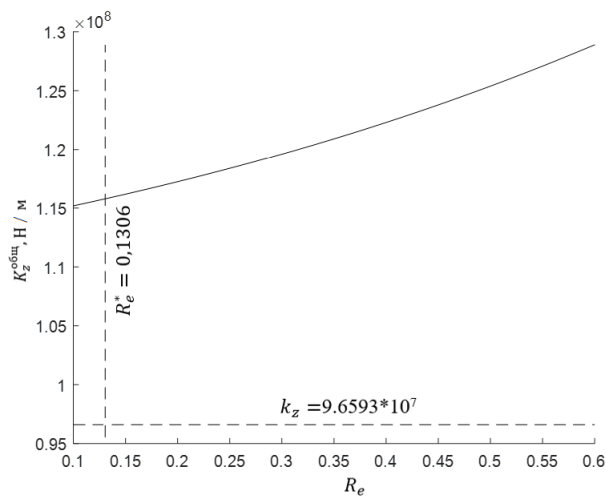


Рис. 3.6. Зависимость вертикальной жесткости от коэффициента  $R_e$  для отношения  $\frac{B}{L} = 0,125$

Из данных рисунков 3.3–3.6 следует, что при сохранении поворотной жесткости, вычисленной по формулам NIST, общая вертикальная жесткость распределенных пружин превосходит исходное значение, обозначенное горизонтальной пунктирной линией. Вертикальной пунктирной линией на графиках обозначено значение коэффициента  $R_e$ , вычисленное с помощью аналитики из первоисточника. Как видно по рисункам коэффициент  $R_e^*$  для всех рассмотренных размеров фундамента не попадает в промежуток  $[0.3; 0.5]$ , которые заявлен в NIST. Проверим действительно ли сохраняется поворотная жесткость при данной методике распределенных пружин. За коэффициент  $R_e$  возьмем значения из промежутка  $[0.3; 0.5]$  и значение  $R_e^*$  обозначенное на рисунках 3.3–3.6.

В программном комплексе ANSYS создадим модель абсолютно жесткого объемного тела фундамента с распределенными вертикальными пружинами разной жесткости на краях и в центре фундамента. Жесткости пружин рассчитываются по формулам из NIST. Далее аналогично первой части работы вычисляем поворот в master-узле при его нагружении моментом равным  $1000 \text{ Н*м}$  откуда получаем жесткость пружины  $k_{yy}$ .

Таблица 3.1

Зависимость жесткости  $k_{yy}$  от коэффициента  $R_e$  для различных отношений  $\frac{B}{L}$

	$R_e$	Количество жестких пружин с одного края	$k_{yy}$ , Н*м	Погрешность, %
$\frac{B}{L} = 1$	0,2592	3	$2,7023 \cdot 10^9$	1,01
	0,3	3	$2,8614 \cdot 10^9$	4,82
	0,4	4	$2,7986 \cdot 10^9$	2,52
	0,5	5	$2,7414 \cdot 10^9$	0,43
Поворотная жесткость для $L=4$ м, $B = 4$ м $k_{yy} = 2,7298 \cdot 10^9$ Н*м				
$\frac{B}{L} = 0.5$	0,2355	2	$2,0289 \cdot 10^9$	12,66
	0,3	3	$1,8852 \cdot 10^9$	4,68
	0,4	4	$1,8437 \cdot 10^9$	2,37
	0,5	5	$1,8062 \cdot 10^9$	0,29
Поворотная жесткость для $L=4$ м, $B = 2$ м $k_{yy} = 1,8010 \cdot 10^9$ Н*м				
$\frac{B}{L} = 0.25$	0,1936	2	$1,1588 \cdot 10^9$	2,47
	0,3	3	$1,2404 \cdot 10^9$	4,39
	0,4	4	$1,1078 \cdot 10^9$	6,77
	0,5	5	$1,1886 \cdot 10^9$	0,03
Поворотная жесткость для $L=4$ м, $B = 2$ м $k_{yy} = 1,1882 \cdot 10^9$ Н*м				
$\frac{B}{L} = 0.125$	0,1306	2	$7,4322 \cdot 10^8$	5,19
	0,3	3	$8,1453 \cdot 10^8$	3,90
	0,4	4	$7,9637 \cdot 10^8$	1,59
	0,5	5	$7,8070 \cdot 10^8$	0,41
Поворотная жесткость для $L=4$ м, $B = 0,5$ м $k_{yy} = 7,839 \cdot 10^8$ Н*м				

По таблице видно, что для всех вариантов отношения  $\frac{B}{L}$  жесткости распределенных пружин при коэффициенте  $R_e$  вычисленного по формулам из статьи [9] имеют большую погрешность. При коэффициенте  $R_e = 0,5$  погрешность поворотной жесткости меньше 0,5 процента.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе проведено исследование прямого и субструктурного подходов к компактному моделированию свойств грунта в системе «сооружение-основание» на нескольких модельных задачах:

- Для прямого подхода к моделированию системы произведен подбор оптимальных параметров модели с незаглубленным фундаментом в программном комплексе ANSYS таких как тип элемента КЭ сетки, технология элемента, размер элемента КЭ сетки, размер параллелепипеда при определенных размерах фундамента на основе нормативного документа ASCE 4-98;
- Произведено сравнение жесткостей эквивалентных свойствам грунта пружин, вычисленных по методикам ASCE и NIST;
- Проведен поверочный расчет отклонений значений жесткостей, вычисленных с помощью прямого подхода для заглубленного фундамента на основе отчета NIST;
- Исследована задача о нагружении бетонного основания посредством сравнения полей распределений перемещений в центральном сечении фундамента и напряжений на верхней и нижней его плоскостях;
- Выполнен поверочный расчет распределенных вертикальных пружин разной жесткости на основе двух методик предложенных в NIST и первоисточнике [10].

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лурье А.И. Теория упругости. Издательство «Наука», 1970
2. Терегулов И.Г. Сопротивление материалов и основы теории упругости и пластичности: Учебник для студентов вузов. – М.: Высш.шк., 1984;
3. ASCE STANDART 4-98. Seismic Analysis of Safety-Related Nuclear Structures and Commentary, 2000;
4. ASCE, Seismic Design Criteria for Structures, Systems, and Components in Nuclear Facilities, ASCE/SEI 43-05, American Society of Civil Engineers, Reston, Virginia, 2005;
5. Applied Technology Council (ATC). Seismic Evaluation and Retrofit of Concrete Buildings, ATC-40, Volume 1 and 2, 1996;
6. Dobry, R. and Gazetas, G. . Dynamic stiffness and damping of foundations by simple methods. In Vibration Problems in Geotechnical Engineering, ed. G. Gazetas and E. T. Selig, ASCE, 1985;
7. Dobry, R., Gazetas, G., and Stokoe, K. H., Dynamic response of arbitrarily shaped foundations: Experimental verification, Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 1986;
8. Gazetas, G., "Foundation vibrations," Foundation Engineering Handbook, 2nd Edition, Chapter 15, H.-Y. Fang, ed., Chapman and Hall, New York, New York, 1991;
9. Gazetas, G., Simple physical methods for foundation impedances, Dynamic Behavior of Foundations and Buried Structures, Elsevier Applied Science, New York, N.Y., chapter 2, 1987;
10. Harden, C.W., and Hutchinson, T.C., "Beam-on-nonlinear-Winkler-foundation modeling of shallow, rocking-dominated footings," Earthquake Spectra, 2009;
11. Luco, J. E., and Westmann, R. A., "Dynamic Response of a Rigid Footing Bonded to an Elastic Half Space," Journal of Applied Mechanics, ASME, June, 1972.
12. Richart, F. E., et al., Vibrations of Soils and Foundations. Reprinted by permission of Prentice-Hall, In., Upper Saddle River, NJ, 1970;

13. Soil-Structure Interaction for Building Structures – NIST GCR 12-917-21, 2012;
14. Stokoe, K.H. and Gazetas, G., "Free vibration of embedded foundations: Theory versus experiment," Journal of Geotechnical Engineering, Vol. 117, 1991
15. Abaqus 2016 Theory Guide – Dassault Systems, 2016;
16. ANSYS Inc. ANSYS Mechanical User's Guide. Release 19.2, 2018.