

## РЕЦЕНЗИЯ

на выпускную квалификационную работу магистра

«Исследование свойств изгибных волн в модели метаматериала масса- в массе: дисперсионные анализ и численное моделирование»

выполненную студентом(кой) гр. 5040103/20201

Санкт-Петербургского политехнического университета Петра  
Великого

Чжао Юйтин

**Актуальность** представленной на защиту магистерской работы связана с двумя обстоятельствами. Во-первых, изгибные волны деформации мало исследуются по сравнению с продольными и поперечными. Между тем, отсутствие волнового оператора в уравнениях движения до настоящего времени вызывает сомнения в том, что такие волны вообще существуют. Во-вторых, объектом исследования является метаматериал. В последнее время исследования по этим искусственным материалам с задаваемыми свойствами привлекают большое внимание в связи с потребностями таких материалов в современной индустрии, в частности авиастроении и машиностроении.

Работа состоит из Введения, четырех Глав и Заключения. Во **Введении** раскрывается понятие метаматериала, модели масса-в-массе и изгибной волны. Также вводятся понятия дисперсии, запрещенной зоны скоростей, которые в дальнейшем используются для анализа. Представлен обзор литературы по теме работы.

В **Первой Главе** рассматриваются математический аппарат, применяемый в работе, излагаются методы, применяемые для решения задач в последующих главах. В частности, речь идет о Лагранжевом формализме, длинноволновом приближении и дисперсионном анализе.

Во **Второй Главе** приводится постановка задачи об изгибных волнах в модели мета материала масса -в- массе. Выводятся дискретные уравнения движения с использованием вариационного принципа Гамильтона-Остроградского. Затем проводится длинноволновая континуализация уравнений, приводящая к системе связанных дифференциальных уравнений в частных производных. К рассмотрению предложены две модели, основанные на разном порядке континуальной аппроксимации.

В **Третьей Главе** проводится дисперсионный анализ выведенных континуальных уравнений, строятся дисперсионные кривые, исследуется зона запрещенных частот или фазовых скоростей. Проводится сравнение

решений для моделей разного порядка. Также строятся кривые для общей дискретной модели.

**В Четвертой Главе** проводится численное исследование генерации изгибных волн и сравнение результатов с ранее полученными аналитическими решениями. Вначале рассматривается граничная генерация гармонических волн, показано, что периодическое возбуждение приводит к постепенному возникновению гармонической волны, если частота возбуждения не находится в интервале запрещенных частот, найденных в предыдущей главе. В противном случае гармонические волны не возбуждаются в полном соответствии с дисперсионным анализом.

**В Заключении** подводятся итоги работы с указанием основных результатов.

В целом, в работе получены новые результаты по динамике изгибных волн деформации в метаматериале. Выводы и рекомендации соответствуют содержанию ВКР. Положения, выносимые автором на защиту, обоснованы. Проведен комплексный теоретический и численный анализ, показано соответствие дисперсионного анализа и численных результатов по возбуждению изгибных волн. Приложения полученных результатов видятся в области проектирования метаматериалов, анализа прочности конструкций, понимания динамических аспектов изгибных деформаций. Важным обстоятельством является то, что часть работы уже опубликована в международном издании. Результаты являются хорошим основанием для последующего анализа нелинейных изгибных деформаций.

**Недостатки.** Во Введении упоминается шестая глава, которая, по-видимому, была в ранней редакции работы. На странице 25 речь идет о численном решении уравнений (2.10). На с.39 стоит точнее указать смысл коэффициента связанности и выделить этот цикл расчетов.

#### **Вопросы:**

1. есть ли какое-то существенное отличие в границах запрещенной зоны скоростей на Рис. 3.2 по сравнению с моделью для продольных волн в метаматериале масса-в массе?

2. Можно ли не включать инерцию  $J$  в модель?

### **Основной вывод**

Выпускная квалификационная работа Чжао Юйтин по теме «Исследование свойств изгибных волн в модели метаматериала масса- в массе: дисперсионные анализ и численное моделирование» соответствует требованиям, предъявляемым к выпускным квалификационным работам и заслуживает оценки «отлично»

Рецензент

Ведущий научный сотрудник ИПМаш РАН,

д.ф.-м.н.



Павлов Ю.В.

30.05.2024