

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
Физико-механический институт

Высшая школа теоретической механики и математической физики

Работа допущена к защите

Директор ВШТМиМФ,

д.ф.-м.н., чл.-корр. РАН

_____ А. М. Кривцов

«__» _____ 2023 г.

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА БАКАЛАВРА

**Математическое моделирование процессов изменения свойств
высоковязких нефтей при воздействии СВЧ-излучения**

по направлению подготовки

01.03.03 «Механика и математическое моделирование»

Направленность

01.03.03_03 Математическое моделирование процессов нефтегазодобычи

Выполнил

Студент гр. 5030103/90301

Е. А. Алексеенко

Руководитель

Доцент ВШТМ и МФ, ФизМех, к.т.н.

И. В. Курта

Санкт-Петербург

2023

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ

УНИВЕРСИТЕТ ПЕТРА ВЕЛИКОГО

Физико-механический институт

Высшая школа теоретической механики и математической физики

УТВЕРЖДАЮ

Директор ВШТМиМФ

А. М. Кривцов

«__»_____20__г.

ЗАДАНИЕ

на выполнение выпускной квалификационной работы

студенту Алексеенко Егору Андреевичу, гр. 5030103/90301

1. Тема работы: Математическое моделирование процессов изменения свойств высоковязких нефтей при воздействии СВЧ-излучения.
2. Срок сдачи студентом законченной работы: 05.06.2023
3. Исходные данные по работе: справочная литература, актуальные научные публикации по теме работы, промысловые данные.
4. Содержание работы (перечень подлежащих разработке вопросов): Постановка задачи квалификационной работы. Описание и построение модели в прикладном пакете. Получение решения. Анализ результатов.
5. Перечень графического материала (с указанием обязательных чертежей): не предусмотрено.
6. Консультанты по работе: отсутствуют.
7. Дата выдачи задания: 27.02.2023

Руководитель ВКР: _____ И. В. Курта – Доцент ВШТМиМФ, к.т.н.

Задание принял к исполнению: 27.02.2023

Студент: _____ Е. А. Алексеенко

РЕФЕРАТ

На 50с., 28 рисунков, 5 таблиц

МИКРОВОЛНОВОЙ НАГРЕВ, ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ, COMSOL MULTIPHYSICS, ВЫСОКОВЯЗКАЯ НЕФТЬ, ЛАМИНАРНОЕ ТЕЧЕНИЕ

Тема выпускной квалификационной работы: «Математическое моделирование процессов изменения свойств высоковязких нефтей при воздействии СВЧ-излучения».

Данная работа посвящена моделированию воздействия СВЧ-излучения на установившееся течение высоковязкой нефти в трубе круглого сечения. Моделирование проводится в двух постановках с учётом гравитационного воздействия и без него. Для моделирования свойств нефти были взяты промышленные данные с Ярегского месторождения. В ходе исследования решаются следующие задачи:

1. Проанализировать основные характеристики течения, такие как распределение скорости и потоковые характеристики.
2. На основе полученных течений исследовать поля температур и вязкости внутри трубы.
3. Провести сравнительные исследования для двух моделей - с учетом поля сил тяжести, и без него.

По итогу анализа результатов, полученных для обеих моделей, было получено, что поля вязкости в обеих постановках схожи между собой, однако в полях температур и скорости наблюдались различия. Главным образом в модели, учитывающей гравитационное воздействие, появляется конвекция в течении в результате этого течение принимает более сложный вид.

ABSTRACT

50 p., 28 figures, 5 tables

MICROWAVE HEATING, NUMERICAL MODELING, COMSOL MULTIPHYSICS, HIGH-VISCOSITY OIL, LAMINAR FLOW

Subject of graduate qualification work: "Mathematical modelling of processes of changing properties of high-viscosity oils under the impact of microwave radiation".

This work is devoted to modeling the impact of microwave radiation on the steady flow of high-viscosity oil in a pipe of circular cross-section. The simulation is carried out in two statements with and without gravitational influence. Field data from the Yaregskoye field were taken to simulate oil properties. During the study the following tasks are solved:

1. Analyze the basic characteristics of the flow, such as velocity distribution and flow characteristics.
2. Based on the obtained flows to investigate the temperature and viscosity fields inside the pipe.
3. Conduct comparative studies for two models - with and without considering the field of gravity forces.

Analysis of the results obtained for both models shows that the viscosity fields in both formulations are similar, but differences were observed in the fields of temperatures and velocity. Mainly in the model with gravitational influence, it appears convection in the flow, as a result, the flow takes a more complex form.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	5
ГЛАВА 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ:	7
ГЛАВА 2. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МОДЕЛЬ	12
2.1 Построение модели	12
2.2 Основные уравнения.....	17
2.3 Начальные и граничные условия.....	19
2.3.1 Начальные и граничные условия для модуля «Laminar flow»	19
2.3.2. Начальные и граничные условия для модуля «Heat Transfer in Solids and Fluids»	20
2.3.3 Начальные и граничные условия для модуля «Electromagnetic Waves, Frequency Domain»	21
2.4 Алгоритм расчёта	23
ГЛАВА 3. РЕЗУЛЬТАТЫ РАССЧЁТОВ	26
3.1 Результаты упрощенной модели	26
3.2 Результаты усложненной модели	31
3.3 Сравнение результатов двух моделей.....	36
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	43
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	44

ВВЕДЕНИЕ

Обеспеченность государства топливными ресурсами определяет национальную энергобезопасность и способствует развитию экономики любого государства. В течение последних десятилетий общемировое потребление энергии неуклонно растёт, это обуславливается технологическим развитием, увеличением числа производств, а также скорым ростом населения. Основным сырьем для генерации энергии является нефть.

В виду истощения запасов нефти малой и средней вязкости, возникает проблема привлечения углеводородов иного типа в цепочки энергетического комплекса. В мировой практике имело место множество различных видов топлива, начиная от природного газа, в сжиженном или ином виде, заканчивая различного рода биотопливами и так далее. Однако утвержденная стратегия энергобезопасности страны [15] и большие запасы высоковязких нефтей (по оценкам в 5–6 раз превышающие запасы извлекаемых традиционных нефтей) побуждают вовлекать в разработку подобные месторождения.

Работа с высоковязкими нефтями (ВВН) сопровождается множеством трудностей как при извлечении из пласта, так и при транспортировке. На данный момент общемировая практика показала, что наиболее эффективными технологиями для работы с ВВН являются термические методы. В случае с добычей это закачка пара или иной способ нагревания пласта, а в случае транспортировки это предварительный нагрев. Традиционное оборудование для работы с ВВН имеет низкую энергоэффективность и надежность, в связи с чем растет стоимость добычи и транспортировки такой нефти.

Одним из перспективных технологических направлений может стать использование термических методов, в основе которых лежит подвод энергии с помощью электромагнитных полей [9, 13]. Нагрев с применением микроволнового излучения имеет принципиальные отличия от традиционных методов передачи (конвекции или теплопроводности). Традиционные методы

обеспечивают нагрев по поверхности контакта с веществом, в результате чего наибольшая температура достигается на границе материала, что потенциально увеличивает потери, связанные с теплообменом со средой.

В случае же микроволнового нагрева энергия распределяется по объёму, вне зависимости от его теплопроводности. Помимо этого, интенсивность нагрева зависит от диэлектрической проницаемости и диэлектрических потерь вещества, таким образом имеет место селективный нагрев. Можно подобрать определённую частоту для получения максимального эффекта.

Исследования в области воздействия СВЧ излучения на высоковязкую нефть ведутся уже многие годы [7, 10, 11], большинство из них представляют собой эксперименты на различных установках. Однако, эксперимент не всегда возможно провести из соображений стоимости или сложности самого процесса, помимо этого, в случае эксперимента данные будут ограничены прямыми и косвенными измерениями. В связи с этим создание моделей может стать хорошей альтернативой проведению экспериментов. Примеров в этом направлении не так много [8, 12]. Моделирование позволяет исследовать воздействие СВЧ излучения на высоковязкую нефть в более широком диапазоне условий и более точно контролировать параметры, что в свою очередь уменьшает стоимость исследований и повышает точность результатов.

ГЛАВА 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ:

В исследовании рассматривается стационарное ламинарное течение высоковязкой нефти в трубе круглого сечения [14], половина боковой поверхности которой является коаксиальным излучателем, а другая непроницаема для микроволнового излучения.

Упрощенная схема задачи представлена на (рис. 1.1):

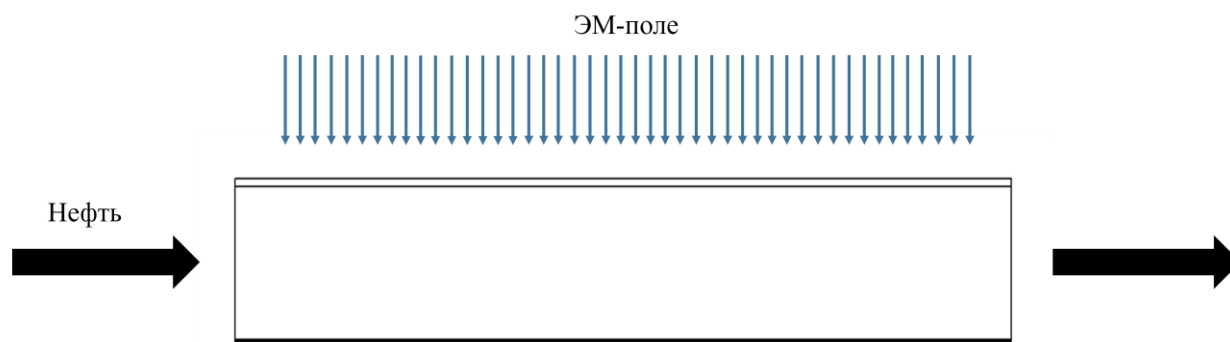


Рисунок 1.1 Постановка задачи

Выбор установившегося течения обусловлен необходимостью изучения долгосрочных эффектов, которые могут проявиться после воздействия СВЧ-излучения при постоянной частоте. Предполагается, что с течением времени параметры высоковязких нефтей будут изменяться и принимать новые значения в результате действия микроволнового нагрева. Исследование подобного течения позволит более полно охарактеризовать эти изменения и выявить основные факторы, влияющие на то, как меняются свойства нефти.

В работе предлагается рассмотреть установившееся течение внутри трубы круглого сечения с целью проведения исследования на простейшей геометрии. Такой выбор обусловлен тем, что установившееся течение в круглой трубе является одним из наиболее изученных и хорошо понятных течений. Это позволяет получить первичное представление о физических процессах, происходящих в системе, и оценить основные характеристики изменения параметров высоковязких нефтей под воздействием СВЧ-излучения. Помимо

этого, круглая форма трубы упрощает моделирование и расчёт течения, что является важным шагом для начала исследования данной проблемы.

Для изучения процессов воздействия СВЧ-излучения на высоковязкие нефти, будет проведено исследование в двух различных постановках. Это позволит сравнить результаты и оценить влияние различных факторов на изменение свойств нефтей.

Первая постановка задачи включает учет приближения Буссинеска и гравитационных эффектов. В этой модели учитывается влияние вязкости и гравитации на течение высоковязких нефтей под действием СВЧ-излучения. Приближение Буссинеска позволяет учесть эффекты, связанные с изменением вязкости нефтей в зависимости от температуры и других факторов. Учет гравитации, в свою очередь, позволяет учесть влияние вертикального направления и градиента плотности на течение внутри трубы. Такая сложная постановка задачи предоставляет более реалистичную модель процессов изменения свойств высоковязких нефтей под воздействием СВЧ-излучения.

Вторая постановка задачи представляет собой упрощенную модель без учета сил гравитации. В этой модели мы пренебрегаем гравитационными воздействиями на течение. Такой подход используется для получения более простой и легко интерпретируемой модели, которая может быть использована для получения первичного представления о влиянии СВЧ-излучения на параметры высоковязких нефтей.

Таким образом, две постановки задачи предоставляют разные уровни сложности и детализации моделирования процессов изменения свойств высоковязких нефтей под воздействием под действием электромагнитного излучения.

Целью данной работы является проведение комплексного анализа процессов изменения свойств высоковязких нефтей под воздействием СВЧ-

излучения. В рамках работы планируется выполнить следующие этапы исследования:

1. Анализ полученных течений: В результате построения и расчёта модели, будет получено установившееся течение высоковязкой нефти внутри круглой трубы. Будут проанализированы основные характеристики течения, такие как распределение скорости и потоковые характеристики. Этот анализ позволит получить информацию о поведении нефти в условиях воздействия микроволнового излучения, в двух разных постановках.
2. Анализ полей температур и вязкости: На основе полученных течений, будут исследованы поля температур и вязкости внутри трубы. Будут проанализированы изменения температурного поля и его влияние на вязкость нефти. Этот анализ позволит понять, как СВЧ-излучение влияет на тепловые процессы и изменение вязкости внутри трубы.
3. Сравнение результатов для двух моделей: Будут проведены сравнительные исследования для двух моделей - с учетом поля сил тяжести, и без него. Путем сопоставления полученных результатов будут проанализированы различия в поведении нефти и изменении её свойств в результате микроволнового нагрева. Это позволит оценить влияние различных факторов на процессы изменения её свойств и определить наиболее релевантную модель для данного исследования.

Для моделирования воздействия СВЧ-излучения на высоковязкие нефти были использованы показатели, взятые с Ярегского месторождения [6], включающие плотность, теплоемкость, теплопроводность, относительную диэлектрическую проницаемость, относительную магнитную проницаемость и диэлектрические потери, представленные в таблице 1.1. Такие данные

позволяют учесть основные свойства и поведение высоковязких нефтей при воздействии СВЧ-излучения.

Таблица 1.1

Параметры нефти

Плотность	933.2 Кг/м ³
Теплопроводность	2090 Дж/(кг*К)
Теплоемкость	0.2 Вт/(м*К)
Относительная диэлектрическая проницаемость	2.1
Относительная магнитная проницаемость	2
Диэлектрические потери	0.31

Также были предоставлены данные о зависимости вязкости нефтей от температуры (рис. 1.2), что является важным фактором для моделирования процессов изменения свойств нефтей под воздействием микроволнового нагрева. Эта зависимость позволяет учесть изменения вязкости нефтей в зависимости от теплового воздействия внутри трубы.

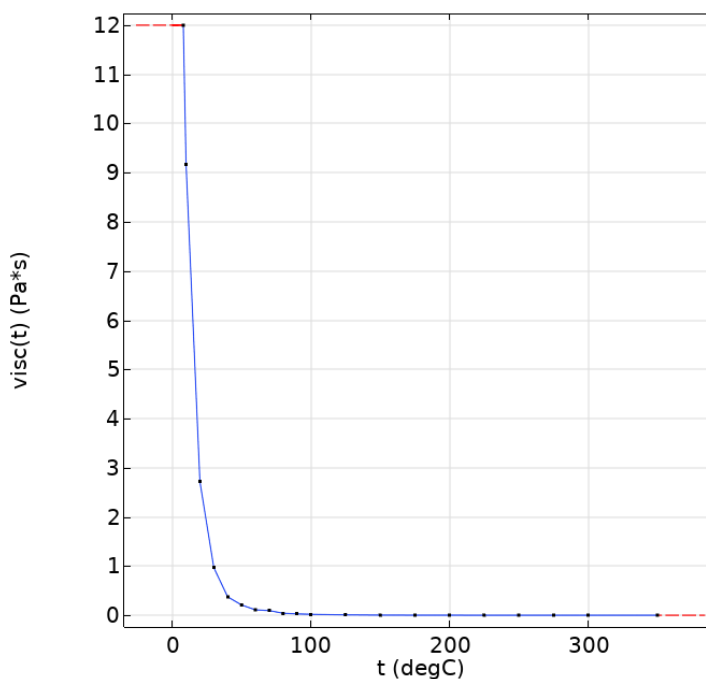


Рисунок 1.2 Зависимость вязкости от температуры

Кроме того, были предоставлены параметры излучателя, включающие мощность и частоту, отображенные в таблице 1.2. В промышленности и в научных исследованиях используют частоты 915 МГц и 2450 МГц, установленные Федеральной комиссией по связи. В свою очередь, из этих двух наиболее широкое распространение получила частота 2450 МГц, на ней работает большинство промышленных установок, в том числе и бытовые микроволновые печи. Мощность соответствует излучателю средней мощности, что говорит о широком распространении установок подобного вида в типичных рабочих условиях.

Таблица 1.2

Параметры микроволнового излучателя

Мощность	5 кВт
Частота	2450 МГц

Учет этих параметров и данных позволяет создать более реалистичную модель и получить представление о изменении свойств высоковязких нефтей под воздействием СВЧ-излучения. Такой подход позволяет более точно оценить влияние различных факторов и параметров на процессы изменения нефтей и применить результаты исследования в практических ситуациях в нефтяной промышленности.

ГЛАВА 2. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МОДЕЛЬ

2.1 Построение модели

Глава "Построение модели" посвящена описанию процесса создания численной модели с использованием пакета COMSOL Multiphysics.

COMSOL Multiphysics — это мощная инженерная платформа для моделирования и симуляции физических явлений в различных областях науки и инженерии. Она позволяет интегрировать различные физические процессы, такие как теплоперенос, электродинамика, механика, акустика и др., в одной модели, что делает ее полезным инструментом для анализа мультифизических задач.

С использованием COMSOL Multiphysics возможно создавать сложные модели, задавать граничные условия, определять взаимодействие между различными физическими явлениями и получать детальные результаты, отображающие влияние одного процесса на другой. Это позволяет проводить комплексный анализ и оптимизацию систем, учитывая все необходимые физические аспекты.

COMSOL Multiphysics широко применяется во многих отраслях, таких как электроника, машиностроение, энергетика, медицина, аэрокосмическая промышленность и другие. Он позволяет исследователям и инженерам проводить виртуальные эксперименты, моделировать и оптимизировать различные физические явления и процессы, сокращая тем самым время и затраты, связанные с проведением реальных испытаний и экспериментов.

В данной задаче рассматривается участок круглой трубы, представляющий собой простую геометрию (рис 2.1.1). Длина этого участка составляет один метр. Внутренний диаметр трубы составляет 15 сантиметров, а внешний диаметр - 17 сантиметров. Геометрия была построена с помощью встроенных в COMSOL инструментов [m].



Рис 2.1.1 Модель трубы

Выбор такой простой геометрии обусловлен несколькими факторами. Во-первых, круглая форма трубы обеспечивает равномерное распределение потока внутри системы, что упрощает анализ течения и взаимодействия с СВЧ-излучением. Во-вторых, ограниченный размер участка трубы позволяет сосредоточиться на изучении локальных особенностей течения и изменений физических свойств нефти.

Для построения сетки (рис. 2.1.2) в модели был использован подход, основанный на нескольких принципах [1]. В первую очередь, максимальный размер элемента в сетке был выбран в соответствии с критерием Найквиста [2] (2.1.1). Этот критерий позволяет обеспечить сходимость решения для электромагнитных явлений, учитывая частоту СВЧ-излучения, используемую в модели.

$$S_{\max} < \frac{c}{2f * \sqrt{\epsilon' * \mu'}} \quad (2.1.1)$$

Где c – скорость света, f – частота излучения, а ϵ' и μ' - диэлектрическая и магнитная проницаемость вещества, соответственно. При данных параметрах нефти максимальный размер элемента равен 0.0298 м. Таким образом, выбор максимального размера элемента основан на необходимости достаточной дискретизации пространства для точного учета электромагнитных процессов.

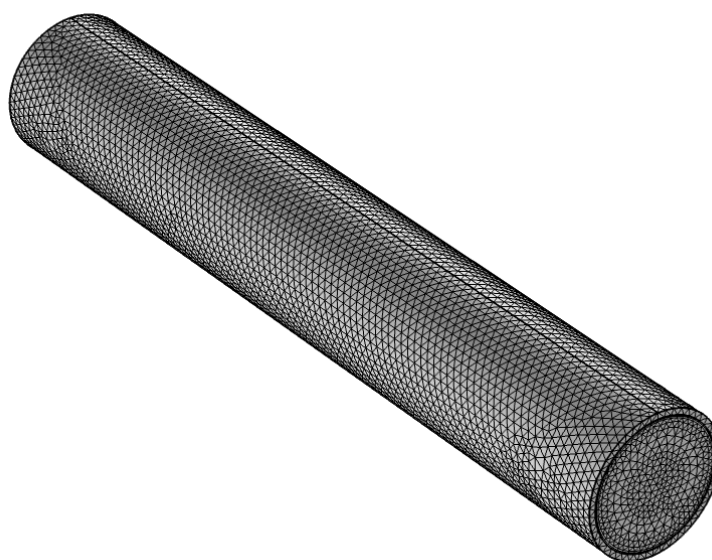


Рис 2.1.2 Расчётная сетка

Кроме того, в модели было учтено сгущение сетки около стенок, отраженное на рисунке 2.1.3. Это имеет важное значение при расчете ламинарного потока. Сгущение сетки в районе стенок трубы позволяет более точно моделировать градиенты скорости и другие параметры потока вблизи боковых поверхностей. Это особенно важно при анализе явлений, связанных с переходными зонами и границами течения.

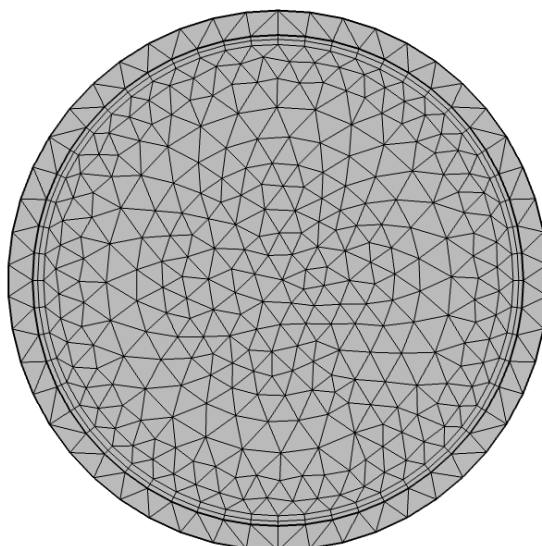


Рис 2.2.3 Сетка в поперечном сечении

Таким образом, использование определенных принципов при построении сетки позволяет учесть особенности СВЧ-моделирования и ламинарного течения, обеспечивая более точные и достоверные результаты для исследуемой задачи.

Далее подключаются физические модули, так как микроволновой нагрев высоковязких нефтей сочетает в себе течение жидкости, теплоперенос и нагрев посредством электромагнитного поля, подключаются следующие модули:

1. Модуль "Теплоперенос в твердых телах и жидкостях" (Heat Transfer in Solids and Fluids) в пакете COMSOL Multiphysics предоставляет возможность моделирования и анализа процессов теплообмена в различных средах. Он включает моделирование теплопроводности, которое позволяет учитывать передачу тепла через твердые материалы. Также модуль учитывает конвекцию, то есть передачу тепла через движение жидкости или газа.

Модуль позволяет моделировать теплообмен через границы между различными средами, такие как теплообмен между твердым телом и окружающей средой. Он также учитывает излучение, которое играет важную роль в процессе теплообмена.

Кроме того, этот модуль предоставляет возможность учета гидродинамики и движения жидкости, что позволяет рассматривать процессы теплообмена в потоках. Он также предоставляет гибкую настройку граничных условий и параметров теплообмена для достижения более точных результатов.

2. Модуль "Laminar flow" в COMSOL Multiphysics предназначен для детального моделирования ламинарных потоков жидкостей. Он основан на уравнениях Навье-Стокса, которые описывают движение жидкости без учета турбулентности.

С помощью этого модуля можно задать граничные условия, определить физические свойства жидкости (например, в случае этой задачи вязкость).

3. Модуль "Electromagnetic waves, frequency domain" в COMSOL Multiphysics предоставляет возможность моделирования и анализа электромагнитных полей в частотной области. Он используется для исследования поведения электромагнитных волн, их распространения, резонансных явлений и взаимодействия с материалами.

С помощью этого модуля можно рассчитать и визуализировать распределение электрического и магнитного полей, а также определить плотность энергии в электромагнитной системе. Модуль позволяет анализировать электромагнитные параметры, такие как амплитуда, фаза, поляризация, и изучать их взаимодействие с окружающей средой и материалами.

Помимо этого, для связи этих модулей используется два мультифизических интерфейса:

"Nonisothermal Flow": "Nonisothermal Flow" в COMSOL Multiphysics позволяет моделировать течение с учетом теплопередачи и изменения

температуры. Он предназначен для анализа тепловых процессов в жидкостях и газах, учитывая влияние теплового потока, конвекции и теплообмена. С помощью этого интерфейса можно исследовать распределение температуры и поле скорости внутри системы, а также определить тепловые потери, тепловой обмен и распределение теплового потока. Моделирование неизотермического течения позволяет анализировать взаимодействие между тепловыми и гидродинамическими явлениями, такими как конвекция и течение жидкости.

Мультифизический интерфейс "Electromagnetic Heating" в программе Comsol Multiphysics предоставляет инструменты для моделирования и анализа процессов, связанных с электромагнитным нагревом материалов. Этот интерфейс позволяет учитывать взаимодействие электромагнитных полей с материалами и рассчитывать их распределение и нагрев внутри системы. С помощью него можно исследовать различные аспекты электромагнитного нагрева, включая влияние геометрии, свойств материалов, интенсивности поля и других факторов на распределение температуры и потери энергии.

2.2 Основные уравнения

Для моделирования микроволнового нагрева установившегося течения высоковязкой нефти в трубе необходимо учесть три физических явления: электромагнитное излучение, течение жидкости и теплоперенос.

Уравнения Максвелла [3] описывают электромагнитное излучение, их решение позволяет определить распределение электромагнитного поля в среде.

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu'} \nabla \times \underline{E} \right) - \frac{\omega^2}{c} (\epsilon' - i\epsilon'') \underline{E} = 0 \quad (2.2.1)$$

Где \underline{E} – напряженность электрического поля, ϵ' относительная диэлектрическая проницаемость материала, ϵ'' диэлектрические потери вещества, ω – угловая частота волны ($\omega = 2\pi f$, где f – частота излучения), μ' – магнитная проницаемость вещества и c – скорость света в вакууме.

На основании напряженности электрического поля, полученного из решения уравнения (2.2.1), могут быть рассчитаны объемные мощности микроволнового излучения по следующей формуле:

$$Q = 2\pi\epsilon_0\epsilon''f|\underline{E}|^2 \quad (2.2.2)$$

Где ϵ_0 – диэлектрическая постоянная.

Полученные в уравнении (2.2.2) объемные мощности используются в уравнении баланса энергии (2.2.3):

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \underline{v} \nabla T = \frac{k}{\rho C_p} \nabla^2 T + \frac{Q}{\rho C_p} \quad (2.2.3)$$

Где ρ – плотность, C_p – теплоемкость нефти, k – теплопроводность, T – температура, \underline{v} – вектор скорости и Q , как уже описывалось ранее, объемные мощности микроволнового излучения.

Для расчёта профилей скорости в разогретой жидкости используется уравнение Навье-Стокса (2.2.4)[4] и условие несжимаемой жидкости (2.2.5):

$$\rho * \frac{\partial \underline{v}}{\partial t} = -\nabla P + \mu \nabla^2 \underline{v} + \rho \underline{g} \quad (2.2.4)$$

$$\nabla * \underline{v} = 0 \quad (2.2.5)$$

Где ∇P сила давления, действующая на единичный объем, \underline{g} ускорение свободного падения и μ – вязкость нефти.

В постановке, с приближением Буссинеска плотность является функцией температуры, подчиняющаяся следующему выражению (2.2.6):

$$\rho(T) = \rho(1 - \beta\theta) \quad (2.2.6)$$

Где β – коэффициент объемного расширения, в этой задаче его значение взято $5 * 10^{-6} \frac{1}{K}$, а θ – отклонение от температуры равновесного состояния, равное $\theta = T - T_0$, где $T_0 = 293 \text{ } ^\circ C$.

В таком случае уравнение Навье-Стокса (2.2.4), примет вид:

$$\rho * \frac{\partial \underline{v}}{\partial t} = -\nabla P + \mu \nabla^2 \underline{v} + \rho(1 - \beta\theta)\underline{g} \quad (2.2.7)$$

Подобный набор уравнений и выражений позволяет описать все физические явления, необходимые для моделирования процесса микроволнового нагрева. Теперь для решения задачи необходимо задать начальные и граничные условия.

2.3 Начальные и граничные условия

Для расчёта задачи необходимо задать начальные и граничные условия для каждого физического интерфейса в соответствии с постановкой.

2.3.1 Начальные и граничные условия для модуля «Laminar flow»

Для расчёта течения необходимо задать граничные условия на стенках и входных и выходных отверстиях трубы, а также начальное значение скорости для нефти в трубе, в соответствии с постановкой задачи.

В начальный момент считается, что вся нефть в трубе покоится.

$$\underline{v}|_{t=0} = 0 \quad (2.3.1.1)$$

На внутренних стенках трубы применяется условие прилипания (рис. 2.3.1.1). Это означает, что скорость потока прилегающей к стенке жидкости равна нулю. Данное условие моделирует отсутствие проскальзывания жидкости по стенкам трубы. Что может быть записано как:

$$\underline{v}|_w = 0 \quad (2.3.1.2)$$

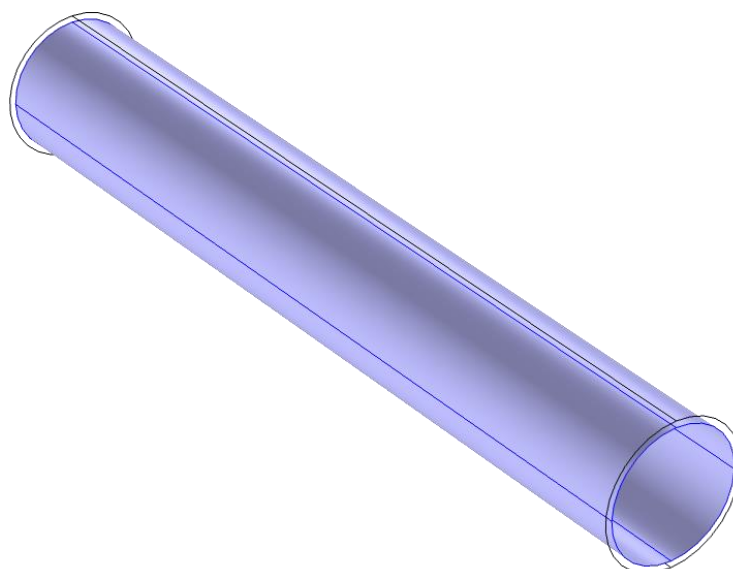


Рисунок 2.3.1.1 Условие прилипания на стенках

Далее задается условие на входе в трубу. Следуя постановке задачи, в трубу подается объем равный двум литрам в минуту при данных геометрических размерах трубы, это значит, что в трубу поступает нефть со скоростью 0.00236 м\с , по нормали к торцевой поверхности.

$$\underline{v}|_{in} = -v_{in} * \underline{n} \quad (2.3.1.3)$$

На выходе задано нулевое значение давления, то есть нефть свободно вытекает из трубы.

$$\Delta p = 0 \quad (2.3.1.4)$$

Данный набор начальных и граничных условий позволяет рассчитать течение нефти внутри трубы круглого сечения.

2.3.2. Начальные и граничные условия для модуля «Heat Transfer in Solids and Fluids»

Так же, как и для предыдущего модуля необходимо задать начальные и граничные условия в соответствии с постановкой задачи.

В начальный момент времени температура была одинакова в системе и равнялась $T_0 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$. Таким образом:

$$T|_{t=0} = T_0 \quad (2.3.2.1)$$

На внешней границе трубы задан конвективный тепловой поток:

$$q_0 = h(T_{ext} - T) \quad (2.3.2.2)$$

Где h - коэффициент теплопереноса, равный $h = 5 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{°C}}$, T_{ext} - температура среды, равная начальной T_0 .

На входе задается граничное условие «inflow»:

$$-\underline{n} * \underline{q} = \rho \Delta H \underline{u} * \underline{n} \quad (2.3.2.3)$$

$$\Delta H = \int_{T_0}^T C_p dT \quad (2.3.2.4)$$

Оно характеризует тепловой поток (2.3.2.3), поступающий в систему и записанный через энтальпию (2.3.2.4), его важно задавать, так как без учёта входного потока может пострадать сходимость задачи, а также точность результатов моделирования.

На выходе из трубы также необходимо задать условие выхода из трубы «outflow», это условие похоже на предыдущее (2.3.2.3) и необходимо для учёта вытекающей жидкости из трубы и тепла, которое вместе с ней выходит:

$$-\underline{n} * \underline{q} = 0 \quad (2.3.2.5)$$

В совокупности эти начальные и граничные условия позволяют рассчитать теплоперенос внутри системы.

2.3.3 Начальные и граничные условия для модуля «Electromagnetic Waves, Frequency Domain»

Для правильного расчёта электромагнитного поля необходимо задать начальные и граничные условия в соответствии с постановкой задачи.

В первую очередь, начальные условия, считается, что в начальный момент времени электромагнитное поле отсутствует, поэтому:

$$\underline{E}|_{t=0} = 0 \quad (2.3.3.1)$$

Далее граничные условия:

В модуле Electromagnetic Waves (Электромагнитные волны) в COMSOL Multiphysics, порт (port) (рис. 2.3.3.1) используется для определения и задания входных или выходных граничных условий в электромагнитных задачах. Порт представляет собой точку или область, через которую происходит взаимодействие электромагнитных полей с внешней средой или другими структурами системы.

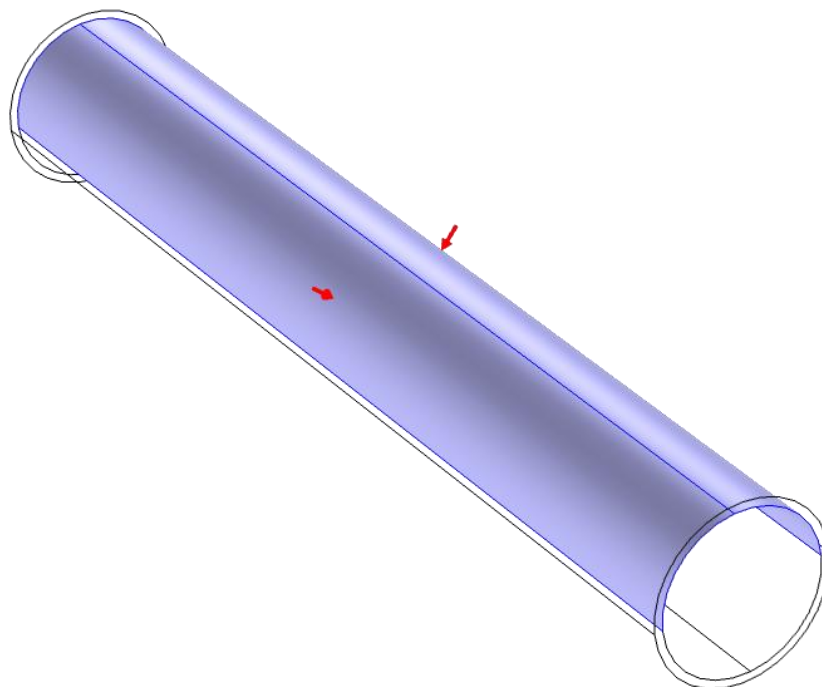


Рисунок. 2.3.3.1 Граничное условие «port»

В соответствии с постановкой задачи тип порта выбран коаксиальный, количество энергии, подающееся в систему - 5000 КВт.

На другую половину боковой поверхности наложено граничное условие «impedance boundary condition», оно используется в случаях, когда, известно, что глубина проникновения излучения крайне мала. Таким образом отпадает необходимость моделирования среды за границей трубы.

Данный набор граничных условий позволяет задать распределение электромагнитного поля внутри трубы круглого сечения.

2.4 Алгоритм расчёта

Теперь, когда граничные и начальные условия заданы, можно перейти непосредственно к алгоритму расчёта (рис 2.4.1):



Рисунок 2.4.1 Алгоритм расчёта

Сначала рассчитывается электромагнитное поле внутри системы на основе заданных граничных условий (2.3.3.1, 2.3.3.2) и физических свойств нефти. Это включает решение уравнений Максвелла (2.2.1) для определения распределения электрического и магнитного поля.

Далее, на основе рассчитанного электромагнитного поля определяются объемные мощности, которые представляют собой количество энергии, выделяемой в единице объема в результате взаимодействия электромагнитного поля с веществом. Эти объемные мощности учитываются в уравнении теплопроводности.

Решение уравнений Навье-Стокса и теплопереноса: После расчета электромагнитного поля и объемных мощностей приступают к решению

уравнений Навье-Стокса и теплопереноса. Уравнения Навье-Стокса описывают течение жидкости и определяют распределение скорости потока и давления. Уравнение теплопереноса учитывает перенос тепла внутри системы и определяет распределение температуры. Оба этих уравнения считаются в связке.

Такая схема взята в виду того, что диэлектрические характеристики материала не зависят от температуры, помимо этого в течении отсутствуют заряженные частицы, влияющие на течение. Также обратное влияние течения на электромагнитное поле не учитывается.

В данной работе использовалось несколько решателей:

GMRES (Generalized Minimal Residual) — это итерационный метод для решения систем линейных уравнений, особенно полезный для больших и разреженных матриц. Он строит последовательность приближений, приближаясь к точному решению постепенно. GMRES обладает гибкостью и может использоваться для разных типов систем. Он ортогонализирует векторы и строит матрицу, которая описывает зависимость между ними. Затем он решает задачу оптимизации для получения наилучшего решения. Алгоритм повторяется до достижения требуемой точности.

PARDISO (Parallel Direct Sparse Solver) — это параллельный прямой разреженный решатель, который используется для эффективного решения систем линейных уравнений с разреженными матрицами. PARDISO использует метод прямого разложения (LU-разложение) для решения системы и обладает высокой производительностью на многопроцессорных системах. Он автоматически распараллеливает вычисления и оптимизирует использование памяти для достижения высокой эффективности. PARDISO поддерживает различные типы матриц и может быть использован для решения широкого спектра задач в науке и инженерии.

В упрощенной модели для расчёта электромагнитного поля и течения жидкости использовался GMRES, в свою очередь для расчёта температур использовался PARDISO.

В усложненной модели, в виду учёта гравитации расчёт поля температур прямым методом неактуален, поэтому для всех задач использовался GMRES.

ГЛАВА 3. РЕЗУЛЬТАТЫ РАССЧЁТОВ

3.1 Результаты упрощенной модели

Так как основную сложность при работе с высоковязкой нефтью вызывает её вязкость, то в первую очередь обратим внимание на распределение значений вдоль оси трубы (рис. 3.1.1).

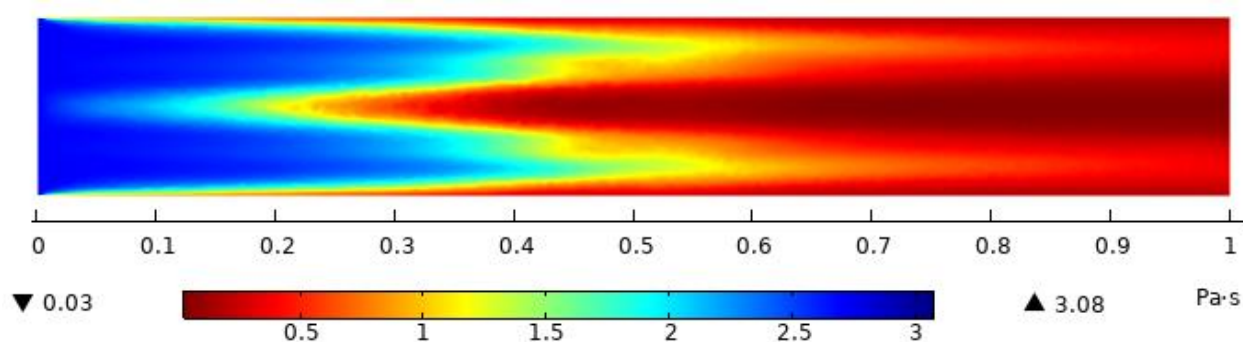


Рисунок 3.1.1 Поле вязкости в плоскости уз

Из поля вязкости (рис. 3.1.1) видно, что наименьшие значения вязкости достигаются вдоль оси трубы ($0.03 \text{ Па} \cdot \text{с}$), причем область пониженной вязкости расширяется по ходу течения. Это может быть объяснено тем, что вязкость зависит от температуры, а нагрев происходит благодаря электромагнитному полю, которое имеет наибольшую интенсивность вдоль оси трубы.

Наибольшая вязкость ($3.08 \text{ Па} \cdot \text{с}$) наблюдается в начале канала, это может быть обусловлено, тем что в начале течения нефть ещё не успевает нагреться и наблюдается неустановившееся течение.

Помимо этого, вдоль стенок имеется слой пониженной вязкости (от $1 \text{ Па} \cdot \text{с}$ и ниже), объяснением этому явлению может стать, то, что на стенках выполняется условие прилипания, помимо этого, нужно учесть нагрев самих стенок, а также слоев нефти, прилегающих к ним, соответственно там нефть движется с меньшей скоростью, а значит дольше подвергается микроволновому нагреву.

Для подтверждения или опровержения этих утверждений предлагается рассмотреть остальные поля.

Так как вязкость в данной постановке является функцией температуры, то рассмотрим именно её.

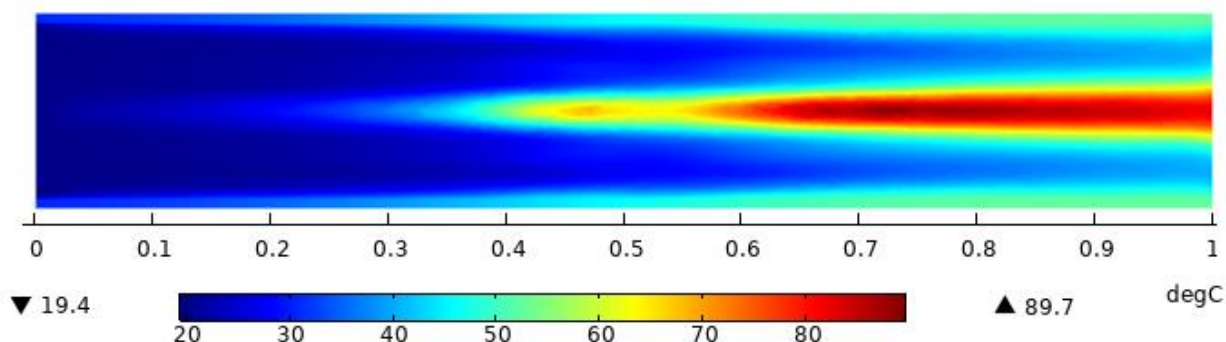


Рисунок 3.1.2 Поле температуры в плоскости ux

Из поля температуры (рис. 3.1.2) видно, что наибольшие значения температуры (89.7 °C) достигаются преимущественно вдоль оси трубы, причем по ходу течения температура нефти растёт. Также имеется повышенная температура вдоль стенок трубы, в диапазоне от 40 градусов цельсия и выше.

В дополнение рассмотрим распределение температуры в плоскости uy :

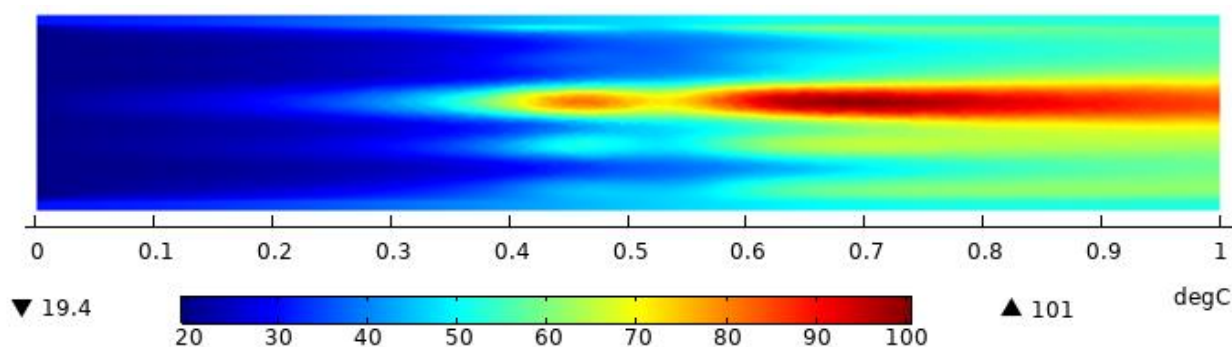


Рисунок 3.1.3 Поле температуры в плоскости uy

Видно, что картина распределения температуры (рис. 3.1.3) похожа на распределение в перпендикулярной плоскости, область максимальной температуры параллельна оси трубы, однако смещена относительно нее.

Преимущественно наиболее разогретая область находится во второй половине трубы, что говорит о том, что нагрев нефти происходит по ходу течения в трубе.

Так как основным источником тепла в данной задаче является электромагнитное поле, то имеет смысл рассмотреть его распределение вдоль сечения трубы.

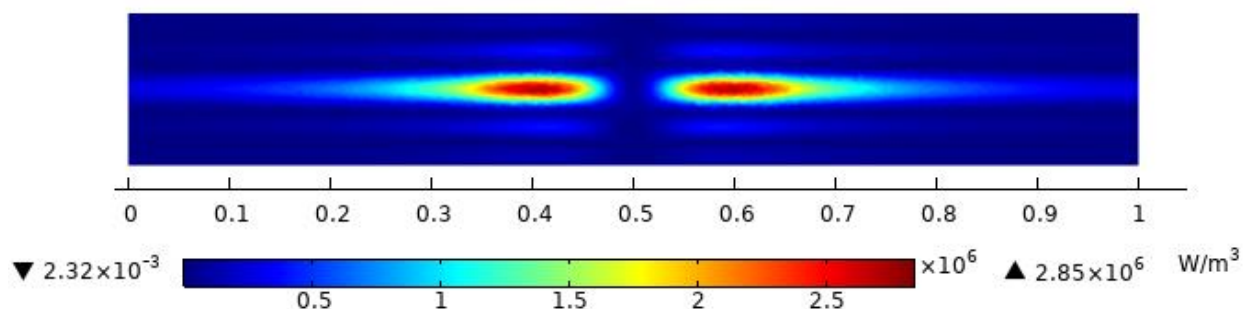


Рисунок 3.1.4 Распределение объемных мощностей в плоскости уз

Видно, что наибольшую интенсивность ($2.85 * 10^6 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^3}$) микроволновой нагрев имеет вдоль оси трубы, и максимальные области расположены симметрично относительно центра трубы, что и объясняет наличие наиболее разогретых участков нефти вдоль оси трубы.

Однако влияние на распределение тепла имеет не только электромагнитное излучение, но и характер течения, для этого предлагается рассмотреть распределение значений скорости.

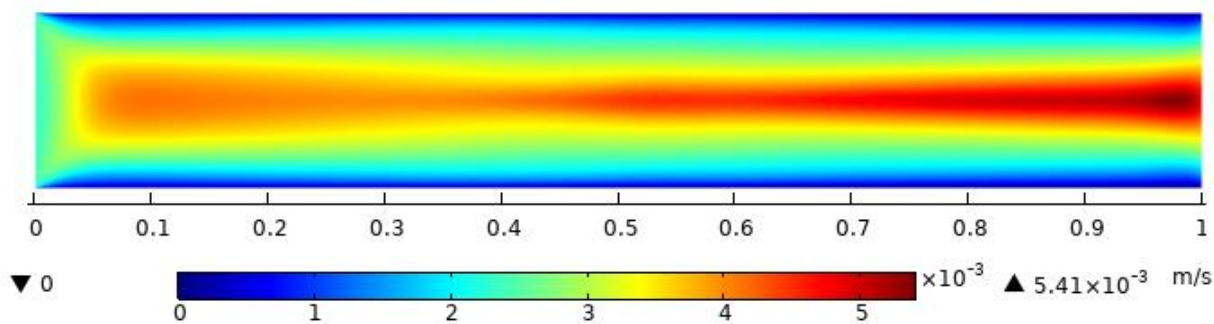


Рисунок 3.1.5 Поле скорости в плоскости уз

Из рисунка 3.1.5 видно, что минимальные значения скоростей, включая нулевые, достигаются вдоль стенок трубы, что соответствует условию прилипания. Модуль скорости растет по мере движения от стенок трубы к её центру, однако здесь отсутствует участок установившегося течения, как в модельной задаче о течении вязкой жидкости в трубе круглого сечения. Профиль скорости меняется на протяжении всего течения.

Из-за того, что вдоль стенок нефть движется с меньшей скоростью, она дольше подвергается микроволновому нагреву, это может объяснять наличие разогретых, а значит и менее вязких, участков вдоль стенок трубы.

Наиболее разогретые участки трубы находятся во второй половине трубы предлагается рассмотреть линии тока в поперечных сечениях при $y = \{0.5, 0.75, 0.9\}$

Помимо этого, во второй половине трубы наблюдается рост модуля скорости, также область высоких скоростей сужается относительно начала канала.

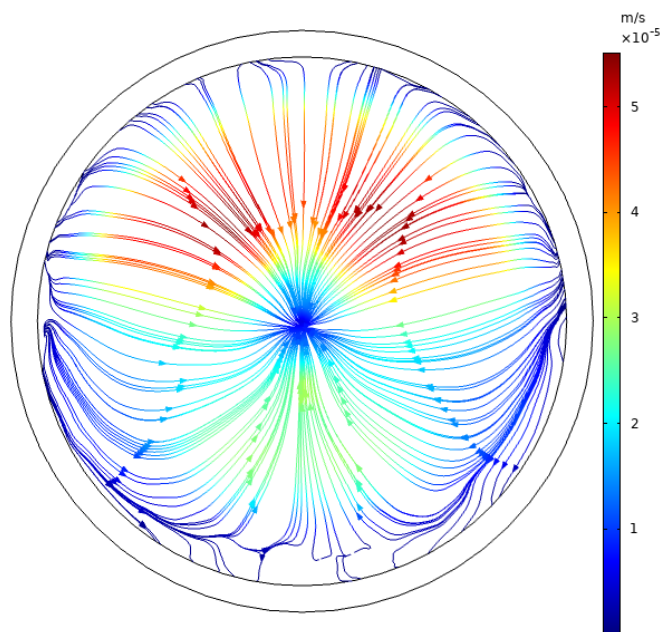


Рисунок 3.1.6 Линии тока в плоскости xz , на удалении в 0.5м от начала трубы

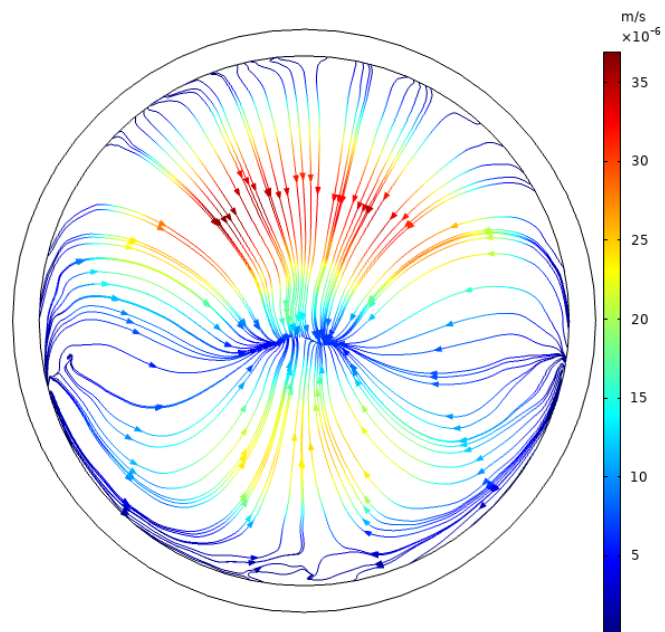


Рисунок 3.1.7 Линии тока в плоскости xz , на удалении в 0.75м от начала трубы

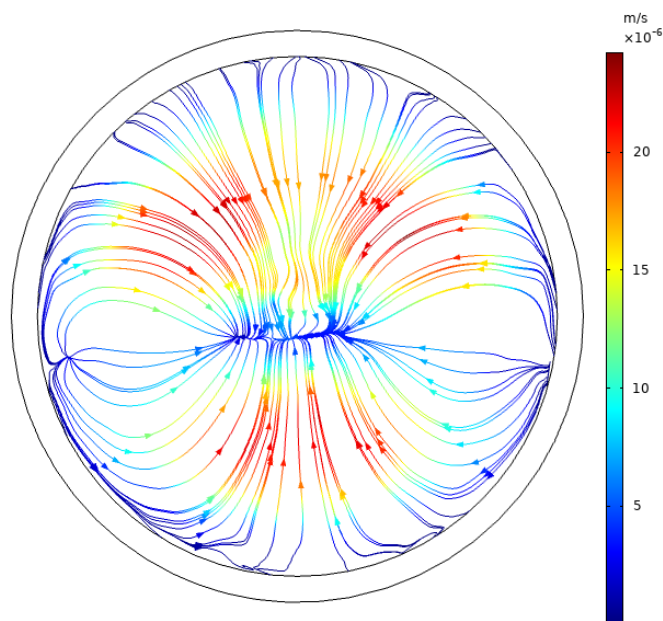


Рисунок 3.1.8 Линии тока в плоскости xz , на удалении в 0.9м от начала трубы

На рисунках 3.1.6–3.1.8 представлены линии тока в поперечных сечениях, на легенде отложен модуль скорости в плоскости сечения, то есть $\sqrt{v_x^2 + v_z^2}$.

Линии тока направлены от стенок трубы к центру, причем модуль скорости по мере приближения к центру растет, в свою очередь максимальные значения по мере движения вдоль канала падают $5 \cdot 10^{-5}$, $3.5 \cdot 10^{-5}$, $2.4 \cdot 10^{-5}$ м\с, в соответствии с порядком рисунков.

3.2 Результаты усложненной модели

Аналогично предыдущей модели анализ результатов имеет смысл начать именно с поля вязкости, так как именно она вызывает сложности при работе с высоковязкими нефтями.

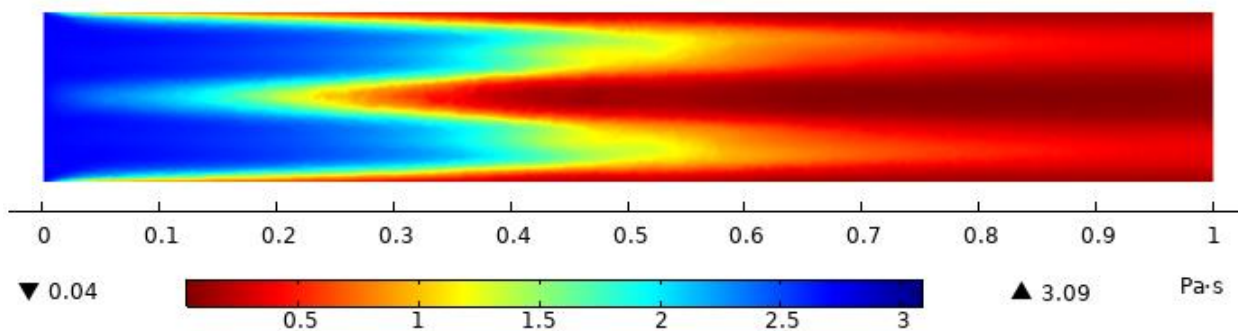


Рисунок 3.2.1 Поле вязкости в плоскости yz

Распределение значений вязкости (рис 3.2.1) похоже на распределение для упрощенной модели, максимальные и минимальные значения - $3.09 \text{ Па} \cdot \text{с}$ и $0.04 \text{ Па} \cdot \text{с}$, соответственно, что почти не отличается от значений для прошлой модели. Область наименьшей вязкости располагается на оси трубы, постепенно расширяясь по ходу канала.

Помимо этого, имеются участки пониженной вязкости вдоль стенок трубы, это может быть вызвано условием прилипания и наличием вязкости. Так как вдоль стенок трубы течение замедленно относительно центра трубы, а значит нефть подвергается более длительному нагреву.

Так как в данной постановке вязкость зависит только от температуры, рассмотрим её распределение вдоль трубы:

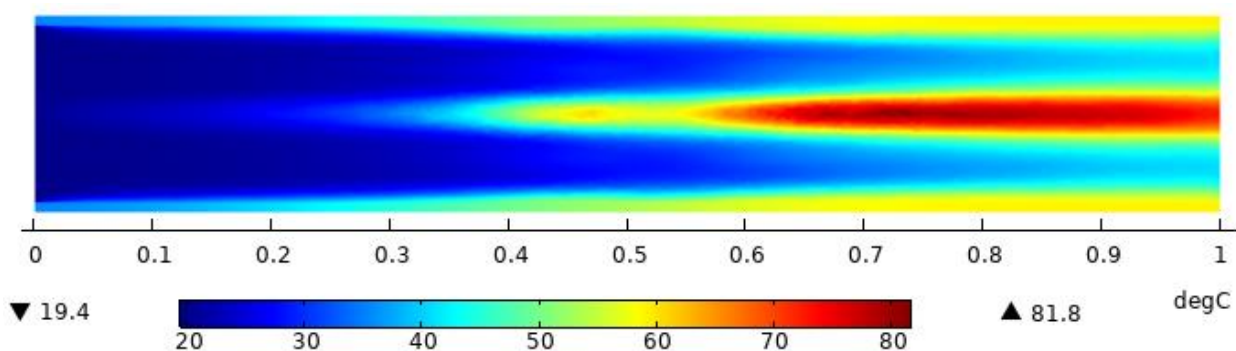


Рисунок 3.2.2 Поле температуры в плоскости уз.

В данном поле температур (рис. 3.2.2) значения температур располагаются в диапазоне от 19.4°C до 81.8°C . Наиболее разогретая область расположена на оси канала, что может быть связано с распределением электромагнитного поля в трубе.

Вблизи стенок имеется область высокой температуры, от 40°C до 60°C , что несколько выше, чем в поле для упрощенной модели.

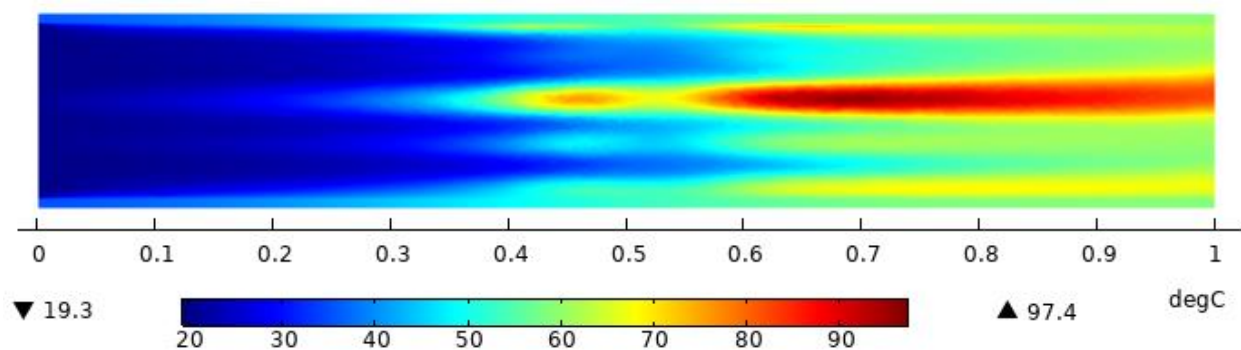


Рисунок 3.2.3 Поле температуры в плоскости ux.

В данной постановке также имеется область повышенной температуры на линии параллельной оси трубы, однако ближе к концу канала форма этой области меняется, она начинает подниматься вверх. Подобное явление может быть вызвано учетом гравитационного поля. Температура находится в диапазоне $19.3^{\circ}\text{C} - 97.4^{\circ}\text{C}$.

Также преимущественно область высоких температур расположена во второй половине канала.

Для того чтобы понять причины такого распределения температур обратимся к распределению электромагнитного поля, а именно к объемным мощностям, так именно микроволновый нагрев основной источник тепла в этой задаче.

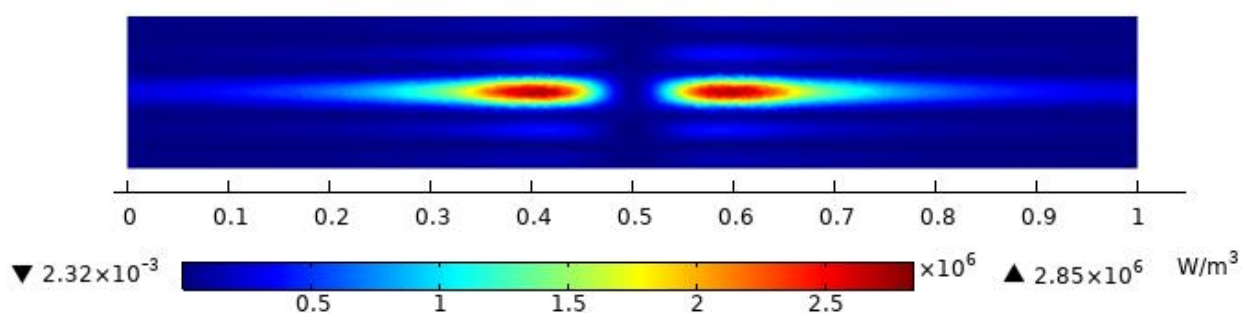


Рисунок 3.2.4 Распределение объемных мощностей в плоскости yz

Распределение объемных мощностей (Рис. 3.2.4) в данной постановке полностью идентично предыдущей модели, это связано с тем, что электромагнитное поле рассчитывается отдельно от теплопереноса и течения, поэтому различие в постановках не влияет на вид поля объемных мощностей.

Тогда обратимся к распределению скоростей в трубе:

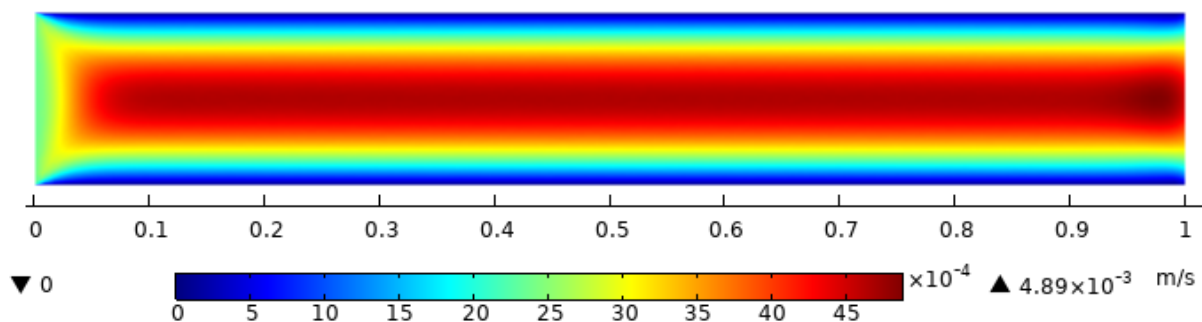


Рисунок 3.2.5 Поле скоростей в плоскости уз

Поле скоростей, представленное на рисунке 3.2.5, напоминает по виду поле скорости в модельной задаче о течении жидкости в трубе круглого сечения. Имеется нечто похожее на участок установившегося течения. Максимальная скорость - $4.89 * 10^{-3} \frac{м}{с}$, что меньше, чем скорость в упрощенной модели.

Вдоль стенок скорость, в соответствии с условием прилипания равна нулю. Помимо этого видно, что вблизи стенок имеется слой с пониженной скоростью, его наличие объясняется учётом вязкости жидкости, поэтому вблизи стенок имеются разогретые участки, так как нефть там движется медленнее, а значит дольше подвергается микроволновому нагреву.

Для получения более детальной картины течения имеет смысл рассмотреть линии тока в поперечных сечениях. По аналогии с прошлой моделью будут рассмотрены сечения во второй половине канала.

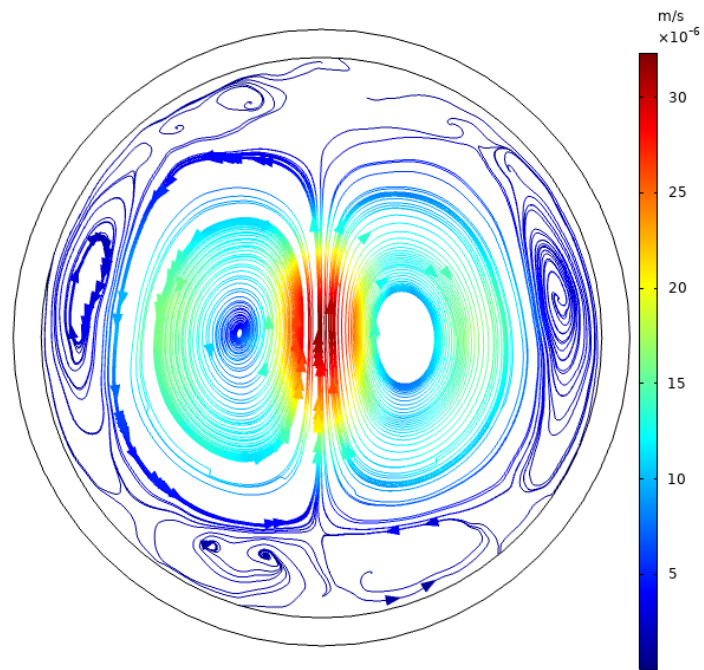


Рисунок 3.2.6 Линии тока в плоскости zx , на удалении в 0.5м от начала трубы

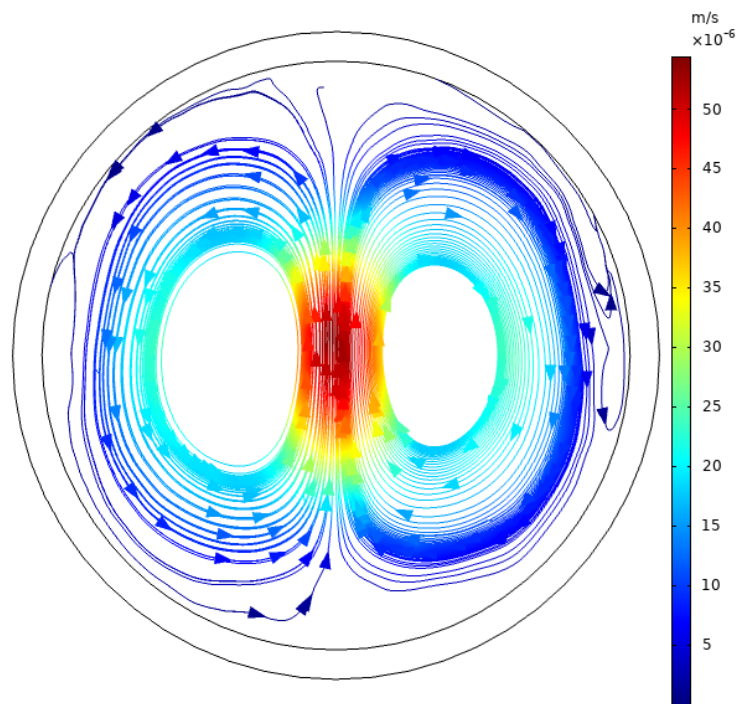


Рисунок 3.2.7 Линии тока в плоскости zx , на удалении в 0.75м от начала трубы

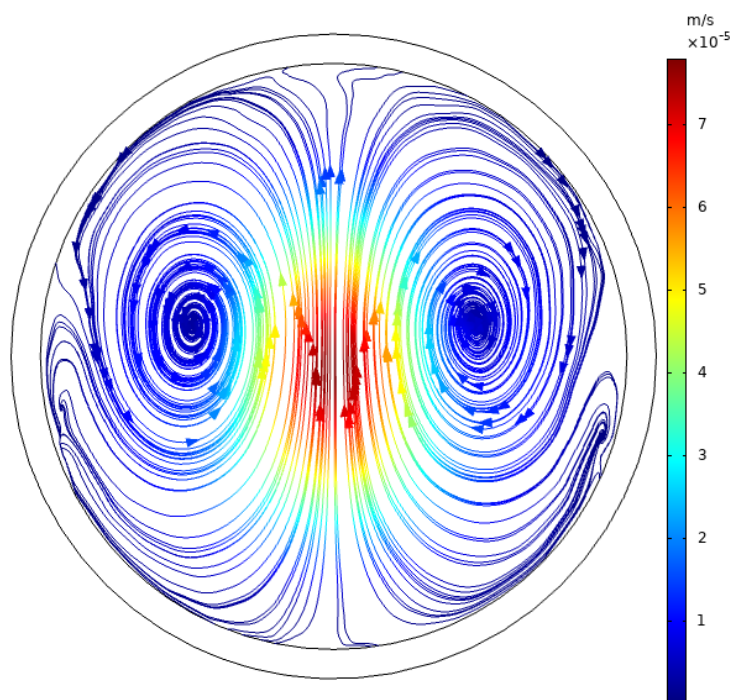


Рисунок 3.2.8 Линии тока в плоскости xz , на удалении в 0.9м от начала трубы

На рисунках 3.2.6–3.2.8 изображены линии тока в различных поперечных сечениях рассматриваемой трубы, на легенде отложен модуль скорости в поперечном сечении трубы, то есть $\sqrt{v_x^2 + v_z^2}$

В этой постановке линии тока имеют более сложную структуру, а именно на всех представленных графиках имеются противонаправленные вихри. Вид линий тока говорит о наличии переноса жидкости в вертикальном направлении. Это явление возникает из-за учёта гравитационного воздействия на систему.

3.3 Сравнение результатов двух моделей

В данной главе представлено сравнение двух постановок моделирования установившегося течения высоковязкой нефти в круглой трубе под воздействием СВЧ излучения. Как уже ранее описывалось, модель 1 представляет собой простую версию, в которой учитываются основные физические явления, а модель 2 является более сложной, учитывающей дополнительные эффекты, включая гравитацию. Целью данного сравнения является оценка влияния различий этих постановок на полученный результат.

Путём сравнительного анализа результатов моделирования предлагается получить более полное понимание физических процессов и выбрать наиболее адекватную модель для данного контекста.

В процессе моделирования было обращено внимание на значимость вязкости в течении нефти в трубе в плоскости yz , направленной вдоль оси трубы. Интересующие нас параметры, такие как характер распределения и максимальные значения вязкости (табл. 3.3.1) были проанализированы для обеих моделей.

Таблица 3.3.1

Максимальные и минимальные значения вязкости

	Вязкость, Па*с	
	Минимум	Максимум
Модель 1	0,03	3,08
Модель 2	0,04	3,09

В результате сравнения распределений вязкости в плоскости yz было обнаружено сходство как по характеру, так и по максимальным значениям вязкости для двух моделей. Области с низкой вязкостью находятся вблизи оси трубы, и эта область расширяется по ходу сечения трубы. Кроме того, оба расчета показали наличие узкого слоя пониженной вязкости вдоль стенок трубы. Таким образом, наблюдаемое сходство в распределении вязкости свидетельствует о том, что рассмотренные модели дают схожие результаты в этом аспекте.

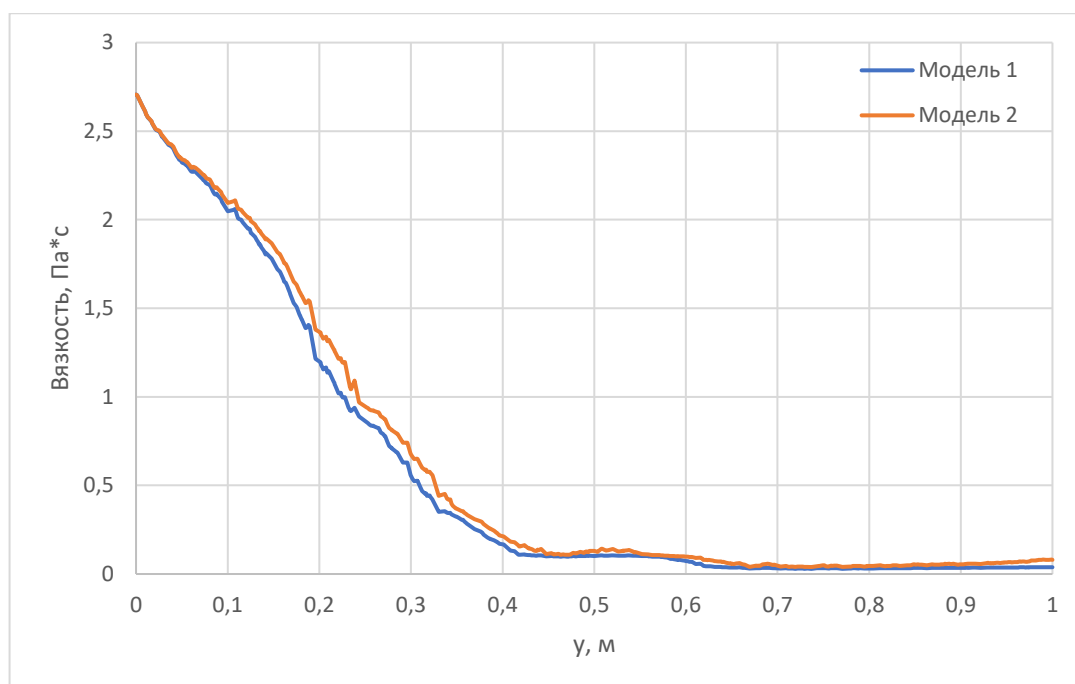


Рисунок 3.3.1 Значения вязкости вдоль оси трубы в обеих постановках

Для большей наглядности на рисунке 3.3.1 приведены значения вязкости вдоль оси трубы. Отчетливо видно, что по ходу канала значение вязкости падает, более того во второй половине трубы графики практически совпадают, что указывает на схожесть в распределении вязкости в обеих постановках.

При исследовании распределения температур в плоскости уз, направленной вдоль оси трубы, было обнаружено сходство с распределением вязкости. Области с высокими температурами находятся вблизи оси трубы и по мере движения по сечению трубы они расширяются. Кроме того, было замечено наличие узкой области повышенной температуры вдоль стенок трубы. Максимальные и минимальные значения температуры приведены в таблице 3.3.2. Из неё видно, что диапазоны, в которых меняется температура в обеих постановках близки.

Таблица 3.3.2

Максимальные и минимальные значения температуры

	Температура, °С	
	Минимум	Максимум

Модель 1	19.4	101
Модель 2	19,4	97,4

Однако, при анализе распределения температур в плоскости ux , есть заметные различия между двумя моделями. В усложненной модели, по ходу течения, имеется область повышенных температур, которая начинает подниматься вверх ближе к концу канала, в простой же модели эта область остается горизонтальной на протяжении всей трубы. Это явление может быть обусловлено учетом гравитационного воздействия, которое оказывает влияние на распределение температур вдоль оси трубы.

Для более детального анализа обратимся к полям температур в поперечном сечении на удалении в 90 сантиметров от начала канала (рис. 3.3.2–3.3.3):

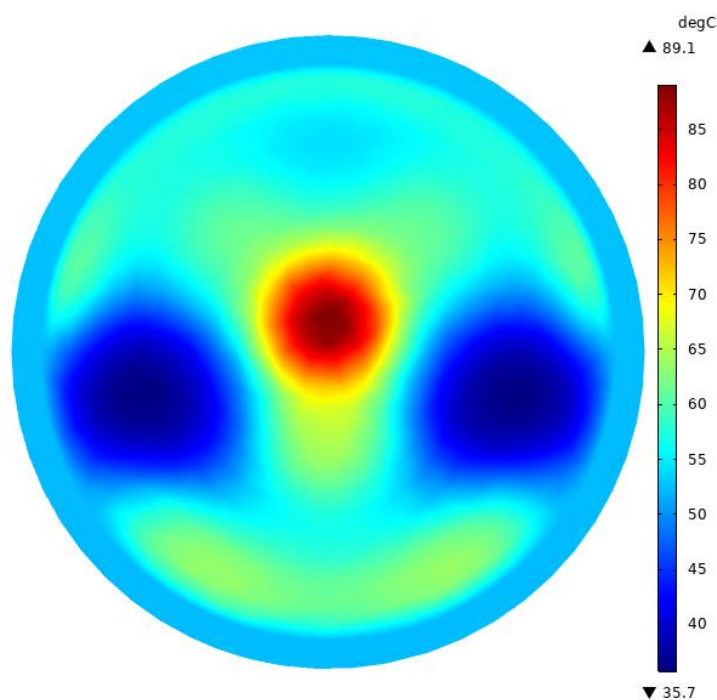


Рисунок 3.3.2 Распределение температуры в плоскости zx при $y = 0.9$ м, для модели 1

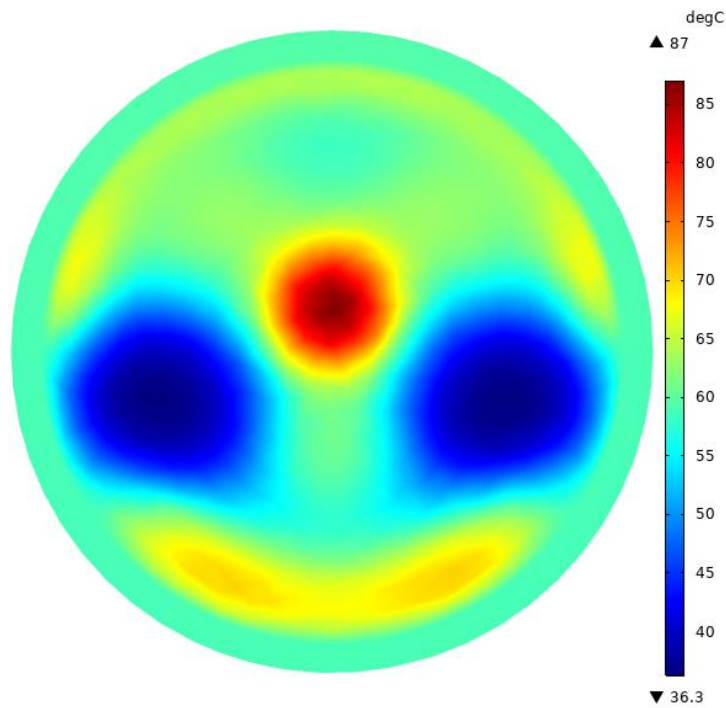


Рисунок 3.3.3 Распределение температуры в плоскости xz при $y = 0.9$ м, для модели 2

Видно, что оба поля имеют сходства, а именно имеется область повышенной температуры, смещенная относительно центра трубы. Также по бокам имеются области пониженной температуры, в которых достигаются наименьшие значения.

Отдельно стоит обратить внимание, что в модели 1 температура стенок в среднем в районе 55 градусов Цельсия, в свою очередь для модели 2 эти значения в районе 65 градусов Цельсия.

Для большей наглядности предлагается обратиться к графикам температуры вдоль оси Ox , представленным на рисунке 3.3.4:

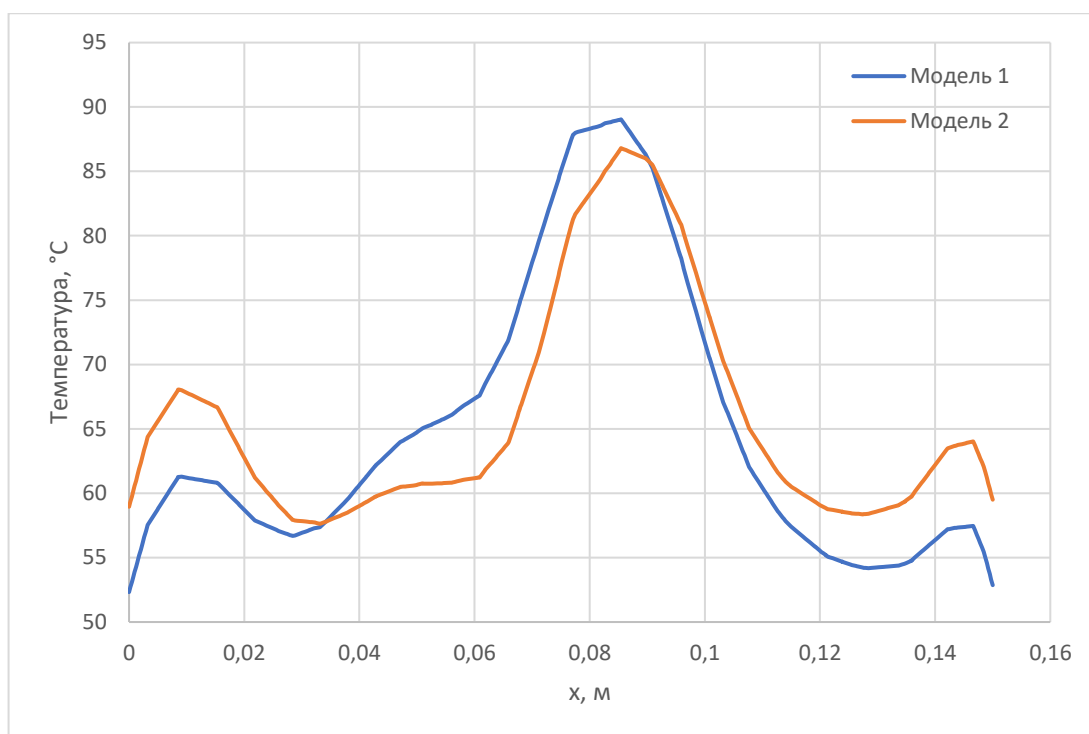


Рисунок 3.3.4 Распределение температуры вдоль оси Ox

Отсюда видно, что вблизи стенок в усложненной постановке достигаются более высокие температуры, в среднем выше на 10 градусов. Максимальная температура для первой модели несколько выше, однако в остальном распределения похожи между собой.

Как уже ранее было описано, распределение объемных мощностей в данных постановках полностью идентично, это связано с тем, что электромагнитное поле рассчитывается отдельно от теплопереноса и течения, поэтому различие в постановках не влияет на вид поля объемных мощностей.

Тогда предлагается сравнить поля скоростей, в них наиболее явные отличия, главным образом в упрощенной модели профиль скорости меняется на протяжении всего канала, тогда как для модели 2 поле скоростей очень похоже на поле скорости из задачи о течении вязкой жидкости в трубе. Однако эта схожесть опровергается линиями тока. Из их вида становится понятно, что при учете гравитационного поля, возникает явление конвекции и течение имеет более сложный характер, нежели в первой модели, где линии тока направлены от стенок трубы к её центру.

Немало важно, то, что в первой модели скорость в поперечном сечении падает по ходу канала, а в усложненной наоборот растёт, что отражено в таблице 3.3.3:

Таблица 3.3.3

Максимальные значения скорости в плоскости xz

	Скорость, м*с	
	Модель 1	Модель 2
$y = 0.5$	$5 \cdot 10^{-5}$	$3 \cdot 10^{-5}$
$y = 0.75$	$3.5 \cdot 10^{-5}$	$5.5 \cdot 10^{-5}$
$y = 0.9$	$2.4 \cdot 10^{-5}$	$7.5 \cdot 10^{-5}$

При анализе модуля скорости в поперечном сечении трубы в усложненной модели было обнаружено, что его значение постепенно увеличивается по мере продвижения вдоль канала. Этот рост модуля скорости может быть объяснен наличием конвекции в течении.

Так как в усложненной модели есть учет гравитационного воздействия это приводит к появлению конвекции в течении. Конвекция является процессом перемещения частиц среды, вызванным разницей в плотности и температуре. Таким образом, с ростом температуры по мере продвижения, значение плотности меняется, в результате этого и наблюдается рост модуля скорости.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе представлены результаты математического моделирования процессов изменения свойств высоковязких нефтей в трубе круглого сечения под действием СВЧ-излучения, с использованием программного пакета COMSOL Multiphysics 5.6. Моделирование проводилось в двух постановках с учётом гравитационного воздействия и без него.

В результате моделирования было получено, что поля вязкости в обеих постановках практически не отличаются, как по характеру распределения, так и по диапазону принимаемых значений. Это может быть объяснено видом зависимости вязкости от температуры, так как при нагреве выше 40 градусов изменение вязкости не происходит так выражено. Таким образом если основной интерес представляет поле вязкости нефти, то можно ограничиться упрощенной моделью, так как она более проста и требует меньше вычислительных мощностей.

Анализ полей температур, показывает, что в обеих постановках температура на протяжении канала растёт, однако наблюдаются отличия, в первую очередь, в постановке с учётом гравитационных сил область максимальных температур начинает подниматься вверх, в свою очередь в упрощенной модели эта же область остается горизонтальной на протяжении всего канала. Также наблюдается различие в температуре пристеночных слоев. Для модели, учитывающей гравитацию, температура слоев была в среднем на 5 градусов выше, чем для модели с простой постановкой.

Также были исследованы и сравнены течения в обеих постановках. Из результатов видно, что учёт гравитационного воздействия качественно меняет течение. Главным образом, в усложненной модели возникает явление конвекции, в результате этого течение имеет более сложный вид.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Анкудинов В. Е., Афлятунова Д. Д., Кривилев М. Д., Гордеев Г. А. Компьютерное моделирование процессов переноса и деформаций в сплошных средах: Учебное пособие. 1-е издание. — Ижевск: Изд-во «Удмуртский университет», 2014. — 108 с
2. Бесекерский, Виктор Антонович. Теория систем автоматического регулирования / В. А. Бесекерский, Е. П. Попов. — 4-е изд., стер. — Москва: Директмедиа: Дистрибьюшн, 2021 (Санкт-Петербург, 2021).
3. Иродов И. Е. И83 Волновые процессы. Основные законы И. Е. Иродов. — 7-е изд. (эл.). — Электрон. текстовые дан. (1 файл pdf : 265 с.). — М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2015.
4. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа: 6-е изд. М.: Наука, 1987. 840 с.
5. COMSOL Multiphysics Reference Guide © 1998–2012 COMSOL Protected by U.S. Patents 7,519,518; 7,596,474; and 7,623,991. Patents pending.
6. Бублик С. А., Семин М. А., Численное моделирование фильтрации смеси парвода-нефть при паротепловом воздействии на пласт, Матем. моделирование, 2021, том 33, номер 9, 108–128
7. Джандосова Ф. С., Забиняк В. Г., Шаехов М. Ф., Цой А. Н., Цой Л. А. Использование СВЧ-излучения в процессе глубокой переработки нефти и нефтепродуктов на основе технологии радиационно-волнового крекинга
8. Галанов Евгений Константинович, Яковенко Евгений Константинович, Филатов Максим Константинович, Кытин Юрий Александрович Применение СВЧ- и ИК-излучения для повышения эффективности слива тяжёлых нефтей // Известия Петербургского университета путей сообщения. 2006. №2.

9. Ковалева Л.А., Зиннатуллин Р.Р., Мусин А.А., Фатхуллина Ю.И. Применение ВЧ и СВЧ электромагнитных полей при подготовке нефти и переработке нефтяных шламов, Башкирский государственный университет, Уфа
10. Леонтьев А. Ю., Полетаева О. Ю., Бабаев Э. Р., Мамедова П. Ш. Влияние СВЧ-воздействия на изменение вязкости высоковязких тяжелых нефтей // НефтеГазоХимия. 2018. №2.
11. Морозов Николай Николаевич, Кашкатенко Георгий Владимирович Микроволновый разогрев нефтепродуктов в трубопроводах // Вестник МГТУ. 2010. №4-2.
12. Сайтов Р. И., Абдеев Р. Г., Швецов М. В., Хасанова А. Ф., Абдеев Э. Р., Рукомойников А. А. Математическая модель процесса электромагнитного нагрева многофазного многокомпонентного пласта тяжелой нефти // Вестник Академии наук Республики Башкортостан. 2018. №4 (92). URL:
13. Хасанов Ильнур Ильдарович, Шакиров Руслан Азатович, Леонтьев Александр Юрьевич, Полетаева Ольга Юрьевна, Бабаев Эльбай Расимович, Мамедова Первин Шамхал Кызы Обзор современных методов воздействия на реологические свойства тяжелых высоковязких нефтей // НефтеГазоХимия. 2018. №3
14. Salvi, Deepti & Boldor, Dorin & Ortego, J & Aita, Giovanna & Sabliov, Cristina. (2010). Numerical modeling of continuous flow microwave heating: A critical Comparison of COMSOL and ANSYS. The Journal of microwave power and electromagnetic energy: a publication of the International Microwave Power Institute. 44. 187-97. 10.1080/08327823.2010.11689787.
15. Распоряжение Правительства Российской Федерации от 09.06.2020 г. № 1523-п URL: <http://government.ru/docs/all/128340/>