



ПОЛИТЕХ
Санкт-Петербургский
политехнический университет
Петра Великого

**Высшая школа теоретической механики и
математической физики**

Выпускная квалификационная работа магистра

Выбор оптимальной системы разработки

Выполнил студент: В.А. Дмитриев
Научный руководитель: В.А. Кузькин
Ассистент: Е.В. Шель

Санкт-Петербург 2023

□ Актуальность

- Важным шагом вместе с планированием разработки нефтяного месторождения и определением рентабельных запасов является выбор оптимального расстояния между скважинами

□ Цель работы

- Аналитическая оценка оптимального расстояния между скважинами

□ Задачи

- Анализ уравнения пьезопроводности
- Введение упрощенной экономической модели
- Выбор безразмерных параметров

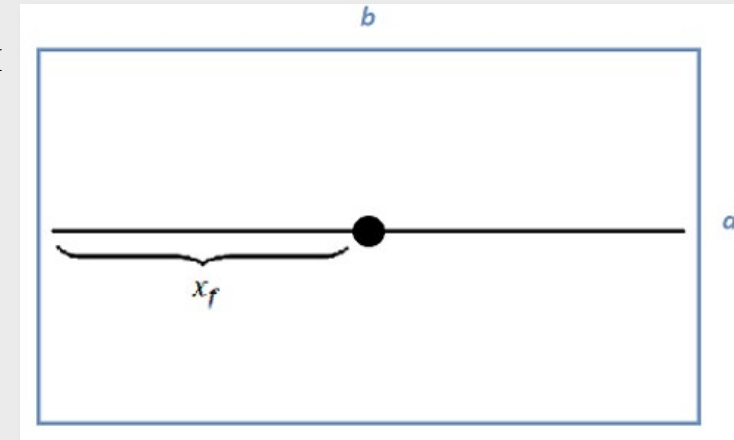
- Математической моделью является уравнение пьезопроводности

$$\frac{\partial P}{\partial t} - \frac{k}{\mu c_t} \Delta P = 0$$

- P – функция давления, k – проницаемость пласта, μ – вязкость нефти, $c_t = \varphi \cdot c_f + c_p$ – сжимаемость
- Граничные условия: $P \Big|_{r=r_w} = P_w$ $\nabla P \cdot \vec{n} \Big|_{r=r_e} = 0$
- Начальные условия $P \Big|_{t=0} = P_0$
- В уравнении рассматривается промежуток времени, пока воронка депрессии не достигла границ области дренирования

□ В данной работе используется двумерная физическая модель

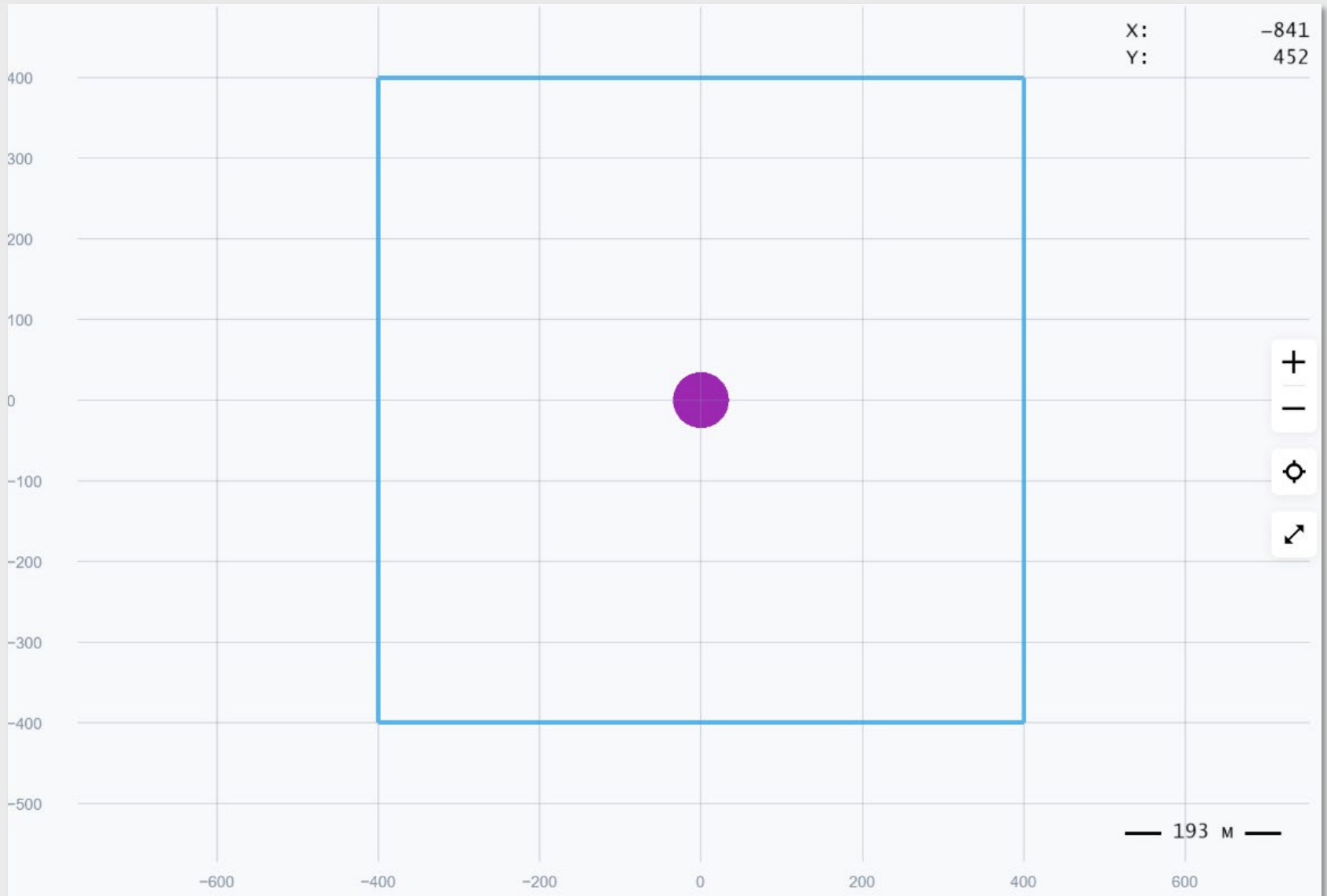
- Скважина в каждой периодической ячейке является точечным источником
- Пласт считается изотропным и фиксированной мощности в каждой ячейке системы разработки



□ В ходе решения используются 3 физические модели

- Частный случай, когда длина трещины ГРП равна нулю, приток к скважине радиальный, $a = b$
- Линейный приток к трещине ГРП, $a = b$
- Более общий случай с прямоугольной периодической ячейкой

Частный случай



□ Переход от суммирования в непрерывному интегрированию по времени

▪ NPV определяется следующим образом

$$NPV = \sum_{t=0}^N \frac{CF_t}{(1 + \alpha)^t}, \quad CF_t - \text{платеж через } t \text{ лет, } \alpha - \text{ставка дисконтирования}$$

▪ Аналитически посчитать NPV возможно только при переходе от суммы в определении выше к интегрированию. Ниже представлены формулы дисконтированного дебита и NPV:

$$Q_{dis} = \frac{kh(P_w - P_0)}{\mu B \alpha} \int_0^{\infty} \tilde{Q}(\tilde{t}, D) e^{-\tilde{t}} d\tilde{t}, \quad \tilde{t} - \text{безразмерное время } \tilde{t} = \alpha t$$

$$NPV = Q_{dis} \rho_0 C_{profit} - C_w, \quad C_w - \text{стоимость скважины, } C_{profit} - \text{разница между стоимостью нефти и НДС}$$

▪ Ставка дисконтирования меняется раз в секунду в отличие от симулятора, где она меняется раз в год

□ Уравнение пьезопроводности

$$\frac{\partial P}{\partial t} - \frac{k}{\mu c_t} \Delta P = 0$$

- Вид уравнения в безразмерном виде

$$\frac{\partial f}{\partial \tilde{t}} - \frac{\kappa}{a^2 \alpha} \frac{1}{\tilde{r}} \frac{\partial}{\partial \tilde{r}} \left(\tilde{r} \frac{\partial f}{\partial \tilde{r}} \right) = 0, \tilde{r} = \frac{r}{a}, \tilde{t} = \alpha t$$

- Дробь $\frac{\kappa}{a^2 \alpha}$ является безразмерной, собственно, это и будет первый безразмерный параметр задачи

$$D = \frac{\kappa}{a^2 \alpha}$$

- К ранее введенному параметру добавляется еще пара параметров из экономической модели(управляющие)
- Последние параметры получены после обезразмеривания NPV на стоимость нефти, содержащуюся в периодической ячейке системы разработки

$$D = \frac{\kappa}{a^2 \alpha} \quad \tilde{M} = \frac{k(P_w - P_0)}{\mu a^2 \alpha \varphi B} \quad E = \frac{C_w}{a^2 h \varphi \rho_0 C_{profit}}$$

- C_w – стоимость скважины, φ – пористость пласта, h – мощность пласта, μ – вязкость нефти, ρ_0 – плотность нефти, a – сторона квадрата системы разработки, C_{profit} – разница между стоимостью нефти и НДС, B – объемный коэффициент

❑ Неустановившийся режим

- В неустановившемся режиме функция NPV не имеет оптимума по параметру D, так как функция монотонна

$$\overline{NPV} = -D \left(M^* \frac{2\pi}{\ln \frac{R_e}{r_w}} + E^* \right), Q = -\frac{2\pi kh(P_w - P_0)}{\mu B \ln \frac{R_e}{r_w}}$$

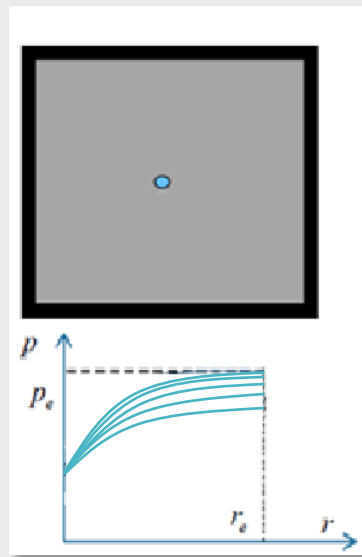
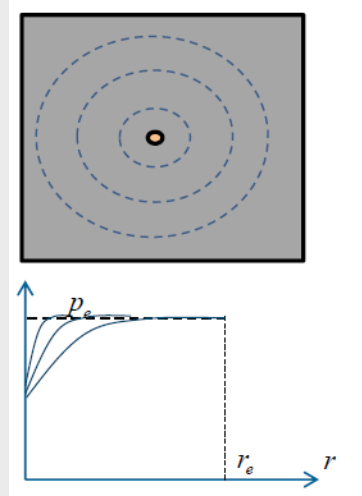
❑ Псевдостационарный режим

- Ожидается, что оптимум будет при $D \sim 1$

$$\overline{NPV} = \frac{4\pi M^* D}{\ln D} - DE^*, Q = -\frac{2\pi kh(P_w - P_0)}{\mu B \left(\ln \frac{r}{\sqrt{\kappa t}} + \frac{\gamma}{2} \right)}$$

где γ – постоянная Эйлера

$$D = e^{4\pi \frac{M^*}{E^*}} \sim 1$$



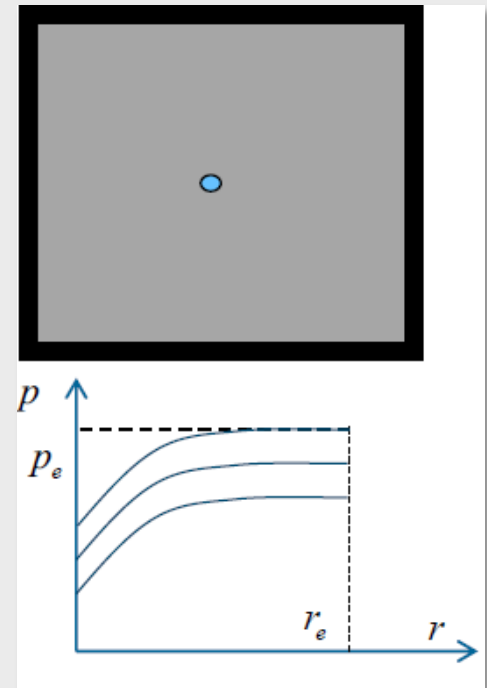
□ Псевдоустановившийся режим

$$\overline{NPV} = D \left(-\frac{2\pi M^* \left(\ln \frac{a}{r_w} - \frac{3}{4} \right)}{\left(\ln \frac{a}{r_w} - \frac{1}{2} \right) \left(2D + \ln \frac{a}{r_w} - \frac{3}{4} \right)} - E^* \right), Q = \frac{2\pi kh(P_w - P_0)}{\mu B \left(\ln \frac{R_e}{r_w} - \frac{1}{2} \right)} e^{-\frac{2\kappa t}{R_e^2 \left(\ln \frac{R_e}{r_w} - \frac{3}{4} \right)}}$$

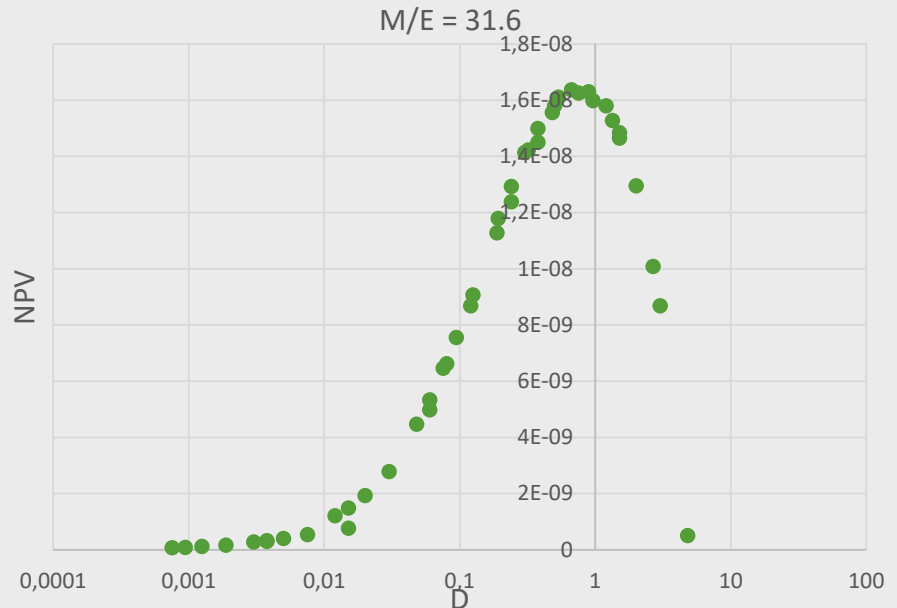
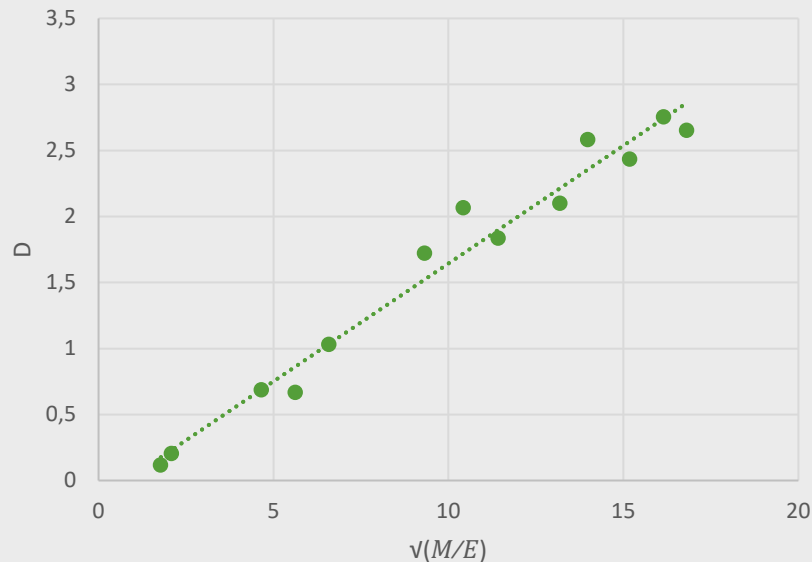
$$D = \sqrt{\frac{M^*}{E^*}} \cdot \frac{\sqrt{-\frac{\pi}{16} \left(\left(8 \ln \frac{a}{r_w} - 3 \right)^2 - 6 \ln \frac{a}{r_w} \right)}}{2 \left| \ln \frac{a}{r_w} - \frac{1}{2} \right|}$$

□ В данном режиме оптимальное расстояние

$$a = \sqrt{\frac{2\kappa \left| \ln \frac{a}{r_w} - \frac{1}{2} \right| \sqrt{E^*}}{\alpha \sqrt{-\frac{\pi M^*}{16} \left(\left(8 \ln \frac{a}{r_w} - 3 \right)^2 - 6 \ln \frac{a}{r_w} \right)}}$$



- Из полученной серии расчетов видно, что параметр D будет зависеть от M/E как $D \left(\sqrt{\frac{M}{E}} \right)$ подтвердилось. На графике слева изображен набор максимумов NPV по параметру D из разных серий расчетов. Из посчитанной серии $\frac{M}{E}$ взят квадратный корень и построена линейная аппроксимация.



- На графике справа наборы точек из разных серий расчетов, полученных в симуляторе Nutex, однако стоит отметить их общий тренд

□ Введение трещин ГРП в систему разработки

- Рассматривается линейный режим притока к трещине, так как в псевдоустановившемся режиме будет радиальный приток к трещине ГРП и он не будет отличаться от аналогичного режима скважин без ГРП

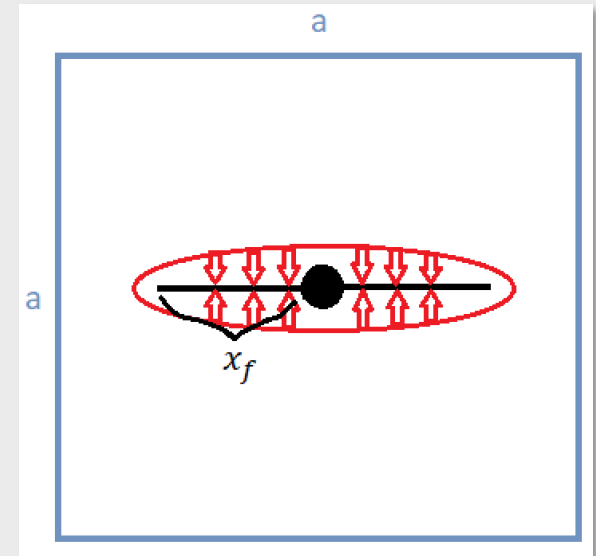
$$Q = \frac{4kh\tilde{x}_f(P_w - P_0)}{\mu B\sqrt{\pi\tilde{t}D}} \quad \sqrt{\kappa t} \ll x_f$$

- Безразмерная функция NPV

$$\widetilde{NPV} = D \left(\frac{M^* \tilde{x}_f}{\sqrt{D}} - E^* \right)$$

- Оптимальная полудлина трещины

$$x_f^{opt} = \frac{2E^*}{M^*} \sqrt{\frac{\kappa}{\alpha}}$$



- Для учета цены проппанта в NPV из статьи [1] взята зависимость полудлины трещины от объема закачанного проппанта для Приобского месторождения

$$x_f = A \frac{\Delta\sigma^{\frac{3}{5}}}{H^{\frac{1}{5}} k'^{\frac{2}{5}} Q^{\frac{1}{5}} E^{\frac{1}{5}}} V^{\frac{3}{5}}$$

где A – предстепенной коэф., $\Delta\sigma$ – контраст напряжений, H – мощность пласта, k' - коэф. густоты потока, Q – расход жидкости, E – модуль Юнга

- С учетом цены проппанта немного изменится функция NPV

$$\widetilde{NPV} = D \left(\frac{M^* \tilde{x}_f}{\sqrt{D}} - E - F \tilde{x}_f^{\frac{5}{3}} \right)$$

- Найдены оптимальное расстояние между скважинами и полудлина трещины ГРП

$$a_{opt} = \sqrt{\frac{\kappa}{\alpha}} \left(\frac{4F^3 \tilde{E}^2}{M^{*5}} \right)^{\frac{1}{5}} \quad \tilde{x}_f^{opt} = \left(\frac{4^{\frac{3}{2}} \tilde{E}^3}{F^2} \right)^{\frac{1}{5}}$$

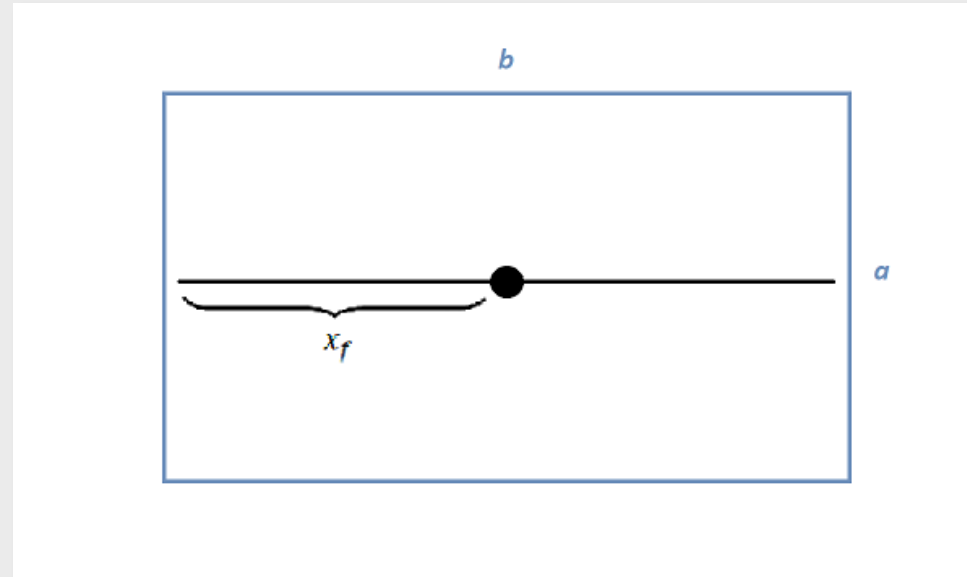
1. SPE-191707-RU 2018 г. Шель, Падерин, Кабанова

- Обобщение задачи увеличивает количество параметров, поэтому выбраны новые управляющие параметры

$$x^* = x_f \sqrt{\frac{\alpha}{\kappa}} \rightarrow x_f = x^* \sqrt{\frac{\kappa}{\alpha}}$$

$$a^* = a \sqrt{\frac{\alpha}{\kappa}} \rightarrow a = a^* \sqrt{\frac{\kappa}{\alpha}}$$

$$b^* = b \sqrt{\frac{\alpha}{\kappa}} \rightarrow b = b^* \sqrt{\frac{\kappa}{\alpha}}$$



- На параметр x^* накладывается условие: $b^* \geq 2x^*$

- Функция NPV:
$$\widehat{NPV} = M \frac{x^*}{a^* b^*} - E \frac{1}{a^* b^*} - F \frac{x^{*\frac{5}{3}}}{a^* b^*}$$

- Значение параметра x^* , при котором функция будет максимальна:

$$x_{opt}^* = \left(\frac{3M}{5F} \right)^{\frac{3}{2}}$$

- Пользуясь условием $b^* \geq 2x^*$

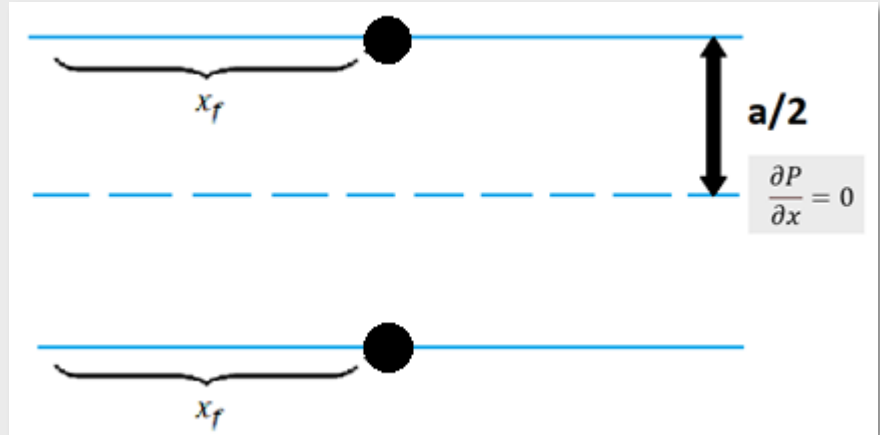
$$b_{opt}^* = 2 \left(\frac{3M}{5F} \right)^{\frac{3}{2}}$$

- Из вида функции NPV можно сделать вывод, что чем меньше параметр a^* , тем больше будет ее значение, однако тогда все трещины сольются в одну, поэтому для параметра a^* будет произведена дополнительная аналитическая оценка

□ В предыдущей оценке решение вело к $a^* \ll 1$

□ В псевдоустановившемся режиме

$$\frac{\partial P}{\partial t} = 0$$



□ Решая уравнение пьезопроводности, получаем функцию среднего давления и дебита:

$$\bar{P} = P_w(t) + (\bar{P} - P_w) \cdot e^{-\frac{12kht}{c_t \mu a^2}} \quad Q = \frac{24khx_f(\bar{P} - P_w)}{\mu a} e^{-\frac{12kt}{\mu c_t a^2}}$$

□ После нахождения дисконтированного дебита и обезразмеривания функции NPV слагаемое, содержащее дебит является константой по стороне ячейки системы разработки a

□ Вид функции \widehat{NPV}

$$\widehat{NPV} = \frac{Mx^*}{b^*} - \frac{E}{a^*b^*} - \frac{Fx^{*\frac{5}{3}}}{a^*b^*}$$

□ Исходя из полученной функции выгодно, чтобы $a^* \gg 1$

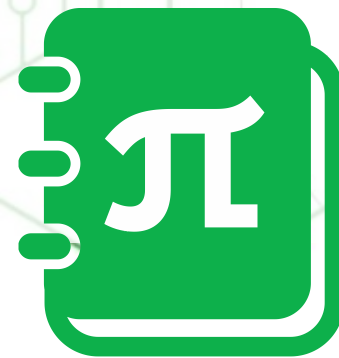
□ Получено противоречие с предыдущей оценкой стороны ячейки системы разработки, следовательно, ожидается оптимум $a^* \sim 1$

- ❑ Для разных режимов фильтрации флюидов выведены оценки оптимального расстояния между скважинами
- ❑ При введении с систему разработки скважин с ГРП аналитически можно оценить оптимальную полудлину трещины и расстояние между скважинами
- ❑ Серии расчетов на ГД симуляторе хорошо аппроксимируются степенной функцией, аналогичной полученной в теории. Тренд зависимости безразмерных параметров совпадает
- ❑ Выведена оценка оптимальной полудлины трещины ГРП и расстояния между скважинами при учете цены пропанта



ПОЛИТЕХ

Санкт-Петербургский
политехнический университет
Петра Великого



Спасибо за внимание!