

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого  
Физико-механический институт  
Высшая школа теоретической механики и математической физики

Работа допущена к защите

Директор ВШТМиМФ,

д.ф.-м.н., чл.-корр. РАН

А.М. Кривцов

« » \_\_\_\_\_ 2022 г.

## **ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА**

магистерская диссертация

### **РАСЧЕТ ЖЕСТКОСТИ ПРУЖИН С МАЛЫМ ЧИСЛОМ ВИТКОВ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ВИДАХ НАГРУЖЕНИЯ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ ПРИСПОСОБЛЕНИЙ ДЛЯ ГИБКИ УПРУГИХ ЭЛЕМЕНТОВ**

по направлению подготовки (специальности)

01.04.03 «Механика и математическое моделирование»

Направленность (профиль)

01.04.03\_03 «Механика и цифровое производство»

Выполнил

студент гр. 5040103/00301

Д.А. Балхошина

Руководитель

Доцент ВШТМиМФ, к.ф.-м.н.

М.Б. Бабенков

Консультант

по нормоконтролю

Е.А. Хайбулова

Санкт-Петербург – 2022

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ПЕТРА ВЕЛИКОГО**  
**Физико-механический институт**  
**Высшая школа теоретической механики и математической физики**

УТВЕРЖДАЮ

Директор ВШТМиМФ

А.М. Кривцов

« » \_\_\_\_\_ 2022 г.

**ЗАДАНИЕ**

**на выполнение выпускной квалификационной работы**

студенту \_\_\_\_\_ Балхошиной Дарье Алексеевне, гр.5040103/00301  
фамилия, имя, отчество (при наличии), номер группы

1. Тема работы: Расчет жесткости пружин с малым числом витков при различных видах нагружения и проектирование приспособлений для гибки упругих элементов

2. Срок сдачи студентом законченной работы: 1.06.2022 г.

3. Исходные данные по работе: справочная литература, актуальные публикации по теме исследования

4. Содержание работы (перечень подлежащих разработке вопросов):

Расчет жесткости цилиндрической винтовой пружины для двух случаев нагружения. Исследование жесткости напечатанных на 3-D принтере цилиндрических винтовых пружин. Расчет жесткости упругого элемента в виде скобы. Проектирование приспособлений для изготовления упругих элементов.

5. Перечень графического материала (с указанием обязательных чертежей): не предусмотрены.

6. Консультанты по работе: не предусмотрены

7. Дата выдачи задания: 13.05.2022 г.

Руководитель ВКР

М.Б. Бабенков

Задание принял к исполнению 13.05.2022 г.

Студент

Д.А. Балхошина

## РЕФЕРАТ

На 62 с., 57 рисунков, 2 таблицы.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** ЖЕСТКОСТЬ ПРУЖИН, УПРУГИЙ ЭЛЕМЕНТ, ЦИЛИНДРИЧЕСКАЯ ВИНТОВАЯ ПРУЖИНА, 3-D ПЕЧАТЬ, FDM, PLA, ПРИСПОСОБЛЕНИЕ.

Тема выпускной квалификационной работы: “Расчет жесткости пружин с малым числом витков при различных видах нагружения и проектирование приспособлений для гибки упругих элементов”.

Работа посвящена исследованию жесткости упругих элементов на примере винтовой цилиндрической пружины и упругого элемента в виде скобы, а также проектированию приспособления для его изготовления с помощью гибки. Задачи, решаемые в данной работе:

- Расчет жесткости для винтовых цилиндрических пружин для двух случаев нагружения на растяжение;
- Расчет жесткости для упругого элемента в виде скобы;
- Рассмотрение жесткости упругого элемента, напечатанного на 3-D принтере;
- Конструирование приспособления.

Расчеты жесткости велись с помощью теории стержней и методом конечных элементов в программах Ansys Workbench и SolidWorks Simulation.

В результате были получены зависимости жесткости рассматриваемых элементов от их параметров. Для пружин параметрами являются средний диаметр, шаг, количество витков и диаметр прутка, для скобы – радиус скругления и длины.

В ходе экспериментов с пружинами, напечатанными на 3-D принтере, были вычислены жесткости для случаев аналогичных расчетным.

Сконструировано приспособление. Сделаны 3-D модели деталей, из которых оно состоит.

## ABSTRACT

62 pages, 57 figures, 3 tables

KEYWORDS: SPRING STIFFNESS, RESILIENT MEMBER, CYLINDRICAL HELICAL SPRING, 3-D PRINTING, FDM, PLA, DEVICE.

The topic of the final qualifying work: “Calculation of the stiffness of springs with a small number of turns under various types of loading and design of devices for bending resilient member.”

The work is devoted to the study of the rigidity of elastic elements on the example of a helical cylindrical spring and an elastic element in the form of a brace, as well as the design of a device for its manufacture using bending. Tasks to be solved in this work:

- Calculation of stiffness for helical cylindrical springs for two cases of tensile loading;
- Calculation of stiffness for an elastic element in the form of a brace;
- Consideration of the rigidity of an elastic element printed on a 3-D printer;
- Construction of the device.

Stiffness calculations were carried out using the theory of rods and the finite element method in the programs Ansys Workbench and SolidWorks Simulation.

As a result, the dependences of the stiffness of the elements under consideration on their parameters were obtained. For springs, the parameters are the average diameter, pitch, number of turns and the diameter of the rod, for the bracket – the radius of rounding and length.

In the course of experiments with springs printed on a 3-D printer, stiffness was calculated for cases similar to the calculated ones.

The device is designed. 3-D models of the parts of which it consists are made.

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	6
Глава1. Расчет жесткости пружин с малым числом витков при различных видах нагружения.....	10
1.1. Расчет жесткости цилиндрических винтовых пружин на растяжение (сжатие) при двух случаях нагружения.....	10
1.1.1. Постановка задач.....	10
1.1.2. Решение.....	11
1.1.3. Расчет пружины на жесткость при растяжении (сжатии) при верхнем свободном конце пружины.....	13
1.1.4. Расчет жесткости пружины при растяжении (сжатии) при условии запрещения поворота сечения верхнего конца.....	18
1.1.5. Сравнение результатов.....	23
1.2. Расчет в программном пакете для инженерных расчетов.....	27
1.2.1. Исходные данные.....	27
1.2.2. Настройка Ansys Workbench.....	28
1.2.3. Результат.....	30
1.3. Экспериментальные данные.....	33
1.3.1. Описание.....	33
1.3.2. Изготовление пружин.....	34
1.3.3. Оснастка для проведения эксперимента.....	37
1.3.4. Результаты для первого случая.....	39
1.3.5. Результаты для второго случая.....	43
1.4. Расчет упругого элемента на жесткость.....	44
1.4.1. Исходные данные и решение.....	44

1.4.2. Результаты расчетов .....	45
1.4.3. Проверка результатов в SolidWorks Simulation .....	49
Глава 2. Проектирование приспособлений для гибки упругих элементов .....	51
2.1. Исходные данные.....	51
2.2. Результат .....	53
2.2.1. Стол .....	54
2.2.2. Приспособление для базирования и закрепления заготовки ...	54
2.2.3. Упор регулируемый.....	56
Заключение .....	57
Список использованной литературы.....	60

## Введение

Конструкция машин и механизмов содержит большое количество деталей. Среди часто встречающихся вокруг деталей есть упругие элементы.

Упругие элементы могут обладать различной конфигурацией, могут быть изготовлены из прутка различной формы сечения (в том числе непостоянного сечения, и других параметров переменного значения).

В зависимости от задачи они изготавливаются из различных материалов (ABS пластик, PLA, PTG, Сталь 65Г, БрКМц3-1 и др.).

Широко известны и повсеместно используются стандартные пружины из прутка круглого сечения. Их жесткость на растяжение рассчитывается по формуле, которую можно найти во многих источниках, например в [2, 3, 21].

Но возникает вопрос всегда ли эта формула применима: нет ли неучтенной зависимости от параметров пружины, которые существенно влияют на жесткость, при всех ли способах нагружения силой направленной вдоль оси пружины работает эта формула.

Другие формы упругих элементов зачастую не имеют стандартизованного выражения для определения их жесткости.

Изготавливаются упругие элементы различными методами. С течением времени прогресс не стоит на месте, и к списку методов могут прибавиться аддитивные методы, получающие все большее распространение. Сейчас изучаются возможности применения аддитивных технологий для таких деталей и их свойства.

С конца XX века активно развиваются аддитивные технологии. Аддитивные технологии – обобщенное название технологий, предполагающих изготовление изделия методом послойного добавления материала. Очень часто создание данными методами изделий называют 3-D печатью, а оборудование 3-D принтерами. Данные технологии позволяют

изготавливать детали со сложной пространственной геометрией. Эти технологии нашли применение во многих сферах деятельности человека: медицине, автомобильной промышленности, строительстве и т.д.

Одна из распространенных технологий, ставшая доступной для применения даже дома, – это моделирование методом послойного наплавления (FDM, в некоторых источниках называют FFF). В этом процессе материал в виде гибкой нити частично расплавляется и выдавливается из сопла для осаждения на стол в среде с контролируемой температурой для создания трехмерной детали слой за слоем. В данной технологии для печати в основном используют различные пластики.

Полилактид (ПЛА, PLA) один из таких материалов. Этот пластик получают из растений (например из кукурузы), а так же он биоразлагаемый, что делает его более экологичным по сравнению с пластиками получаемыми из нефтепродуктов (например акрилонитрилбутадиенстирол (ABS)). PLA биосовместим, в связи с чем его используют в медицине ([15]). Для 3-D печати данным материалом не требуется стол с подогревом и закрытый корпус у 3-D принтера, что так же является его преимуществом.

ПЛА был синтезирован в 1932 г. Но его изучение продолжается по сей день. Выходят статьи освещающие новые методы получения данного материала, разновидности и их свойства. Так же изучаются способы улучшения механических свойств в основном путем армирования различными материалами. Например, в [13] рассматривали добавление кремневых микрочастиц, а в [22] – углеволокно.

Несмотря на это источников, где были бы перечислены свойства данного материала не так много. Здесь хотелось бы отметить работу [15], которая в первой части рассказывает о механических свойствах данного материала, во второй о современных способах улучшения свойств. Так же в ней приведены примеры применения ПЛА.

Большое количество информации о ПЛА можно найти в [14].



Отдельно стоит вопрос об изучении свойств данного материала при использовании в аддитивных технологиях. Этому посвящен ряд исследований, в частности [23], [12], [24].

В первой работе рассматриваются вопросы печати на принтерах с открытым исходным кодом, к которым так же относится и Prusa I3. В данной статье рассмотрены зависимости некоторых механических характеристик: предел прочности, модуль упругости, от параметров печати: высоты слоя, ориентации заполнения, для двух материалов ПЛА и ABS.

Вторая работа рассказывает о влиянии угла заполнения материалом при 3-D печати на прочность изделия.

Третья работа рассказывает о влиянии цвета нити ПЛА на механические характеристики получаемого изделия.

Как видно на свойства конечного изделия влияет очень много параметров. Но в найденных статьях изучаются только два иногда три параметра предел прочности, модуль Юнга, относительное удлинение при разрыве.

Так же если коснуться других аддитивных технологий, то существует исследование [21], где рассматривались пружины, напечатанные из сплава Ti-6Al-4V, и их свойства. В ней по упомянутому ранее выражению для пружин рассчитывался модуль сдвига.

В современном мире использование пластика идет повсеместно, в том числе есть ряд патентов на пластиковые упругие элементы, среди которых есть пружины со сложной геометрией (например [5], [7]). Данные изделия было бы целесообразно изготавливать методами 3-D печати, но на данный момент не все параметры изучены.

Как видно аддитивные технологии еще только входят в использование в производстве. На данный момент они не могут эффективно, производительно заменять производство всей существующей номенклатуры деталей.

Разнообразие производимых деталей нередко требует создания приспособлений для их изготовления. Использование приспособлений позволяет расширить технологические возможности оборудования, способствует повышению производительности и точности обработки, сборки и контроля, облегчению условий труда рабочих.

Гибка металла – это метод изменения формы заготовки, осуществляемая за счет пластической деформации металлопроката. Гнут листы, прутки, трубы. На рынке существует большое разнообразие станков для осуществления данного вида обработки. Но также создаются и новые конструкции.

В первой части работы рассматривается жесткость двух упругих элементов.

Первый - винтовая цилиндрическая пружина из прутка круглого сечения. Для данного упругого элемента расчет ведется для двух случаев нагружения. Так же на его примере рассматривается применение 3-D печати из PLA.

Второй упругий элемент представляет собой скобу, сделанную из полосы прямоугольного сечения.

Во второй части необходимо спроектировать приспособления для изготовления гибкой упругих элементов небольшого размера на инструменте для гибки Blacksmith MB21-30.

# ГЛАВА 1. Расчет жесткости пружин с малым числом витков при различных видах нагружения

## 1.1. Расчет жесткости цилиндрических винтовых пружин на растяжение (сжатие) при двух случаях нагружения

### 1.1.1. Постановка задач

Требуется найти зависимость жесткости цилиндрической винтовой пружины из прутка круглого сечения от ее геометрических параметров. Для таких пружин параметрами являются: средний диаметр, шаг, количество витков, диаметр прутка.

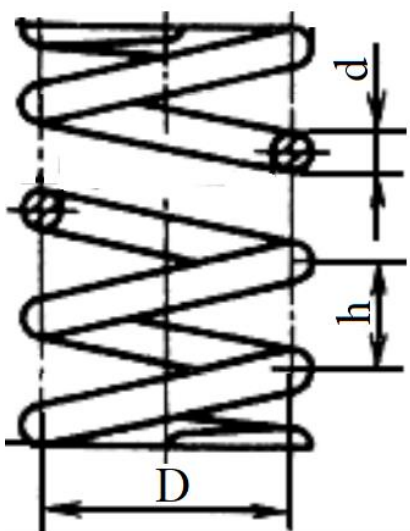


Рисунок 1 – Параметры пружины

В работе рассматриваются два случая. В первом случае пружина зафиксирована на одном конце, на другом конце приложена постоянная сила параллельно центральной оси пружины (сонаправленно орту  $k$ ) (рис 2 а)). Во втором случае, так же как в первом пружина зафиксирована на одном конце, на другом конце аналогично приложена сила, но производится запрещение поворота сечения верхнего конца (рис. 2 б)).

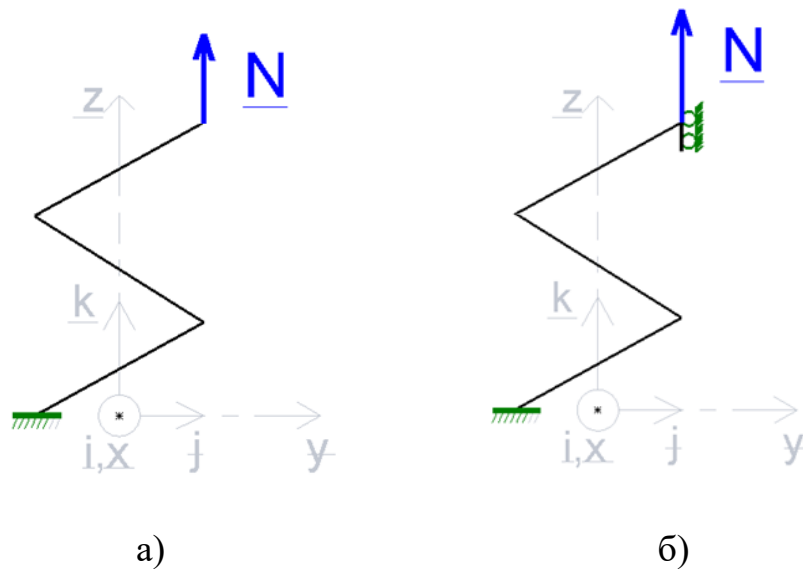


Рисунок 2 – Схемы для расчета: а) для случая со свободным концом; б) для случая с запрещением поворота

### 1.1.2. Решение

Для получения выражений для расчета жесткости используем теорию стержней. Пружину считаем криволинейным стержнем.

Пруток, из которого сделана пружина предполагается нерастяжимым.

Жесткость пружины при растяжении (сжатии) можно определить из выражения:

$$k_1 = \frac{N \cdot \underline{k}}{\underline{u}(l) \cdot \underline{k}}, \quad (1)$$

где  $\underline{u}(l) \cdot \underline{k}$  – перемещение конца пружины вдоль оси пружины;  $l$  – длина прутка, из которого сделана пружина.

Вектор перемещений  $\underline{u}(S)$  находим путем интегрирования выражения (2), подставляя граничное условие.

$$\underline{u}'(S) = -\underline{t} \times \underline{\Psi}; \quad (2)$$

$$\underline{t} = \underline{r}', \quad (3)$$

где  $\underline{\Psi}$  – вектор поворота сечения,  $S$  – координата вдоль стержня,  $\underline{t}$  – вектор касательной к стержню.

Вектор  $\underline{\Psi}$  получим путем интегрирования уравнения вектора деформаций  $\underline{\Phi}$  (5), и подстановкой граничного условия.

$$\underline{\Psi}' = \underline{\Phi}; \quad (4)$$

Вектор деформаций:

$$\underline{\Phi} = \frac{1}{C_b} \underline{M} + \left( \frac{1}{C_t} - \frac{1}{C_b} \right) \underline{M} \cdot \underline{tt}; \quad (5)$$

где  $C_b$  – жесткость стержня на изгиб,  $C_t$  – жесткость стержня на кручение.

Сила, действующая на пружину:

$$\underline{N} = N_0 \underline{k}. \quad (6)$$

Запишем радиус-вектор точек пружины

$$\underline{r}(S) = R \cos[\alpha S] \underline{i} + R \sin[\alpha S] \underline{j} + S \underline{k}, \quad (7)$$

где  $S$  – координата вдоль стержня,  $R$  – средний радиус пружины.

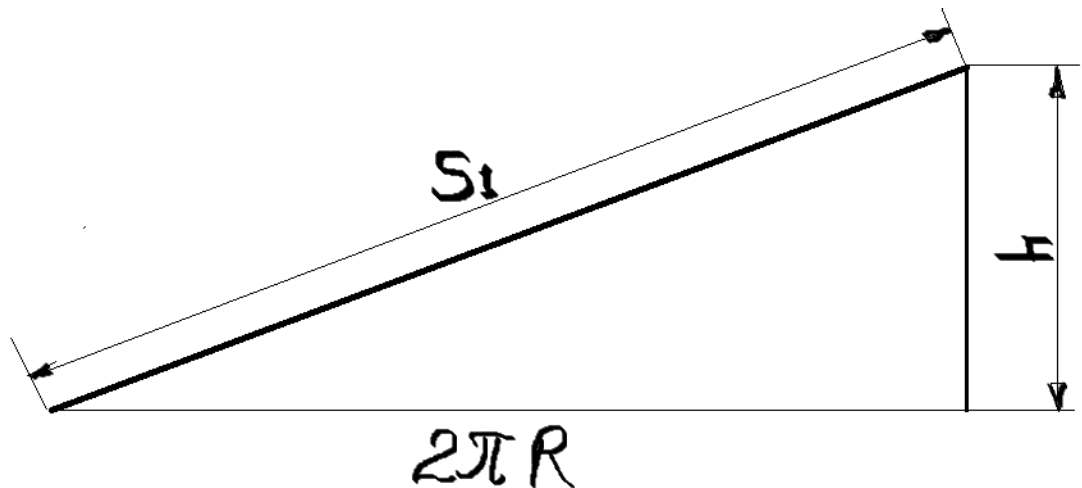


Рисунок 3 - Развертка одного вика пружины

$$\alpha = \frac{2\pi}{\sqrt{h^2 + 4\pi^2 R^2}}; \quad (8)$$

$$\gamma = \frac{h}{\sqrt{h^2 + 4\pi^2 R^2}}, \quad (9)$$

где  $h$  – шаг пружины.

От случаев нагружения будут зависеть граничные условия и вектор поворота в сечениях стержня под действием силы  $N$ .

После решения уравнений будет требоваться сделать подстановку, заменяющую параметры из получившегося уравнения на параметры, характеризующие пружину и свойства материала, из которого она изготовлена.

$$R = D/2; \quad (10)$$

$$J_x = \frac{d^4\pi}{64}; \quad (11)$$

$$J_p = \frac{d^4\pi}{32}; \quad (12)$$

$$C_b = EJ_x = \frac{1}{64}d^4\pi E; \quad (13)$$

$$C_t = GJ_p = \frac{1}{32}d^4G\pi; \quad (14)$$

$$l = n\sqrt{h^2 + D^2\pi^2}, \quad (15)$$

где  $G$  – модуль сдвига;  $E$  – модуль Юнга;  $J_p$  – полярный момент инерции сечения;  $J_x$  – момент инерции сечения при вращении вокруг оси  $x$  (орта  $i$ );  $D$  – средний диаметр пружины;  $d$  – диаметр прутка, из которого изготовлена пружина;  $n$  – число витков,

### 1.1.3. Расчет пружины на жесткость при растяжении (сжатии) при верхнем свободном конце пружины

#### 1.1.3.1. Расчет

В данном случае нижнее сечение зафиксировано. Верхнее – свободно, но к нему приложена сила  $N$  параллельно оси пружины (рис. 4).

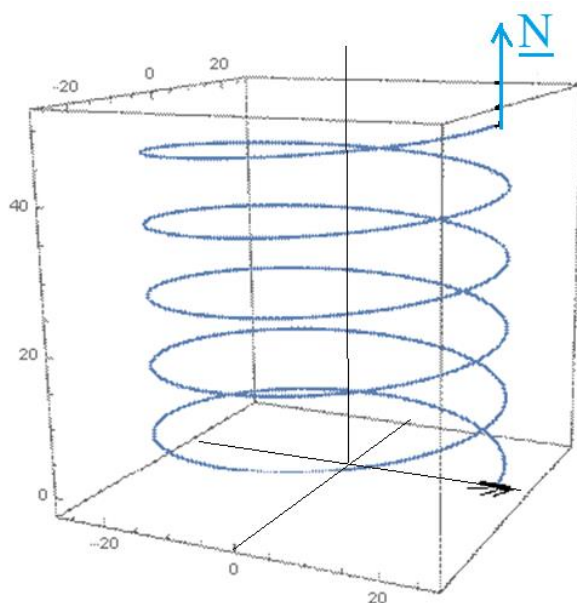


Рисунок 4 – Схема

Исходя из условия задачи граничными условиями будут:

$$\underline{u}(0) = 0; \quad (16)$$

$$\underline{\Psi}(0) = 0; \quad (17)$$

$$\underline{M}(l) = 0. \quad (18)$$

Запишем выражение для момента, возникающего в сечениях стержня под действием силы N:

$$\underline{M}(S) = \left( \underline{r}(l) - \underline{r}(S) \right) \times \underline{N}. \quad (19)$$

Решив указанные ранее уравнения получим следующие выражение:

$$K_1 = 4C_b\alpha C_t / (R^2(-8(C_t + C_b\alpha^2 R^2 - \alpha^2 C_t R^2) \sin[\alpha l] + \alpha(8C_t l + 6C_b\alpha^2 l R^2 - 6\alpha^2 C_t l R^2 + \alpha(C_b - C_t)R^2 \sin[2\alpha l])). \quad (20)$$

### 1.1.3.2. Результаты расчетов

После решения уравнений и замены получено:

$$K_1 = d^4 G \pi^2 \sqrt{h^2 + D^2 \pi^2 E / D^2} (-8(2Gh^2 + D^2 \pi^2 E) \sin[2n\pi] + \pi(4n(8Gh^2 + 2D^2 G \pi^2 + 3D^2 \pi^2 E) - D^2 \pi(2G - E) \sin[4n\pi])). \quad (21)$$

Примем число витков целым, тогда:

$$K_2 = \frac{d^4 G \pi \sqrt{h^2 + D^2 \pi^2} E}{32 D^2 G h^2 n + 8 D^4 G n \pi^2 + 12 D^4 n \pi^2 E}. \quad (22)$$

Если принять шаг витков значительно меньше длины прутка, из которого сделана пружина, а модуль Юнга значительно больше модуля сдвига, тогда:

$$K_3 = \frac{d^4 G}{12 D^3 n}. \quad (23)$$

По полученным выражениям были построены графики зависимостей от параметров пружины. Они изображены на рис. с 5 по 8.

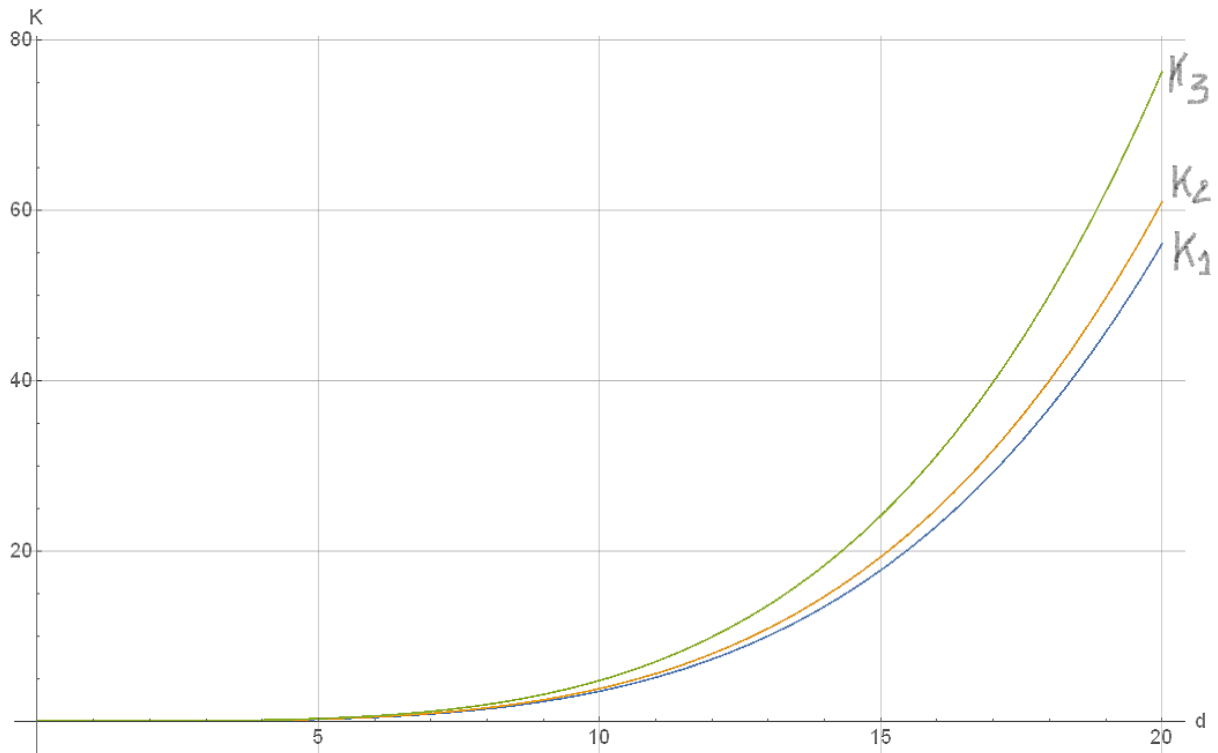


Рисунок 5 - Зависимость жесткости пружины от диаметра прутка.



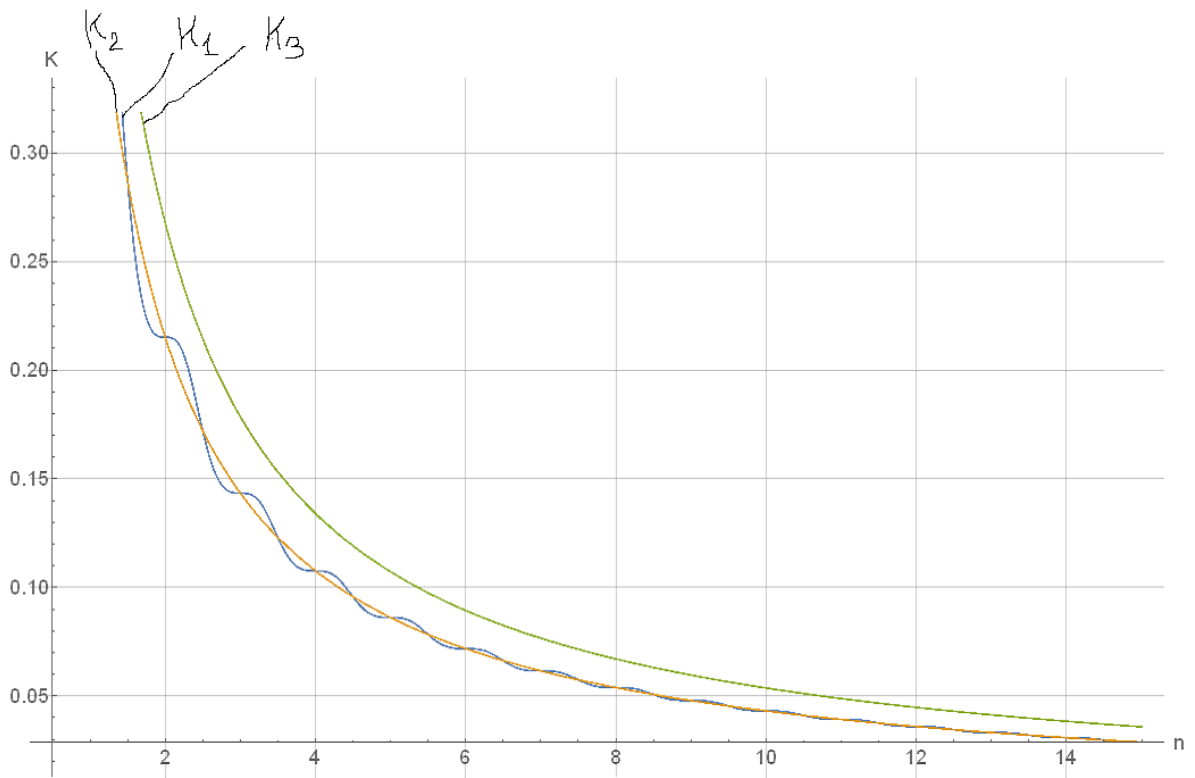


Рисунок 6 - Зависимость жесткости пружины от числа витков.

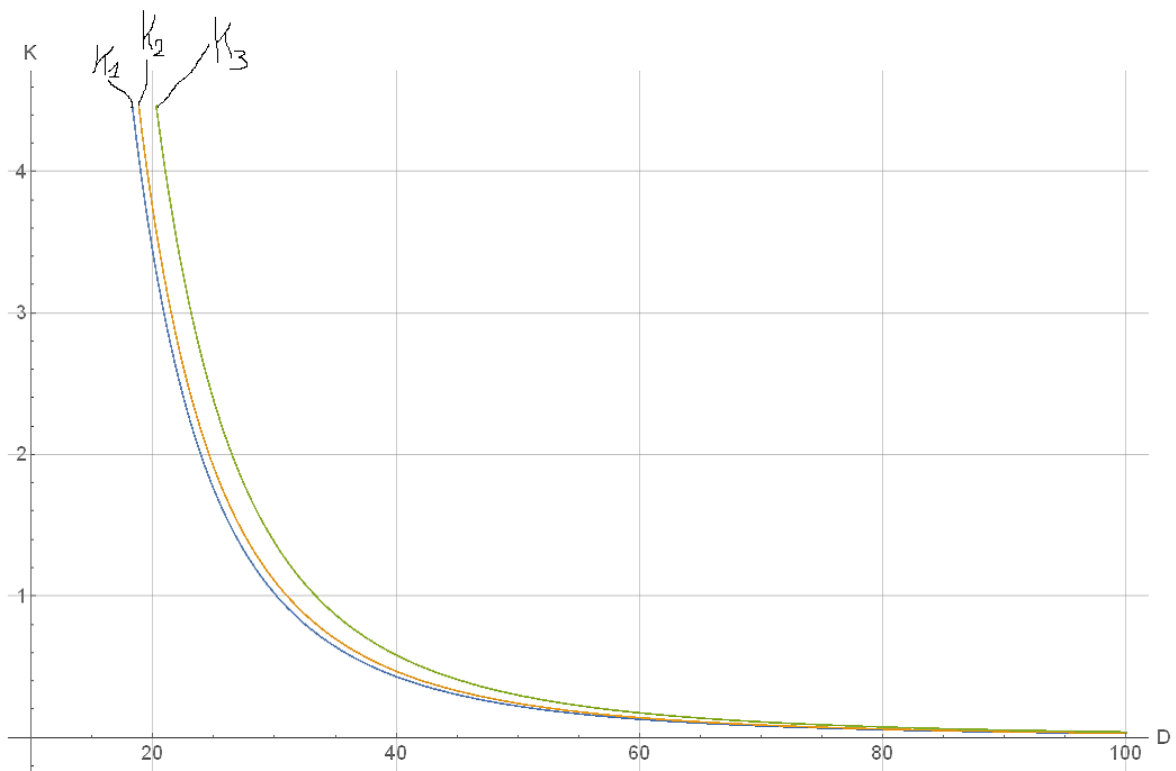


Рисунок 7 - Зависимость жесткости пружины от среднего диаметра пружины.

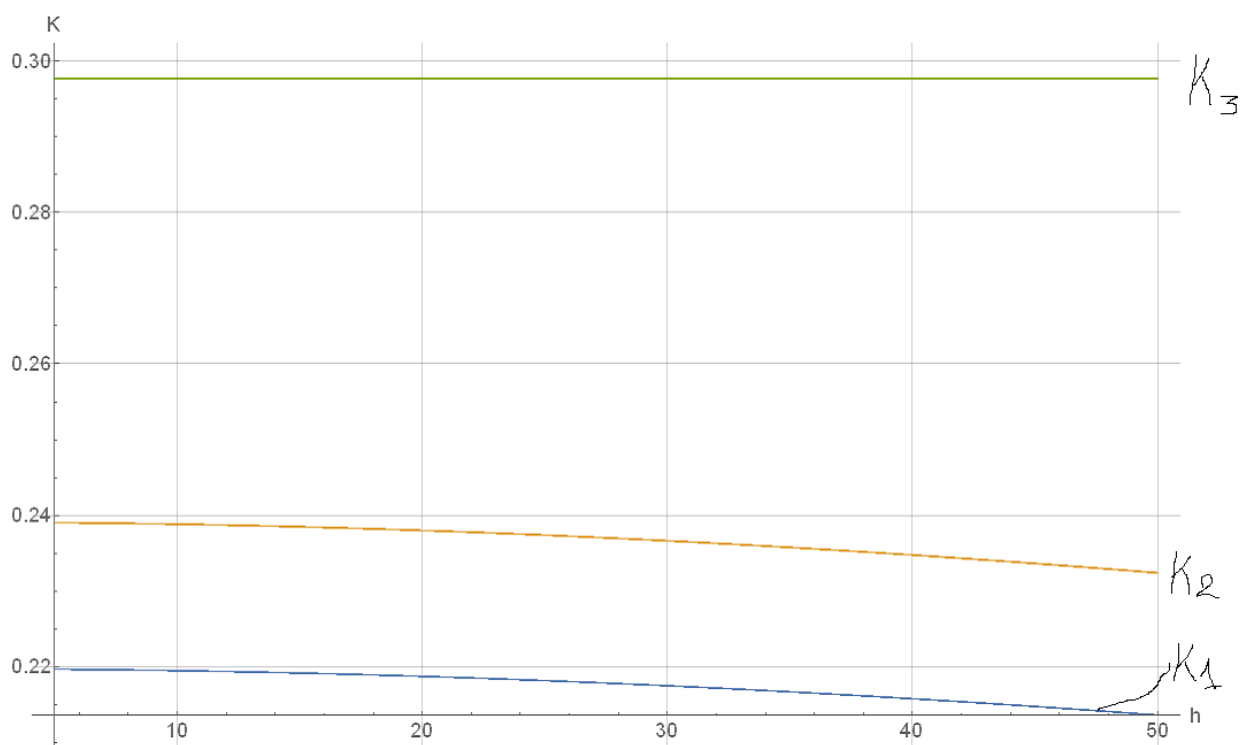


Рисунок 8 - Зависимость жесткости пружины от шага пружины.

Из графиков рис. 6,7 видно, что с увеличением среднего диаметра, числа витков жесткость снижается. Также из графика рис.8 следует, что при увеличении расстояния между витками (шага пружины) жесткость снижается, за исключением  $K_3$ , которая от данного параметра не зависит. Но данное снижение идет очень плавно. Это может говорить о меньшем влиянии данного параметра на жесткость по сравнению с остальными параметрами. Увеличение диаметра прутка ведет к увеличению жесткости (рис. 5).

Во всех зависимостях кроме зависимости от числа витков видно, что  $K_3 > K_2 > K_1$ . Зависимость  $K_1$  от числа витков идет ступенчато. Данный эффект будет полезен при обсуждении результатов в разделе 1.3. Есть области, в которых  $K_1 > K_2$ . Это обусловлено влиянием нецелого числа витков.

Так же в ходе решения было построено изменение пружины после нагружения.

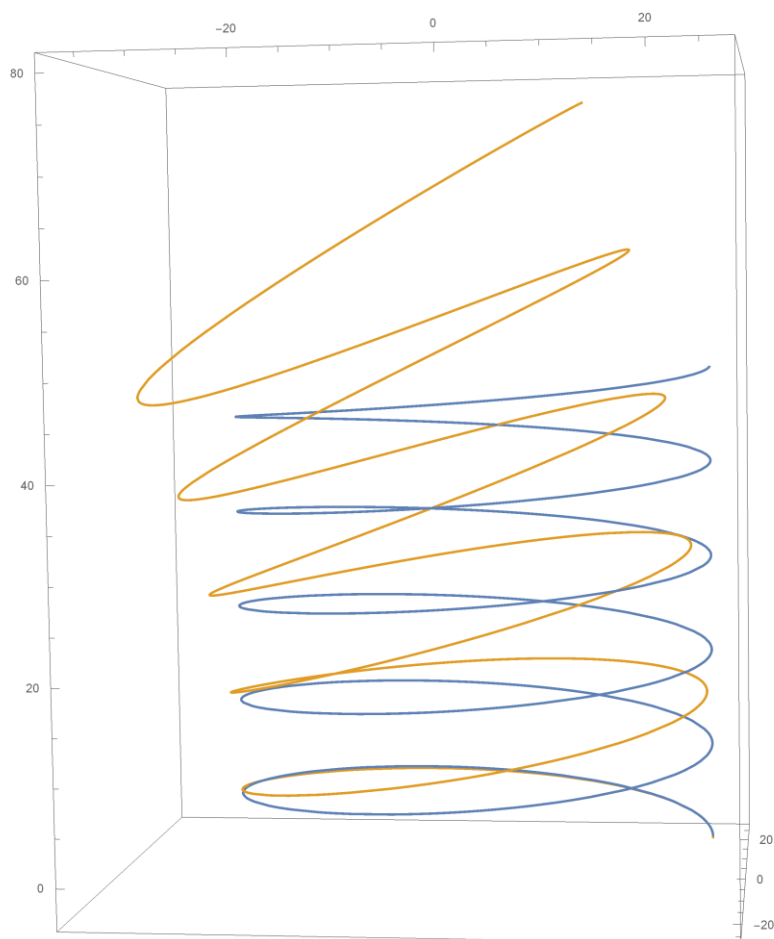


Рисунок 9 - Пружина до (синяя) и после (оранжевая) нагружения.

На рис 9 видно, что в данном случае при нагружении пружины, помимо растяжения пружины происходит изгиб пружины.

#### 1.1.4. Расчет жесткости пружины при растяжении (сжатии) при условии запрещения поворота сечения верхнего конца

##### 1.1.4.1. Расчет

В данном случае нижнее сечение зафиксировано. Верхнее – фиксировано от поворота и к нему приложена сила  $N$  параллельно оси пружины (рис. 10).

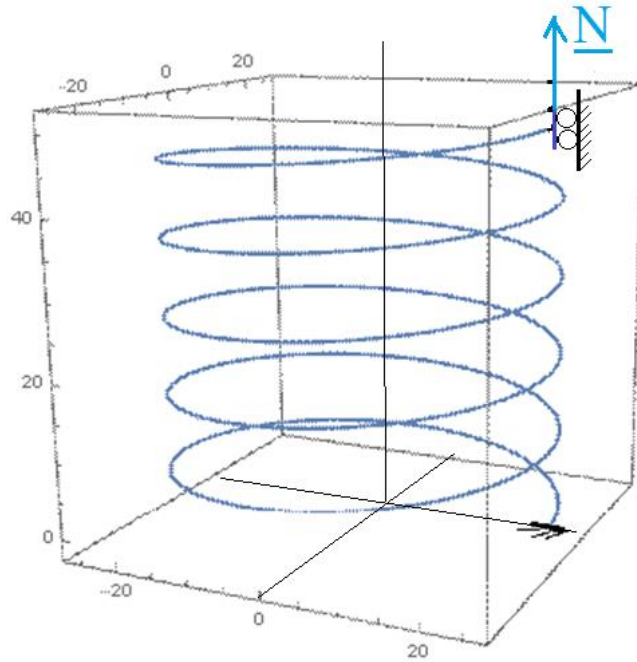


Рисунок 10 – Схема

Граничными условиями будут:

$$\underline{\Psi}(0) = 0; \quad (24)$$

$$\underline{\Psi}(l) = 0; \quad (25)$$

$$\underline{u}(0) = 0; \quad (26)$$

Запишем выражение для момента, возникающего в сечениях стержня под действием силы  $N$ :

$$M = (-r) \times N + C_M, \quad (27)$$

где  $C_M$  – момент предотвращающий поворот на конце пружины.

После решения уравнений были получено следующее выражение:

$$\begin{aligned}
 K_4 = & C_b \alpha^2 (2C_t^2 l^2 + C_b \alpha^2 C_t l^2 R^2 - \alpha^2 C_t^2 l^2 R^2 + 2C_b C_t l^2 \gamma^2 - 2C_t^2 l^2 \gamma^2 - \\
 & - 4C_b^2 R^2 \gamma^2 + 8C_b C_t R^2 \gamma^2 - 4C_t^2 R^2 \gamma^2 + C_b^2 \alpha^2 l^2 R^2 \gamma^2 - 2C_b \alpha^2 C_t l^2 R^2 \gamma^2 + \\
 & + \alpha^2 C_t^2 l^2 R^2 \gamma^2 + 4(C_b - C_t)^2 R^2 \gamma^2 \text{Cos}[\alpha l] + \alpha(C_b - C_t) l R^2 (C_t + C_b \gamma^2 - \\
 & - C_t \gamma^2) \text{Sin}[\alpha l]) / (l R^2 (-C_t (-1 + \alpha^2 R^2 + \gamma^2) + C_b (\alpha^2 R^2 + \gamma^2)) (-4C_t + \\
 & + 2\alpha^2 C_t l^2 - 4C_b \alpha^2 R^2 + 4\alpha^2 C_t R^2 + C_b \alpha^4 l^2 R^2 - \alpha^4 C_t l^2 R^2 + 4(C_t + C_b \alpha^2 R^2 - \\
 & - \alpha^2 C_t R^2) \text{Cos}[\alpha l] + \alpha^3 (C_b - C_t) l R^2 \text{Sin}[\alpha l])
 \end{aligned} \quad (28)$$

### 1.1.4.2. Результаты расчетов

После решения уравнений и замены получено:

$$K_4 = (d^4\pi^3(8Gh^4n^2E + 4D^4Gn^2\pi^4(2G + E) + 2D^2h^2(G^2(-4 + 8n^2\pi^2) + 2G(2 + n^2\pi^2)E + (-1 + n^2\pi^2)E^2) + 2D^2h^2(-2G + E)^2\text{Cos}[2n\pi] - D^2n\pi(2G - E)(2D^2G\pi^2 + h^2E)\text{Sin}[2n\pi])) / (16D^2n(h^2 + D^2\pi^2)^{3/2}(-4Gh^2 + 8Gh^2n^2\pi^2 + 4D^2Gn^2\pi^4 - 2D^2\pi^2E + 2D^2n^2\pi^4E + 2(2Gh^2 + D^2\pi^2E)\text{Cos}[2n\pi] - D^2n\pi^3(2G - E)\text{Sin}[2n\pi])) \quad (29)$$

При целом числе витков выражение принимает вид:

$$K_5 = \frac{d^4\pi(2D^2G\pi^2 + h^2E)}{16D^2n(h^2 + D^2\pi^2)^{3/2}} \quad (30)$$

Если пренебречь шагом пружины, то:

$$K_6 = \frac{d^4G}{8D^3n} \quad (31)$$

Последнее полученное выражение повторяет стандартное выражение для расчета жесткости пружины [3].

По полученным выражениям были построены графики зависимостей от параметров пружины. Они изображены на рис. 11–14.

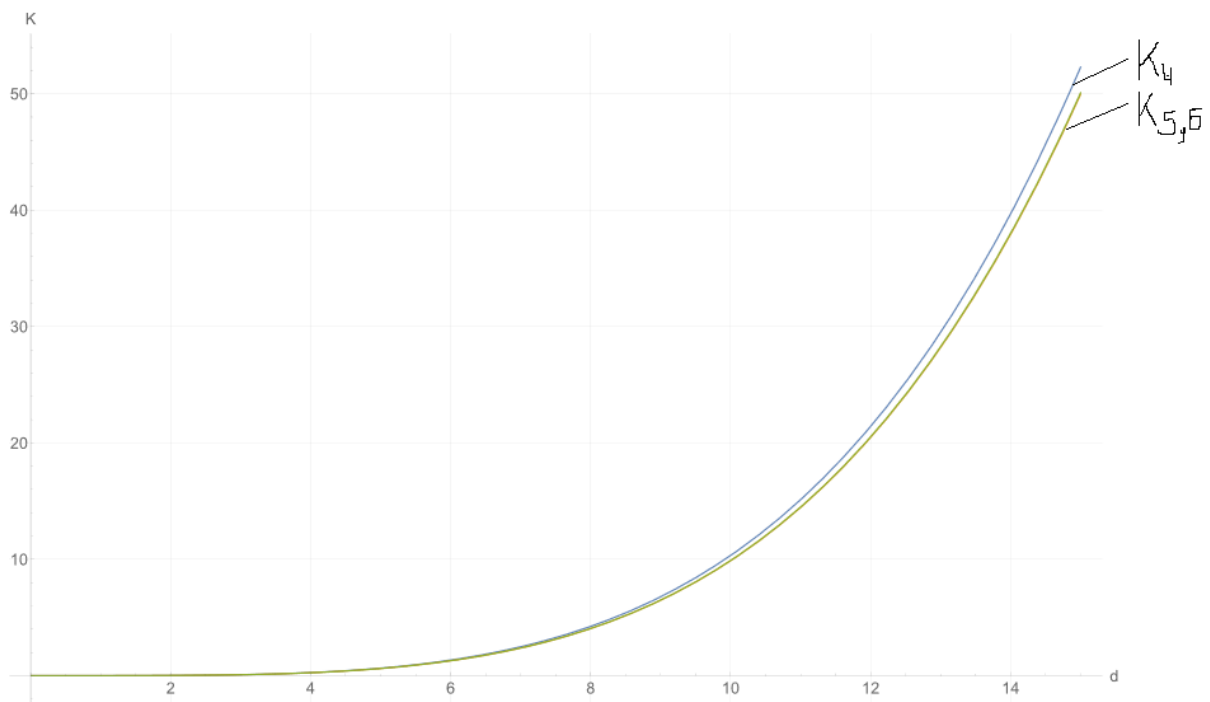


Рисунок 11 - Зависимость жесткости пружины от диаметра прутка

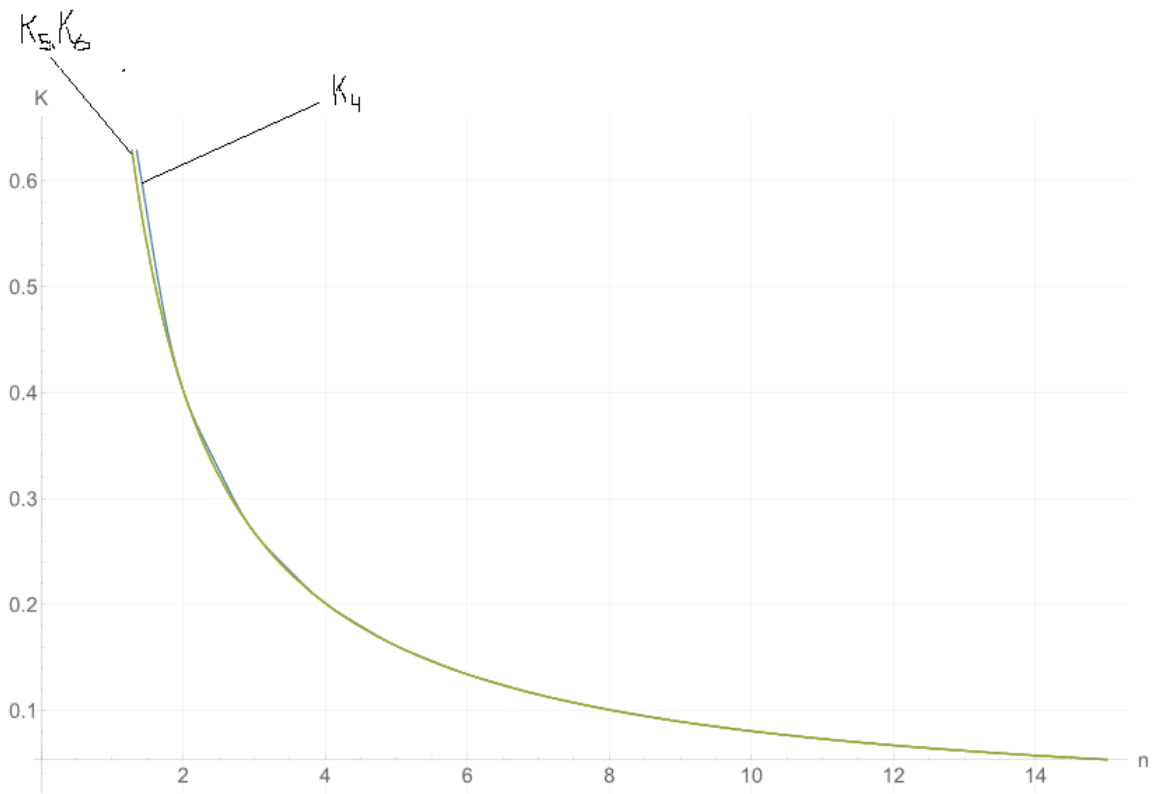


Рисунок 12 - -Зависимость жесткости пружины от числа витков

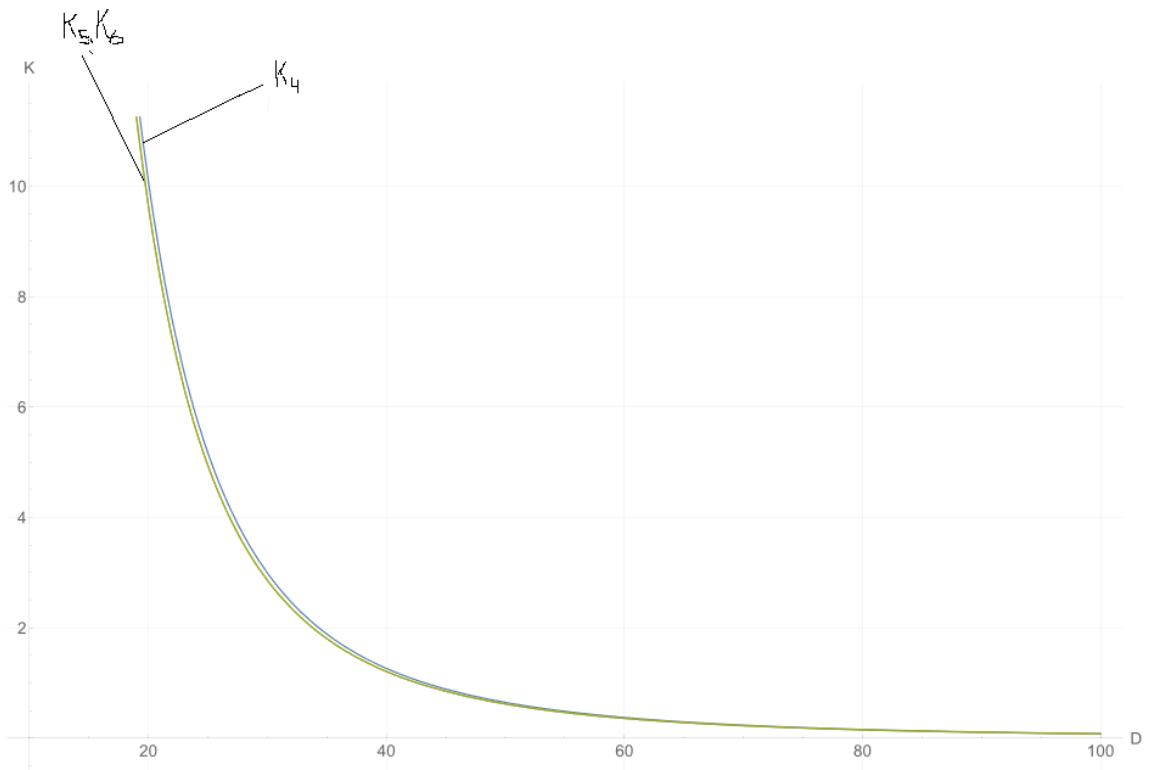


Рисунок 13 -Зависимость жесткости пружины от среднего диаметра пружины.

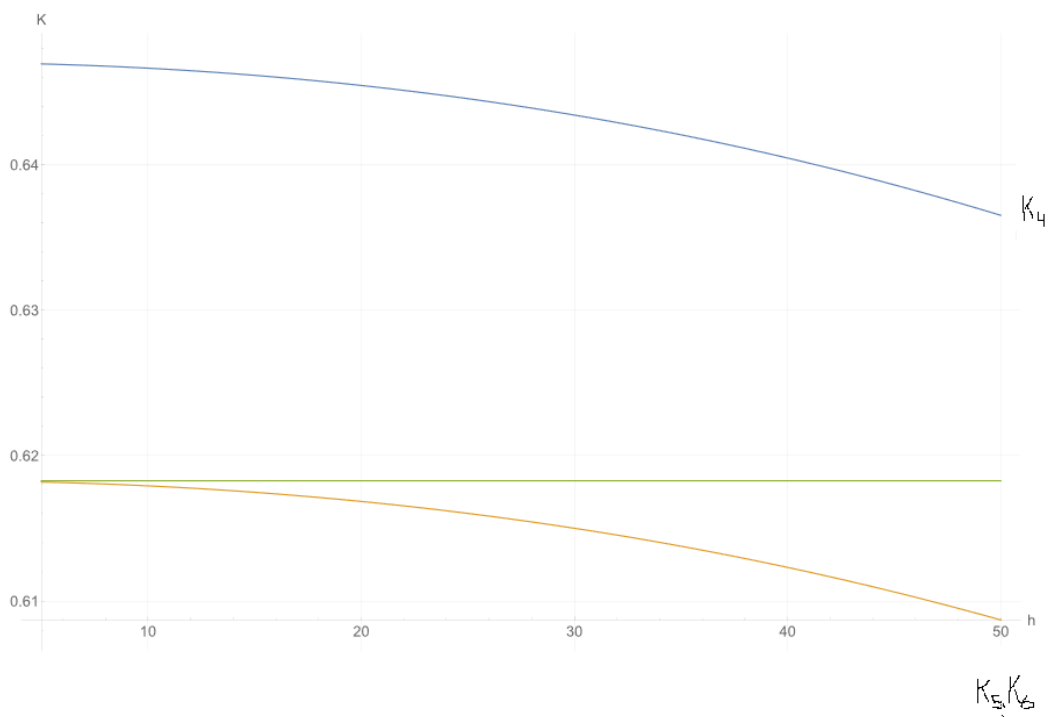


Рисунок 14 -Зависимость жесткости пружины от шага пружины

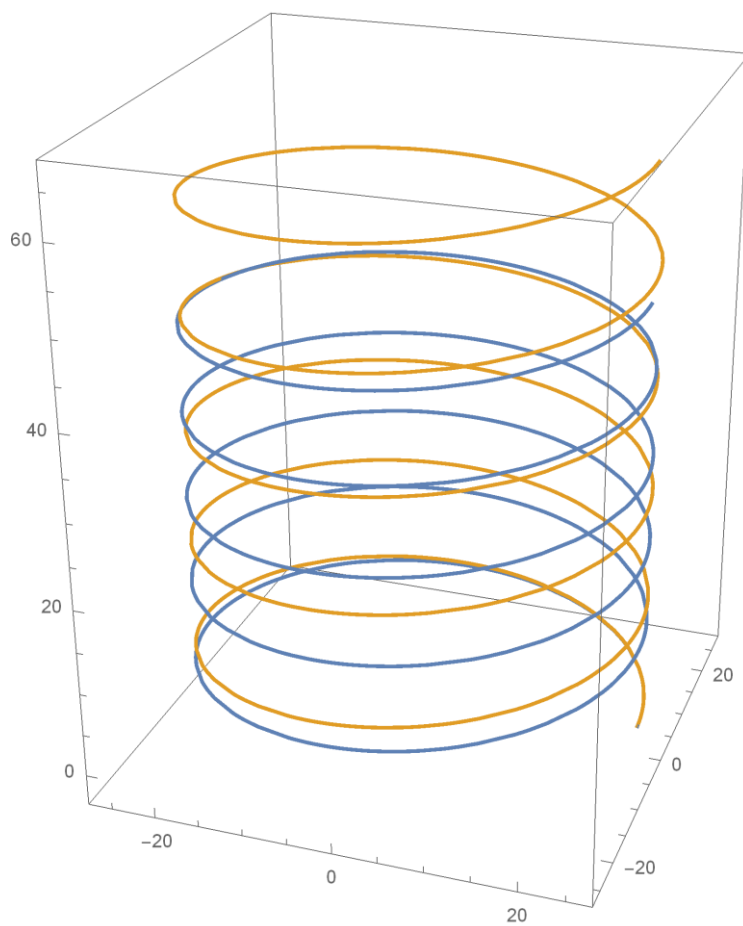


Рисунок 15 - Пружина до (синяя) и после (оранжевая) нагружения во втором случае

Как и в первом случае из графиков (рис. 11-14) следует, что с увеличением среднего диаметра пружины, шага пружины (исключение  $K_6$ ), числа витков жесткость снижается, а при увеличении диаметра прутка ведет к увеличению жесткости. Но в данном случае  $K_4$  больше чем  $K_5$  и  $K_6$ .

Так же в ходе решения было построено изменение пружины после нагружения.

На рис. 15 видно, что в данном случае при нагружении пружины, пружина равномерно растягивается.

### 1.1.5. Сравнение результатов

Для сравнения результатов при разных нагружениях были построены графики. Они представлены на рис. с 16 по 19.

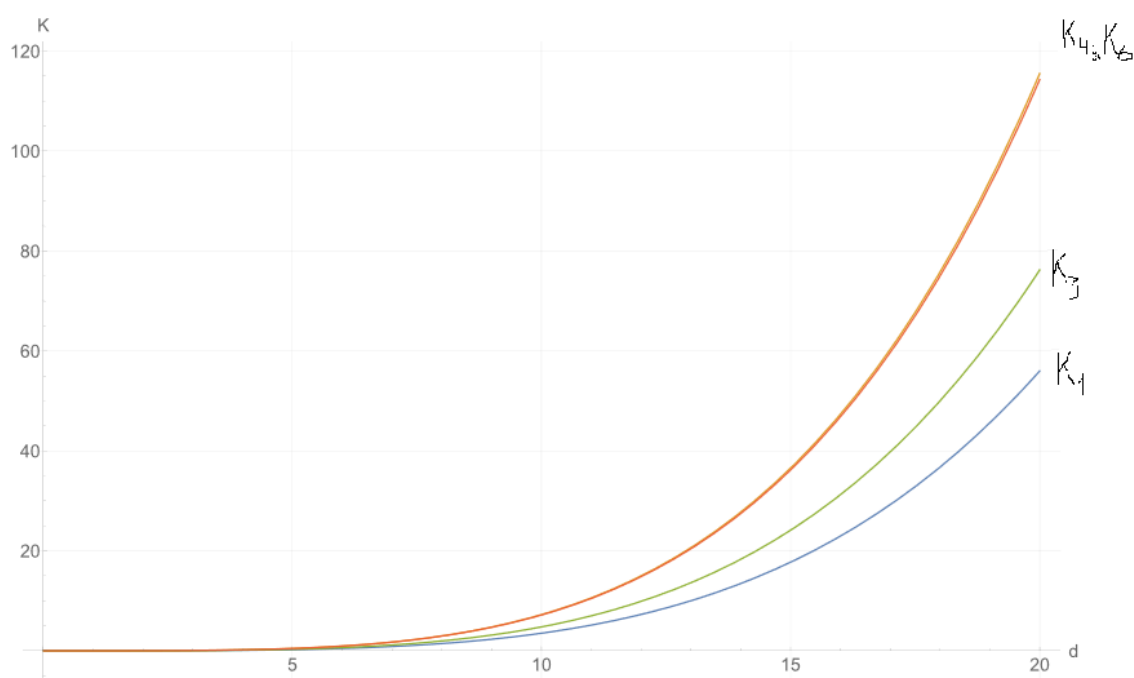


Рисунок 16 - Зависимость жесткости пружины от диаметра прутка



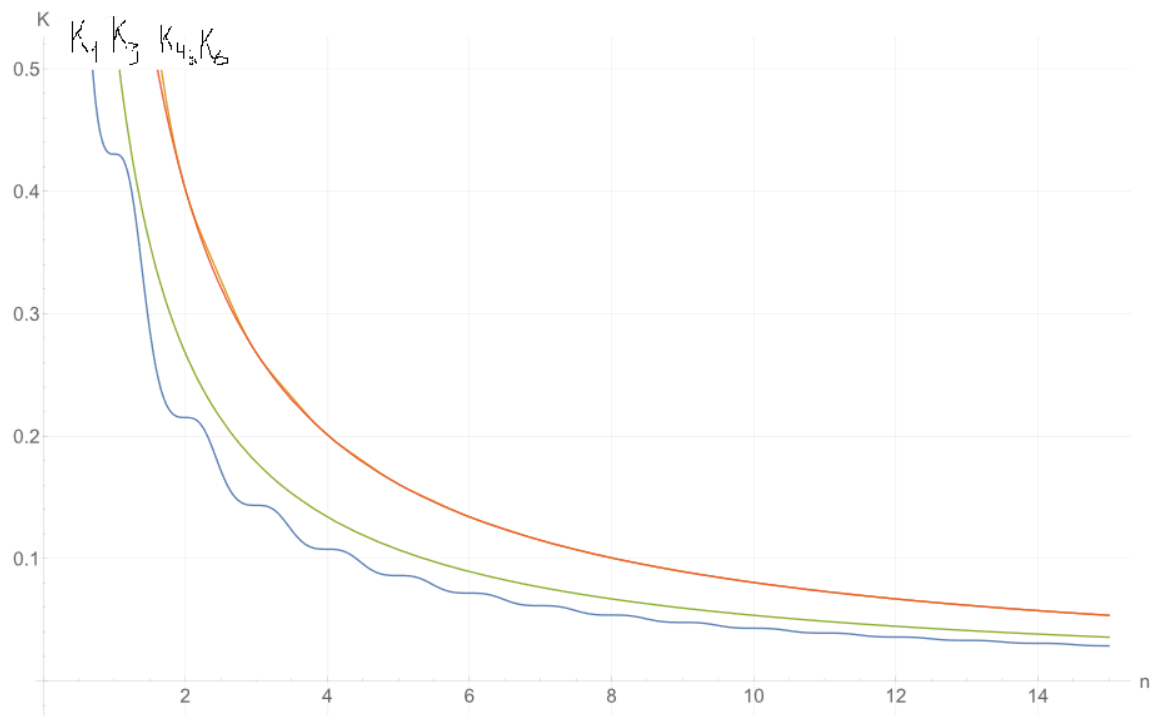


Рисунок 17 - Зависимость жесткости пружины от числа витков

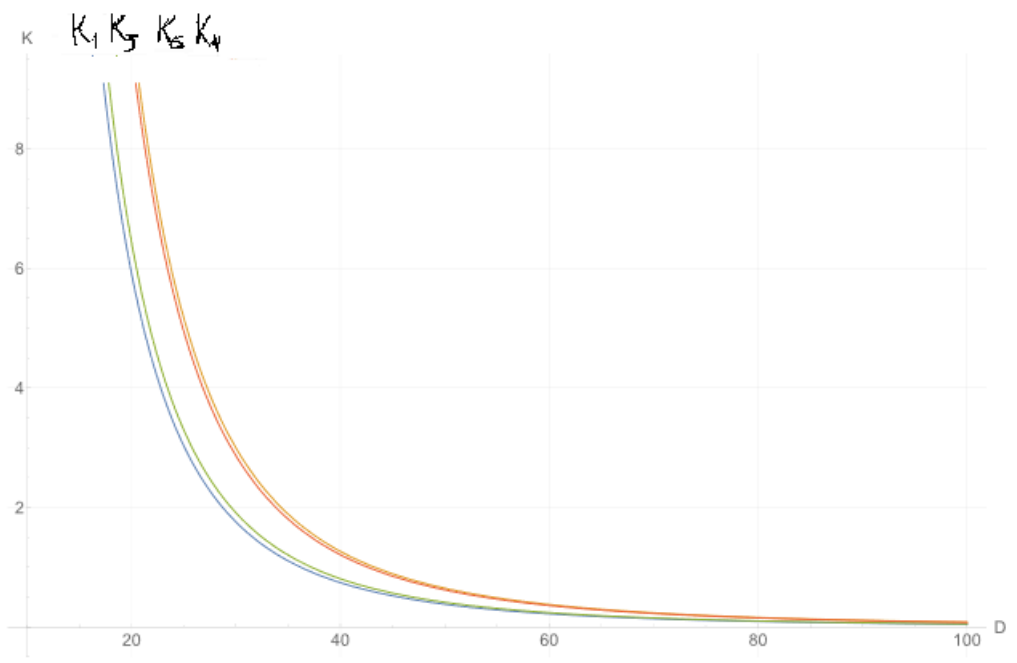


Рисунок 18 - Зависимость жесткости пружины от диаметра прутка

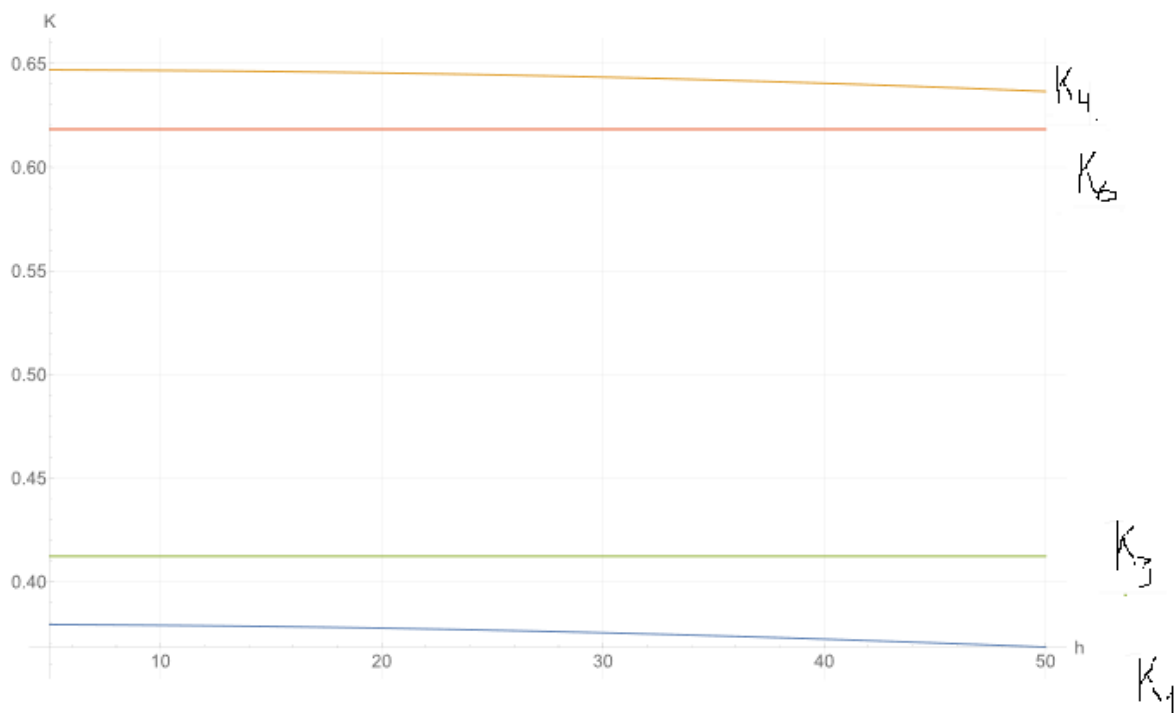


Рисунок 19 -Зависимость жесткости пружины от шага пружины

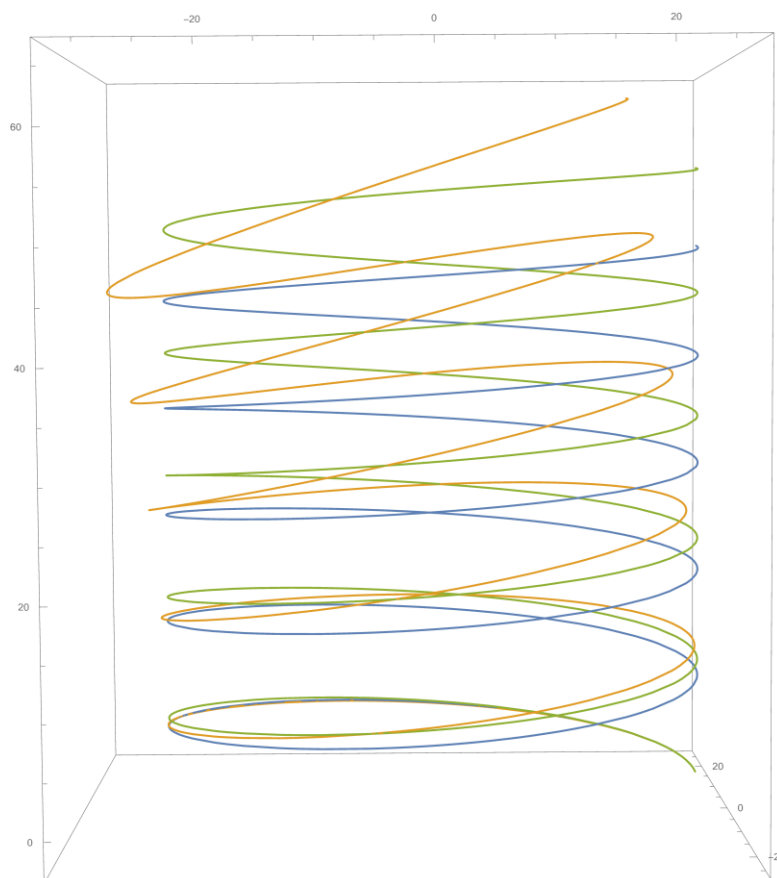


Рисунок 20 - Пружина до (синяя) и после нагружения в первом случае (оранжевая) во втором случае (зеленая)

Как видно из графиков (рис. 16-19) характер зависимостей схожий. Во втором случае жесткость пружины больше. Разность значений в первом случае может достигать больших значений, а во втором - мала, из чего можно сделать вывод, что для первого случая лучше использовать не сокращенную формулу, а во втором наоборот.

В первом случае зависимость жесткости  $K_1$  от количества витков имеет ступенчатый вид. Во втором случае этот эффект не наблюдается.

Из рис. 20 видно, что в первом случае, в отличие от второго, при нагружении пружина изгибается.

Из вышесказанного можно сделать вывод, что жесткость пружины на растяжение сжатие существенно зависит от нагружения и применять стандартное уравнение возможно только при втором способе.

## 1.2. Расчет в программном пакете для инженерных расчетов

### 1.2.1. Исходные данные

Для проверки полученных выражений было решено сделать расчет в Ansys Workbench.

В данном расчете производится два статических анализа, по одному на рассматриваемые в разделе 1.1 случаи. Схемы для анализов такие же как в разделе 1.1 (рис. 2). Для наглядности приведем их здесь еще раз.

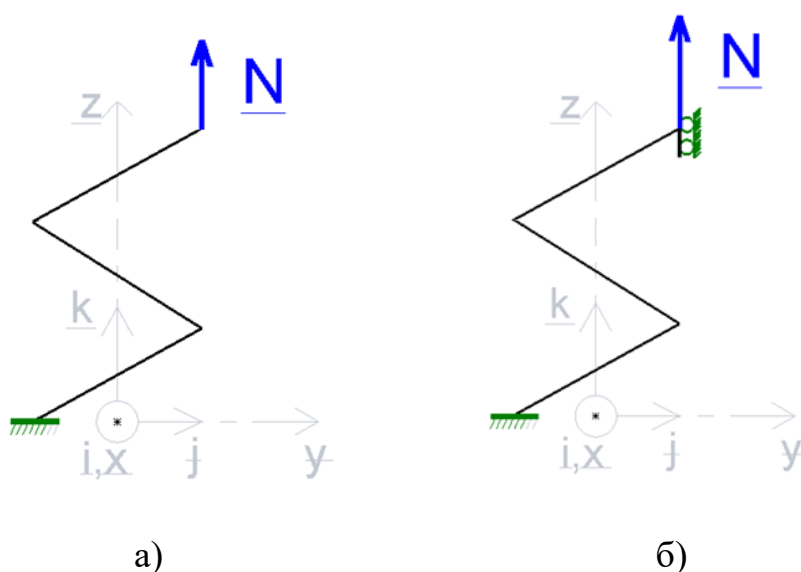


Рисунок 21 – Схемы для расчета: а) для случая со свободным концом; б) для случая с запрещением поворота

Расчеты производились на пружинах со средним диаметром  $D = 50$  мм, шагом  $h = 10$  мм, числом витков  $n = 1$ , диаметром прутка  $d = 3$  мм. Пружины из пластика PLA.

Помимо свойств материала, геометрии, ограничений, в программе для расчета задается сила. Для первого случая, в котором верхний конец свободен, сила равна  $0,50$  Н, во втором  $1,35$  Н. Эти значения приближены к некоторым из нагрузок использовавшимся для экспериментов в разделе 1.3.

## 1.2.2. Настройка Ansys Workbench

Как говорилось ранее в программе производится два статических анализа. В начале настраивается пункт Engineering Data. В нем выбирается, настраивается материал и его свойства.

Несмотря на распространенность ПЛА, такого материала в программе не оказалось. Для расчета этот материал был, по примеру других материалов (ABS, PET), создан. Параметры взяты из [15].

The image shows two screenshots from the Ansys Workbench Engineering Data interface. The top screenshot shows the 'Outline of Schematic A2, B2: Engineering Data' with a table of materials. The bottom screenshot shows the 'Properties of Outline Row 4: Plastic, PLA' with a table of material properties.

	A	B	C	D	E
1	Contents of Engineering Data			Source	Description
2	Material				
3	Plastic, ABS (high-impact)				Acrylonitrile Butadiene Styrene (High-impact, Injection Molding) Data compiled by the Granta Design team at ANSYS, incorporating various sources including JAHM and MagWeb. ANSYS Inc. provides no warranty for this data.
4	Plastic, PLA				
5	Structural Steel				Fatigue Data at zero mean stress comes from 1998 ASME BPV Code, Section 8, Div 2, Table 5-110.1
*	Click here to add a new material				

	A	B	C	D	E
1	Property	Value	Unit		
2	Material Field Variables	Table			
3	Density	1250	kg m <sup>-3</sup>		
4	Isotropic Elasticity				
5	Derive from	Shear Modulus...			
6	Young's Modulus	3500	MPa		
7	Poisson's Ratio	0,36081			
8	Bulk Modulus	4190,9	MPa		
9	Shear Modulus	1286	MPa		

Рисунок 22 – Созданный в Ansys материал

Затем в программу были загружены 3-D модели пружин (рис. 23). Данные модели были сделаны в программе КОМПАС-3D v17. Модели схожи с используемыми в разделе 1.3. Для использования в программе они были экспортированы в формат STEP.

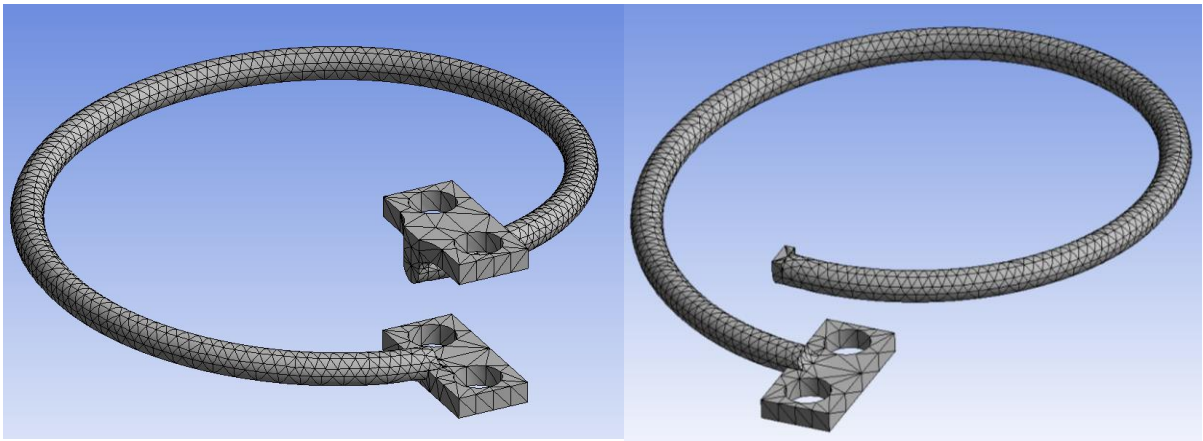


Рисунок 23 – Модели пружин после преобразования в Ansys Workbench

Для первого случая в соответствии со схемой (рис. 21 а)) в модели была зафиксирована нижняя грань крепления с помощью Fixed Support, а к верхней грани была приложена сила (рис. 24).

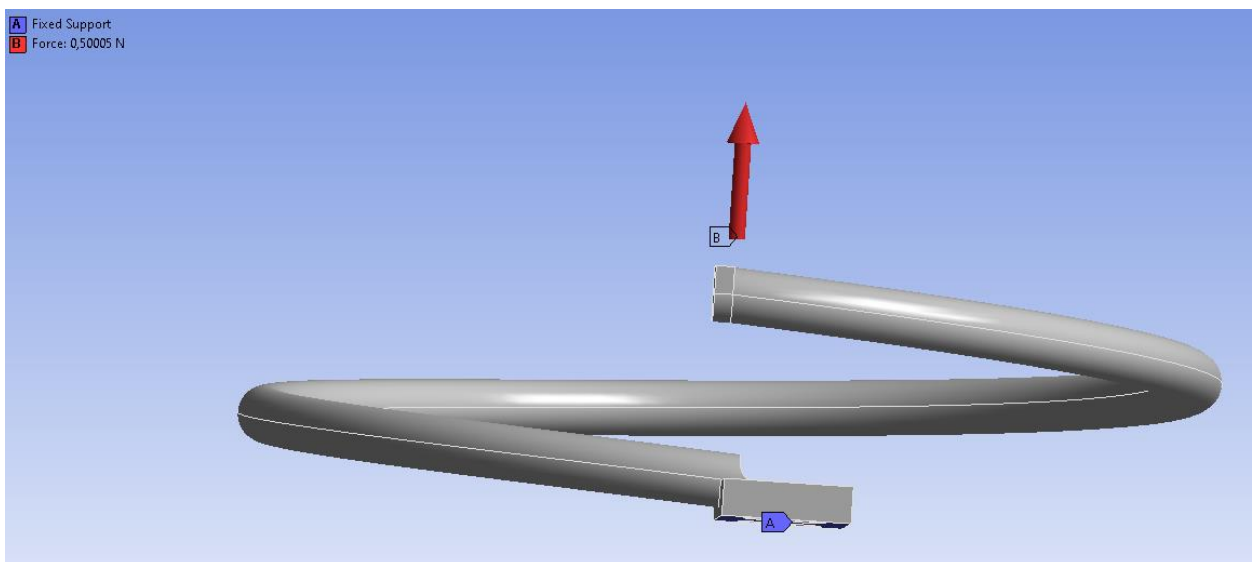


Рисунок 24 – Ограничения и нагрузки для первого случая

Для второго случая в соответствии со схемой (рис. 21 б)) в модели была зафиксирована нижняя грань нижнего крепления с помощью Fixed Support, для возможности перемещения верхнего крепления только по одной оси верхнее крепление было ограничено Remote Displacement, к верхней грани верхнего крепления была приложена сила (рис. 25).

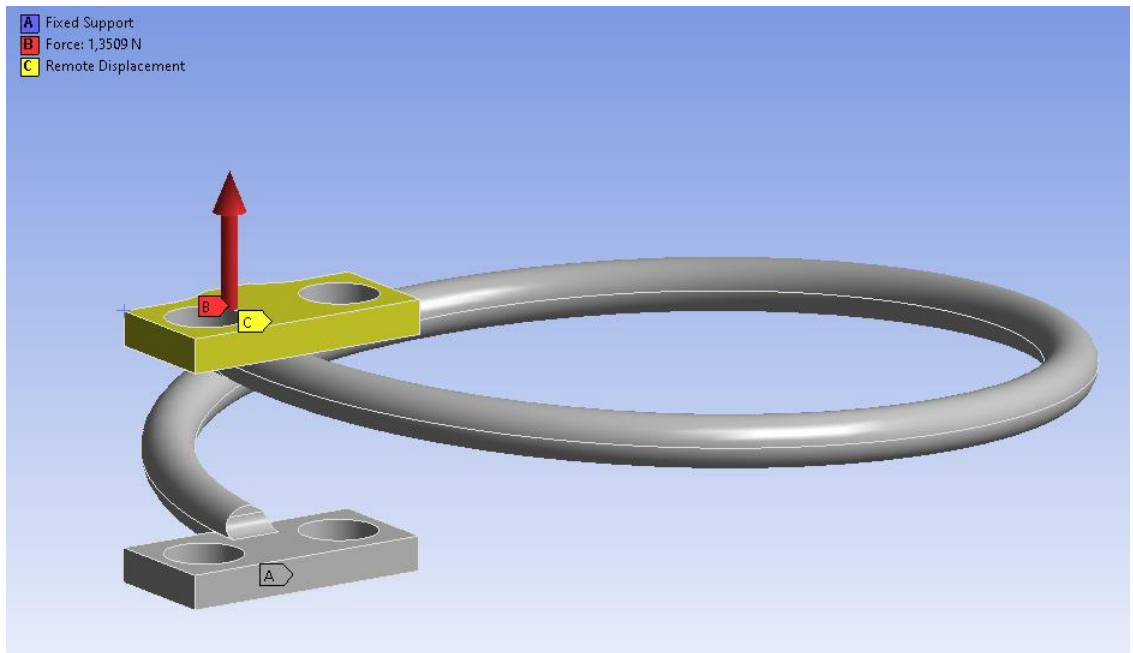


Рисунок 25 – Ограничения и нагрузки для второго случая

### 1.2.3. Результат

На рис. 18, 19 можно видеть результаты программы.

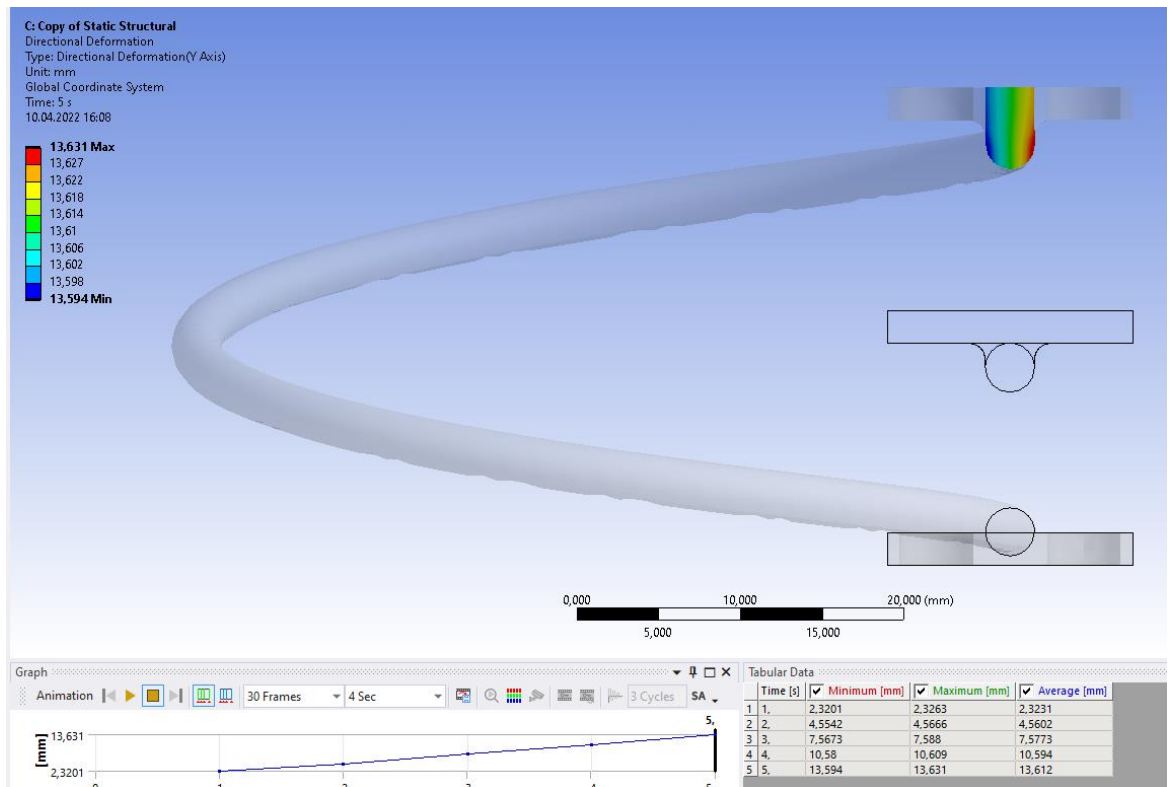


Рисунок 26 – Результаты в Ansys для второго случая

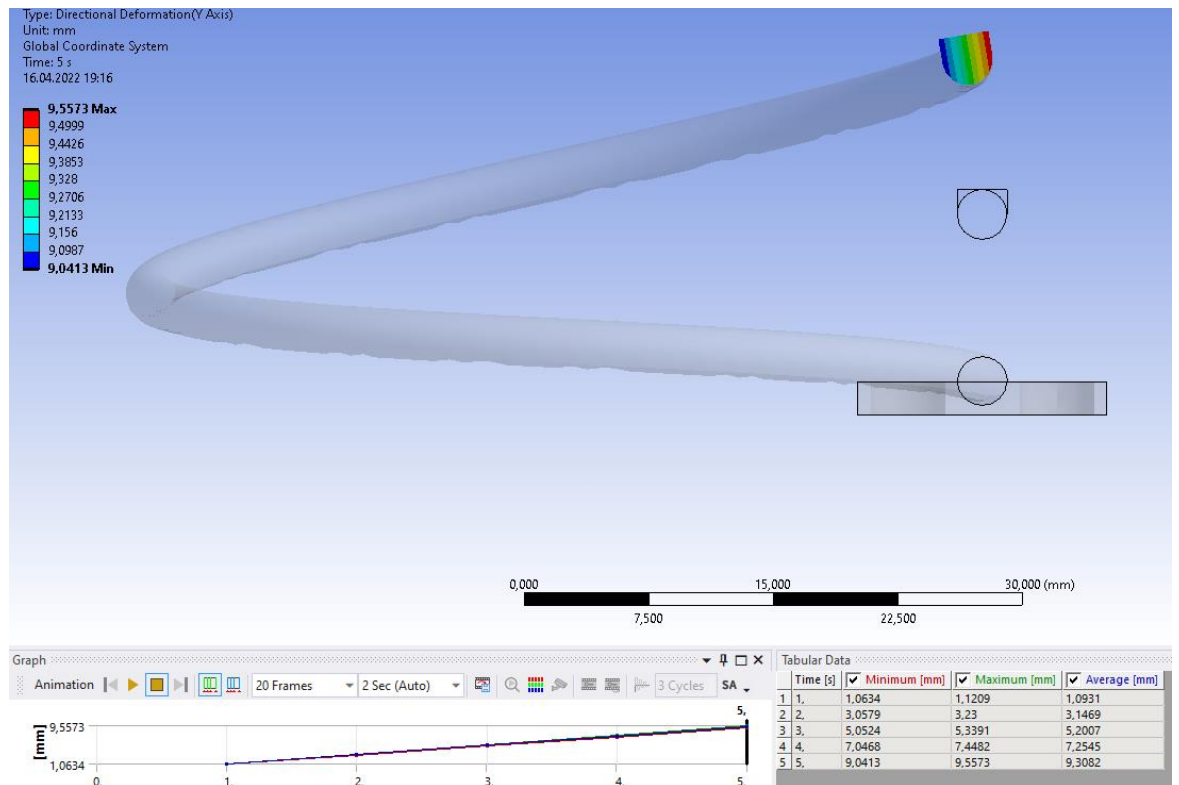


Рисунок 27 – Результаты в Ansys для первого случая

Результатами расчетов в программе являются перемещение сечения по оси параллельной оси пружины. В связи с этим жесткость рассчитывалась по формуле, преобразованной из формулы (1):

$$k_{AW} = \frac{N}{u}, \quad (32)$$

где  $N$  – задаваемая сила, Н;  $u$  – перемещение вдоль оси пружины, полученное из расчета, мм.

Жесткость пружины  $k_{AW} = 0,0999$  Н/мм для случая с фиксацией от поворота и  $k_{AW} = 0,0532$  Н/мм при свободном конце.

Для пружин с обозначенными ранее параметрами полученные из выражений (20, 21, 22, 28, 29, 30) будут:  $K_1 = K_2 = 0,0557$  Н/мм,  $K_3 = 0,0694$  Н/мм,  $K_4 = K_5 = 0,1041$  Н/мм,  $K_6 = 0,1042$  Н/мм.

Для первого случая (со свободным концом) отличие значений полученные в Ansys Workbench от полученных из аналитических выражений для  $K_1$  и  $K_2$  составляет 4,53%, для  $K_3$  – 23,40%. Как упоминалось в подразделах 1.1.3 и 1.1.5 значения  $K_1$  и  $K_2$  отличаются от  $K_3$  значительно. Выражение для



$K_3$  было получено из предположения, что модуль Юнга сильно больше модуля сдвига, что не соответствует действительности и значение получается завышенным.

Для второго случая отличие значений полученные в Ansys Workbench от полученных из аналитических выражений для  $K_4$  и  $K_5$  составляет 4,06%, для  $K_6$  – 4,11%.

На рис. 27. можно увидеть схожий изгиб, что и на рис. 9.

### 1.3. Экспериментальные данные

#### 1.3.1. Описание

Для проверки применимости полученных выражений в разделе 1.1 для пружин, напечатанных на 3-D принтере, был проведен эксперимент. В нем напечатанные пружины закреплялись и нагружались соответственно схемам приведенными на рис. 28, записывалось перемещение конца пружины.

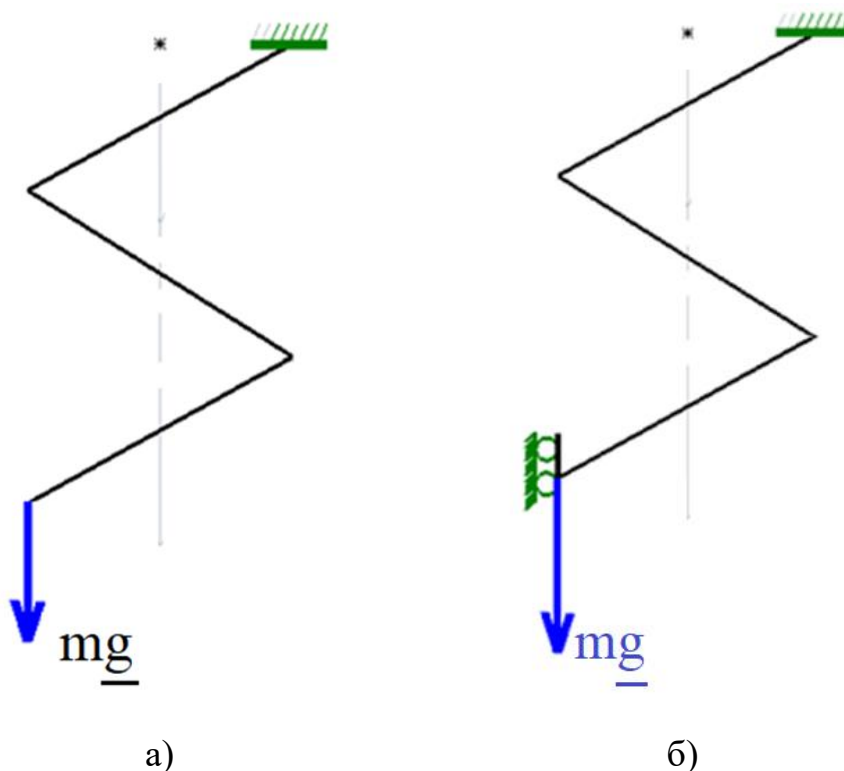


Рисунок 28 – Схемы: а) для случая со свободным концом; б) для случая с запрещением поворота

Жесткость напечатанных пружин рассчитывалась по формуле:

$$c = \frac{mg}{\Delta l} \quad (33)$$

где  $m$  – масса груза, кг;  $g$  – ускорение свободного падения,  $\text{м/с}^2$ ;  $\Delta l$  – перемещение конца пружины, мм.

В данной работе были изготовлены пружины из PLA, произведенного фирмой Bestfilament, на 3-D принтере Prusa I3.

Параметры напечатанных пружин:

Для обоих рассматриваемых случаев все изготовленные пружины имеют средний диаметр  $D = 50$  мм, шаг  $h = 10$  мм, сечение прутка – круглое.

Для первого случая были изготовлены пружины с диаметром прутка  $d$  равным 2 и 3 мм с разным числом витков. А именно для  $d = 3$  мм числа витков  $n$  были 1, 1,5, 1,75, 2, 2,25, 2,5, а для  $d = 2$  мм 0,5, 0,75, 1, 1,5, 1,75, 2, 2,25, 2,5.

Для второго случая были сделаны пружины с диаметром прутка  $d = 3$  мм с числом витков  $n = 1$ .

### 1.3.2. Изготовление пружин

Пружины для эксперимента изготавливались методом Fused Deposition Modelling (FDM) (метод послойного наплавления), в некоторых источниках называемый Fused Filament Fabrication (FFF) (методом наплавления нитей). Данный метод заключается в послойной экструзии расплавленного материала. В качестве материала в данном методе используются различные пластики. Чаще всего материал в зону нагрева подается в виде прутка, называемого филоментом.

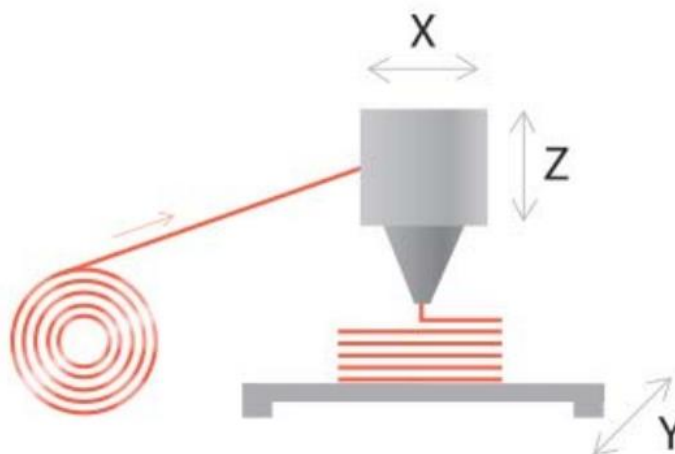


Рисунок 29 – Схема печати

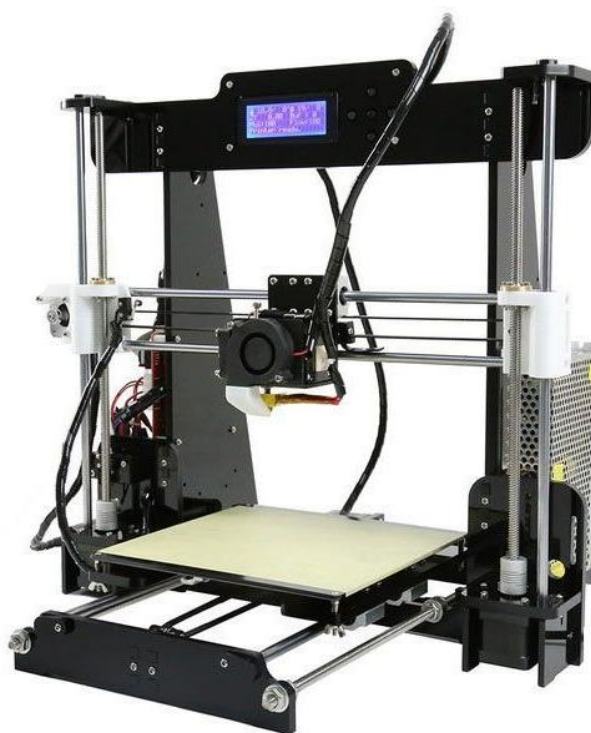


Рисунок 30 – 3-D принтер конструкции Prusa

Для печати на 3-D принтере требовалось создать 3-D модель и получить управляющую программу для принтера.

3-D модели сделаны в КОМПАС-3D v17. Поскольку 3-D печать позволяет делать детали сложной формы, крепления для фиксации, для предотвращения поворота сделаны заодно с пружинами. Примеры конструкции смоделированных пружин представлены на рис. 31.

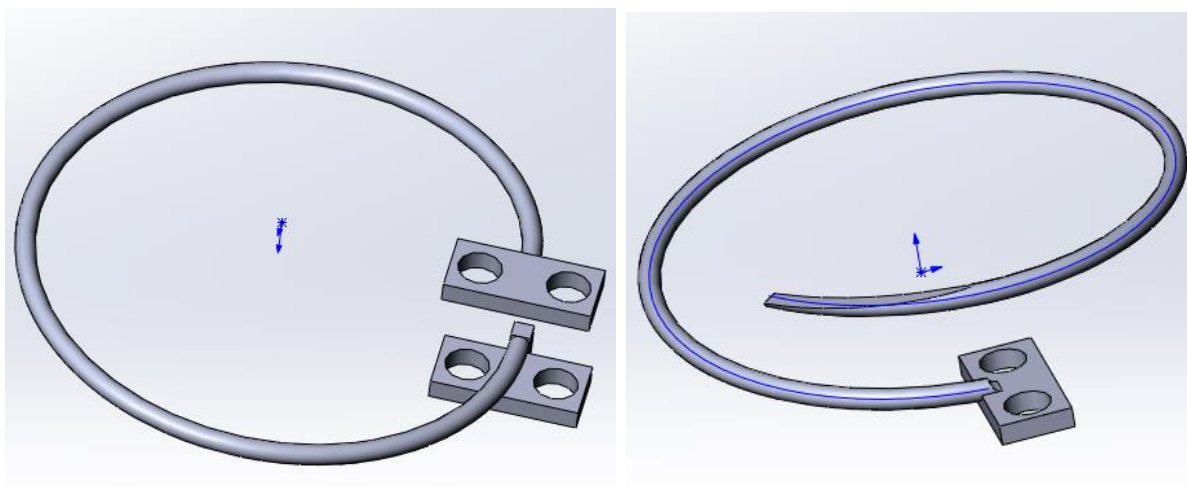


Рисунок 31 – 3-D модели изготовленных пружин

Для получения управляющей программы была использована программа Ultimaker Cura 4.10.0. Параметры для печати, заданные в указанной программе представлены на рис. 32.

<b>Quality</b>			
Layer Height		0.2	mm
Initial Layer Height		0.25	mm
Line Width		0.25	mm
<b>Walls</b>			
Wall Thickness		1.0	mm
Wall Line Count		4	
Horizontal Expansion		0.0	mm
<b>Top/Bottom</b>			
Top/Bottom Thickness		1.0	mm
Top Thickness		1.0	mm
<b>Infill</b>			
Infill Density		100.0	%
Infill Pattern		Lines	
<b>Material</b>			
Printing Temperature		200.0	°C
Generate Support		<input checked="" type="checkbox"/>	
Support Structure		Tree	
Tree Support Branch Distance		1.0	mm
Tree Support Branch Diameter		2.0	mm
Tree Support Collision Resolution		0.125	mm
Support Placement		Touching Buildpl...	
Support Overhang Angle		50.0	°
Support Pattern		Concentric	
Support Wall Line Count		1	

Рисунок 32 – Параметры печати

Напечатанные пружины представлены на рис.33.



Рисунок 33 – Напечатанные пружины.

### 1.3.3. Оснастка для проведения эксперимента

Для реализации схем рис.28 и получения экспериментальных данных о жесткости пружины при растяжении и сравнения с ними результатов, которые дают полученные формулы разработано и изготовлено приспособление. 3-D модель изображена на рис. 34.

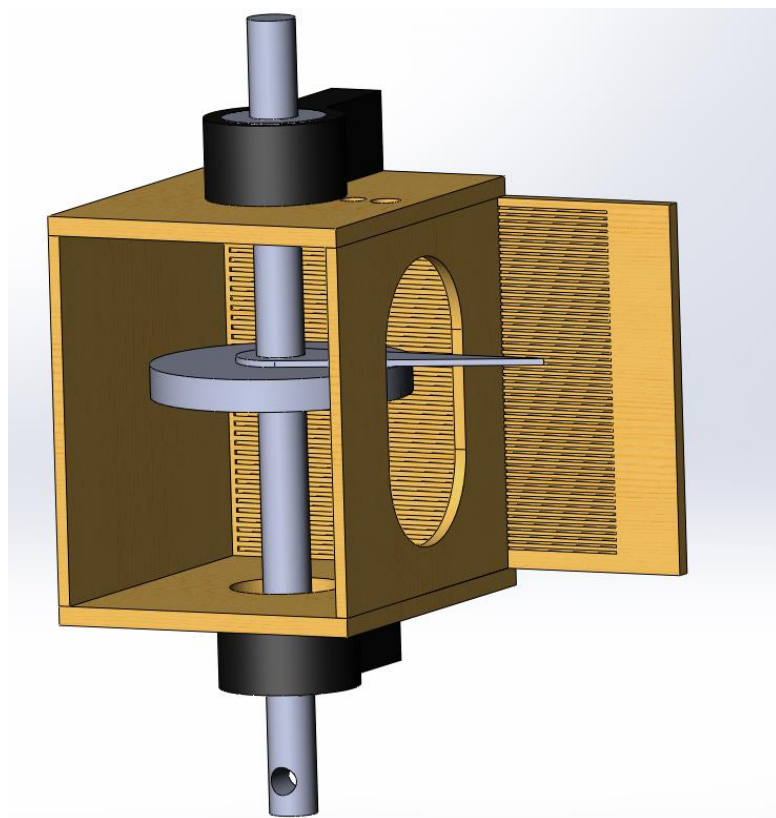
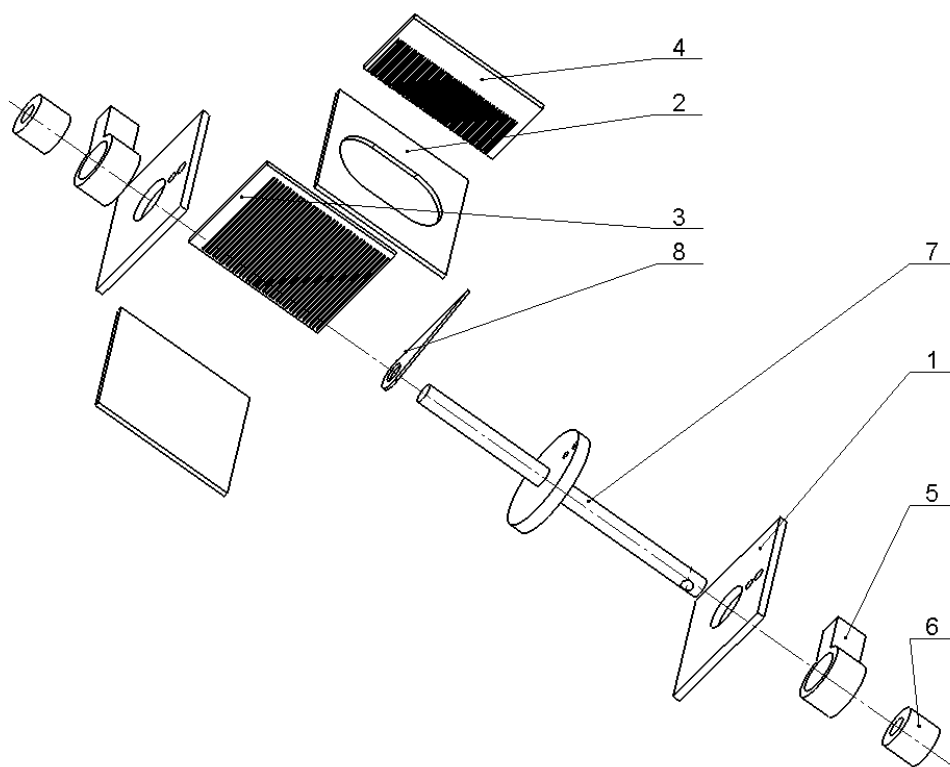


Рисунок 34 – 3-D модель приспособления для эксперимента



1 – крышка, 2 – стенка боковая, 3 – стенка задняя, 4 – измерительная пластина, 5 – корпус подшипника, 6 – подшипник, 7 – вал, 8 – стрелка.

Рисунок 35 – Приспособление для эксперимента

Для исследования второго случая исследуемая пружина креплением на одном конце крепится к верхней крышке 1. Креплением на втором конце – к фланцу на валу 7. Через отверстие в нижнем конце вала 7 подвешивается груз. На задней стенке 3 и измерительной пластины 4 имеются деления. По этим делениям с помощью стрелки 8 определяется перемещение конца пружины при нагружении.

Для исследования первого случая вал 7 и нижняя крышка, с закрепленными на ней корпуса подшипника 5 с подшипником 6, не используются. Груз подвешивается на конце исследуемой пружины.

#### 1.3.4. Результаты для первого случая

По полученным данным были построены графики зависимости перемещения от прикладываемой к пружине нагрузке. Графики представлены на рис. 36, 37.

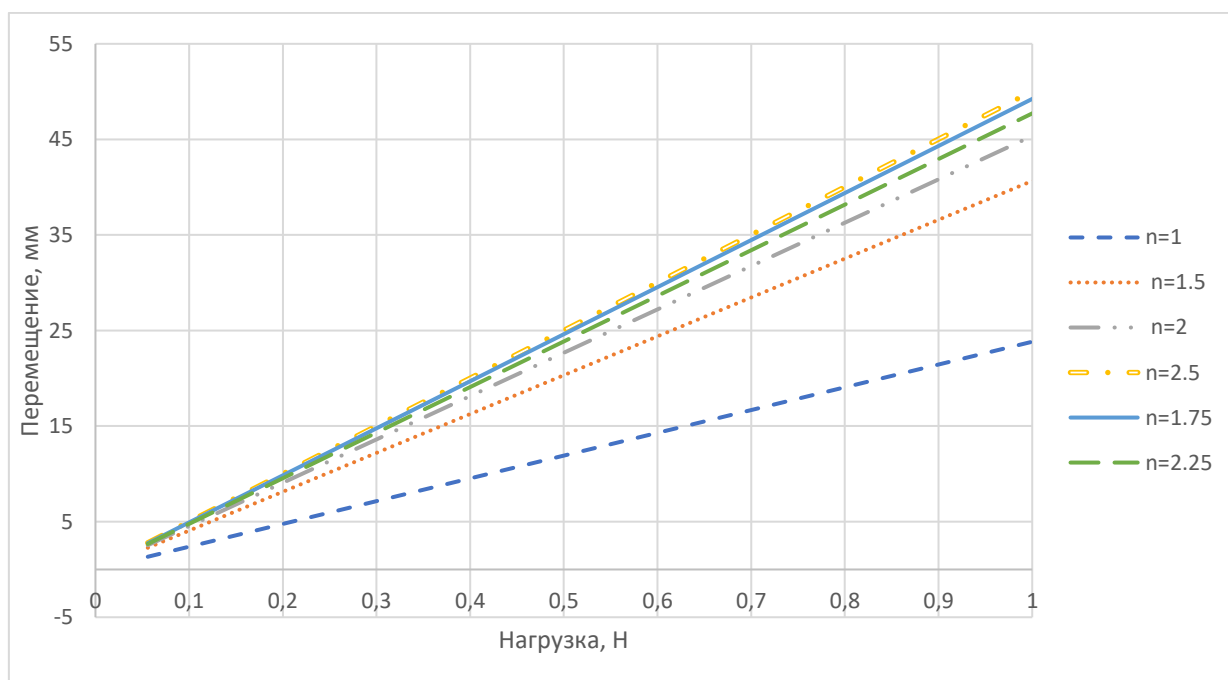


Рисунок 36 – График зависимости перемещения от нагрузки для пружин  $d=3\text{мм}$



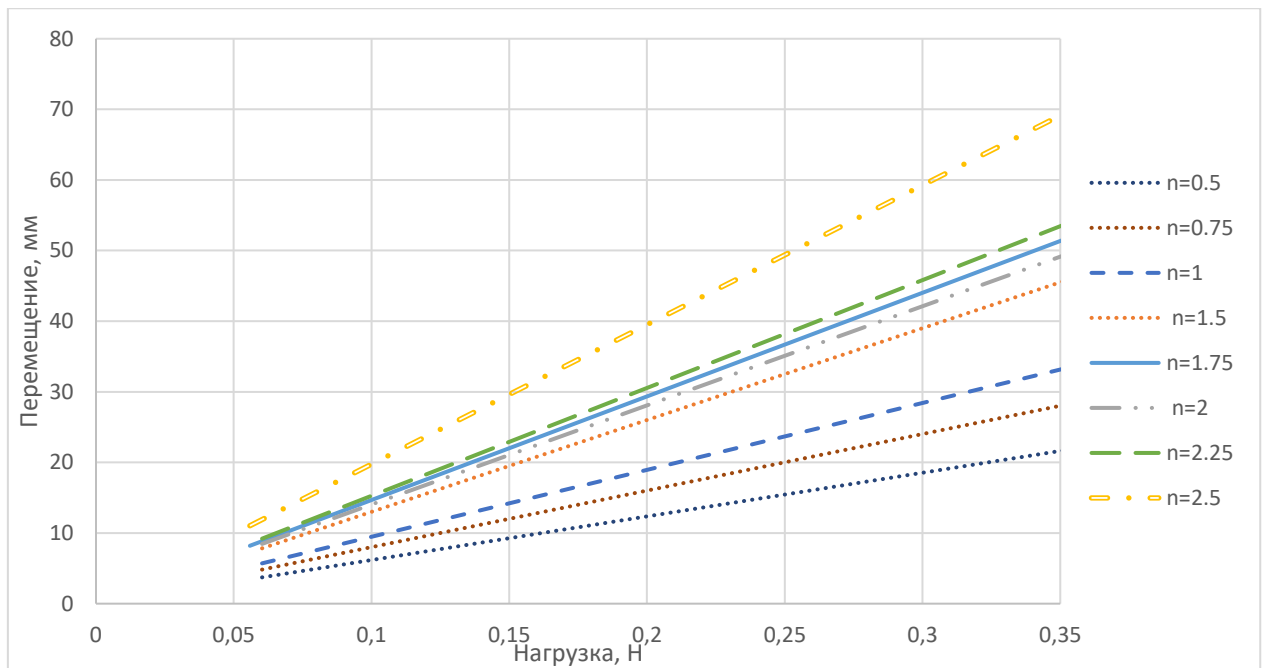


Рисунок 37 – График зависимости перемещения от нагрузки для пружин  $d=2$  мм

Рассчитанные жесткости пружин и их отклонение от расчетных значений представлены в табл.1. По полученным данным и выражениям построены графики зависимости жесткости от числа витков. Они представлены на рис. 38,39.

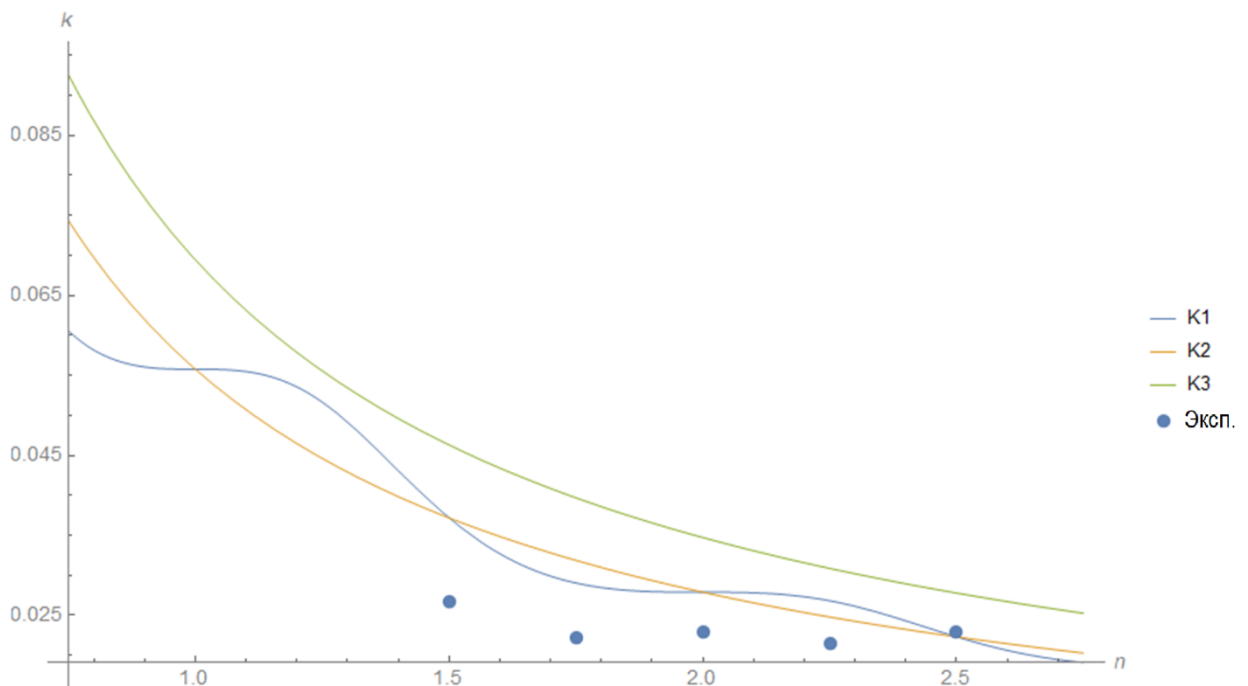


Рисунок 38 – График зависимости жесткости от числа витков для пружин  $d=3$  мм

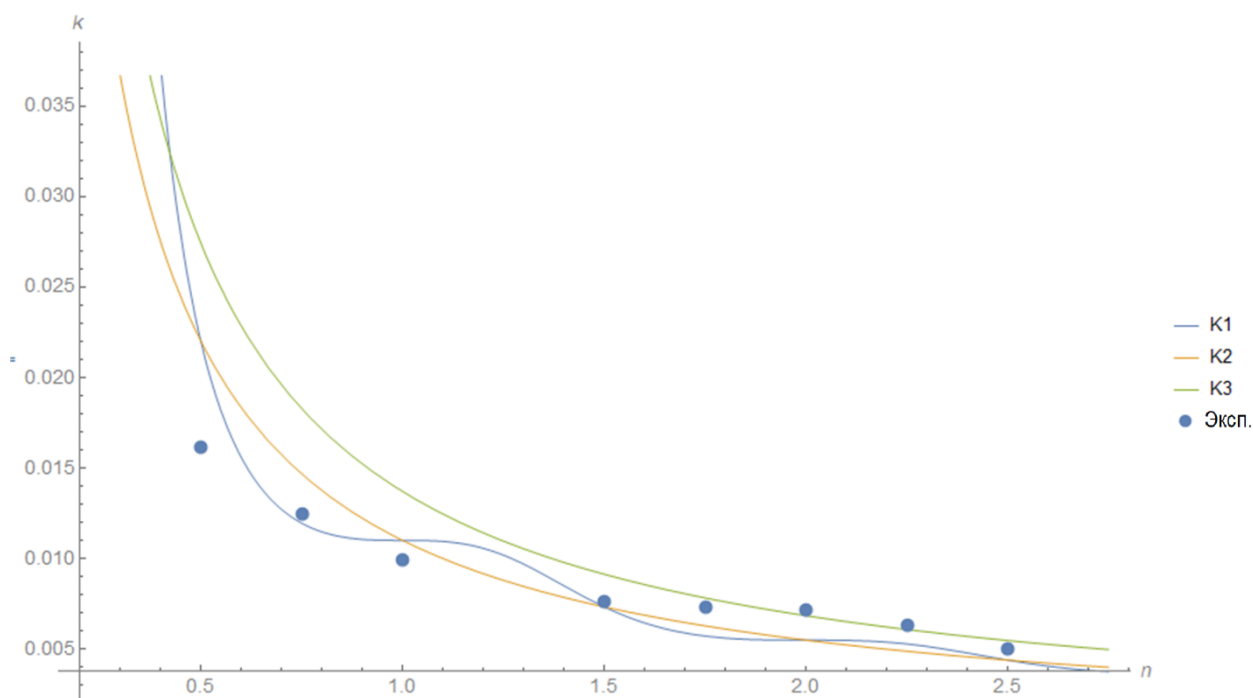


Рисунок 39 – График зависимости жесткости от числа витков для пружин  $d=2\text{мм}$

Таблица 1 - Результаты эксперимента для случая со свободным концом

d, мм	n	c, Н/мм	K <sub>1</sub> , Н/мм	K <sub>2</sub> , Н/мм	K <sub>3</sub> , Н/мм	Отклонение, %		
						от K <sub>1</sub>	от K <sub>2</sub>	от K <sub>3</sub>
3	1	0,0429	0,0557	0,0557	0,0694	23,09	23,09	38,29
	1,5	0,0266	0,0371	0,0371	0,0463	28,28	28,28	42,46
	1,75	0,0221	0,0290	0,0318	0,0397	23,79	30,55	44,28
	2	0,0229	0,0279	0,0279	0,0347	17,97	17,97	34,19
	2,25	0,0214	0,0268	0,0248	0,0309	20,11	13,57	30,66
	2,5	0,0209	0,0223	0,0223	0,0278	6,01	6,01	24,59
2	0,5	0,0162	0,0220	0,0220	0,0274	26,48	26,48	41,01
	0,75	0,0125	0,0120	0,0147	0,0183	4,45	14,89	31,72
	1	0,0099	0,0110	0,0110	0,0137	9,92	9,92	27,73
	1,5	0,0076	0,0073	0,0073	0,0091	3,74	3,74	16,77
	1,75	0,0073	0,0057	0,0063	0,0078	28,18	16,81	6,28
	2	0,0071	0,0055	0,0055	0,0069	29,86	29,86	4,18
	2,25	0,0063	0,0053	0,0049	0,0061	19,76	29,57	3,96
	2,5	0,0050	0,0044	0,0044	0,0055	15,01	15,01	7,73

В ходе эксперимента был замечен изгиб пружины, который наблюдался и в ходе аналитического расчета (рис. 9), и в расчете в Ansys Workbench (рис. 27).

На графиках рис. 38, 39 точками нанесены полученные результаты. Из них видно, что зависимость жесткости от количества по форме похоже на зависимость из выражения  $K_1$  (21), но значения из расчетов отличаются существенно, в среднем на 20%, от полученных в эксперименте.

Причиной таких отличий в значениях может являться отличие значений модуля Юнга и модуля сдвига в материале пружины от стандартных значений. Отличие может быть у прутка, из которого напечатаны пружины, а также может быть следствием способа изготовления. Данный вопрос требует дополнительных исследований.

Так же причиной отличий могут быть дефекты формы сечения. У пружин при печати образуются области, висящие в воздухе, из-за чего они печатались с поддержками. У многих пружин с диаметром прутка  $d$  равным 3 мм было обнаружено, что сечение, если упростить, представляет собой фигуру изображенную на рис.40. Результаты после пересчета для другого сечения представлены в табл. 2.

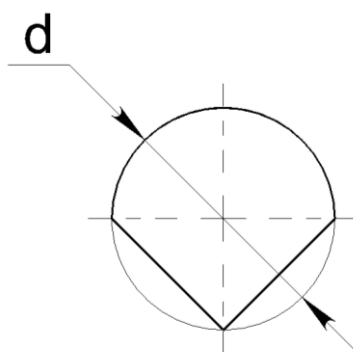


Рисунок 40 – Форма сечения

Как видно из табл. 2 отклонения для данного сечения меньше. Как видно из табл. 1 у пружин с  $d=2$  и из табл. 2 для пружин с числом витков больше 2 значения ближе к значениям  $K_3$ , а меньше – к значениям  $K_1$ .

Возможно данный факт связан с уже описанным возможным отличием свойств материала.

Таблица 2 – Пересчитанные результаты

d, мм	n	с, Н/мм	K <sub>1</sub> , Н/мм	K <sub>2</sub> , Н/мм	K <sub>3</sub> , Н/мм	Отклонение, %		
						от K <sub>1</sub>	от K <sub>2</sub>	от K <sub>3</sub>
3	1	0,0429	0,0397	0,0397	0,0495	7,99	7,99	13,36
	1,5	0,0266	0,0265	0,0265	0,0330	0,70	0,70	19,21
	1,75	0,0221	0,0227	0,0207	0,0252	2,49	7,01	12,28
	2	0,0229	0,0198	0,0198	0,0247	15,18	15,18	7,59
	2,25	0,0214	0,0191	0,0176	0,0243	12,17	21,36	11,82
	2,5	0,0209	0,0159	0,0159	0,0198	31,97	31,97	5,88

### 1.3.5. Результаты для второго случая

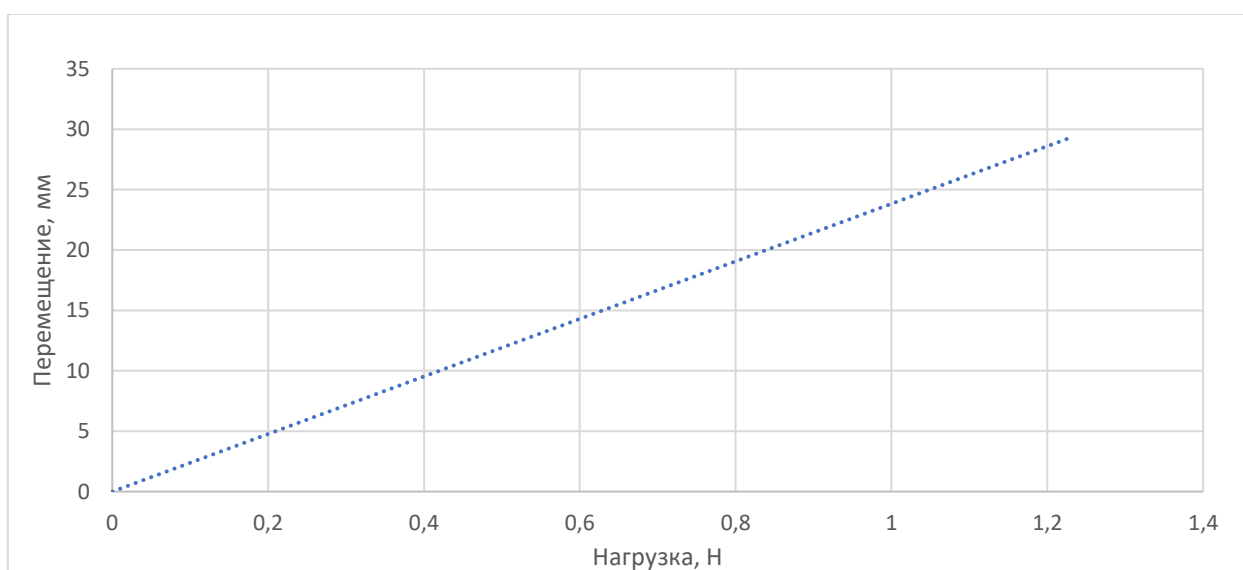


Рисунок 41 – График зависимости перемещения от нагрузки для пружины d=3мм, n = 1

Рассчитанная в эксперименте жесткость  $c = 0,0826$  Н/мм. Расчетные значения:  $K_4=K_5=0,1041$  Н/мм,  $K_6=0,1042$  Н/мм. Отклонение значения из эксперимента от полученного из аналитических выражений составляет 20,7%. Данное отклонение близко к отклонению для первого случая. Возможные причины такого отклонения описаны в подразделе 1.3.4.

## 1.4. Расчет упругого элемента на жесткость

### 1.4.1. Исходные данные и решение

Аналогично расчету из 2.1 требуется найти зависимость жесткости упругого элемента от его геометрических параметров.

Упругий элемент представляет собой скобу (рис. 42), сделанной из полосы прямоугольного сечения.

Один конец скобы жестко зафиксирован, к другому приложена сила  $F$ , направленная параллельно оси  $y$  (орту  $\underline{j}$ ).

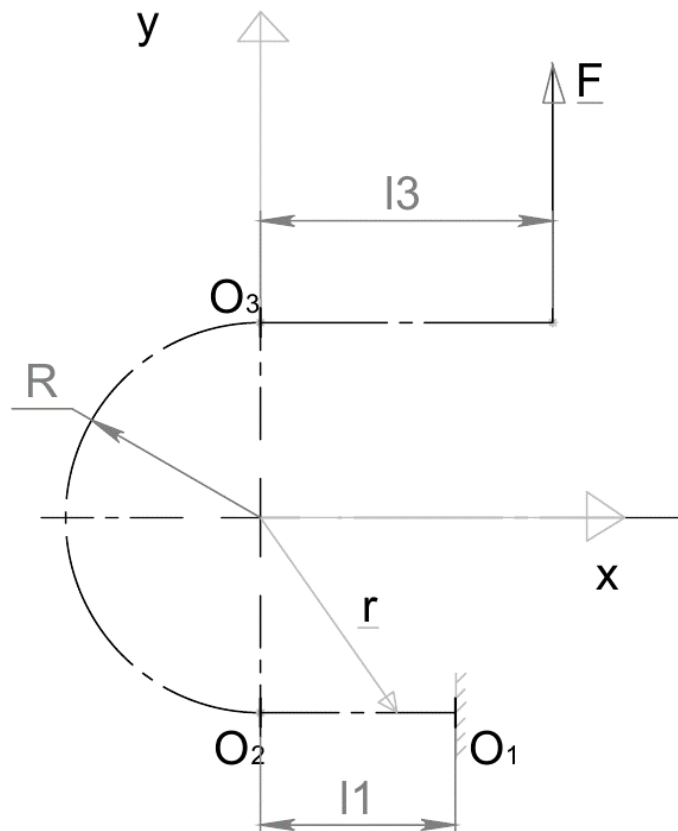


Рисунок 42 – Схема для упругого элемента

Жесткость данного упругого элемента можно определить из выражения:

$$k = \frac{\underline{F} \cdot \underline{j}}{\underline{u}(L) \cdot \underline{j}}, \quad (34)$$

где  $\underline{u}(L) \cdot \underline{j}$  – перемещение конца элемента вдоль оси  $y$ ;  $L$  – длина прутка или ленты, из которого сделан элемент.

Вектор перемещений  $\underline{u}(l)$  находится аналогично расчету на жесткость пружины на растяжение-сжатие при верхнем свободном конце пружины.

Данный упругий элемент, как показано на рисунке, условно делится на три участка. Это накладывает дополнительные условия для вектора поворота сечения  $\underline{\Psi}(l)$  и вектора перемещений  $\underline{u}(l)$  в точках  $O_2$  и  $O_3$ .

Запишем радиус-вектор точек упругого элемента.

$$\underline{r}(l) = \begin{cases} (-l + l_1)\underline{i} + (-R)\underline{j} & l \leq l_1 \\ \left(-R\sin\left[\frac{l-l_1}{R}\right]\right)\underline{i} + \left(-R\cos\left[\frac{l-l_1}{R}\right]\right)\underline{j} & l_1 \leq l \leq l_1 + l_2, \\ (l - l_1 - l_2)\underline{i} + R\underline{j} & l_1 + l_2 \leq l \leq L \end{cases} \quad (35)$$

где  $l_2$  – длина второго участка,  $l_2 = \pi R$ .

Решив уравнения (2-6) из п. 1.1.2 получим следующее выражение:

Жесткость пружины:

$$k = \frac{6C_b}{2l_1^3 - 6l_1^2l_2 + 6l_1l_2^2 + 2l_2^3 + 6l_2^2\pi R + 24l_2R^2 + 3\pi R^3}. \quad (36)$$

Заменяем параметры из получившегося уравнения на параметры, характеризующие упругий элемент и свойства материала, из которого она изготовлена. Рассмотрим вариант с упругим элементом, сделанным из ленты прямоугольного сечения толщиной  $b$  и шириной  $h$ .

$$J_y = \frac{b^3h}{12}; \quad (37)$$

$$C_b = EJ_y = \frac{b^3h}{12}E, \quad (38)$$

#### 1.4.2. Результаты расчетов

После расчетов и замены получено:

$$k = \frac{b^3 h E}{2(2l_1^3 - 6l_1^2 l_3 + 6l_1 l_3^2 + 2l_3^3 + 6l_3^2 \pi R + 24l_3 R^2 + 3\pi R^3)}. \quad (39)$$

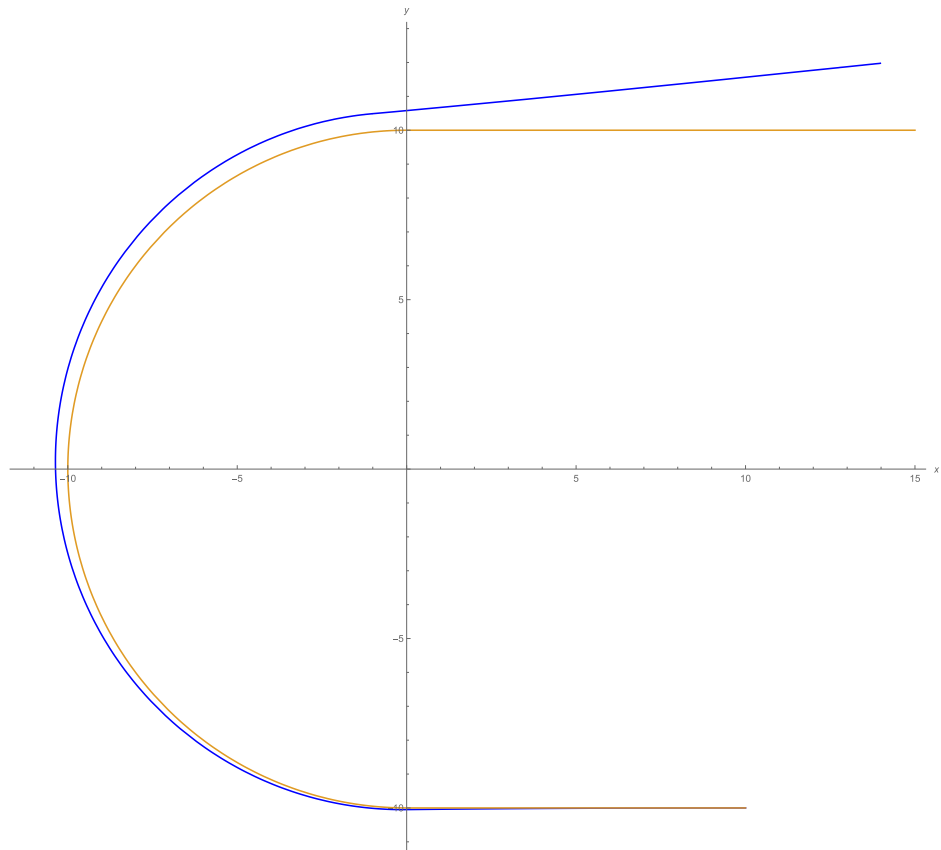


Рисунок 43 - Скоба до (оранжевая) и после (синяя) нагружения.

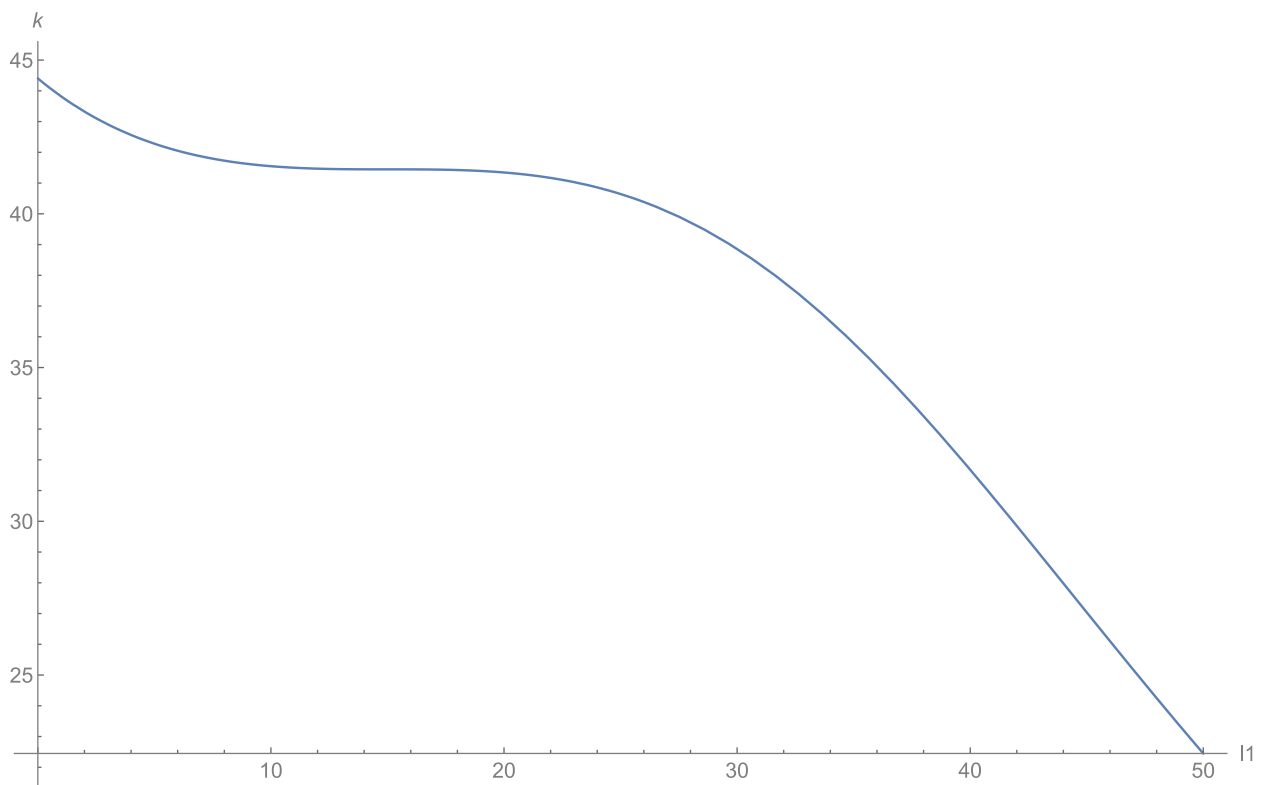


Рисунок 44 - Зависимость жесткости скобы длины первого участка

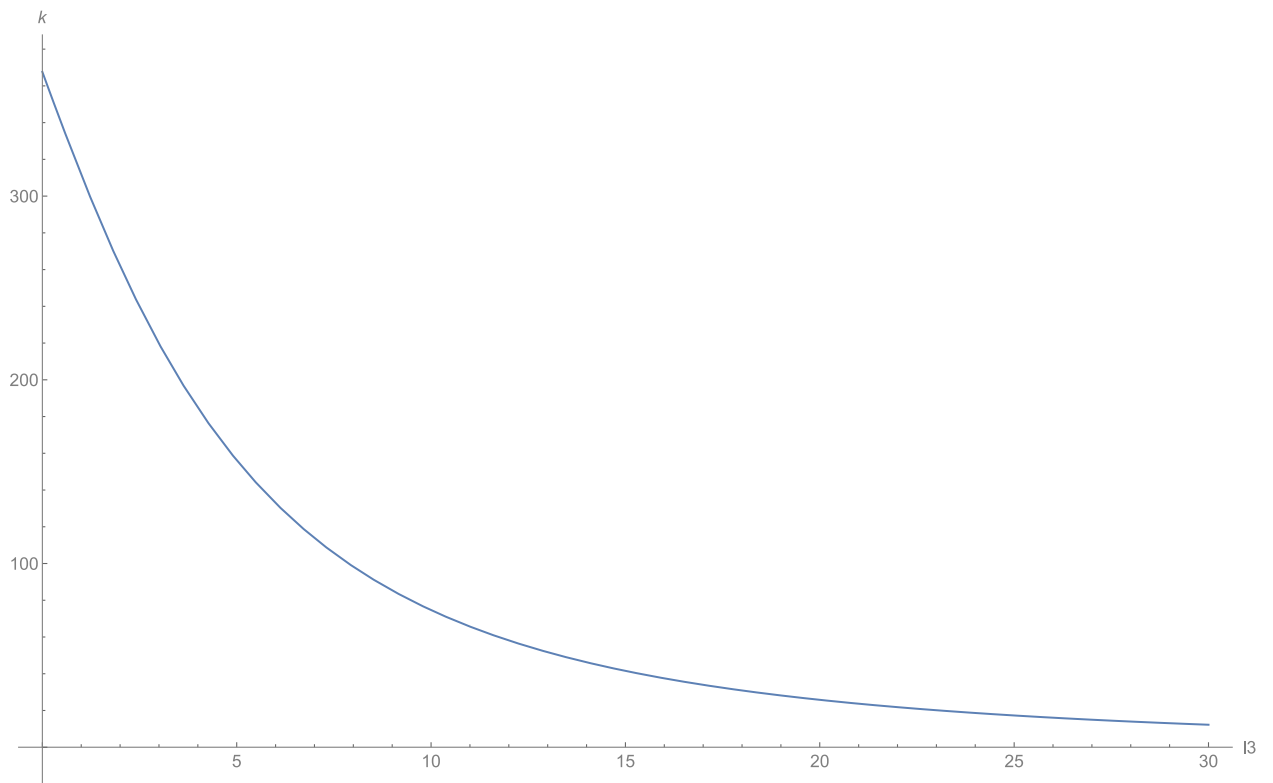


Рисунок 45 - Зависимость жесткости скобы длины третьего участка

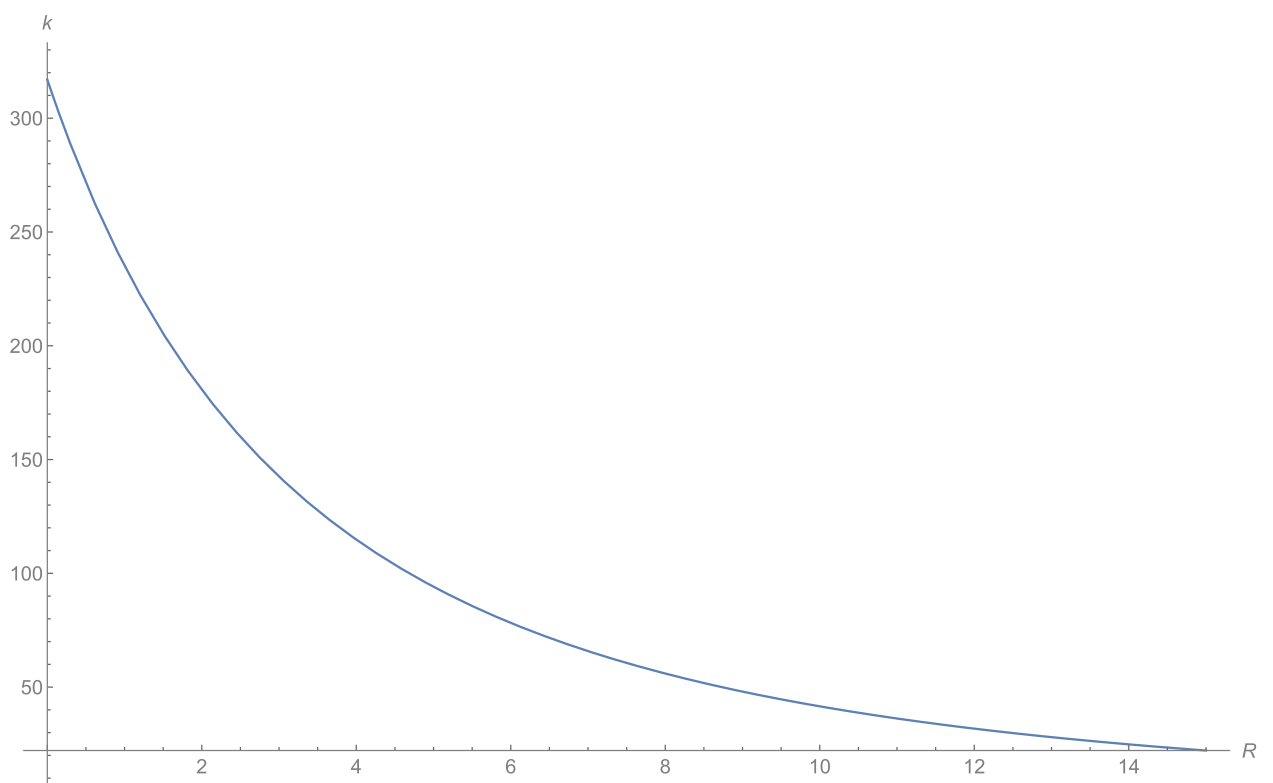


Рисунок 46 - Зависимость жесткости скобы от радиуса второго участка



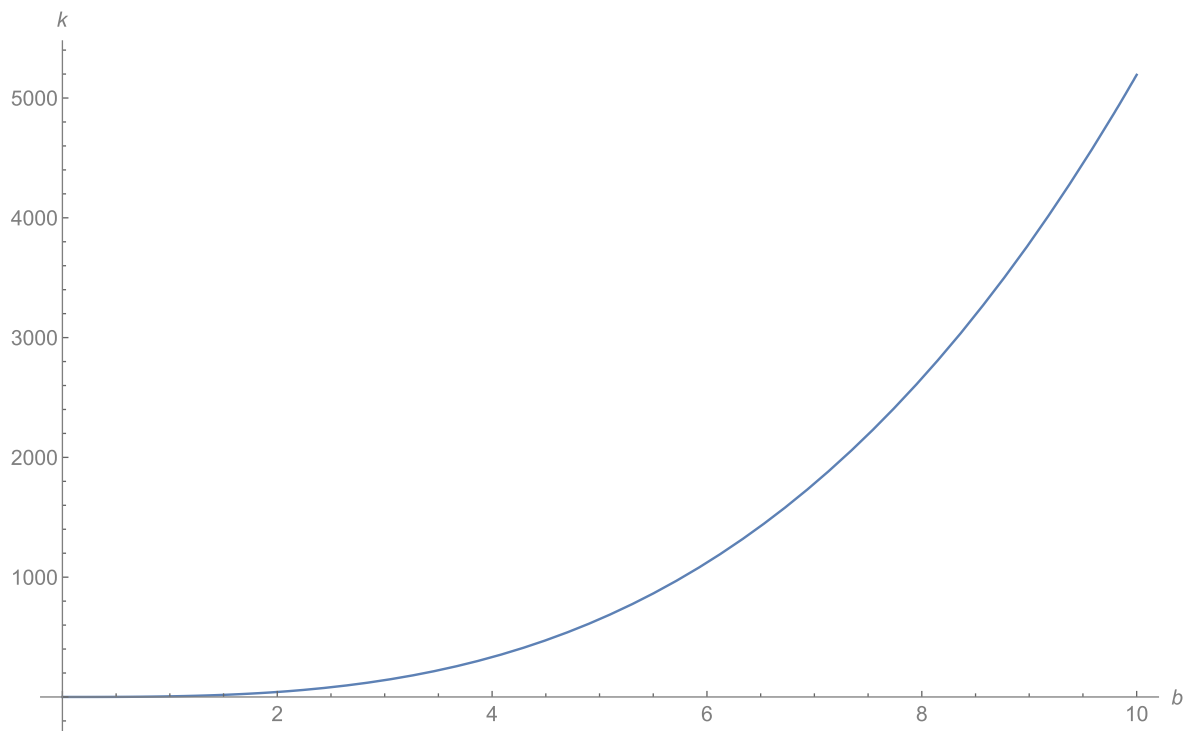


Рисунок 47 - Зависимость жесткости скобы от толщины сечения

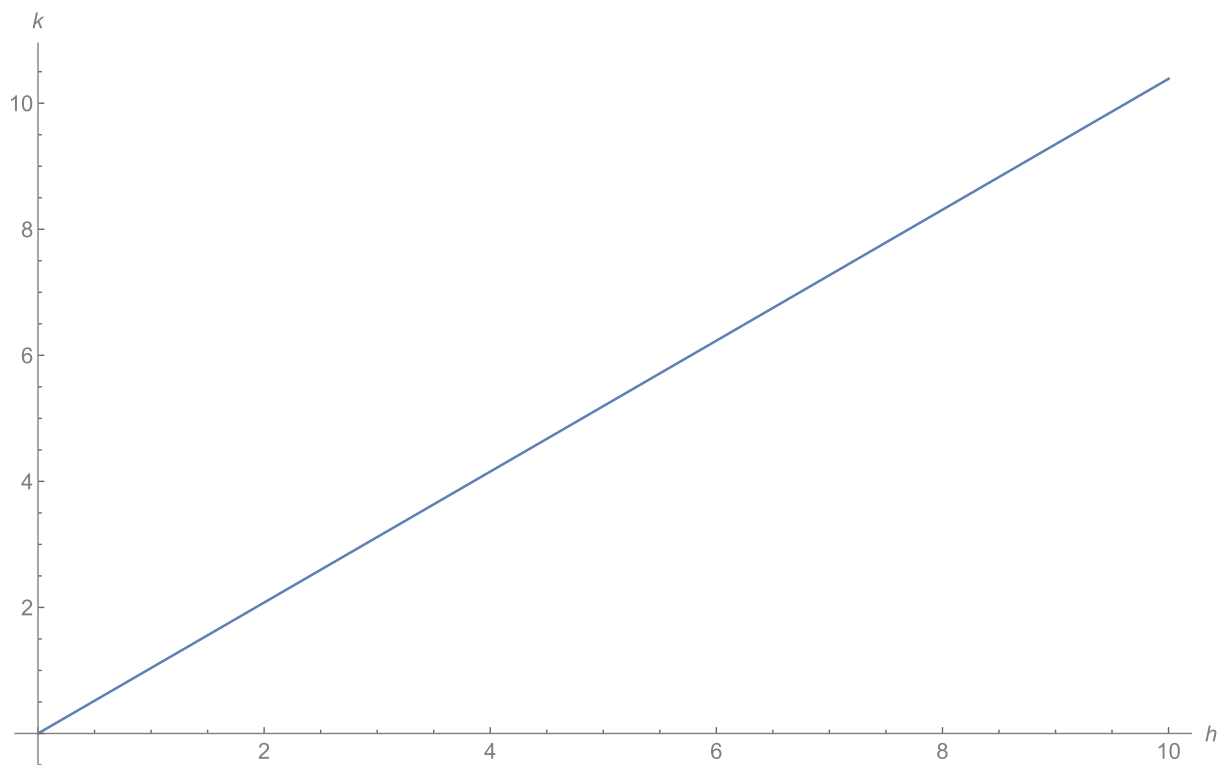


Рисунок 48 - Зависимость жесткости скобы от ширины сечения

Из построенных зависимостей рис. 44-48 видно, что увеличение длины упругого элемента уменьшает жесткость. Но, так же, видно для первого

участка имеется интервал значений, на котором жесткость меняется незначительно.

Увеличение значений параметров сечения увеличивает жесткость. В большей степени на жесткость влияет толщина сечения.

### 1.4.3. Проверка результатов в SolidWorks Simulation

Для проверки полученных результатов был использован модуль Simulation программы Solid Works. Данный модуль аналогично Ansys Workbench использует метод конечных элементов для расчетов.

Как пример для сравнения были взяты следующие параметры:  $b=1.5$  мм,  $h=8$  мм,  $l_1=10$  мм,  $l_3=15$  мм,  $R=10$  мм. Материал ленты - сталь. Для проведения расчетов в SolidWorks Simulation так же требуется задать значение силы. Примем  $F=10$  Н. Жесткость рассчитывалась по формуле (32).

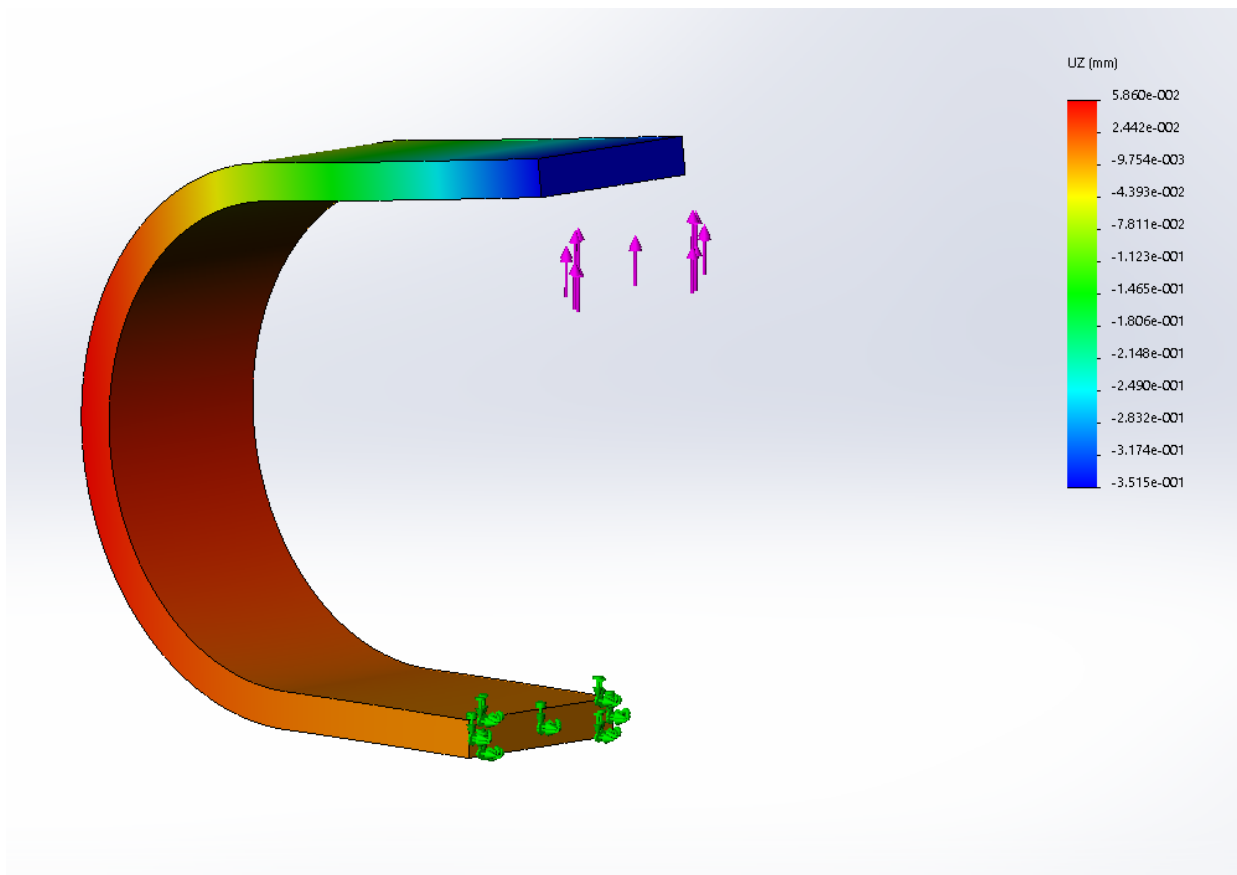


Рисунок 49 - Результат расчета в Solid Works Simulation

Рассчитаем жесткость:

$$k_{sw} = \frac{10}{0.3515} = 28,45 \frac{\text{Н}}{\text{мм}}.$$

$$k_{\text{расч}} = 28,05 \frac{\text{Н}}{\text{мм}}.$$

Как видно различие между полученными значениями не большое.  
Можно считать полученное выражение правильным.

## ГЛАВА 2. Проектирование приспособлений для гибки упругих элементов

### 2.1. Исходные данные

Требуется спроектировать оснастку для изготовления гибкой упругих элементов небольшого размера, разбираемых ранее в подразделе 1.4, а также похожих на них изделий (например хомутов). Примеры изделий представлены на рис. 50.

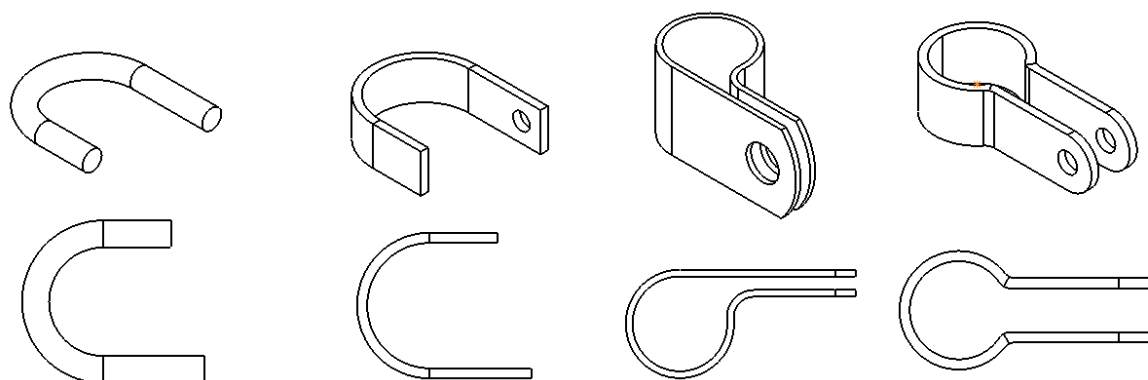


Рисунок 50 – Примеры изделий

Был выбран следующий способ изготовления. Инструмент имеет 2 части. Первая часть имеет размеры внутреннего радиуса и в процессе изготовления неподвижна. Вторая часть вращается вокруг центра первой части. По ходу своего движения вторая часть сгибает установленную между частями, закрепленную с одного конца заготовку. Схема изготовления для двух изделий показана на рис. 51. Пунктирными линиями обозначены некоторые промежуточные положения для подвижной части.

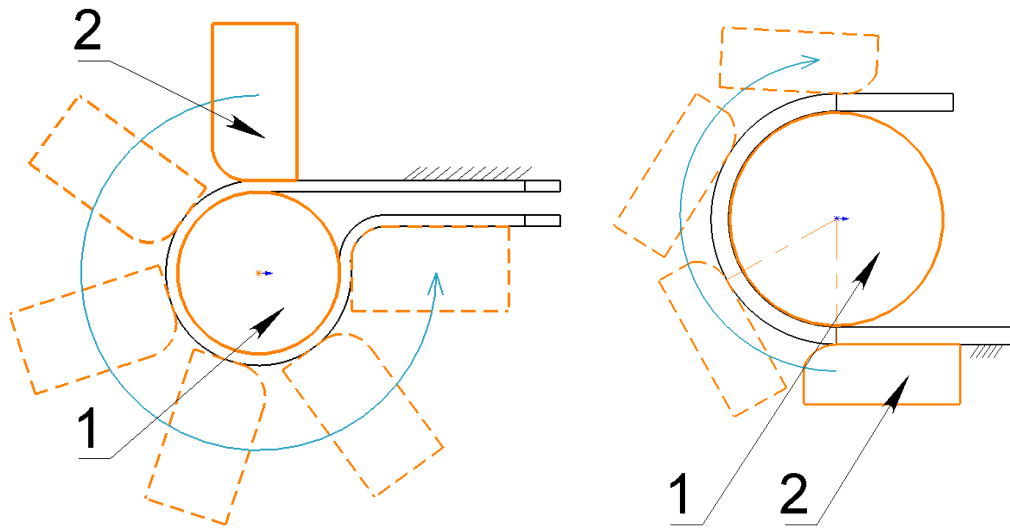


Рисунок 51 – Схема изготовления

За основу конструкции взят инструмент для гибки Blacksmith MB21-30 (рис. 52).

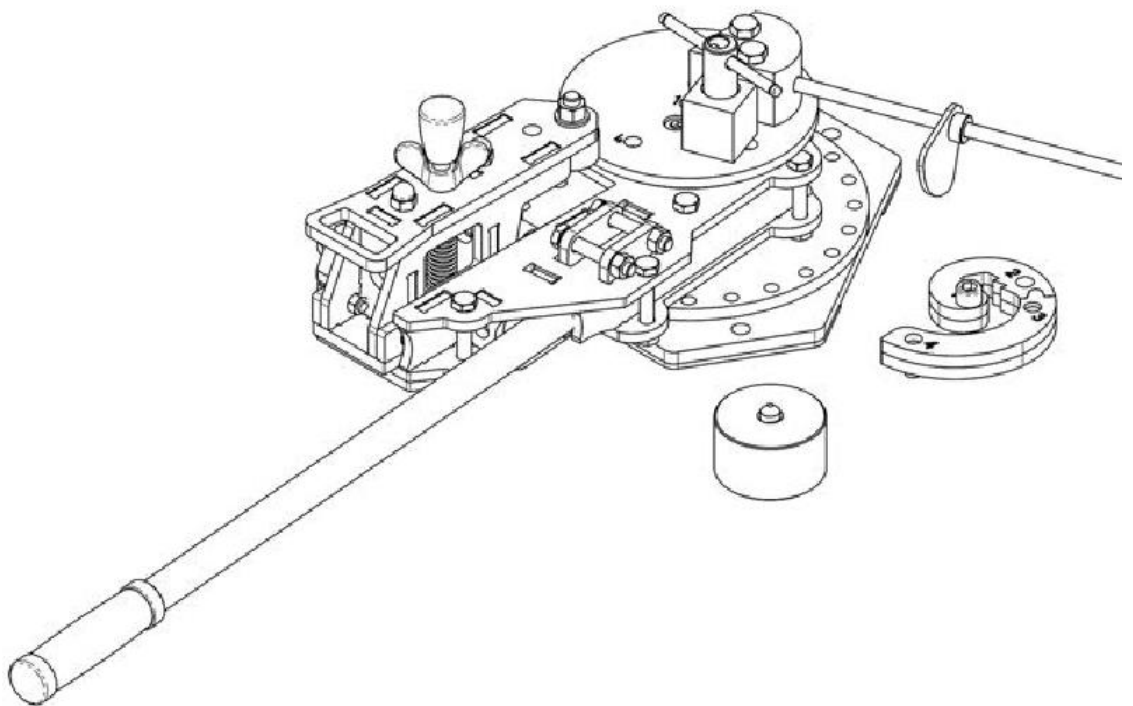


Рисунок 52 – Инструмент для гибки

## 2.2. Результат

Для изготовления указанных ранее деталей на указанном ранее оборудовании его требуется модернизировать. Для этого требовалось спроектировать стол, приспособление для базирования и крепления заготовки, регулируемый упор.

В ходе выполнения работы были сделаны 3-D модели и 3-D сборки в программе SolidWorks 2017. В дальнейшем эти модели будут использованы для разработки чертежей и изготовления некоторых деталей.

На рис. 53 представлена 3-D модель инструмента после модернизации. Элементы, которые не были затронуты, показаны упрощенно, а также покрашены в темно серый.

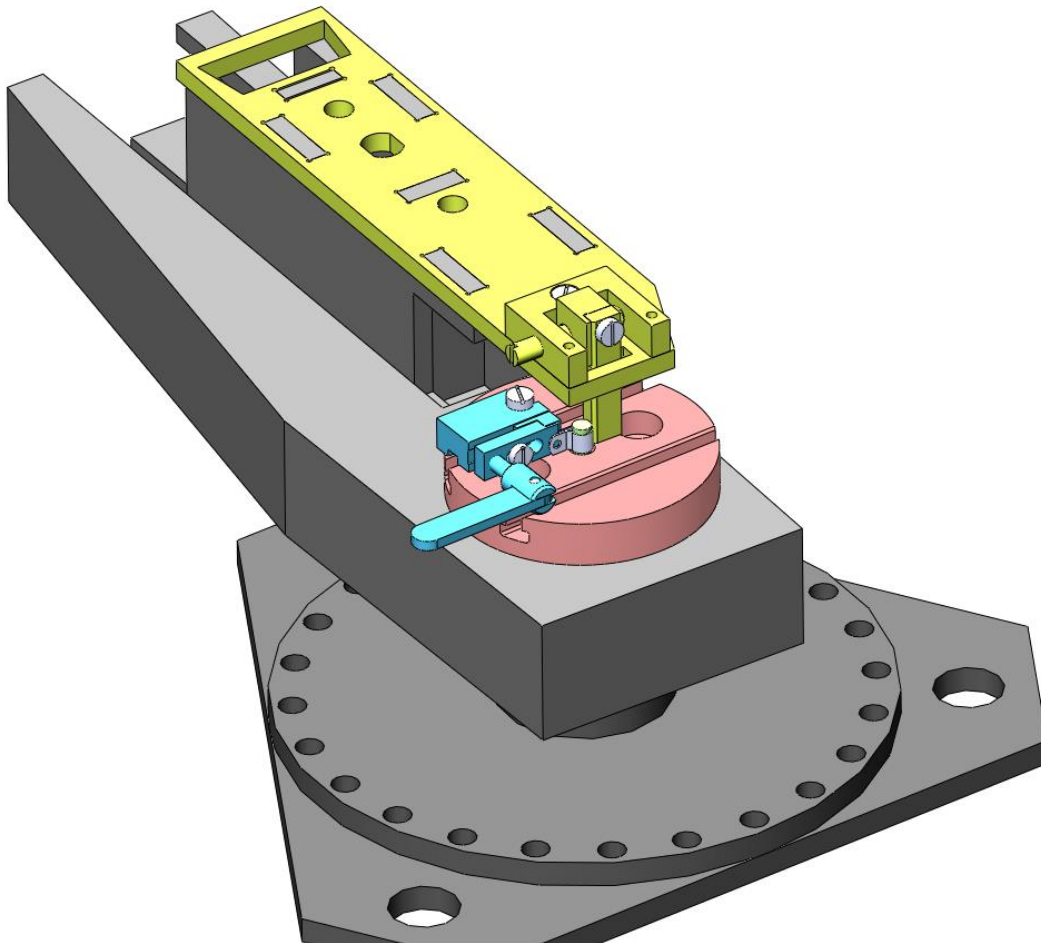


Рисунок 53 – Инструмент для гибки со спроектированными элементами (3-D модель)

### 2.2.1. Стол

Стол имеет круглую форму. На нем для установки приспособлений имеются 2 Т-образных паза. По центру имеется резьбовое отверстие для установки пальца, формирующего радиус (на рис. 54 стол показан с установленным пальцем).

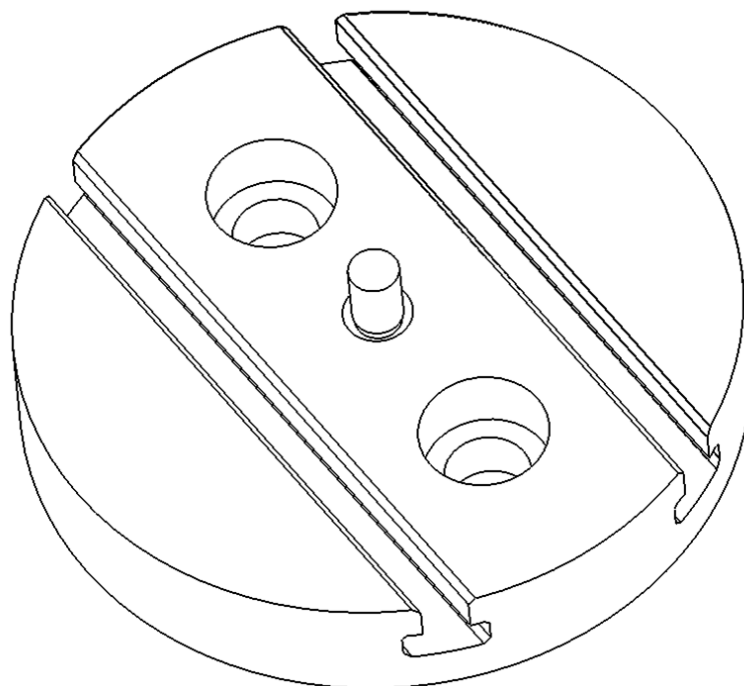


Рисунок 54 – Стол

### 2.2.2. Приспособление для базирования и закрепления заготовки

Приспособление для базирования и закрепления заготовки (рис. 55) ориентируется на столе шпонкой 8, закрепленной винтом 9 в пазу в нижней части ограничителя 7. Закрепление заготовки осуществляется подведением прихвата 4 в упор к штырю 6, после чего ручкой 1, закрепленной штифтом 2 на винте 3, поворачивают винт 3. Этот винт упирается концом в ограничитель 7 наклоняя прихват 4. Прихват 4 прикреплен к ограничителю 7 винтом 5.

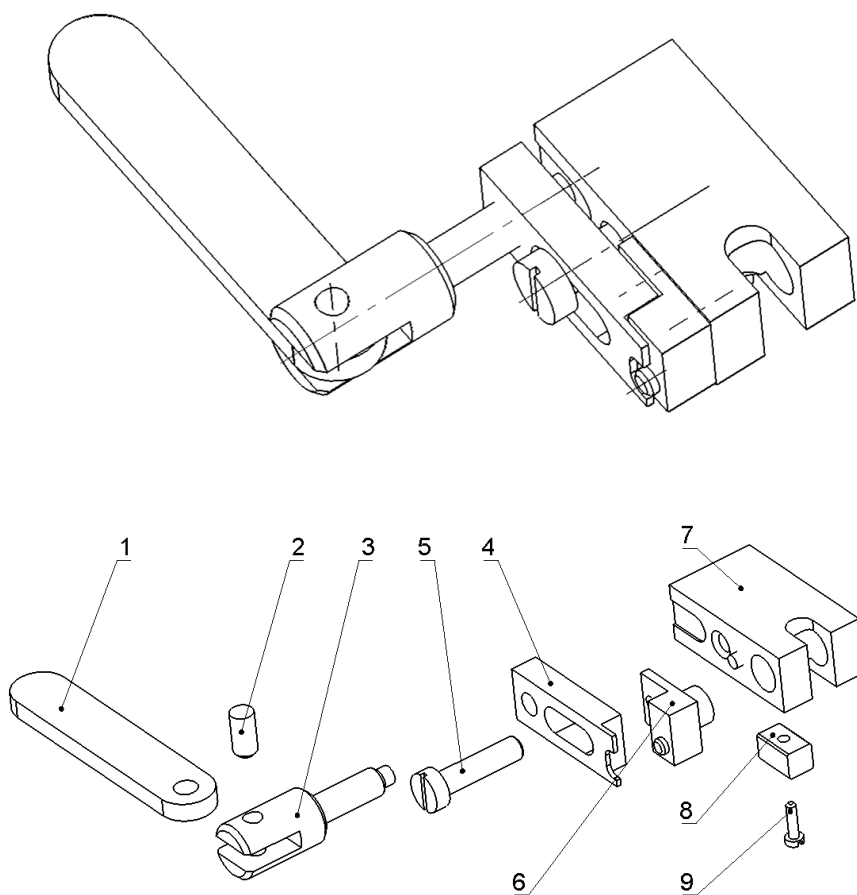


Рисунок 55 – Приспособление для базирования и закрепления заготовки

Закрепление приспособления на столе осуществляется при помощи сухаря 2 и винта 1 (рис. 56).

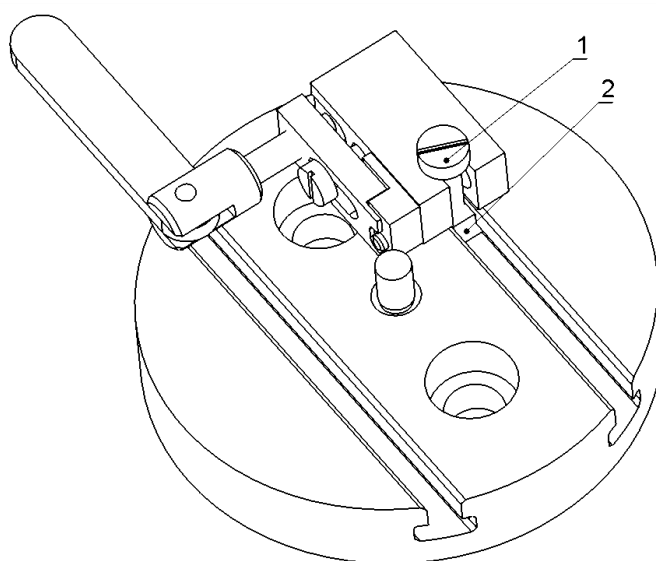


Рисунок 56 – Стол с приспособлением



### 2.2.3. Упор регулируемый

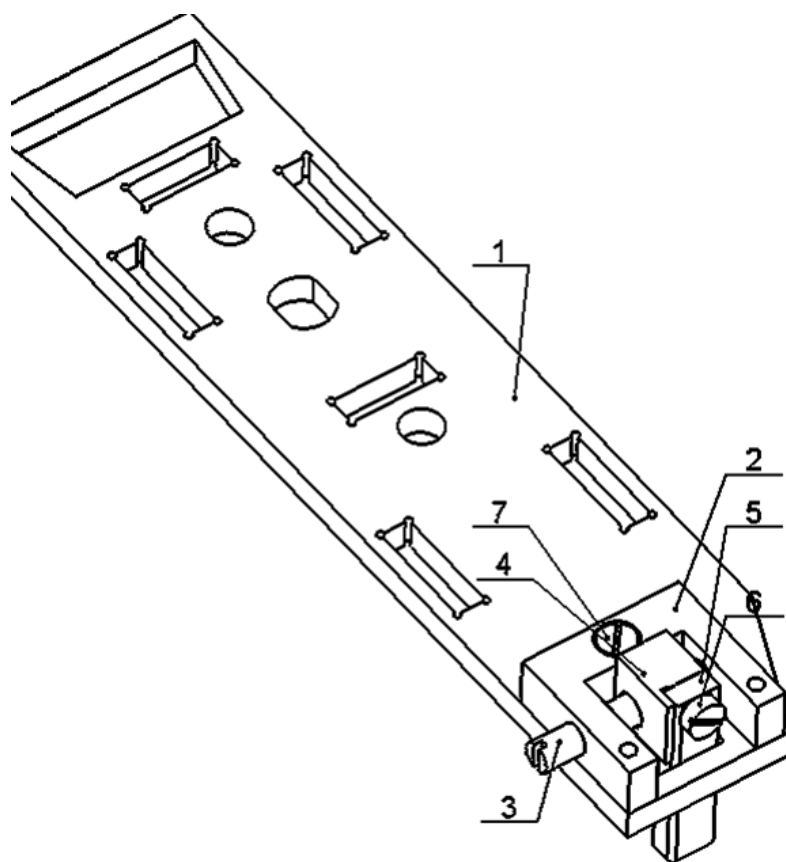


Рисунок 57 – Упор регулируемый

Упор (рис. 57) состоит из: пластины 1, с помощью которой он крепится к направляющей; опоры 2; винта 3; гайки 4, к которой крепится упор 5 при помощи винта 6; упора 5; винтов 6,7. Винтом 7 опора 2 крепится к пластине 1.

Положение упора регулируется с помощью передачи винт-гайка, в которой участвуют винт 3 и гайка 4.

## Заключение

Получены выражения для расчета жесткости для двух случаев нагружения цилиндрической пружины:

- Для первого случая нагружения (при верхнем свободном конце) цилиндрической пружины:  $K_2 = \frac{d^4 G \pi \sqrt{h^2 + D^2 \pi^2} E}{32 D^2 G h^2 n + 8 D^4 G n \pi^2 + 12 D^4 n \pi^2 E}$ ,  $K_3 = \frac{d^4 G}{12 D^3 n}$ ,

$$K_1 = \frac{d^4 G \pi^2 \sqrt{h^2 + D^2 \pi^2} E}{D^2 (-8(2Gh^2 + D^2 \pi^2 E) \sin[2n\pi] + \pi(4n(8Gh^2 + 2D^2 G \pi^2 + 3D^2 \pi^2 E) - D^2 \pi(2G - E) \sin[4n\pi])}$$

- Для второго случая нагружения (при условии запрещения поворота сечения верхнего конца):  $K_5 = \frac{d^4 \pi (2D^2 G \pi^2 + h^2 E)}{16 D^2 n (h^2 + D^2 \pi^2)^{3/2}}$ ,  $K_6 = \frac{d^4 G}{8 D^3 n}$ ,

$$K_4 = \frac{(d^4 \pi^3 (8Gh^4 n^2 E + 4D^4 G n^2 \pi^4 (2G + E) + 2D^2 h^2 (G^2 (-4 + 8n^2 \pi^2) + 2G(2 + n^2 \pi^2) E + (-1 + n^2 \pi^2) E^2) + 2D^2 h^2 (-2G + E)^2 \cos[2n\pi] - D^2 n \pi (2G - E) (2D^2 G \pi^2 + h^2 E) \sin[2n\pi]))}{(16 D^2 n (h^2 + D^2 \pi^2)^{3/2} (-4Gh^2 + 8Gh^2 n^2 \pi^2 + 4D^2 G n^2 \pi^4 - 2D^2 \pi^2 E + 2D^2 n^2 \pi^4 E + 2(2Gh^2 + D^2 \pi^2 E) \cos[2n\pi] - D^2 n \pi^3 (2G - E) \sin[2n\pi])}$$

Построены графики зависимостей жесткости от параметров для этих случаев. Для первого случая они представлены на рис. 5-8, для второго – на рис. 11-14. Из них видно, что с увеличением среднего диаметра, числа витков, шага пружины жесткость снижается. У зависимости жесткости от шага пружины данное снижение идет очень плавно. Это может говорить о меньшем влиянии данного параметра на жесткость по сравнению с остальными параметрами. Увеличение диаметра прутка ведет к увеличению жесткости.

Для первого случая во всех зависимостях кроме зависимости от числа витков видно, что  $K_3 > K_2 > K_1$ . Зависимость  $K_1$  от числа витков идет ступенчато. Во втором случае этот эффект не наблюдается.

Во втором случае  $K_4$  больше чем  $K_5$  и  $K_6$ .

Во втором случае жесткость пружины больше. Разность значений в первом случае может достигать больших значений, а во втором - мала, из чего можно сделать вывод, что для первого случая скорее всего не возможно использовать не сокращенную формулу, а во втором наоборот.

Так же в ходе решения было построено изменение пружины после нагружения. Из рис. 20 видно, что в первом случае, в отличие от второго, при нагружении пружина изгибается.

Из вышесказанного можно сделать вывод, что жесткость пружины на растяжение сжатие существенно зависит от нагружения и применение стандартного уравнения возможно только при втором способе.

Для рассматриваемых случаев был произведен расчет в Ansys Workbench. Жесткость пружины  $k_{AW} = 0,0532$  Н/мм для первого случая,  $k_{AW} = 0,0999$  Н/мм второго случая. Для первого случая отличие значений полученные в Ansys Workbench от полученных из аналитических выражений для  $K_1$  и  $K_2$  составляет 4,53%, для  $K_3$  – 23,40%. Как упоминалось ранее значения  $K_1$  и  $K_2$  отличаются от  $K_3$  значительно. Как ожидалось из построенных графиков выражение для  $K_3$  не верно. Для второго случая отличие значений полученные в Ansys Workbench от полученных из аналитических выражений для  $K_4$  и  $K_5$  составляет 4,06%, для  $K_6$  – 4,11%. На рис. 27. можно увидеть схожий изгиб, что и на рис. 9.

Были проведены эксперименты с пружинами произведенными 3-D печатью. Нагружались пружины аналогично двум рассмотренным случаям.

В ходе эксперимента, с нагружением как в первом случае, был замечен изгиб пружины, который наблюдался и в ходе аналитического расчета (рис. 9), и в расчете в Ansys Workbench (рис. 27). Результаты для первого случая представлены в табл. 1 и графиках рис. 38, 39. Из них видно, что зависимость жесткости от количества по форме похоже на зависимость из выражения  $K_1$  (21), но значения из расчетов отличаются существенно, в среднем на 20%, от полученных в эксперименте.

Причиной таких отличий в значениях могут быть дефекты формы сечения. Результаты после пересчета для другого сечения представлены в табл. 2. Из табл. 1 и 2 видно для пружин с числом витков больше 2 значения ближе к значениям  $K_3$ , а меньше – к значениям  $K_1$ .

Так же причиной отличий может являться отличие значений модуля Юнга и модуля сдвига в материале пружины от стандартных значений. Отличие может быть у прутка, из которого напечатаны пружины, а также может быть следствием способа изготовления. Данный вопрос требует дополнительных исследований.

В эксперименте для второго случая так же жесткость получилась меньше. Отклонение значения из эксперимента от полученного из аналитических выражений составляет 20,7%. Данное отклонение близко к отклонению для первого случая. Причины отклонений в обоих случаях вероятно одинаковые.

Так же в работе была рассмотрена жесткость для еще одной конструкции упругого элемента. Рассматриваемый элемент имеет форму скобы. Полученное выражение для него:

$$k = \frac{b^3 h E}{2(2l_1^3 - 6l_1^2 l_3 + 6l_1 l_3^2 + 2l_3^3 + 6l_3^2 \pi R + 24l_3 R^2 + 3\pi R^3)}$$

Из построенных зависимостей рис. 44-48 видно, что увеличение длины упругого элемента уменьшает жесткость. Но, так же, видно для первого участка имеется интервал значений, на котором жесткость меняется незначительно.

Увеличение значений параметров сечения увеличивает жесткость. В большей степени на жесткость влияет толщина сечения.

Для проверки расчет был сделан в SolidWorks Simulation. Отклонение составило 1,42%.

Был спроектирован ряд приспособлений для изготовления ряда изделий на инструменте для гибки Blacksmith MB21-30. Спроектированная оснастка включает стол, приспособление для базирования и крепления заготовки, регулируемый упор. В ходе выполнения работы были сделаны 3-D модели и 3-D сборки в программе SolidWorks 2017. В дальнейшем эти модели будут использованы для разработки чертежей и изготовления некоторых деталей.

## Список использованной литературы

1. Анурьев В.И. Справочник конструктора машиностроителя в 3т. Т.1 – 8-е изд., перераб. и доп. Под ред И.Н. Жестковой. – М.: Машиностроение, 2001.920 –с.
2. Анурьев В.И. Справочник конструктора машиностроителя В 3т. Т. 3 – 8-е изд., перераб. и доп. Под ред. И.Н. Жестковой. – М.: Машиностроение. 2001 –864с
3. ГОСТ 13765-86 Пружины винтовые цилиндрические сжатия и растяжения из стали круглого сечения. Обозначение параметров, методика определения размеров.
4. Жилин П.А. Прикладная механика. Теория тонких упругих стержней: Учеб. Пособие – СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2007-100с.
5. Патент US20210121322A1 Eye dropper grip with mirror URL <https://patents.google.com/patent/US20210121322A1/en> - (дата обращения: 04.04.2022)
6. Патент US5056347A Hand-held bending tool for conduits and rods URL <https://patents.google.com/patent/US5056347A/en> - (дата обращения: 04.04.2022)
7. Патент US8939438B2 Plastic spring and method and apparatus for making the same URL <https://patents.google.com/patent/US8939438B2/en> - (дата обращения: 04.04.2022)
8. Проектирование установочно-зажимных приспособлений: учеб. пособие/ Э.Л. Жуков, И.И. Козарь, С.А. Любомудров. – СПб: Изд-во Политехн.ун-та, 2013. – 205 с.
9. Решетов Д.Н. Детали машин: Учебник для студентов машиностроительных и механических специальностей вузов – 4-у изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение. 1989 –496с.

10. Станочные приспособления: Справочник в 2-х т. Т1/ под ред. Б.Н. Вардашкина, А.А. Шатилова – М.: Машиностроение, 1984. – 592 с.
11. Станочные приспособления: Справочник в 2-х т. Т2/ под ред. Б.Н. Вардашкина, А.А. Шатилова – М.: Машиностроение, 1984. – 592 с.
12. Ahmed A.A., Susmel L. Additively Manufactured PLA under static loading: strength/cracking behaviour vs. deposition angle// Procedia Structural Integrity - 2017- V. 3 – P. 498-507
13. Ahmed W.; Siraj S.; Al-Marzouqi A.H. Comprehensive Characterization of Polymeric Composites Reinforced with Silica Microparticles Using Leftover Materials of Fused Filament Fabrication 3D Printing// Polymers -2021 – 13, 2423.
14. Auras R., Lim L-T., Selke S. E. M., Tsuji H. POLY(LACTIC ACID) Synthesis, Structures, Properties, Processing, and Applications// Wiley Series on Polymer Engineering and Technology – 2010 – P.528
15. Farah S., Anderson D.G., Langer R. Physical and mechanical properties of PLA, and their functions in widespread applications – A comprehensive review // Advanced Drug Delivery Reviews – 2016 – V. 107 – P. 367-392
16. Hikmat M., Sarkawt R., Yassin M. A. Investigation of tensile property-based Taguchi method of PLA parts fabricated by FDM 3D printing technology//Results in Engineering – 2021 – V. 11, 100264
17. Liu G., Zhang X., Chen X., He Y., Cheng L., Huo M, ets. Additive manufacturing of structural materials //Materials Science and Engineering: R: Reports – 2021 – V. 145, 100596
18. Nidhin D., Jyoti P.D., Ajay K.P.V., Smita M, Ananthakumar R, Sanjay K N. Comprehensive review on various additive manufacturing techniques and its implementation in electronic devices// Journal of Manufacturing Systems. – 2022 – V. 62 – P. 477-502
19. Popescu D., Zapciu A., Amza C., Baciu F., Marinescu R. FDM process parameters influence over the mechanical properties of polymer specimens: A review// Polymer Testing – 2018 – V. 69 – P. 157-166.

- 20.Safae S., Matthew Schock, Erina B. Joyee, Yayue Pan, Roland K. Chen. Field-assisted additive manufacturing of polymeric composites//Additive Manufacturing – 2022 – V. 51,102642
- 21.Saleh M. A. E., Ragab A. E. Ti-6Al-4V Helical Spring Manufacturing via SLM: Effect of Geometry on Shear Modulus // Proceedings of the International MultiConference of Engineers and Computer Scientists – 2013 – V. II – P. 950-953
- 22.Tian X., Tengfei Liu, Chuncheng Yang, Qingrui Wang, Dichen Li,Interface and performance of 3D printed continuous carbon fiber reinforced PLA composites,Composites Part A: //Applied Science and Manufacturing – 2016 – V. 88 – P. 198-205
- 23.Tymrak B.M., Kreiger M., Pearce J.M. Mechanical properties of components fabricated with open-source 3-D printers under realistic environmental conditions // Materials & Design – 2014 – V. 58 – P. 242-246
- 24.Wittbrodt B., Pearce J.M. The effects of PLA color on material properties of 3-D printed components// Additive Manufacturing – 2015 – V. 8 – P. 110-116