

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого  
Физико-механический институт  
Высшая школа теоретической механики и математической физики

Работа допущена к защите  
Директор ВШТМиМФ,  
д.ф.-м.н., чл.-корр. РАН  
\_\_\_\_\_ А.М. Кривцов  
«\_\_» \_\_\_\_\_ 2023 г.

## **ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА**

магистерская диссертация

### **ГРУППОВАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ РЕЖИМОВ РАБОТЫ СКВАЖИН С УЧЁТОМ ВЛИЯНИЯ ИЗМЕНЕНИЙ ДАВЛЕНИЙ В НЕФТЕСБОРНОЙ СЕТИ НА ДОБЫЧУ**

по направлению подготовки (специальности)

01.04.03 Механика и математическое моделирование

Направленность (профиль)

01.04.03\_04 Математическое моделирование процессов нефтегазодобычи

Выполнил

студент гр. 5040103/10401

Е.В. Свойкин

Руководитель

Доцент ВШТМиМФ, к.ф.-м.н.

Е.В. Юдин

Санкт-Петербург  
2023

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ПЕТРА ВЕЛИКОГО**  
**Физико-механический институт**  
**Высшая школа теоретической механики и математической физики**

УТВЕРЖДАЮ

Директор ВШТМиМФ

А.М. Кривцов

«\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**ЗАДАНИЕ**

**на выполнение выпускной квалификационной работы**

студенту Свойкину Евгению Васильевичу, гр. 5040103/10401

1. Тема работы: Групповая оптимизация режимов работы скважин с учётом влияния изменений давлений в нефтесборной сети на добычу.
2. Срок сдачи студентом законченной работы: 26.05.2023.
3. Исходные данные по работе: публикации по теме, данные о конструкции, погружном и наземном оборудовании, а также фактических режимах работы скважин, данные по характеристикам и топологии нефтесборной сети.
4. Содержание работы (перечень подлежащих разработке вопросов): формализация оптимизационных задач; разработка алгоритмов решения поставленных оптимизационных задач; формирование математической модели системы сбора продукции, отвечающей требованиям поставленных оптимизационных задач; программная реализация алгоритмов создания и адаптации моделей, а также решения оптимизационных задач; тестирование разработанного инструмента.
5. Перечень графического материала (с указанием обязательных чертежей): не предусмотрено.
6. Консультанты по работе: Смирнов Никита Андреевич, главный специалист, ООО «Газпромнефть НТЦ».
7. Дата выдачи задания: 27.02.2023.

Руководитель ВКР \_\_\_\_\_ Е. В. Юдин, доцент ВШТМ и МФ, ФизМех, к.ф.-м.н.  
(подпись)

Задание принял к исполнению 27.02.2023  
(дата)

Студент \_\_\_\_\_ Е. В. Свойкин  
(подпись)

## **РЕФЕРАТ**

На 51 с., 19 рисунков, 6 таблиц, 0 приложений.

### **РАЗРАБОТКА НЕФТЕГАЗОВЫХ МЕСТОРОЖДЕНИЙ, ИНТЕГРИРОВАННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ, УПРАВЛЕНИЕ ФОНДОМ ДОБЫВАЮЩИХ СКВАЖИН, ОПТИМИЗАЦИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ РЕЖИМОВ РАБОТЫ СКВАЖИН**

В данной работе изложена сущность подхода к созданию инструмента групповой оптимизации технологических режимов и графика работы скважин с учётом влияния изменений давлений на нефтесборной сети на добычу. Сформулированы сценарии оптимизации. Сформированы физико-математические модели для описания рассматриваемых физических явлений. Разработан алгоритм решения поставленных оптимизационных задач. Программно реализован инструмент оптимизации. Произведено сравнение результатов расчёта с фактическими данными.

## **THE ABSTRACT**

51 pages, 19 pictures, 6 tables, 0 applications.

### **OIL AND GAS FIELD DEVELOPMENT, INTEGRATED MODELLING, WELL CONTROL, OPTIMIZATION OF OPERATING**

This paper outlines the essence of the approach to creating a tool for group optimization of technological modes and schedule of wells, considering the impact of changes in pressures on the oil gathering network on production. The optimization scenarios are formulated. Physical and mathematical models to describe the considered physical phenomena are formed. An algorithm for solving optimization problems has been developed. The optimization tool has been implemented by software. Calculation results are compared with actual data.

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	6
ГЛАВА 1. ОБЩЕЕ ОПИСАНИЕ И ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ И ОПТИМИЗАЦИОННОГО АЛГОРИТМА.....	9
1.1. Описание интегрированной модели нефтегазового месторождения .....	9
1.2. Сценарии оптимизации .....	14
ГЛАВА 2. ФОРМИРОВАНИЕ МОДЕЛИ ТЕЧЕНИЯ ГАЗОЖИДКОСТНОЙ СМЕСИ В ТРУБОПРОВОДЕ .....	18
2.1. Модель течения многофазного флюида в трубопроводе .....	18
2.2. Определяющее соотношение .....	20
ГЛАВА 3. МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ МОДЕЛИРОВАНИЯ И ОПТИМИЗАЦИИ ГРАФИКА И РЕЖИМА РАБОТЫ ДОБЫВАЮЩИХ СКВАЖИН С УЧЕТОМ ВЛИЯНИЯ НЕФТЕСБОРНОЙ СЕТИ .....	26
3.1. Основные понятия и определения .....	26
3.1.1. Основа алгоритма .....	26
3.1.2. Состояние системы.....	26
3.1.3. Гидравлические переменные .....	27
3.1.4. Переменные управления .....	27
3.1.5. Невязки и согласованные состояния .....	27
3.1.6. Расчет потоков в сети .....	29
3.1.7. Расчет сети при заданных переменных .....	29
3.2. Гидравлический расчет .....	30
3.3. Оптимизация режима .....	31
3.3.1. Обозначения.....	31
3.3.2. Нахождение начальной точки оптимизации, удовлетворяющей гидравлическим уравнениям .....	31
3.3.3. Итеративная оптимизация через линеаризацию подпространства решений.....	33
3.3.4. Движение по границе .....	34
3.3.5. Алгоритм .....	35
3.4. Оптимизация графика .....	35
3.4.1. Переменная регуляризации .....	36
3.4.2. Ограничения и критерий оптимизации .....	37
3.4.3. Алгоритм .....	37
ГЛАВА 4. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И РЕШЕНИЕ ОПТИМИЗАЦИОННЫХ ЗАДАЧ СЕТИ НЕФТЕСБОРА .....	38

4.1. Модель системы сбора .....	38
4.2. Примеры решения задачи оптимизации режимов работы скважин .....	45
4.3. Пример решения задачи оптимизации графика .....	48
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	49
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ.....	50

## ВВЕДЕНИЕ

При рассмотрении задач разработки нефтегазовых месторождений особое место занимает задача оптимизации режимов работы добывающих скважин на текущих мощностях. Под оптимизацией в данном случае подразумевается максимизация объема добываемой продукции, либо минимизация издержек на добычу путем проведения мероприятий на существующем фонде.

На фонде скважин в общем случае выделяют два типа мероприятий: технологические и геологические. Геологические мероприятия требуют больших временных и финансовых затрат и могут нарушать работу всей системы, в то время как технологические мероприятия могут выполняться цеховым персоналом в рамках ежедневных обязанностей и требуют гораздо меньше трудозатрат. Среди технологических мероприятий выделяют изменение технологических режимов работы скважин, то есть изменение расхода подаваемого газлифтного газа, частот вращения электроцентробежных насосов на скважинах оборудованных УЭЦН или времени запуска цикла работы на скважинах, работающих в режиме ПКВ. Операции технологического типа вносят небольшое влияние на суммарную добычу, но в совокупности могут привести к значительному увеличению добычи почти без дополнительных издержек, существенному снижению затрат на добычу при сохранении суммарного объема добываемой продукции, либо выравниванию расхода нефти на центре сбора, что с технологической точки зрения управления фондом гораздо более оптимально.

Зачастую работа по оптимизации режимов работы добывающих скважин ведется группами профильных специалистов с разделением объектов по функциональному признаку (система добычи, система сбора скважинной продукции), что приводит к множеству нестыковок при рассмотрении их в комплексе. На данный момент все стало значительно сложнее, мы уже не можем рассматривать скважины изолированно, так как они передавливают друг друга из-за высоких газовых факторов, поэтому необходимо искать

решения уже интегрированной моделью, совместно с учётом влияния нефтесборной сети. Интегрированный подход в построении модели месторождения требует большого опыта и дополнительных усилий для вовлечения мультидисциплинарных специалистов, которые понимают весь производственный процесс, так как разработка и проектирование нефтяных и газовых месторождений становится все более сложной с технической и экономической точек зрения. Поэтому для проектирования систем обустройства требуется все более высокая степень междисциплинарного взаимодействия и многопрофильный опыт.

Следовательно, с точки зрения математики данная задача может сводиться к максимизации, минимизации скалярной функции векторного аргумента с учетом ограничений на входящие в него значения компонентов. В данном случае под функцией подразумевается функция расчета расхода нефти на центре сбора, затрат электроэнергии или расхода газлифтного газа на фонде скважин; компоненты вектора входных переменных – значения частот вращения электроцентробежных насосов, расходов газлифтного газа и отступлений по времени от первого цикла запуска/остановки от некоего временного базиса (офсетов) для каждой скважины. Ограничения подразделяются на групповые и индивидуальные, где возможные групповые включают минимум нефти на центре сбора, максимум расхода электроэнергии или газлифтного газа. К возможным индивидуальным ограничениям стоит отнести области допустимых значений расхода газлифтного газа и частот. Для определения объемам добываемой фондом продукции необходима интегрированная модель области дренирования скважины, газожидкостного подъемника, его оборудования и нефтесборной сети. Таким образом, нам необходимо сформировать уравнения движения флюидов в пористых средах и классической гидравлики, с учётом многофазной фильтрации.

Цель данной работы - создание инструмента оптимизации режимов работы скважин с учётом влияния изменений давлений на нефтесборной сети на добычу по выбранному технологическому критерию.

Объектами исследования являются нефтесборная сеть и скважины, а предметом исследования - оптимальное сочетание параметров работы скважин и нефтесборной сети, которое приводит к максимуму добычи нефти для всего фонда при текущем уровне технологических затрат, либо к минимуму затрат на добычу всем фондом при сохранении суммарного уровня добычи.

Для достижения поставленной цели следует выполнить следующие задачи:

1. Сформулировать оптимизационные задачи.
2. Сформировать физико-математические модели, которые удовлетворяют требованиям по прогнозной точности и вычислительной сложности, объёму физических явлений.
3. Разработать оптимизационный алгоритм.
4. Реализовать программно физико-математические модели и оптимизационный алгоритм с возможностью задания технологических и ресурсных ограничений, выбора критериев совместной оптимизации режимов работы скважин и объектов наземной инфраструктуры.
5. Произвести тестирование разработанного инструмента.



# ГЛАВА 1. ОБЩЕЕ ОПИСАНИЕ ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ И ОПТИМИЗАЦИОННОГО АЛГОРИТМА

## 1.1. Описание интегрированной модели нефтегазового месторождения

С целью достижения поставленных задач следует определить объекты, которые необходимо смоделировать. В целом добыча продукции состоит из ряда подпроцессов:

1. Движения газожидкостной смеси к забою скважины через пористую среду (1.1):

$$Q_l = f(P_{wf}; P_r; PVT; RP; FP; wc; GOR), \quad (1.1)$$

где  $Q_l$  – дебит жидкости, м<sup>3</sup>/с;  $P_{wf}$  – давление на забое скважины, Па;  $P_r$  – давление на контуре области дренирования скважины, Па;  $PVT$  – вид функций зависимости ФХС (физико-химических свойств) рассматриваемых флюидов от давления;  $RP$  – вид функций, описывающих совместное течение нескольких фаз через пористую среду;  $FP$  – константы, характеризующие свойства пористой области фильтрации;  $wc$  – объёмное содержание воды в добываемой продукции, %;  $GOR$  – отношение объёма газа к объёму фильтрующейся продукции, м<sup>3</sup>/м<sup>3</sup>.

2. Движение ГЖС по стволу скважины (1.2):

$$Q_l = f(P_{lin}; Q_{ag}; F; P_{wf}; PVT; WELL; wc; GOR), \quad (1.2)$$

где  $P_{lin}$  – линейное давление на устье скважины, Па;  $Q_{ag}$  – расход газлифтного газа, м<sup>3</sup>/сут;  $F$  – частота вращения ЭЦН, Гц;  $WELL$  – вектор входных параметров, характеризующий конструкцию и оборудование рассматриваемой скважины.

3. Движения ГЖС в нефтесборной сети (1.3):

$$P_{lin i} = f(\overline{Q_{l i \neq j}}; \overline{wc_{i \neq j}}; \overline{GOR_{i \neq j}}; OGS; PVT), \quad (1.3)$$

где индексы  $i, j$  отображают номера гидравлически связанных трубопроводом скважин;  $\overline{Q_{l\ i\neq j}}$ ,  $\overline{w_{c\ i\neq j}}$ ,  $\overline{GOR_{i\neq j}}$  – векторы дебитов ГЖС, обводнённостей и газовых факторов скважин выбранной нефтесборной сети; OGS – вектор переменных, характеризующий топологию и конструкцию нефтесборной сети.

Временной интервал решения данной задачи составляет одну неделю, следовательно, данные временные рамки позволяют принять константами следующие параметры:

1. PVT. При существенной разнице в отборах жидкой и газовой фаз на нефтегазоконденсатном месторождении может происходить значительное изменение состава добываемого флюида, что влечет необходимость корректировки ФХС флюида, однако характерное время актуализации PVT-свойств в данных случаях зачастую составляет порядка 10 лет.
2. RP. Являются характеристикой породы, фильтрующей флюид (не изменяются в процессе разработки).
3. FP. Характеристики пласта, но существенно изменяются только в результате проведения геолого технических мероприятий, что, происходит не чаще одного раза в месяц.
4.  $P_r$ ,  $w_c$ , GOR. Незначительно изменяются в время разработки месторождения. В рамках выбранного временного можно принять константами.
5. WELL, OGS. Характерное время изменения – более года.

Таким образом, можно привести функции, описывающие фильтрацию жидкости через пористую, по стволу скважины и нефтесборному коллектору, к следующему виду:

1. Для движения ГЖС в пористой среде к забою (1.4):

$$Q_l = f(P_{wf}) \quad (1.4)$$

2. Для движения ГЖС по стволу скважины (1.5):

$$Q_l = f(P_{lin}; P_{wf}; Q_{ag}; F) \quad (1.5)$$

3. Для движения флюида в нефтесборной сети (1.6):

$$P_{lin i} = f(\overline{Q_{li \neq j}}) \quad (1.6)$$

Уравнение (1.4) описывает зависимость отбираемой ГЖС из области дренирования скважины от давления на забое скважины. Данные зависимости в нефтяном инжиниринге принято называть «кривые притока» (рис. 1.1):

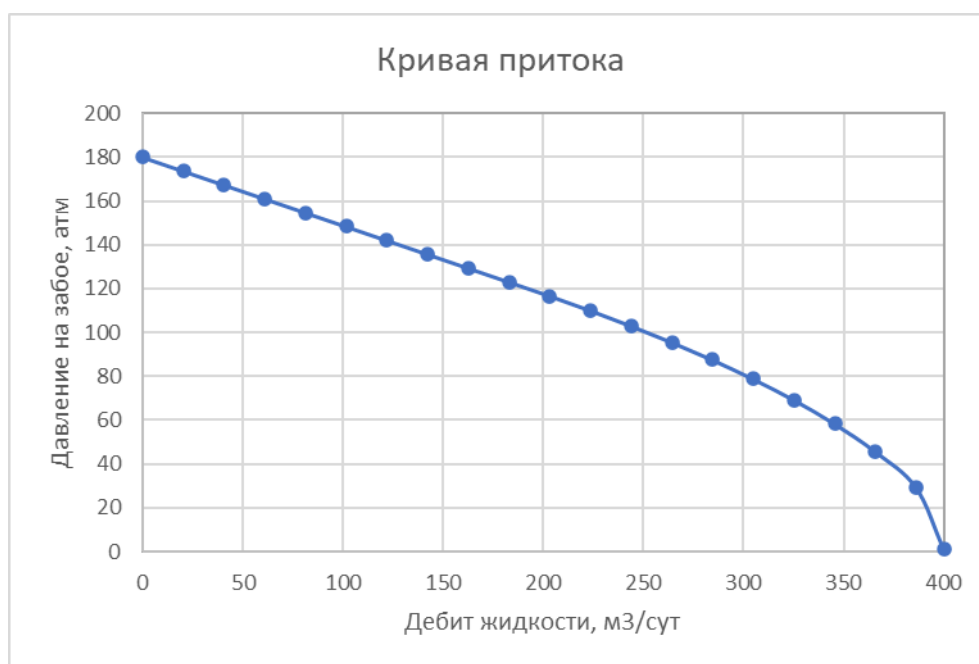


Рисунок 1.1. Кривая притока

Можно увидеть, что уменьшение дебита жидкости в скважине происходит при увеличении забойного давления, и наоборот. Эта тенденция наблюдается для всех кривых притока, так как забой скважины является стоком области дренирования, следовательно, когда давление на стоке падает, перепад давления в области дренирования скважины увеличивается, что приводит к увеличению дебита жидкости.

Кривая притока показывает, какое количество газа и жидкости может быть добыто при определенном забойном давлении, но не указывает, каким способом можно достичь этого забойного давления.

С помощью аргументов  $Q_{ag}$ ,  $F$  и  $P_{lin}$  уравнения (1.5) можно оказать влияние на величину забойного давления скважины. Приняв их в качестве

параметров, возможно получить зависимость  $Q_l = f(P_{wf})$  (рис. 1.2), которая в нефтяном инжиниринге называется «кривая оттока».

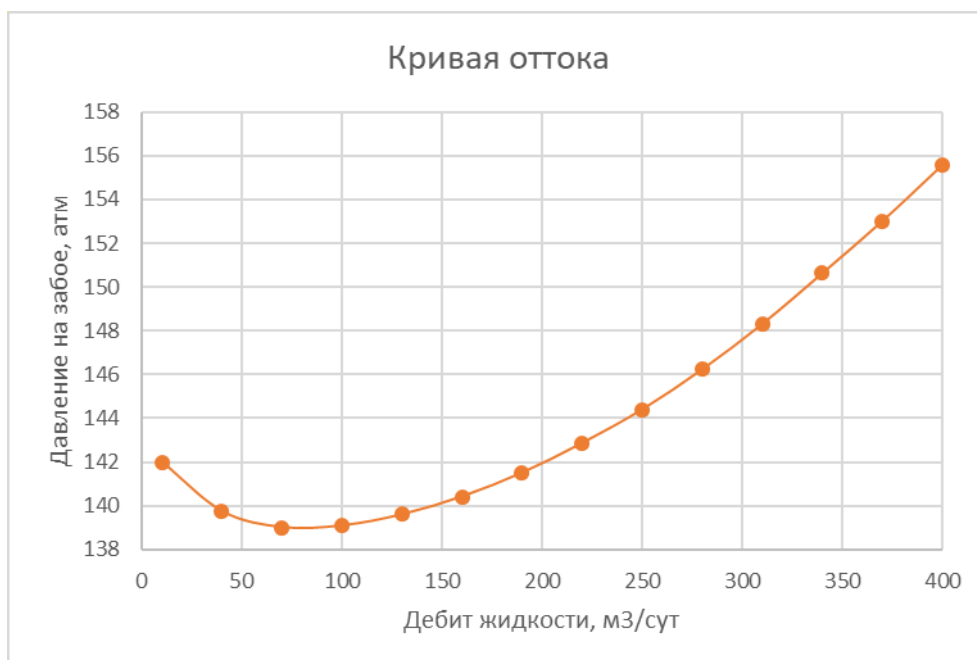


Рисунок 1.2. Кривая оттока

Кривая оттока скважины отражает объем газожидкостной смеси, который может пройти через ствол скважины при конкретном забойном давлении. Увеличение объема газожидкостной смеси обычно возможно только при увеличении забойного давления (рис. 1.2), так как забой в данном случае перестает быть стоком и становится источником. Однако существует определенный диапазон расходов, при которых эта зависимость может нарушаться.

Совместное решение моделей течения в области дренирования и в газожидкостном подъемнике получило в нефтяном инжиниринге название «решение задачи узлового анализа» и позволяет описать зависимость дебита жидкости скважины от величин управляющих параметров ( $Q_{ag}$  и  $F$ ) (1.7), а также линейного давления рис. (1.3):

$$Q_l = f(P_{lin}; Q_{ag}; F) \quad (1.7)$$

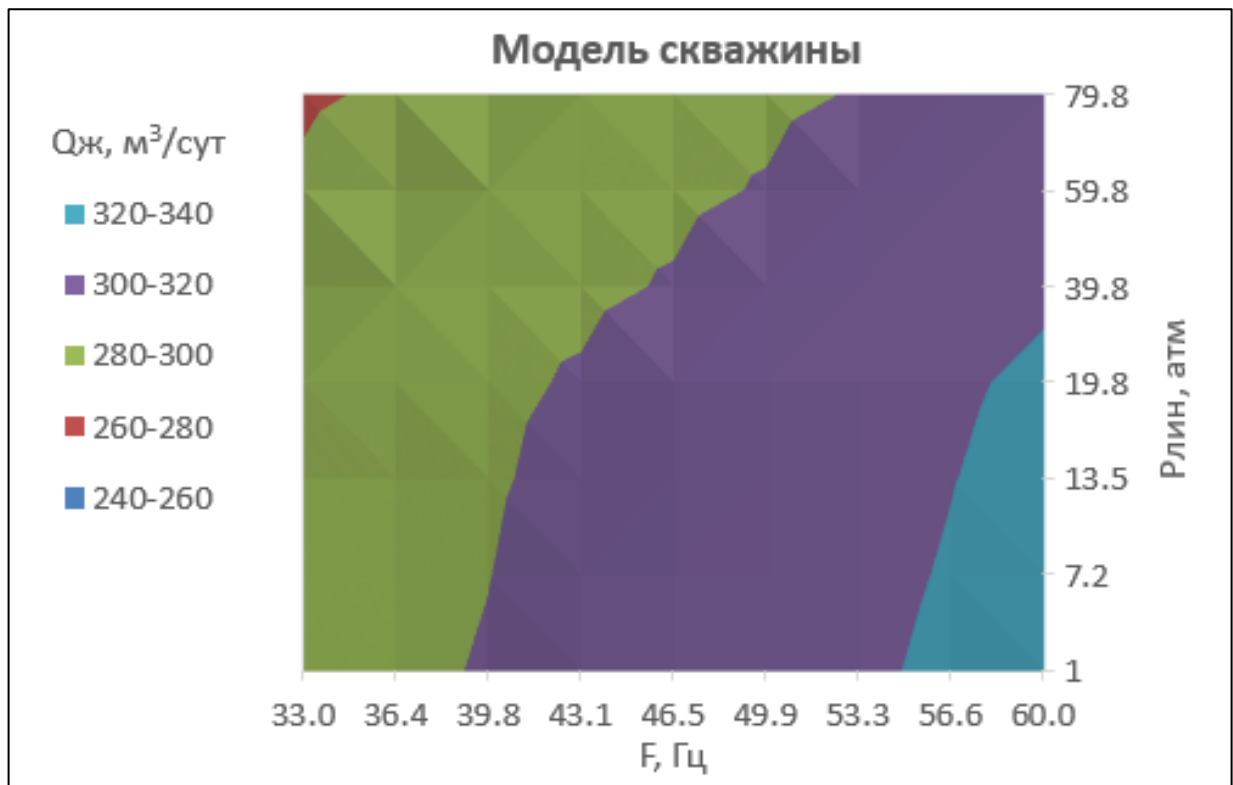


Рисунок 1.3. Модель скважины

Модель, представленная функцией (1.7), является основой для описания работы скважины в зависимости от управляющих параметров.

С точки зрения физики устья скважин являются источниками в модели нефтесборной сети, следовательно, давление на устье определенной скважины также зависит от добычи на остальных скважинах (1.6).

Совместная работа моделей (1.6) и (1.7) представлен в виде функции дебита жидкости  $i$ -ой скважины от параметров управления и дебитов жидкости прочих скважин данной нефтесборной сети (1.8):

$$Q_{li} = f(\overline{Q_{li \neq j}}; Q_{agi}; F_i) \quad (1.8)$$

Так как, прочие скважины также зависят от управляющих параметров, то интегрированная модель может быть представлена в следующем виде (1.9):

$$Q_{li} = f(\overline{Q_{ag}}; \overline{F}), \quad (1.9)$$

где  $\overline{Q_{ag}}$  и  $\overline{F}$  – векторы расходов г./г. и частот вращения электроцентробежных насосов скважин данной нефтесборной сети.

Так как, дебит нефти скважины является линейной функцией дебита жидкости, обводненности и плотности, то справедливо (1.10):

$$Q_{oi}(\overline{Q_{ag}}; \overline{F}) = k_i \cdot Q_{li}(\overline{Q_{ag}}; \overline{F}), \quad (1.10)$$

где  $k_i$  – коэффициент перевода дебита жидкости в дебит нефти, кг/м<sup>3</sup>.

$$k_i = \left(1 - \frac{WC_i}{100}\right) \cdot \rho_o, \quad (1.11)$$

где  $\rho_o$  – плотность нефти, кг/м<sup>3</sup>

Аналогичный перевод из дебита жидкости в дебит нефти необходимо будет произвести и на центре сбора продукции.

## 1.2. Сценарии оптимизации

Целью данной работы является создание инструмента оптимизации режимов работы скважин с учётом влияния изменений давлений на нефтесборной сети на добычу по выбранному технологическому критерию. Среди технологических критериев оптимизации можно выделить максимум нефти на центре сбора, минимум затрат электроэнергии и расхода газлифтного газа на фонде скважин. Технологические расходы могут включать потребляемую скважинным оборудованием электрическую мощность (которая зависит от частоты вращения насоса  $F$ ) или расход газлифтного газа, закачиваемого в скважину ( $Q_{ag}$ ). Также, стоит помнить, что изменение отступления от первого цикла запуска/остановки от некоего временного базиса не приводят к дополнительным затратам или снижению добычи, а лишь выравнивают кривую расхода жидкости на центре сбора, что с технологической точки зрения более оптимально.

Рассматриваемые в данной работе оптимизационные сценарии можно разделить на две группы: оптимизация режимов работы скважин за счет изменения граничных условий и параметров управления; оптимизация графика работы периодических скважин.

Оптимизационные сценарии первой группы можно сформулировать следующим образом:

1. Определить распределение расходов газлифтного газа и частоты вращения насосов на скважинах для заданной системы с целью достичь максимальной добычи нефти на центре сбора, сохраняя при этом сумму расходов газлифтного газа и затрат электроэнергии.
2. Определить оптимальное распределение расходов газлифтного газа и частот вращения насосов на скважинах, чтобы минимизировать суммарный расход газлифтного газа и потребляемой электроэнергии, при сохранении суммарной добычи нефти на требуемом уровне.

Таким образом, математически первая подгруппа сценария оптимизации режимов работы скважины может быть представлен следующим образом:

1. Оптимизационная функция – суммарный дебит нефти приходящих на сток нефтесборной сети (1.12). Решением оптимизационной задачи является нахождение максимума данной функции.

$$Q_o(\overline{Q_{ag}}; \overline{F}) \rightarrow \max \quad (1.12)$$

2. Ограничения (условия) оптимизационной задачи:

а. Групповые:

- i. Сумма сбора нефти на стоке системы (1.13):

$$\sum_i^n Q_{o i} \geq Q_{o sum}, \quad (1.13)$$

где  $Q_{o sum}$  – суммарное ограничение на сбор нефти на стоке системы, т/сут.

- i. Сумма расходов газлифтного газа скважин данного фонда не должна превышать заданной величины (1.14):

$$\sum_i^n Q_{ag i} \leq Q_{ag sum}, \quad (1.14)$$

где  $Q_{ag sum}$  – суммарное ограничение на расход газлифтного газа для данной системы, м<sup>3</sup>/с.

- ii. Сумма расходов электроэнергии скважин данного фонда не должна превышать заданной величины (1.15):

$$\sum_i^n W_i(F_i) \cdot t_i \leq E_{sum}, \quad (1.15)$$

где  $W_i(F_i)$  – потребляемая данной скважиной электрическая мощность, являющаяся функцией частоты вращения её электроцентробежного насоса, Вт;  $t_i$  – время работы скважины, час;  $E_{sum}$  – суммарное ограничений на потребляемую электроэнергию, кВт·ч/сут.

б. Индивидуальные:

i. Расход г./г. скважины должен находиться в заданном диапазоне значений (1.16):

$$Q_{ag\ min\ i} \leq Q_{ag\ i} \leq Q_{ag\ max\ i}, \quad (1.16)$$

где  $Q_{ag\ min\ i}$  – минимально допустимое значение расхода г./г для выбранной скважины, м<sup>3</sup>/с;  $Q_{ag\ max\ i}$  – максимально допустимое значение расхода г./г. для выбранной скважины, м<sup>3</sup>/с.

ii. Частота вращения ЭЦН скважины должен находиться в заданном диапазоне значений (1.17):

$$F_{min\ i} \leq F_i \leq F_{max\ i}, \quad (1.17)$$

где  $F_{min\ i}$  – минимально допустимое значение частоты i-ой скважины, Гц;  $F_{max\ i}$  – максимально допустимое значение частоты i-ой скважины, Гц.

Вторая подгруппа данного оптимизационного сценария может быть представлен следующим образом:

1. Оптимизационные функции – суммы расходов газлифтного газа (1.18) и электроэнергии (1.19) скважин системы. Решением оптимизационной задачи является нахождение минимума данных функций:

$$\sum_i^n Q_{ag\ i} \rightarrow min \quad (1.18)$$

$$\sum_i^n W_i(F_i) \rightarrow min \quad (1.19)$$



Возможные групповые и индивидуальные ограничения аналогичны первой подгруппе данного оптимизационного сценария.

Сценарий оптимизации оффсетов (отступлений по времени от первого цикла запуска/остановки) периодических скважин можно сформулировать следующим образом:

1. Для заданной системы необходимо найти отступления по времени от первого цикла запуска/остановки на скважинах, работающих в периодическом режиме, которые обеспечат стабилизацию уровня расхода на стоке нефтесборной системе при постоянных частотах и расходах газлифтного газа и сохранении суммарной добычи нефти.

Математически данный сценарий не отличается от первой группы с точки зрения групповых или индивидуальных ограничений.

## ГЛАВА 2. ФОРМИРОВАНИЕ МОДЕЛИ ТЕЧЕНИЯ ГАЗОЖИДКОСТНОЙ СМЕСИ В ТРУБОПРОВОДЕ

### 2.1. Модель течения многофазного флюида в трубопроводе

Уравнение Бернулли для потока вязкого флюида [1] (2.1):

$$\frac{dp}{\rho} + g \cdot dh + v \cdot dv + d(w_f) = 0, \quad (2.1)$$

где  $g$  – ускорение свободного падения, м/с<sup>2</sup>;  $dh$  – приращение высоты, м;  $v$  – скорость течения флюида, м/с;  $d(w_f)$  – потери на трение, м<sup>2</sup>/с<sup>2</sup>;  $\rho$  – плотность флюида, кг/м<sup>3</sup>.

Приращение высоты можно рассчитать по уравнению (2.2):

$$dh = \sin\theta \cdot dZ, \quad (2.2)$$

где  $dZ$  – приращение координаты по оси трубопровода, м;  $\theta$  – угол между горизонталью и осью трубопровода, рад.

(2.1) может быть записано в следующем виде (2.3):

$$-\frac{dp}{dZ} = \left(\frac{dp}{dZ}\right)_{grav} + \left(\frac{dp}{dZ}\right)_{fric} + \left(\frac{dp}{dZ}\right)_{acc}, \quad (2.3)$$

где  $\left(\frac{dp}{dZ}\right)_{grav}$  – потери давления на преодоление гравитационных сил, Па/м;  $\left(\frac{dp}{dZ}\right)_{fric}$  – потери давления на преодоление сил трения, Па/м;  $\left(\frac{dp}{dZ}\right)_{acc}$  – потери давления на преодоление сил инерции, Па/м.

Для расчета потерь давления на преодоление гравитационных сил воспользуемся уравнением (2.4):

$$\left(\frac{dp}{dZ}\right)_{grav} = g \cdot \rho \cdot \sin\theta \quad (2.4)$$

По эмпирическому соотношению Дарси-Вейсбаха [5] рассчитываем потери давления на преодоление сил трения (2.5):

$$\left(\frac{dp}{dZ}\right)_{fric} = f \frac{G \cdot v}{2d}, \quad (2.5)$$

где  $d$  – диаметр трубы, м;  $f$  – коэффициент потерь на трение, д. ед.;  $G$  – приведённый массовый расход флюида, кг/(м<sup>2</sup>·с);  $v$  – скорость течения продукции, м/с.

Для расчета потерь давления на преодоление инерционных сопротивлений воспользуемся уравнением (2.6):

$$\left(\frac{dp}{dZ}\right)_{acc} = \rho \cdot v \cdot \frac{dv}{dZ} \quad (2.6)$$

Представленные уравнения не применимы в явном виде для описания многофазного течения. Тем не менее, закон Бернулли может быть выведен из этих уравнений для сплошной среды с известными свойствами. Это означает, что при расчёте свойств смеси флюидов, таких как плотности, коэффициента трения и градиента скорости, данные уравнения могут быть обобщены для описания многофазного течения.

При движении ГЖС потери давления на преодоление гравитационных сопротивлений (2.4) необходимо рассчитывать по уравнению (2.7):

$$\left(\frac{dp}{dZ}\right)_{grav} = g \cdot (\rho_l H_l + \rho_g (1 - H_l)) \cdot \sin\theta, \quad (2.7)$$

где  $H_l$  – истинное содержание жидкости в сечении, д. ед.;  $\rho_l$  – плотность жидкой фазы, кг/м<sup>3</sup>;  $\rho_g$  – плотность газовой фазы, кг/м<sup>3</sup>.

Расходное содержание жидкости (2.8):

$$\lambda = \frac{Q_l}{Q_l + Q_g} \quad (2.8)$$

Газовая фаза в жидкости проскальзывает, приводя к тому, что истинное содержание жидкости отличается от объемного. Это происходит из-за того, что скорость газа больше, чем скорость жидкости из-за меньшей вязкости газа и действия Архимедовой силы на него.

Закон Дарси-Вейсбаха (2.5), обобщённый на случай многофазного течения, может быть представлен следующим образом (2.9):

$$\left(\frac{dp}{dZ}\right)_{fric} = f_{tp} \frac{G_m \cdot v_m}{2d}, \quad (2.9)$$

где  $f_{тр}$  – коэффициент двухфазного трения, д. ед.;  $v_m$  – скорость течения ГЖС, м/с;  $G_m$  – приведённый массовый расход ГЖС, кг/(м<sup>2</sup>·с).

Для расчета скорости течения газожидкостной смеси воспользуемся уравнением (2.10):

$$v_m = \frac{Q_l + Q_g}{A_p}, \quad (2.10)$$

где  $A_p$  – площадь сечения трубопровода, м<sup>2</sup>.

Тогда, потери на преодоление сил инерции (2.6) можно записать как (2.11):

$$\left(\frac{dp}{dZ}\right)_{acc} = -\frac{\rho_{tp} \cdot v_m \cdot v_{sg}}{p} \frac{dp}{dZ}, \quad (2.11)$$

где  $v_{sg}$  – скорость газа без учёта проскальзывания, м/с.

Скорость газа без учёта проскальзывания рассчитывается по уравнению (2.12):

$$v_{sg} = \frac{Q_g}{A_p} \quad (2.12)$$

Следовательно, уравнение Бернулли может применяться для расчета потоков многофазных жидкостей, если правильно определены истинное содержание фаз и коэффициент многофазного трения.

## 2.2. Определяющее соотношение

Существуют множество способов определения истинного содержания жидкости и коэффициента многофазного трения, в том числе эмпирических и механистических. В настоящее время наиболее распространенной корреляцией является эмпирическая зависимость Beggs & Brill для газожидкостных смесей со средней объемной долей газа в продукции 43,5%. Эта зависимость может быть успешно использована при расчете перепада давления в скважинах с малыми (до 200 м<sup>3</sup>/м<sup>3</sup>) газовыми факторами и эксплуатируемых с помощью ЭЦН.

Расчет истинного содержания жидкости в наклонно-направленном трубопроводе по корреляции Beggs & Brill [13] (2.13):

$$H_l(\theta) = H_l(0) \left( 1 + C \left( \sin(1,8\theta) - \frac{1}{3} \sin^3(1,8\theta) \right) \right), \quad (2.13)$$

где  $H_l(0)$  – истинное содержание жидкости в горизонтальной трубе, д. ед;  
 $\theta$  – угол наклона трубы относительно горизонтали, рад;  $C$  – коэффициент поправки на угол наклона трубы, д. ед..

Вид зависимостей для  $H_l(0)$  и  $C$  отличается для разных режимов потока ГЖС. В данном случае, режим потока характеризует распределение фильтрующихся фаз относительно друг друга.

Выделяют ряд базовых режимов течения:

1. Эмульсионный режим течения - режим течения эмульсии, при котором пузырьки газовой фазы однородно распределены в потоке жидкости и содержание газа в жидкости минимально (рис. 2.1, 2.2).



Рисунок 2.1. Характер распределения фаз при эмульсионном режиме течения в вертикальной трубе [6]



Рисунок 2.2. Характер распределения фаз при эмульсионном режиме течения в горизонтальной трубе [6]

2. При увеличении доли газа в жидкости происходит переход от эмульсионного режима течения к чёточному, который характеризуется явным слиянием газовых пузырьков (см. рис. 2.3, 2.4).



Рисунок 2.3. Характер распределения фаз при чёточном режиме течения в вертикальной трубе [6]



Рисунок 2.4. Характер распределения фаз при чёточном режиме течения в горизонтальной трубе [6]

3. При достижении определенного уровня содержания газа в трубопроводе, образуется стержневой эффект, при котором газ образует столб в центре трубы, путём объединения пачек газа, а жидкость проходит по ее стенкам в виде пленки. Этот эффект наблюдается на (рис. 2.5, 2.6).



Рисунок 2.5. Характер распределения фаз при стержневом режиме течения в вертикальной трубе [6]



Рисунок 2.6. Характер распределения фаз при стержневом режиме течения в горизонтальной трубе [6]

Для определения режима течения применяется математическое определение, включающее сравнение числа Фруда, отражающего соотношение сил инерции и сил тяжести, с вспомогательными числами, которые отражают объемное содержание газа в жидкости.

Число Фруда (2.14):

$$N_{fr} = \frac{v_m^2}{gd} \quad (2.14)$$

Вспомогательные числа (2.15) и (2.16):

$$L_1 = e^{(-4,62-3,757X-0,481X^2-0,0207X^3)} \quad (2.15)$$

$$L_2 = e^{(1,061-4,602X-1,609X^2-0,179X^3+0,635 \cdot 10^{-3}X^5)} \quad (2.16)$$

где  $X$  – натуральный логарифм объёмного содержания жидкости, рассчитывающийся по уравнению (2.17), д. ед.

$$X = \ln(\lambda) \quad (2.17)$$

При эмульсионном режиме течения соблюдается соотношение (2.18):

$$N_{fr} > L_1 \text{ и } N_{fr} > L_2 \quad (2.18)$$

Чёточный режим течения характерен при (2.19):

$$L_1 < N_{fr} < L_2 \quad (2.19)$$

Стержневой режим течения может наблюдаться при (2.20):

$$N_{fr} < L_1 \quad (2.20)$$

После определения режима течения необходимо истинное содержание жидкости в трубопроводе и коэффициент, учитывающий угол наклона трубопровода.

При эмульсионном режиме течения они могут быть рассчитаны по уравнениям (2.21) и (2.22):

$$H_l(0) = \frac{1,065\lambda^{0,5824}}{N_{fr}^{0,0609}} \quad (2.21)$$

$$C = 0 \quad (2.22)$$

При чётком режиме течения зависимости рассчитываются по уравнениям (2.23) и (2.24):

$$H_l(0) = \frac{0,845\lambda^{0,5351}}{N_{fr}^{0,0173}} \quad (2.23)$$

$$C = (1 - \lambda) \ln \left( \frac{2,96\lambda^{0,305} N_{fr}^{0,0978}}{N_{lv}^{0,4473}} \right) \quad (2.24)$$

Кольцевой режим течения можно охарактеризовать уравнениями (2.25) и (2.26):

$$H_l(0) = \frac{0,98\lambda^{0,4846}}{N_{fr}^{0,0868}} \quad (2.25)$$

$$C = (1 - \lambda) \ln \left( \frac{0,011 N_{lv}^{3,539}}{\lambda^{3,768} N_{fr}^{1,614}} \right) \quad (2.26)$$

После определения истинного содержания жидкости в сечении следует рассчитать двухфазный коэффициент трения. Для этого определяем коэффициент трения Moody без учёта проскальзывания по уравнению (2.27):

$$f_{ns} = \left[ 2 \lg \left( \frac{N_{rens}}{4,5223 \lg(N_{rens}) - 3,8215} \right) \right]^2, \quad (2.27)$$

где  $N_{rens}$  – число Рейнольдса при течении газожидкостной смеси без учёта проскальзывания, д. ед.



Для расчета числа Рейнольдса при течении газожидкостной смеси без учёта проскальзывания используют уравнение (2.28):

$$N_{rens} = \frac{G_m d}{\mu_l \lambda + \mu_g (1 - \lambda)} \quad (2.28)$$

Коэффициент трения для двух фаз при учёте проскальзывания вычисляется по уравнению (2.29):

$$f_{tp} = f_{ns} \cdot e^s, \quad (2.29)$$

где  $s$  – коэффициент, характеризующий в данном сечении отношение истинного содержания жидкости к объёмному (2.30) и (2.31), д. ед.

При  $y \geq 1,2$  или  $y \leq 1$ :

$$s = \frac{\ln(y)}{-0,0523 + 3,182 \ln(y) - 0,8725 \ln^2(y) + 0,01853 \ln^4(y)} \quad (2.30)$$

Если  $1 < y < 1,2$ :

$$S = \ln(2,2y - 1,2), \quad (2.31)$$

где  $y$  – отношение истинного содержания жидкости к расходному (2.32), д. ед.

$$y = \frac{\lambda}{(H_l(\theta))^2} \quad (2.32)$$

## ГЛАВА 3. МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ МОДЕЛИРОВАНИЯ И ОПТИМИЗАЦИИ ГРАФИКА И РЕЖИМА РАБОТЫ ДОБЫВАЮЩИХ СКВАЖИН С УЧЕТОМ ВЛИЯНИЯ НЕФТЕСБОРНОЙ СЕТИ

### 3.1. Основные понятия и определения

#### 3.1.1. Основа алгоритма

В качестве основы при разработке алгоритма оптимизации режимов и графика работы добывающих скважин с учётом влияния нефтесборной сети использовался метод градиентного спуска. В классическом варианте он заключается в поиске экстремума в многомерном пространстве, но с целью оптимизации алгоритма в работе вводятся дополнительные уровни абстракции, которые позволяют алгоритму не скатываться в локальные экстремумы, сделать его глобальным.

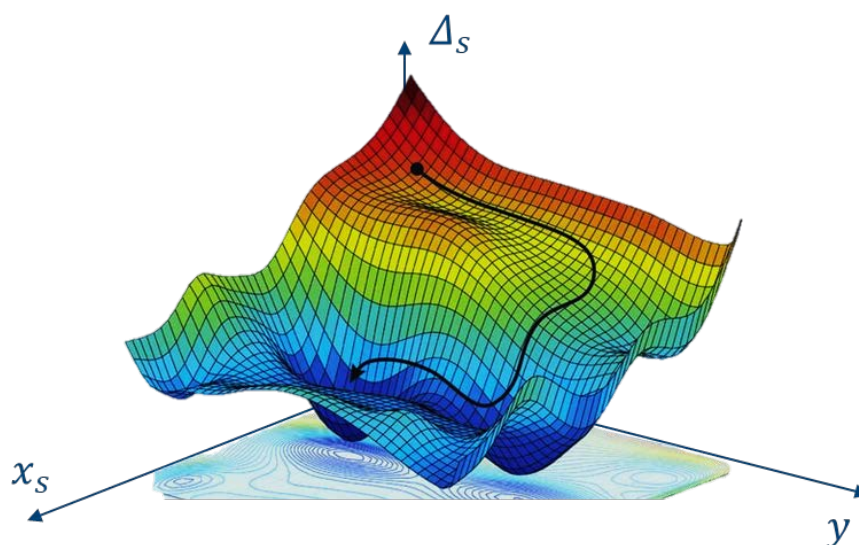


Рисунок 3.1. Иллюстрация поиска точки экстремума

#### 3.1.2. Состояние системы

Любая гидравлическая задача состоит из ряда независимых гидравлических состояний. Независимых в том смысле, что они связаны только через общее управление. При этом уравнения, описывающие каждое состояние, не зависят от других состояний. Математические переменные, зависящие от состояния, будем называть "переменными состояния", а

переменные, общие для всех состояний, – "глобальными переменными". В рамках текущих постановок состояние – это комбинация режимов скважин. В каждый квант времени реализуется некоторое состояние. Можно выбрать уникальные состояния и работать только с ними. Применяя условия квазистационарности, считаем что разные состояния друг на друга не влияют (независимость состояний).

### 3.1.3. Гидравлические переменные

Гидравлические переменные – переменные состояния системы, полностью определяющие гидравлическое состояние сети:

- давления во всех узлах сети.
- температура потока во всех узлах сети.
- потоки в циклах сети.
- свободные потоки в стоках/истоках. (например, для задачи нескольких стоков без заданных потоков или QR характеристик это потоки, притекающие в каждый из стоков).

Гидравлические переменные обозначаются  $x_{s\mu}$ , где  $s$  нумерует состояния,  $\mu$  – конкретные переменные.

### 3.1.4. Переменные управления

Переменные управления (частоты и расходы газлифтного газа) являются общими для всех состояний, т.е. глобальными. Обозначаются как  $u_\epsilon$ , где индекс  $\epsilon$  нумерует конкретные управления.

### 3.1.5. Невязки и согласованные состояния

Задачу, рассматриваемую в данной работе можно решить классическим методом, когда совершается много прогонов от стока к устью скважин для получения дебита, но решено было пойти другим путем и минимизировать вектор невязок сразу по всем участкам, что демонстрирует существенно

большую эффективность. Невязкой называется разница между значением некоторой величины, вычисленной с использованием гидравлической модели элемента сети и аналогичным значением, полученным только из гидравлических переменных.

Невязки бывают следующих типов:

- Невязка давления/температуры – разница между заданным (в переменных) и рассчитанным (через гидравлические уравнения в трубе) давлением/температурой в узле сети.
- Невязка потока – разница между заданным и рассчитанным потоком в элементе сети. Например, разница между свободной переменной потока в стоке и потоком, рассчитанным из некоторого распределения потока источников по сети.

Невязка является функцией состояния и обозначается  $\Delta_{s\alpha}$ , где индекс  $s$  нумерует состояния,  $\alpha$  – конкретные невязки.

Согласованное состояние сети – это состояние с нулевыми невязками. На практике, конечно, “нулевыми” означает “достаточно малыми”. Т.е. уравнения согласования сети это просто (3.1):

$$\Delta_{s\alpha}(x_s, y) = 0 \quad (3.1)$$

Из независимости состояний следует диагональность по состояниям (3.2):

$$\frac{\partial \Delta_{s\alpha}}{\partial x_{s'\beta}} = \delta_{ss'} f_{s\alpha\beta}(x, y) \quad (3.2)$$

Это же свойство предполагается для всех промежуточных величин, которые появляются при вычислении  $\Delta_{s\alpha}$ .

Введём также обозначения для производных гидравлического уравнения (3.3, 3.4):

$$A_{s\alpha\mu} = \frac{\partial \Delta_{s\alpha}}{\partial x_{s\mu}} \quad (3.3)$$

$$B_{s\alpha\epsilon} = \frac{\partial \Delta_{s\alpha}}{\partial y_\epsilon} \quad (3.4)$$

Все величины, зависящие от переменных (как гидравлических, так и управления) рассчитываются вместе с производными по переменным. При этом используются аналитические формулы для расчёта производных через фреймворк автодифференцирования, конечно-разностные схемы менее точны и, если применять их к конечным величинам, требуют гораздо большего количества вычислений.

Вычисление  $\Delta$  – довольно большая задача, включающая решение уравнений смешивания, интегрирование гидравлических уравнений (*Beggs & Brill Revised*) и т.д.

### 3.1.6. Расчет потоков в сети

Считаем что заданные гидравлические переменные и переменные управления однозначно определяют потоки в стоках/истоках. На этом этапе они ещё не должны быть сбалансированы, балансировка происходит в процессе решения уравнений согласования с обнулением соответствующих невязок потоков. Расчет состоит из следующих этапов:

1. Вычисляются потоки в стоках/истоках.
2. Поток распределяется так чтобы уменьшить дисбаланс потоков в сети, через решение уравнения  $C_{ne}q_e = Q_n$ , где  $q_e$  – поток в ребре  $e$ ,  $C_{ne}$  – матрица акцидентности между узлами  $n$  и рёбрами  $e$ ,  $Q_n$  – поток, вытекающий из узла  $n$  (отрицательный для стоков). Эта система уравнение в общем случае переопределена и решается в смысле наименьших квадратов.
3. К потокам  $q_e$  добавляются циклические потоки.

### 3.1.7. Расчет сети при заданных переменных

Сеть рассчитывается для фиксированных значение гидравлических переменных и переменных управления. И состоит из следующих этапов:

1. Вычисление потоков в сети.

2. Вычисление смешивания ФХС в соответствии с рассчитанными потоками.
3. Через гидравлические модели элементов сети рассчитываются невязки давлений/температур/потоков.
4. Вычисляются метрики работы сети (сбор нефти, потребление электроэнергии/газлифтного газа итп).

Результатом расчёта являются:

- Потоки во всех рёбрах/узлах сети.
- ФХС со всех рёбрах/узлах сети.
- Метрики работы сети.

Все величины должны быть вычислены вместе с их производными по гидравлическим переменным и переменным управления.

### 3.2. Гидравлический расчет

Задача гидравлического расчёта – решить уравнения  $\Delta_S(x_S, y) = 0$  относительно  $x_S$  при фиксированных  $y$ .

Задача решается через итеративное решение линеаризованных уравнений. На каждой итерации нам известно разложение (3.5):

$$\Delta_S(x_S^0 + \delta x_S) = \Delta_S(x_S^0) + A_S \delta x_S \quad (3.5)$$

Откуда находится шаг переменных (3.6), решающий линеаризованные уравнения:

$$\delta x_S^{lin} = -A_S^+ \Delta_S(x_S^0), \quad (3.6)$$

где  $A_S^+$  – матрицы, псевдообратные матрицам  $A_S$ .

Алгоритм решения следующий:

1. [hc:begin] Задаём начальные значения переменных через случайное сэмпирование в области допустимых значений. Если это уже не первая попытка и количество попыток больше предельного - решение не найдено:

- а. Задаём “лучшие” значения переменных  $x_S^{best}$ , равные начальным значениям.

- b. Устанавливаем “лучшее” значение максимальной невязки =  $\infty$ .
  - c. Задаём значение коэффициента шага  $c = 1$ .
2. [hc:calc] Рассчитываем сеть.
  3. Если новый максимум невязки меньше чем “лучший”:
    - a. Задаём новые “лучшие” переменные  $x_s^{best} = x_s$
  4. Если новый максимум невязки больше чем “лучший”:
    - a. Если коэффициент  $c$  был уменьшен  $N$  раз, переходим к [hc:begin].
    - b. Уменьшаем  $c \rightarrow c r$ , переходим к [hc:delta].
  5. Вычисляем шаг решения линеаризованного уравнения  $\delta x_s^{lin}$ .
  6. [hc:delta] Изменяем переменные:  $x_s = x_s^{best} + c \delta x_s^{lin}$ , переходим к [hc:calc].

### 3.3. Оптимизация режима

#### 3.3.1. Обозначения

В задаче оптимизации у нас есть критерий оптимизации  $S(x_s, y)$ , который мы минимизируем и ограничения  $F_\rho(x_s, y) \leq 0$  (индекс  $\rho$  нумерует различные ограничения), где обе функции должны быть некоторыми агрегатами по всем состояниям.

#### 3.3.2. Нахождение начальной точки оптимизации, удовлетворяющей гидравлическим уравнениям

Начальная точка оптимизации – значение переменных  $(x, y)$ , удовлетворяющее уравнению. Для оптимизации ищется несколько начальных точек, каждая из которых используется в оптимизации, после чего выбирается лучший результат.

Каждая начальная точка ищется начиная с некоторой временной точки, аналогично гидравлического расчёту. Начальную точку оптимизации можно

найти быстрее, двигаясь не только в пространстве гидравлических переменных, но и переменных управления. Аналогично гидравлического расчёту, для этого последовательно решается линеаризованное уравнение, но уже с учётом всех переменных (3.7):

$$A_{s\alpha\mu}\delta x_{s\mu} + B_{s\alpha\epsilon}\delta y_\epsilon = -\Delta_{s\alpha}^0 \quad (3.7)$$

Решение в общем виде требует создание матрицы размера  $\sim([s][\mu] + [\epsilon])^2$ , что легко может выйти за разумные пределы вычислительной сложности. Выведем уравнения для наименьших квадратов напрямую. Для этого минимизируется норма в пространстве  $\delta x, \delta y$  (3.8):

$$\sum_s (A_s \delta x_s + B_s \delta y + \Delta_s^0)^2 + \varepsilon \left( \sum_s \lambda_\mu^x \delta x_{s\mu}^2 + \lambda_\epsilon^y \delta y_\epsilon^2 \right) \rightarrow \min \quad (3.8)$$

$$\varepsilon \rightarrow 0,$$

где  $\lambda$  – метрические коэффициенты, определяющие норму, которая будет минимизироваться на подпространстве решений уравнения.

Дифференцируя, получаем (3.9, 3.10, 3.11, 3.12):

$$A_{s\alpha\mu}(A_{s\alpha\nu}\delta x_{s\nu} + B_{s\alpha\epsilon}\delta y_\epsilon + \Delta_{s\alpha}^0)_{s\alpha} + \varepsilon \Lambda_{\mu\nu}^x \delta x_{s\nu} = 0_{s\mu} \quad (3.9)$$

$$B_{s\alpha\epsilon}(A_{s\alpha\mu}\delta x_{s\mu} + B_{s\alpha\eta}\delta y_\eta + \Delta_{s\alpha}^0)_{s\alpha} + \varepsilon \Lambda_{\epsilon\eta}^y \delta y_\eta = 0_\epsilon \quad (3.10)$$

$$(A_s^T A_s + \varepsilon \Lambda^x)_s \delta x_s + [A_s^T B_s]_s \delta y = -[A_s^T \Delta_s^0]_s \quad (3.11)$$

$$\sum_s B_s^T A_s \delta x_s + \left( \sum_s B_s^T B_s + \varepsilon \Lambda^y \right) \delta y = - \sum_s B_s^T \Delta_s^0 \quad (3.12)$$

За счёт регуляризации, первое уравнение разрешимо относительно  $\delta x$ , а второе – относительно  $\delta y$ .

Пусть

$$F_s = (A_s^T A_s + \varepsilon \Lambda^x)_s^{-1} A_s^T \quad (3.13)$$

$$\delta x_s = -F_s (\Delta_s^0 + B_s \delta y) \quad (3.14)$$

и, подставляя во второе, получим (3.15):

$$\left( \sum_s G_s B_s + \varepsilon \Lambda^y \right) \delta y = - \sum_s G_s \Delta_s^0 \quad (3.15)$$

$$\text{where } G_s = B_s^T (I - A_s F_s)$$



Решая последовательно последние два уравнения (естественно, в обратном порядке), получим решение линеаризованного гидравлического уравнения, минимизирующее норму, определяемую  $\lambda$ .

Итого имеем последовательность вычислений:

1. Вычисляем  $F_s$ , решая уравнение (3.13).
2. Вычисляем  $G_s = B_s^T(I - A_s F_s)$ .
3. Находим  $\delta y$ , решая уравнение (3.15).
4. Находим  $\delta x$ , решая уравнение (3.14).

### 3.3.3. Итеративная оптимизация через линеаризацию подпространства решений

Пусть мы добились необходимой точности решений  $\Delta_s^0$ . Касательное подпространство "решений" тогда будем определять уравнением  $\Delta(x, y) = \Delta^0$ . Это уравнение в линеаризованном виде (3.16):

$$A_{s\alpha\mu}\delta x_{s\mu} + B_{s\alpha\epsilon}\delta y_\epsilon = 0_{s\alpha} \quad (3.16)$$

Из этого уравнения можно найти обусловленную производную переменных состояния по переменным управления (3.17):

$$\frac{dx_{s\mu}}{dy_\epsilon} = D_{s\mu\epsilon} \quad (3.17)$$

через решение уравнения (3.18):

$$A_{s\alpha\mu}D_{s\mu\epsilon} + B_{s\alpha\epsilon} = 0_{s\alpha\epsilon} \quad (3.18)$$

С применением метода наименьших квадратов. Полная производная оптимизируемой величины  $Q(x(y), y)$  по  $y$  на подпространстве решений (3.19) будет выглядеть следующим образом:

$$\frac{dQ}{dy_\epsilon} = \frac{\partial Q}{\partial y_\epsilon} + \frac{\partial Q}{\partial x_{s\mu}} D_{s\mu\epsilon} \quad (3.19)$$

Итого шаг градиентного спуска (3.20, 3.21) определяется так:

$$\delta y_\epsilon \sim \frac{dQ}{dy_\epsilon} \quad (3.20)$$

$$\delta x_{s\mu} = D_{s\mu\epsilon} \delta y_\epsilon \quad (3.21)$$

Так как градиент, а значит и шаг, зависят от масштаба переменных, то для переменных с изменённым масштабом  $y'_\epsilon = y_\epsilon * c_\epsilon$  уравнения градиентного спуска (3.22, 3.23, 3.24) преобразуется как:

$$\frac{dQ}{dy'_\epsilon} = \frac{1}{c_\epsilon} * \frac{dQ}{dy_\epsilon} \quad (3.22)$$

$$\delta y'_\epsilon \sim \frac{dQ}{dy'_\epsilon} \quad (3.23)$$

$$\delta x_{s\mu} = \left(\frac{1}{c_\epsilon} * D_{s\mu\epsilon}\right)_{s\mu\epsilon} \delta y'_\epsilon \quad (3.24)$$

Поэтому масштаб переменных должен быть предварительно выбран так чтобы градиенты не были слишком маленькими или большими.

### 3.3.4. Движение по границе

В результате движения по градиенту целевой функции мы можем оказаться на границе области допустимых значений  $x_{s\mu}$ . Пусть каждое ограничение записывается в виде (3.25):

$$\delta x_{s\mu} = 0, \quad (s, \mu) \in E \quad (3.25)$$

тогда ограничение на  $\delta y$  имеет вид (3.26):

$$D_{s\mu\epsilon} \delta y_\epsilon = 0, \quad (s, \mu) \in E \quad (3.26)$$

Считая что  $\delta y_\epsilon \sim \frac{dQ}{dy_\epsilon}$ , нам надо найти "поправку"  $h_\epsilon$  к градиенту  $\frac{dQ}{dy_\epsilon}$  (так как по сути мы хотим спроецировать  $\delta x_{s\mu}^0 = D_{s\mu\epsilon} \frac{dQ}{dy_\epsilon}$  на подпространство), используя уравнение (3.27):

$$D_{E\epsilon} \left( \frac{dQ}{dy_\epsilon} + h_\epsilon \right) = 0 \quad (3.27)$$

Запишем это через регуляризованную минимизацию суммы квадратов (3.28):

$$\sum_E \left( D_{E\epsilon} \frac{dQ}{dy_\epsilon} + D_{E\epsilon} h_\epsilon \right)^2 + \varepsilon \sum_{s\mu} (D_{s\mu\epsilon} h_\epsilon)^2 \rightarrow \min; \quad \varepsilon \rightarrow 0 \quad (3.28)$$

Обнуляя производную по  $h_\epsilon$ , получаем уравнение (3.29):

$$[D_{E\epsilon}D_{E\eta} + \varepsilon D_{S\mu\epsilon}D_{\alpha\mu\eta}]_{\epsilon\eta} h_\eta = -[D_{E\epsilon}D_{E\eta}]_{\epsilon\eta} \frac{dQ}{dy_\eta} \quad (3.29)$$

$$\varepsilon \rightarrow 0$$

Это уравнение тоже надо решать с применением метода наименьших квадратов (т.к. система в общем случае недоопределена). Либо добавить ещё одну явную регуляризацию для обнуления "лишних" компонент  $h_\epsilon$  (3.30):

$$[D_{E\epsilon}D_{E\eta} + \varepsilon D_{S\mu\epsilon}D_{\alpha\mu\eta} + \varepsilon' I_{\epsilon\eta}]_{\epsilon\eta} h_\eta = -[D_{E\epsilon}D_{E\eta}]_{\epsilon\eta} \frac{dQ}{dy_\eta} \quad (3.30)$$

$$\varepsilon, \varepsilon', \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \rightarrow 0$$

### 3.3.5. Алгоритм

1. Находим начальное состояние, обозначаем его как “лучшее”.
2. [opt:step] Вычисляем шаг оптимизации  $\delta y$ ,  $\delta x_s$ .
3. [opt:change] Изменяем переменные на найденный шаг.
4. Рассчитываем новое состояние.
5. Если новое состояние не согласовано, запускаем алгоритм гидравлического расчёта с полученными начальными значением переменных.
6. Если критерий оптимизации в новом состоянии больше чем в лучшем: уменьшаем максимально возможный шаг оптимизации. Если шаг был уменьшен больше чем пороговое число раз – оптимизация завершена. Переходим к [\[opt:change\]](#)
7. Если критерий оптимизации в новом состоянии меньше чем в лучшем: назначаем новое состояние лучшим, переходим к [\[opt:step\]](#).

### 3.4. Оптимизация графика

Множество возможных сочетаний вкл/выкл для различных источников экспоненциально велико. И заранее невозможно предсказать какие из них встретятся нам в процессе изменения офсетов. Поэтому мы используем срезы

по времени с некоторым интервалом в рамках времени эксперимента. Однако, при этом производные любых величин по офсетам будут равны нулю и алгоритм, описанный выше не будет работать. Поэтому мы используем регуляризацию.

### 3.4.1. Переменная регуляризации

Переменная регуляризации  $\lambda$  – это дополнительная переменная управления, такая что для  $\lambda = 1$  источники работают по заданному расписанию. А для значения  $\lambda = 0$  – работают без пауз, но выдавая лишь половинный дебит жидкости. Промежуточные значения  $\lambda$  соответствуют достаточно гладкой интерполяции между этими двумя крайностями.

В рамках одного рабочего периода одного источника его функцию потока можно представить как (3.31):

$$\begin{aligned} Q(p, c, t) &= Q(p, c) f(t) \\ f(t) &= \theta(T_{work} - t') \\ t' &= (t - \text{offset}) \bmod T, \end{aligned} \quad (3.31)$$

где  $\theta(x)$  – функция Хэвисайда,  $T$  и  $T_{work}$  – полный и рабочий интервал работы источника. Регуляризация “смягчает” функцию  $f(t')$ , делая её дифференцируемой офсетам при промежуточных значениях переменной  $\lambda$  (3.32):

$$\begin{aligned} f(t') \rightarrow f(t', \lambda) &= s(t', \lambda) x(t')^{\gamma(\lambda)} + d(t', \lambda) \\ \gamma(\lambda, t') &= 2 \left[ \lambda \leq \frac{1}{2} \right] + \frac{\left[ \lambda > \frac{1}{2} \right]}{1 - \lambda} \\ s(\lambda, t') &= \left( \lambda \left[ \lambda \leq \frac{1}{2} \right] + 0.5 \left[ \lambda > \frac{1}{2} \right] \right) (\theta(t' - T_{work}) - \theta(T_{work} - t')) \\ d(t', \lambda) &= \left( \frac{1}{2} - \lambda \right) \left[ \lambda \leq \frac{1}{2} \right] (\theta(t' - T_{work}) - \theta(T_{work} - t')) + \theta(T_{work} - t') \\ x(t') &= \theta(T_{work} - t') \frac{t'}{\frac{T_{work}}{2}} + \theta(t' - T_{work}) \frac{t' - T_{work}}{\frac{T_{pause}}{2}} - 1 \end{aligned} \quad (3.32)$$

### 3.4.2. Ограничения и критерий оптимизации

При  $\lambda = 0$  с большой вероятностью будет невозможно найти начальное состояние, удовлетворяющее ограничениям. Поэтому вместо работы с ограничениями напрямую (как при оптимизации управления), мы введём ограничения прямо в критерий оптимизации (3.33), не учитывая их более обычным образом:

$$S(x_s, y) \rightarrow S(x_s, y) + c \sum_{\rho} F_{\rho}(x_s, y) \theta(F_{\rho}), \quad (3.33)$$

где константа  $c > 0$  выбирается достаточно большой чтобы штраф за нарушение ограничений был велик. Оптимизация с таким критерием, конечно, требует большего числа шагов, но эту цену приходится платить за слишком большое пространство возможных состояний в задаче.

### 3.4.3. Алгоритм

Для некоторого ряда значений  $\lambda$ , увеличивающихся от 0 до 1 (например, [0., 0.1, 0.3, 0.5, 0.85, 1.]) выполняем процедуру оптимизации управлений для офсетов, но с модифицированным критерием оптимизации и без ограничений. Оптимизация для каждого следующего  $\lambda$  начинается со значений переменных, полученных на предыдущем шаге.

Так как ограничения могут не быть удовлетворены и при  $\lambda = 1$ , может потребоваться оптимизация из нескольких начальных состояний.

## ГЛАВА 4. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И РЕШЕНИЕ ОПТИМИЗАЦИОННЫХ ЗАДАЧ СЕТИ НЕФТЕСБОРА

### 4.1. Модель системы сбора

Схематичное изображение модели системы сбора продукции представлено на рисунке ниже. Модель имеет лишь один сток (одну установку предварительного сброса воды), что значительно снижает сложность вычислений. Также, стоит отметить, что модель предусматривает сбор продукции с 37 кустовых площадок, а общая протяженность системы сбора составляет 93 км.

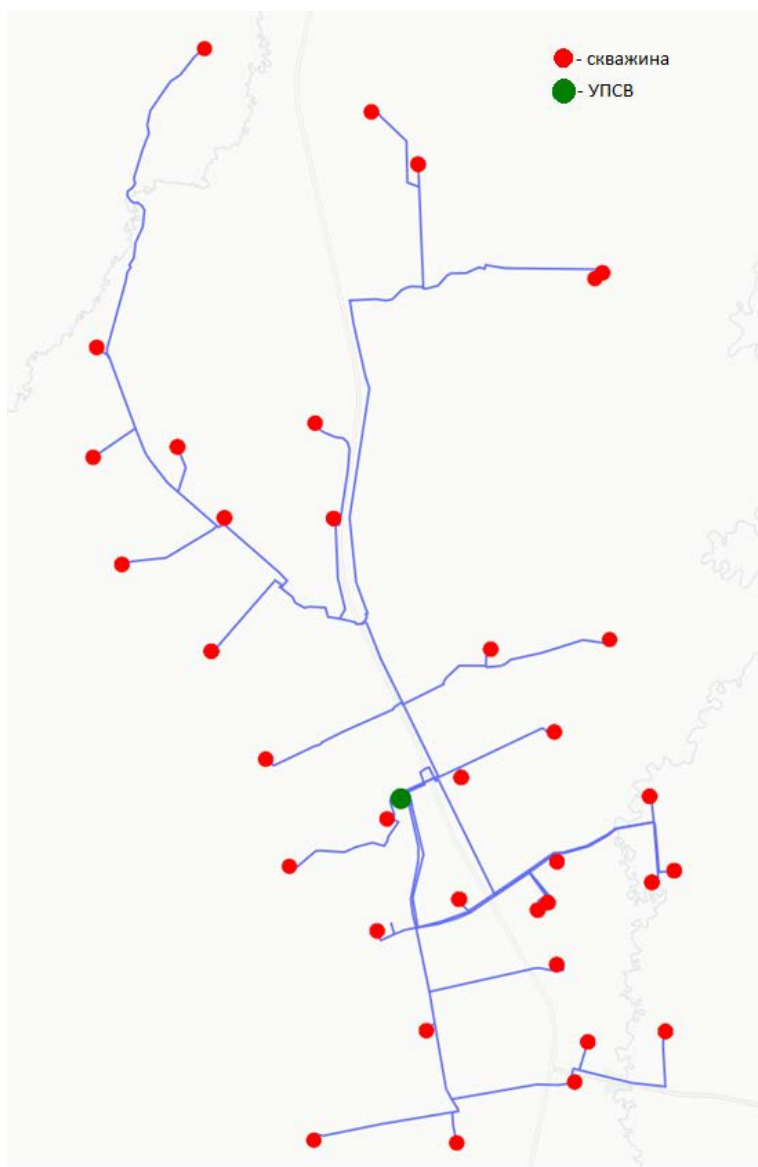


Рисунок 4.1. Топология модели системы сбора

С исходными характеристиками данной модели можно ознакомиться в табл. (4.1., 4.2., 4.3.):

Таблица 4.1.

## Геолого-физические характеристики пласта

Параметр	Значение
Средняя глубина залегания, м	2650
Тип залежи	Структурно-литологическая
Тип коллектора	Поровый
Площадь нефтегазоносности, м <sup>2</sup>	191855
Средняя общая толщина, м	20,1
Средняя нефтенасыщенная толщина, м	6,7
Пористость, %	18
Средняя нефтенасыщенность ЧНЗ, доли ед.	0,64
Средняя нефтенасыщенность ВНЗ, доли ед.	0,58
Проницаемость, мкм <sup>2</sup>	0,040
Коэффициент песчанности, доли ед.	0,59
Коэффициент расчлененности, доли ед.	5,35
Начальная пластовая температура, °С	89
Начальное пластовое давление, МПа	26,5
Размеры залежи, км	16,7x10,5

Таблица 4.2.

## Исходные данные, используемые при построении модели нефтесборной сети

Физическая величина	Ед. изм.	Значения
Отн. пл. нефти по воде	д. ед.	0,829
Отн. пл. воды по воде	д. ед.	1,01
Отн. пл. газа по воздуху	д. ед.	0,89
Вязкость воды	мПа·с	1
Вязкость нефти в пластовых условиях	мПа·с	5,66
Калибровочная температура	°С	50
Вязкость нефти в поверхностных условиях	мПа·с	12,59
Температура на поверхности	°С	20
Давление на УПСВ	МПа	0,223
Удельная теплоемкость газа	Дж/(кг·°С)	2200
Удельная теплоемкость нефти	Дж/(кг·°С)	2000
Удельная теплоемкость воды	Дж/(кг·°С)	4190

Таблица 4.3.

## Зависимость динамической вязкости от температуры и плотности

Температура, °С	Динамическая вязкость, сПз	Плотность, кг/м <sup>3</sup>
при 0	20,88007	840,0191
при 5	18,73382	837,2832
при 10	16,35853	834,5275
при 15	14,28441	831,7619
при 20	12,47327	828,9865
при 25	10,89177	826,2111
при 30	9,510789	823,4356
при 35	8,304903	820,6404
при 40	7,251914	817,8452
при 45	6,332434	815,05
при 50	5,529536	812,2548
при 55	4,828439	809,4695
при 60	4,216235	806,6941

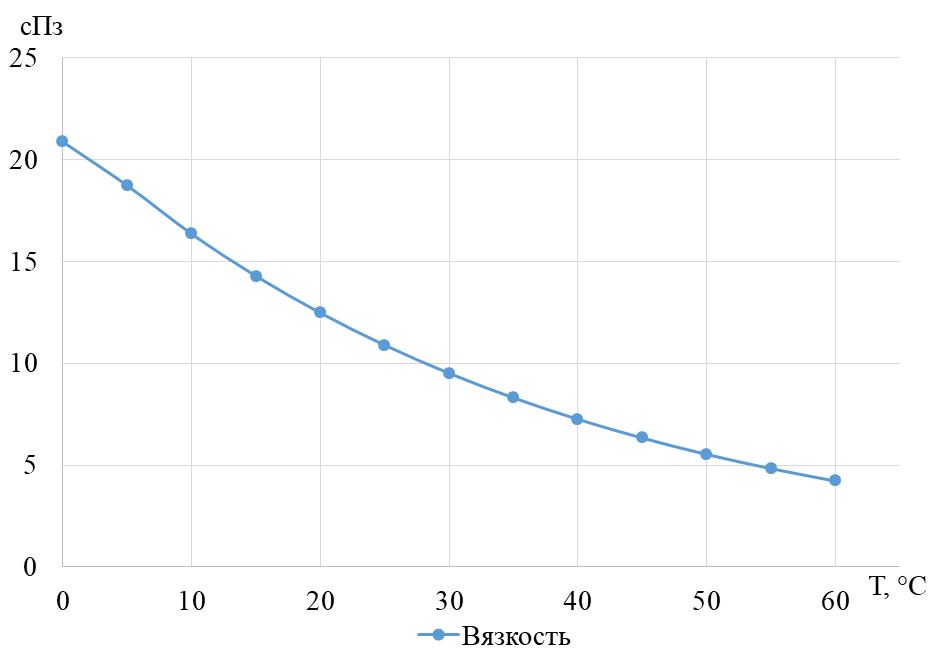


Рисунок 4.2. Изменение динамической вязкости нефти от температуры



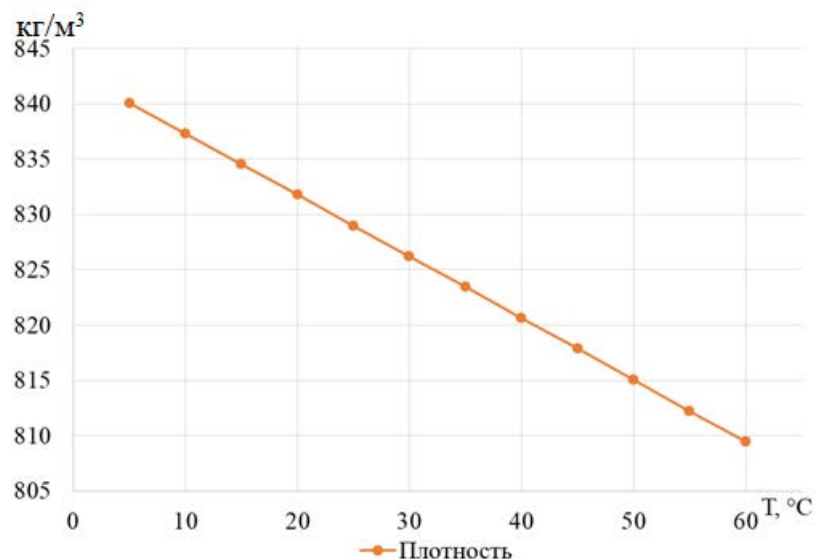


Рисунок 4.3. Изменение плотности нефти от температуры

Геолого-физические характеристики пласта необходимы для построения модели притока из пласта, что в купе с моделью движения ГЖС по стволу скважины позволит сформировать таблично заданные функции работы скважин.

Кроме того, для построения цифровой модели нефтесборной сети необходимо обладать обширной информацией о месторождении. Помимо ФХС флюидов и характеристик пласта необходимо использованы данные, приведенные ниже:

- Для каждого узла нефтесборной сети:
  - Узел начала.
  - Узел конца.
  - Внешний диаметр.
  - Толщина стенки.
  - Шероховатость.
  - Длина и высотный профиль.
  - Температура окружающей среды.
  - Коэффициент теплопроводности.
- Для скважин:
  - Режим работы: постоянный или периодический.

- Способ эксплуатации: ЭЦН, газлифт или фонтан.
- Статус: в работе или остановлена.
- Управляющие параметры:
  - Частота (ЭЦН), расход газлифтного газа (газлифт).
  - Для периодических: интервал работы и накопления, офсет.
- Газовый фактор.
- Обводненность.
- Температура смеси.
- Плотность воды, нефти и газа.
- Теплоемкость воды, нефти и газа.
- Таблично заданные функции:
  - Для фонтанов – дебит жидкости в зависимости от линейного давления.
  - Для газлифта – дебит жидкости в зависимости от расхода г.г. и линейного давления.
  - Для ЭЦН – дебит жидкости в зависимости от частоты и линейного давления.
- Настройки эксперимента:
  - Длительность.
  - Шаг.
  - Требуемая максимальная невязка давлений в узлах.

В качестве PVT модели используется Black Oil, для которой:

1. Значения обводненности, газового фактора и плотностей задаются для стандартных условий (*stock tank properties*) равных 1 бар и 15.5 °C;
2. Доли примесей (*contaminant mole fractions*) всегда равны нулю;
3. Корреляции:
  - вязкости дегазированной нефти (*dead oil*) - одна из двух: “две точки” или *Beggs&Robinson*.
  - вязкости недонасыщенной нефти (*undersaturated oil*) - *Vasques&Beggs*.
  - вязкости насыщенной нефти (*live oil*) - *Beggs&Robinson*.

- коэффициента объёмного расширения нефти (*oil formation volume factor, OFVF*) выше точки насыщения нефти – *Standing*.
- коэффициента объёмного расширения нефти (*oil formation volume factor, OFVF*) в точке насыщения и ниже - *Vasques&Beggs*.
- растворимости газа в нефти (*Sat. Gas*) – *Standing*.
- вязкости газа - только *Lee et al.*.
- коэффициента сжимаемости газа (*gas compressibility factor, Gas Z*) – *Standing*.

Допущения:

1. Если офсеты *периодических* скважин не заданы, они должны быть инициализированы равномерно распределенными числами на интервалах [0, интервал работы + интервал накопления].
2. Мгновенное распространение возмущений в НСК (эксперимент - последовательность стационарных режимов) .
3. Моделируемый фонд скважин принадлежит одному ЦС.
4. Для фонтана возможен только *постоянный* режим работы.
5. Если был задан высотный профиль, то длина - это суммарная длина проекции на горизонтальную плоскость.
6. Корреляция горизонтального потока только *Beggs & Brill Revised*. Для интегрирования по трубе – метод Рунге-Кутты.
7. Для моделирования может использоваться только та нефтесборная сеть, что образует связанный граф с центром сбора.
8. При отсутствии данных по шероховатости стенок трубопровода, принимаем равно 0.1 мм.
9. При отсутствии данных по температуре внешней среды, принимаем - 3°C, опираясь на среднегодовую температуру в регионе.

Таким образом, при проведении расчета на базовом режиме были получены результаты, представленные в табл. (4.4.) и рисунке ниже, что соответствует среднему отклонению давлений в узлах от коммерческих симуляторов в 0,5 атм.

Таблица 4.4.

Результаты расчета на центре нефтесборной сети на базовом режиме

Физическая величина	Ед. изм.	Значения
Давление на УПСВ	МПа	0,223
Температура продукции	°С	18,11
Расход жидкости	м <sup>3</sup> /сут	9727,51
Расход нефти	т/сут	1431,24
Расход газа	тыс. м <sup>3</sup> /сут	94,52
Затраты электроэнергии	кВт·ч/сут	233460,28

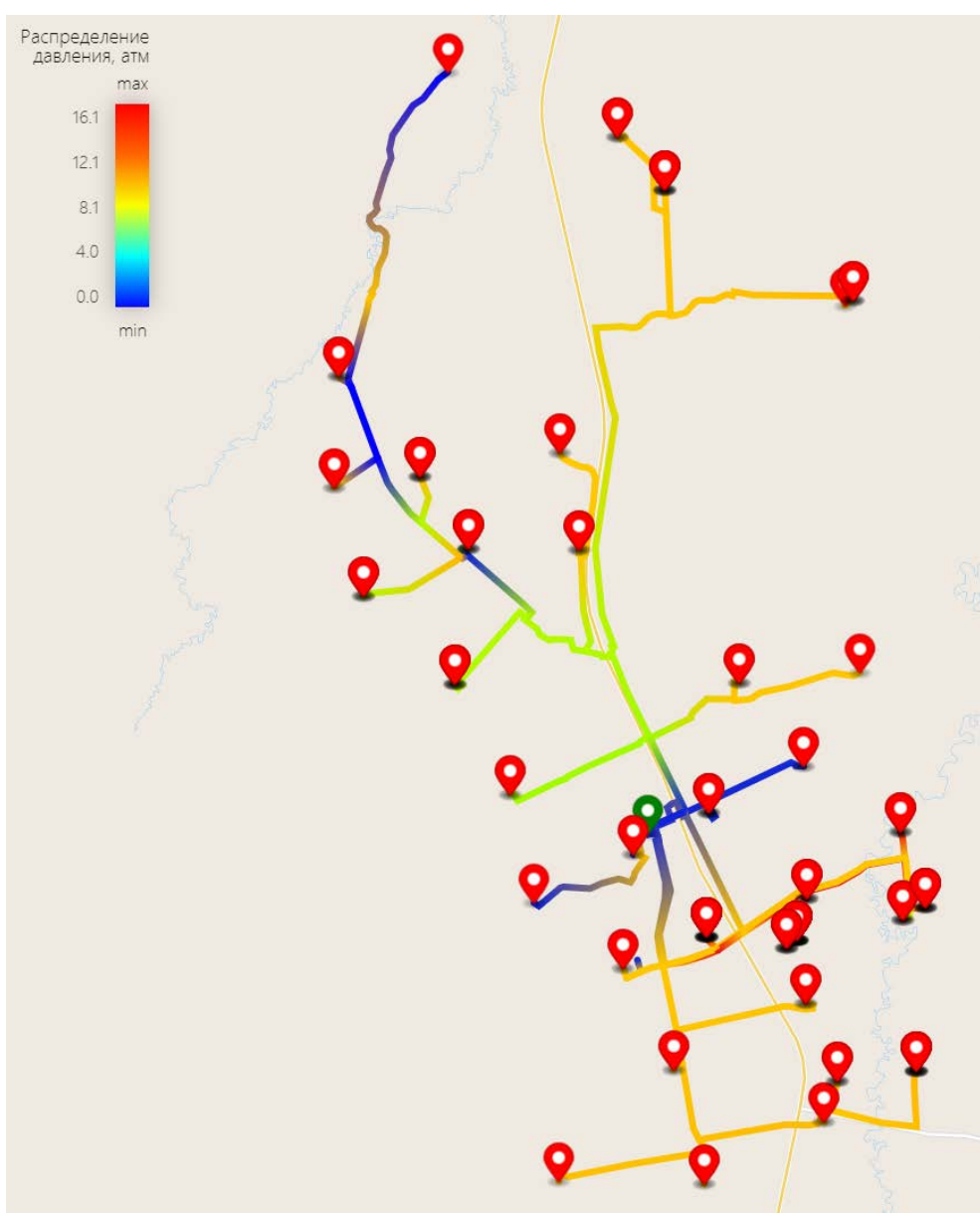


Рисунок 4.4. Распределение давления в нефтесборной сети

## 4.2. Примеры решения задачи оптимизации режимов работы

### скважин

Для данной нефтесборной сети стоит выбрать два варианта оптимизации режимов работы скважин:

1. Максимизация объема добычи нефти на центре сбора при сохранении суммарной величины технологических затрат на базовом уровне.
2. Максимизация объема добычи нефти на центре сбора при наличии группового ограничения на максимум затрат электроэнергии.

Первый вариант оптимизации показал рост добычи на 86,31 т/сут (+6,03%) при сохранении затрат электроэнергии на уровне 233,5 тыс. кВт·ч/сут.

Второй вариант оптимизации показал рост добычи на 20,93 т/сут (+1,46%) при снижении затрат электроэнергии до 208573,46 кВт·ч/сут.

Кроме того, необходимо заметить, что приведенные варианты оптимизации не привели к увеличению обводненности и росту газового фактора на центре сбора, следовательно, дополнительно подтверждается эффективность разработанного инструмента.

Результат тестирования работы алгоритмов выбранных вариантов оптимизации нефтесборной сети представлены в таблицах (4.5., 4.6.) и рисунках ниже.

Таблица 4.5.

Результаты расчета максимизации добычи нефти при сохранении технологических затрат

Физическая величина	Ед. изм.	Значения
Давление на УПСВ	МПа	0,223
Температура продукции	°С	18,09
Расход жидкости	м <sup>3</sup> /сут	9727,41
Расход нефти	т/сут	1517,55
Расход газа	тыс. м <sup>3</sup> /сут	100,76
Затраты электроэнергии	кВт·ч/сут	233457,95

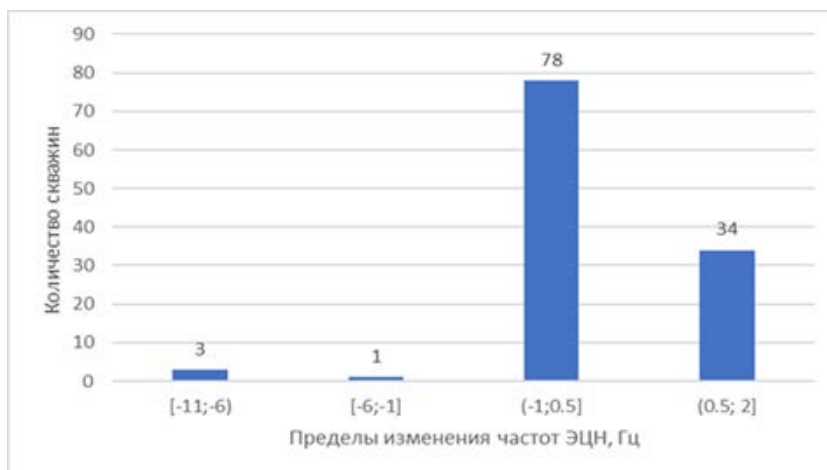


Рисунок 4.5. Гистограмма изменения частот ЭЦН на скважинах нефтесборной сети при сохранении технологических затрат



Рисунок 4.6. Гистограмма изменения добычи нефти на скважинах нефтесборной сети при сохранении технологических затрат

Таблица 4.6.

Результаты расчета максимизации добычи нефти при наличии ограничения на максимум затрат электроэнергии

Физическая величина	Ед. изм.	Значения
Давление на УПСВ	МПа	0,223
Температура продукции	°С	18,33
Расход жидкости	м <sup>3</sup> /сут	9705,11
Расход нефти	т/сут	1452,17
Расход газа	тыс. м <sup>3</sup> /сут	95,54
Затраты электроэнергии	кВт·ч/сут	208573,46

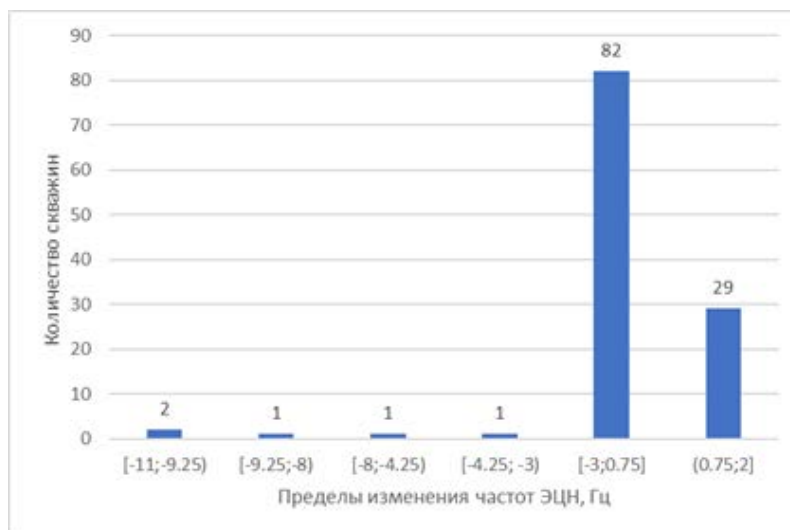


Рисунок 4.7. Гистограмма изменения частот ЭЦН на скважинах нефтесборной сети при наличии ограничения

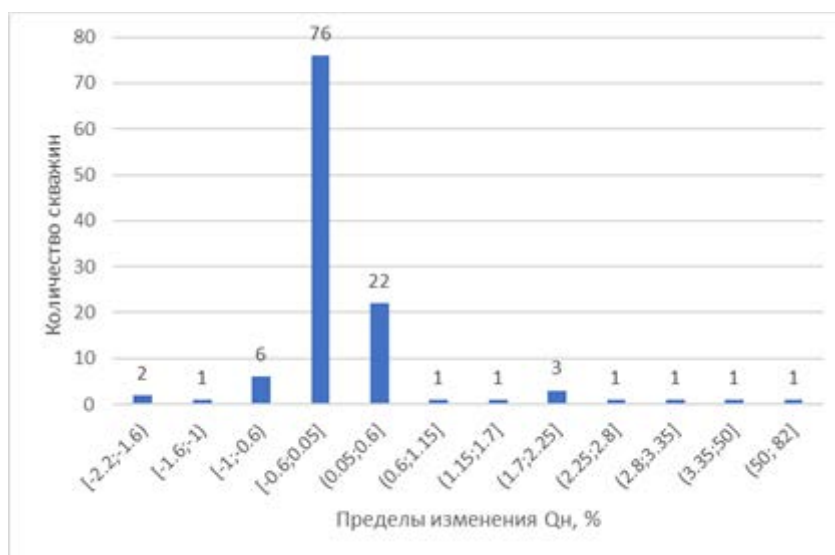


Рисунок 4.8. Гистограмма изменения добычи нефти на скважинах нефтесборной сети при наличии ограничения

### 4.3. Пример решения задачи оптимизации графика

Стоит также заметить, что инструмент позволяет производить оптимизацию графика работы скважин нефтесборной сети без существенных изменений исходных данных и расширения допущений или ограничений по сравнению с задачей оптимизации режима работы скважин. Следовательно, решение задач с учётом вывода из бездействующего фонда и ввода новых скважин может аналогично быть бесшовно интегрирована.

Результат тестирования алгоритма, направленного на оптимизацию графика работы скважин периодического фонда представлен на рисунке (4.9).

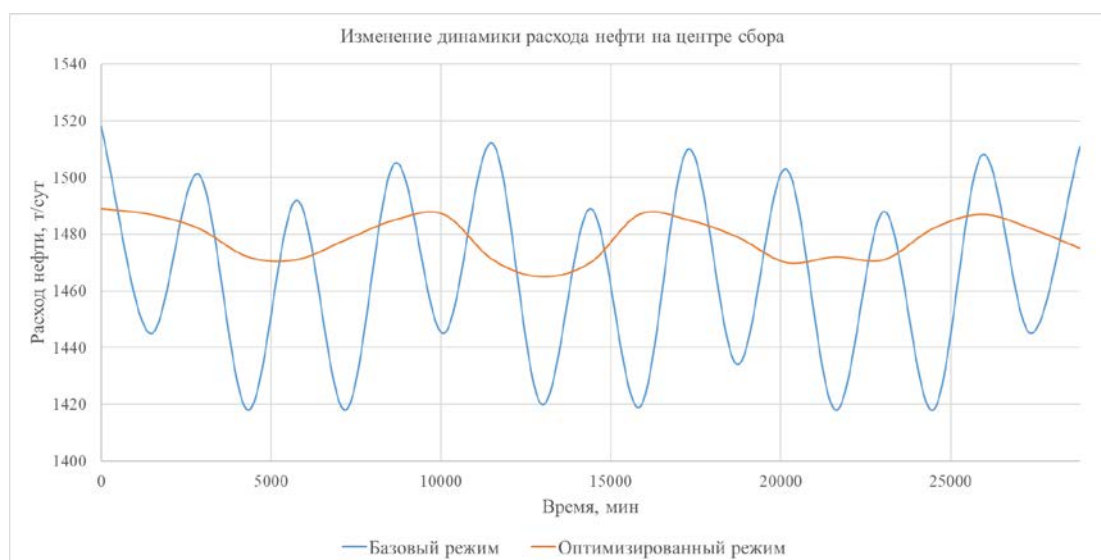


Рисунок 4.9. Изменение динамики расхода нефти на центре сбора

По приведенным результатам тестирования видно, что расход нефти на центре сбора значительно стабилизировался по сравнению с базовым режимом, что в свою очередь с технологической точки зрения управления фондом гораздо более оптимально, возмущения в системе нефтесбора существенно снижены.



## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе был разработан инструмент групповой оптимизации режимов работы скважин с учётом влияния изменений давлений на нефтесборной сети на добычу по выбранному технологическому критерию. В процессе разработки данного инструмента решены следующие задачи:

1. Сформулированы сценарии оптимизации режимов и графиков скважин.

2. Сформированы физико-математические модели течения газожидкостной смеси в трубопроводе и нефтесборной сети, отвечающие необходимым требованиям.

3. Разработан алгоритм решения поставленных оптимизационных задач.

4. Реализованы программно физико-математические модели и оптимизационные алгоритмы с возможностью задания технологических и ресурсных ограничений, выбора критериев совместной оптимизации режимов работы скважин и объектов наземной инфраструктуры, которые объединены в инструмент, обладающий следующим расчетным функционалом:

- Автоматизированное создание и адаптация модели нефтесборной сети.
- Расчёт оптимального вектора управляющих воздействий для всего фонда скважин модели нефтесборной сети.

5. Произведено тестирование инструмента.

В результате апробации разработанного инструмента продемонстрирована высокая точность соответствия расчетных показателей с фактом и скорость расчета. В дальнейшем планируется расширение списка необходимых испытаний данного инструмента.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Басниев К.С., Дмитриев Н.М., Розенберг Г.Д., Нефтегазовая гидромеханика: учебное пособие для ВУЗов. М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2005 – 544 с.
2. Гильмутдинова Н.З., Интегрированная модель для комплексного управления разработкой и обустройством месторождений: Нефтяное хозяйство, 2014. 71 с.
3. Ивановский В.В., Дарищев В.И., Сабилов А.А., Каштанов В.С., Пекин С.С., Скважинные установки для добычи нефти. М.: ГУП Издательство «Нефть и газ» РГУ нефти и газа им. И.М. Губкина, 2002 – 824 с.
4. Кацман М.М., Справочник по электрическим машинам: учебное пособие для студентов образовательных учреждений среднего профессионального образования. М.: Издательский центр «Академия», 2005 – 480 с.
5. Мищенко И.Т., Скважинная добыча нефти. Москва: Нефть и Газ, 2003 – 816 с.
6. Bratland O., Pipe Flow 2. Multi-phase Flow Assurance. 2009 – 379 p.
7. Хабибуллин Р.А., Бурцев Я.А., «Новый подход к расчету режима работы газлифтной скважины для оптимизации работы», 2015.
8. Хасанов Э.М., Кагарманов И.И., Пупченко И.Н., Особенности эксплуатации УЭЦН. Самара: ИД «РОСИНГ», 2006 – 216 с.
9. Чарный И.А., Подземная гидрогазодинамика. Москва: Государственное научно-техническое издательство нефтяной и горно-топливной литературы, 1963 – 397 с.
10. Юдин Е.В., Хабибуллин Р.А., Галяутдинов И.М., Андрианова А.М., Горидько К.А., Смирнов Н.А., Бабин В.М., Чигарев Г.А., Ломухин И.А., Мурзаев Я., «Моделирование работы газлифтной скважины с автоматизированной системой управления подачи газлифтного газа», SPE, 2019.
11. Юдин Е.В., Хабибуллин Р.А., Галяутдинов И.М., Смирнов Н.А., Бабин В.М., Чигарев Г.А., «Создание прокси-интегрированной модели

восточного участка Оренбургского месторождения в условиях недостаточного объема исходных данных», Журнал «Нефтяное хозяйство», 2019.

12. Anisur Rahman N.M., Mattar L., Zaoral K., A New Method for Computing Pseudo-Time for Real Gas Flow Using the Material Balance Equation, Petroleum Society of Canada, 2004.
13. Beggs H., Brill J.P., A Study of Two-Phase Flow in Inclined Pipes, SPE-AIME, U. of Tulsa, 1973.
14. Brill J.P., Mukherjee H., Multiphase Flow in Wells. SPE, Richardson, Texas, 1999.
15. Márquez R., Modeling Downhole Natural Separation, Ph.D. Dissertation, U. of Tulsa, 2004.