

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет

Институт Прикладной математики и механики  
Кафедра Теоретической механики

Р.В. Рубинова

В.А. Тимошенко

РАСЧЕТ НА ФЛАТТЕР

Курсовой проект

Направление подготовки бакалавров: Механика и математическое моделирование

Группа 23604/1

г. Санкт-Петербург

2015-2016 год

## Оглавление

<i>Оглавление</i>	<i>1</i>
<i>Введение</i>	<i>2</i>
<i>Теоретическая часть</i>	<i>3</i>
<i>Расчет на флаттер</i>	<i>5</i>
<i>Визуализация</i>	<i>6</i>
<i>Заключение</i>	<i>13</i>

## Введение

Аэродинамика самолетов, вертолетов и других летательных аппаратов занимает ключевое место в научно-технической деятельности многих исследовательских институтов и конструкторских бюро. В этой области ведутся фундаментальные теоретические исследования сложных научных проблем, изучается физика течений, идут работы по формированию облика летательных аппаратов, создаются аэродинамические компоновки перспективных изделий авиационной техники. Аэродинамика - одно из важнейших направлений механики, позволяющее решать ряд прикладных задач, решения которых востребованы как в гражданской, так и в военной сфере. Задача о флаттере - одна из основных проблем механики в целом и аэродинамики в частности. Ее решение позволяет повысить безопасность путешествия по воздуху, а также непосредственно влияет на конструктивные особенности того или иного летательного аппарата.

Целью нашей работы является изучение задачи о флаттере и попытка визуализации процесса возникающих колебаний с учетом тех особенностей аэродинамики, которые могут быть рассмотрены при помощи классической механики.

Задачи:

1. Изучить теорию, связанную с флаттером и расчетом на флаттер, узнать, как флаттер влияет на безопасность полета
2. Попытаться произвести расчет на флаттер, сделав при этом ряд допущений
3. Визуализировать модель флаттера при помощи языка программирования JavaScript

## Теоретическая часть

Давайте для начала определим, а что же называется флаттером. Флаттером называются незатухающие упругие колебания частей летательного аппарата, возникающие в полёте в результате аэродинамических воздействий, если скорость полёта достигает некоторой определённой величины - критической скорости флаттера  $V_{кр}$ . Флаттер влияет на безопасность полета, в случае интенсивных колебаний могут пострадать как корпус летательного аппарата (если динамические напряжения достигнут разрушающих позиций), так и автоматическая система управления, что приводит к катастрофе летательного аппарата. В связи с этим для обеспечения безопасности (то есть для предотвращения флаттера) критическая скорость берется в  $k$  раз больше максимально возможной скорости полета ( $k$  - коэффициент запаса). Сама критическая скорость зависит от аэродинамических сил, действующих на летательный аппарат. К данным аэродинамическим силам относятся сила лобового давления и подъемная сила. Поэтому критическая скорость задается двумя соотношениями: числом Маха  $M = V/a$  и скоростным напором  $q = \rho V^2/2$ .

Что же такое число Маха? Это, говоря языком физики, один из критериев подобия в газовой динамике. То есть если две или более физические системы имеют одностипные критерии подобия, равные по величине, то это означает, что рассматриваемые системы подобны, то есть похожи или, говоря совсем упрощенно одинаковы. Применительно к авиационному случаю это может выглядеть, например, так. Воздушный поток на двух различных высотах, взаимодействующий с летательным аппаратом – это и есть две физические системы. Однако, если приборные скорости на этих высотах одинаковы, то это вовсе не означает, что указанное взаимодействие тоже будет одинаковым, скорее как раз наоборот. То есть скорость не может быть критерием подобия, и эти две системы в такой ситуации вовсе не подобны. Однако, если мы говорим о том, что самолет на различных высотах (и вообще в различных условиях) летит с одинаковым числом Маха, то вполне правомерно утверждать, что условия обтекания и аэродинамические свойства на этих высотах (в этих условиях) будут одинаковы. Здесь обязательно стоит сказать, что это утверждение, несмотря на свою верность, опирается, однако, на немалые упрощения. Первое – это то, что число Маха, хоть и основной для нас критерий подобия в газодинамике, но не единственный. А второе исходит из определения самого числа  $M$ . Число Маха – это безразмерная величина, равная отношению скорости потока в данной точке движущейся газовой среды к скорости звука в этой точке. То есть  $M = V/a$ , где  $V$  – скорость потока в м/с,  $a$  – скорость звука в м/с. Таким образом число  $M$  как бы учитывает в себе скорость движения плюс изменение параметров воздушной среды через скорость звука, которая как раз от этих параметров и зависит. Число Маха величина безразмерная. В единицах скорости выразить его невозможно, и перевод его в линейную скорость нецелесообразен из-за непостоянства скорости звука. Скорость летательного аппарата, используя число  $M$ , можно выразить только качественно, то есть оценивая, во сколько раз скорость самолета больше, либо меньше скорости звука.

Скоростной напор, или, как его ещё называют, динамическое или скоростное давление, можно представить себе как давление газа на ту поверхность тела, которая обращена к потоку. Сумма статического и динамического давления называется полным давлением. Полное давление можно измерить, если внутрь потока ввести мерную трубку, у которой конец загнут и обращён против набегающего потока. Скоростной напор определяется по разности между давлением в трубке полного давления и статическим давлением. Полное давление в любом сечении остаётся постоянным, когда силами трения можно пренебречь. С увеличением скорости течения растёт скоростной напор.

Так как при решении задачи о безопасности от флаттера чаще всего критическую скорость обуславливают характеристиками одной какой-либо несущей части летательного аппарата, в

первую очередь необходимо определить форму флаттера и выделить “ведущие” степени свободы, влияющие на расчет скорости. В каждом случае учитываются свои виды деформации. Более того, в зависимости от того, в какой зоне находится скорость (малые скорости, дозвуковые и сверхзвуковые), закон изменения скорости при изменении параметров летательного аппарата будет свой.

Что же такое летательный аппарат? Летательный аппарат - механическая система, в которой любому деформируемому состоянию соответствует свое значение потенциальной энергии, любой скорости деформаций - кинетическая энергия, а любым аэродинамическим нагрузкам - возмущение потока, вносимым деформацией системы. При решении задачи о флаттере мы установим ряд ограничений: в частности, мы будем рассматривать условия уже установившегося полета и аэродинамические характеристики как линейные функции деформаций и скоростей деформаций. Таким образом, мы сводим задачу к рассмотрению малых колебаний, что значительно упрощает ситуацию.

С точки зрения теории колебаний, летательный аппарат (ЛА) в автономном полёте представляет собой потенциально автоколебательную систему, источником энергии в которой служит набегающий поток, а обратные связи реализуются благодаря упруго-инерционным свойствам, которыми обладает конструкция ЛА. Механизм автоколебаний, вообще говоря, может быть различным для разных скоростей полёта и разных углов атаки. Среди всех видов автоколебаний флаттер представляет особую опасность.

## Расчет на флаттер

Расчет на флаттер в нашем случае сводится к расчету колебаний для четырех (пространственная схема) рулей, схематически в данной задаче представленных в виде цилиндров, колебания каждого из которых можно представить в виде колебания вектора  $q=(\epsilon,\delta)^T$

В общем случае их можно найти из дифференциального уравнения второго порядка вида

$$M \cdot q'' + H + \rho v D q' + (K + 0.5 \rho v^2 B) q = 0$$

где  $M$  - матрица инерции,  $H$  - матрица внутреннего (конструкционного) демпфирования,  $D$  – матрица аэродинамического демпфирования,  $K$  - матрица жесткости, а  $B$  - матрица аэродинамических сил.

Так как в нашем случае мы рассматриваем классическое демпфирование, можно представить матрицу конструкционного демпфирования в виде линейной функции от матрицы жесткости, а матрицу аэродинамического демпфирования – линейной функцией от матрицы инерции. Тогда наше уравнение будет выглядеть следующим образом:

$$M \cdot q'' + \alpha K + \rho v \beta M q' + (K + 0.5 \rho v^2 B) q = 0$$

Решение ищется сначала для однородной системы уравнений  $M \cdot q'' + \rho v \beta M q' + (K + 0.5 \rho v^2 B) q = 0$  в виде  $q = q_0 \cdot \exp(\lambda t)$ .

$$eps0 = 1;$$

$$delta0 = 1;$$

$$c1 = controls.WindblastDensity * 0.5 * controls.WindblastSpeed * controls.WindblastSpeed;$$

$$c2 = controls.WindblastDensity * controls.WindblastSpeed * controls.Betta;$$

$$D = (c2^2) * (M[0]^2) * (eps0) - 4 * M[0] * eps0 * (c1 * B[0] * eps0 + (K[1] + c1 * B[1]) * delta0);$$

if ( $D < 0$ ) {

$$D = Math.abs(D);$$

$$D1 = Math.sqrt(D);$$

$$lambda1 = (D1) / (2 * M[0] * eps0);$$

$$lambda2 = (-c2 * M[0] * eps0) / (2 * M[0] * eps0);$$

$$x1 = eps0 * Math.exp(lambda2) * Math.cos(lambda1);$$

$$x2 = eps0 * Math.exp(lambda2) * Math.sin(lambda1);$$

}

if ( $D \geq 0$ ) {

$$D1 = Math.sqrt(D);$$

$$lambda1 = (-c2 * M[0] * eps0 - D1) / (2 * M[0] * eps0);$$

$$lambda2 = (-c2 * M[0] * eps0 + D1) / (2 * M[0] * eps0);$$

$$x1 = eps0 * Math.exp(lambda1);$$

$$x2 = eps0 * \text{Math.exp}(\lambda2);$$

}

$$D2 = (c2^2) * (M[3]^2) * (\delta0) - 4 * M[3] * \delta0 * (c1 * B[3] * \delta0 + (K[2] + c1 * B[1]) * eps0);$$

if (D2 < 0) {

$$D2 = \text{Math.abs}(D2);$$

$$D3 = \text{Math.sqrt}(D2);$$

$$\lambda3 = (D3) / (2 * M[0] * \delta0);$$

$$\lambda4 = (-c2 * M[0] * \delta0) / (2 * M[0] * \delta0);$$

$$x3 = \delta0 * \text{Math.exp}(\lambda4) * \text{Math.cos}(\lambda3);$$

$$x4 = \delta0 * \text{Math.exp}(\lambda4) * \text{Math.sin}(\lambda3);$$

}

if (D2 >= 0) {

$$D3 = \text{Math.sqrt}(D2);$$

$$\lambda3 = (-c2 * M[3] * \delta0 - D3) / (2 * M[3] * \delta0);$$

$$\lambda4 = (-c2 * M[3] * \delta0 + D3) / (2 * M[3] * \delta0);$$

$$x3 = \delta0 * \text{Math.exp}(\lambda3);$$

$$x4 = \delta0 * \text{Math.exp}(\lambda4);$$

}

После этого мы находим решение неоднородного уравнения, используя методы дифференциального анализа.

$$eps1 = (-controls.Alf * K[1]) / (c1 * B[0] * eps0);$$

$$\delta1 = (-controls.Alf * K[2]) / (c1 * B[3] * \delta0);$$

В результате мы получаем зависимость движения летательного аппарата от времени, представляющую собой сумму двух однородных и одного частного решений для каждой координаты.

$$Eps(t) = x1 + x2 + eps1;$$

$$\Delta(t) = x3 + x4 + \delta1;$$

## Визуализация

Визуализацию колебаний мы сделали на языке JavaScript с помощью библиотеки three.js и dat-gui. Эти две библиотеки позволяют нам не только нарисовать красивую картинку, они также отвечают за возможность пользователем изменять параметры системы, после чего схема перестраивается в соответствии с новыми параметрами.

```
<script src = "three.js">
</script>
<script src = "stats.min.js">
</script>
<script src = "OrbitControls.js" >
</script>
<script src = "dat.gui.js">
</script>
```

Сама конструкция представляет собой сферу, к которой по осям ординат и аппликат прикреплены рули, имеющие форму цилиндра. Значения некоторых параметров конструкции можно менять с помощью ползунков. Также предоставлена возможность выбора характера колебаний и изменения положения камеры.

```
function Pict(){
var axes = new THREE.AxisHelper(12); //оси координат
scene.add(axes);

flatter = new THREE.Object3D();
//SphereGeometry(radius, widthSegments, heightSegments, phiStart,
phiLength, thetaStart, thetaLength)
var sphereG = new THREE.SphereGeometry(3, 50, 50); //сфера
var sphereM = new THREE.MeshLambertMaterial({
opacity: 0.5,
color: 0x0656ff,
transparent: true
});
sphere = new THREE.Mesh(sphereG,sphereM);
sphereM.wireframe = true;
sphere.castShadow = true;
flatter.add(sphere);
```



```

//цилиндр

//new THREE.CylinderGeometry(radiusTop, radiusBottom, height, radiusSegments,
heightSegments, openEnabled);

var cylinderG = new THREE.CylinderGeometry(0.45, controls.RadiusBottom,
controls.Length, 15, 5, false);

var cylinderM = new THREE.MeshBasicMaterial({color: 0x085268});
cylinderM.wireframe = true;
cylinderM.side = THREE.DoubleSide;

cylinder1 = new THREE.Mesh(cylinderG,cylinderM);
flatter.add(cylinder1);

cylinder1.position.y=3.5+controls.Length/2;

var cylinderG2 = new
THREE.CylinderGeometry(controls.RadiusBottom, 0.45, controls.Length, 15, 5, false);
cylinder2 = new THREE.Mesh(cylinderG2,cylinderM);
flatter.add(cylinder2);

cylinder2.position.y=-3.5-controls.Length/2;

cylinder3 = new THREE.Mesh(cylinderG,cylinderM);
flatter.add(cylinder3);

cylinder3.rotation.x = 0.5 * Math.PI;
cylinder3.position.z=3.5+controls.Length/2;

cylinder4 = new THREE.Mesh(cylinderG,cylinderM);
flatter.add(cylinder4);

cylinder4.rotation.x = -0.5 * Math.PI;
cylinder4.position.z=-3.5-controls.Length/2;

var cylinderG1 = new THREE.CylinderGeometry(0.5, 0.5, 0.5, 5, 5,
false);

var cylinderM1 = new THREE.MeshBasicMaterial({color: 0x074528});

```

```
cylinderM1.wireframe = true;

cylinder5 = new THREE.Mesh(cylinderG1,cylinderM1);
flatter.add(cylinder5);
cylinder5.position.y=3.25;

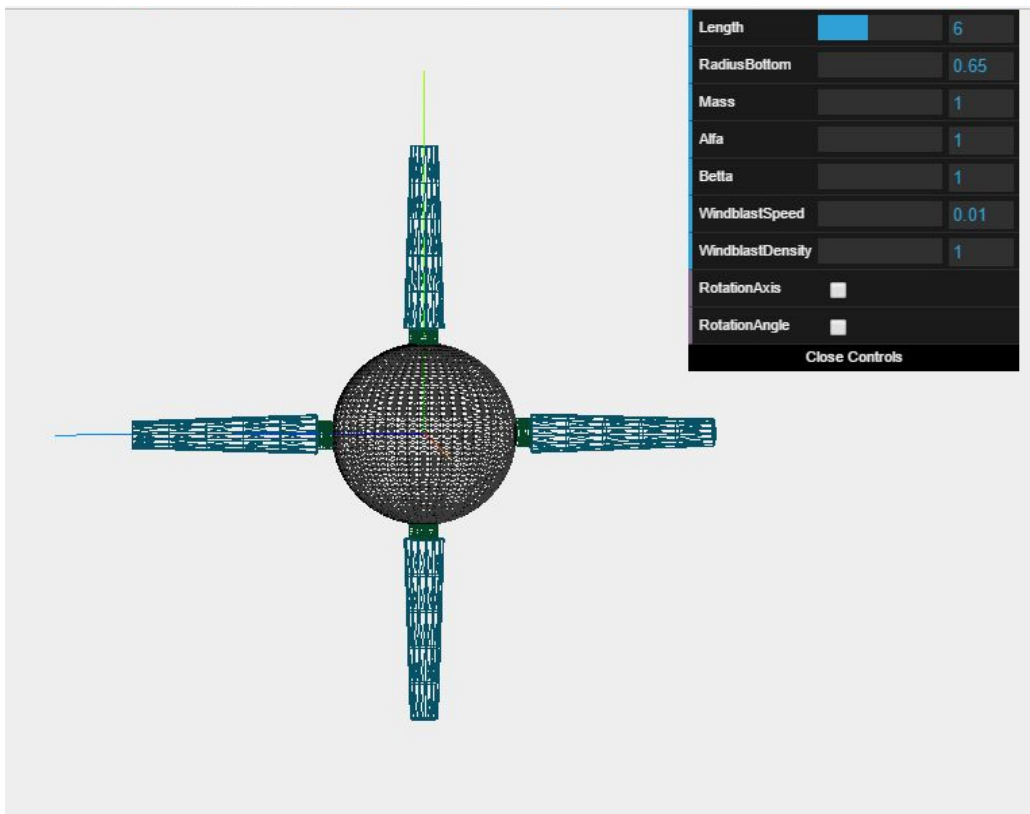
cylinder6 = new THREE.Mesh(cylinderG1,cylinderM1);
flatter.add(cylinder6);
cylinder6.position.y=-3.25;

cylinder7 = new THREE.Mesh(cylinderG1,cylinderM1);
flatter.add(cylinder7);
cylinder7.rotation.x = 0.5 * Math.PI;
cylinder7.position.z=3.25;

cylinder8 = new THREE.Mesh(cylinderG1,cylinderM1);
flatter.add(cylinder8);
cylinder8.rotation.x = -0.5 * Math.PI;
cylinder8.position.z= -3.25;

scene.add(flatter);

camera.position.x = 160;
camera.position.y = 10
camera.position.z = 10;
camera.lookAt(scene.position); //направление взгляда камеры
document.getElementById("WebGL").appendChild(renderer.domElement);
}
```



Всего у программы четыре режима: неподвижный, когда можно просто посмотреть на саму конструкцию, когда включено вращение лишь самих рулей вокруг собственной оси, когда включено вращение флаттера целиком и когда включены оба вращения.

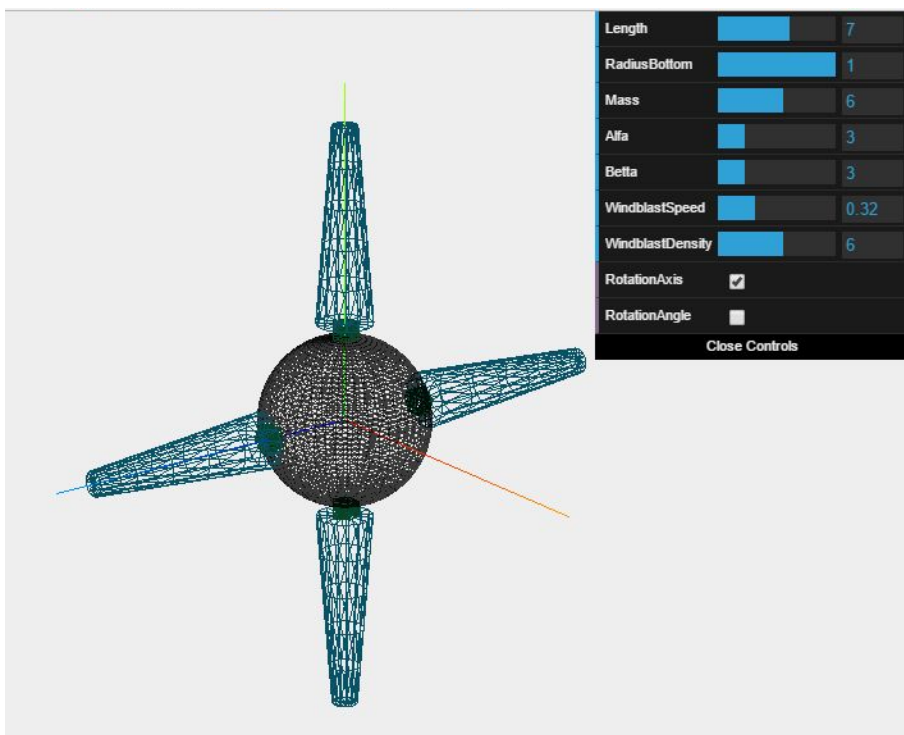
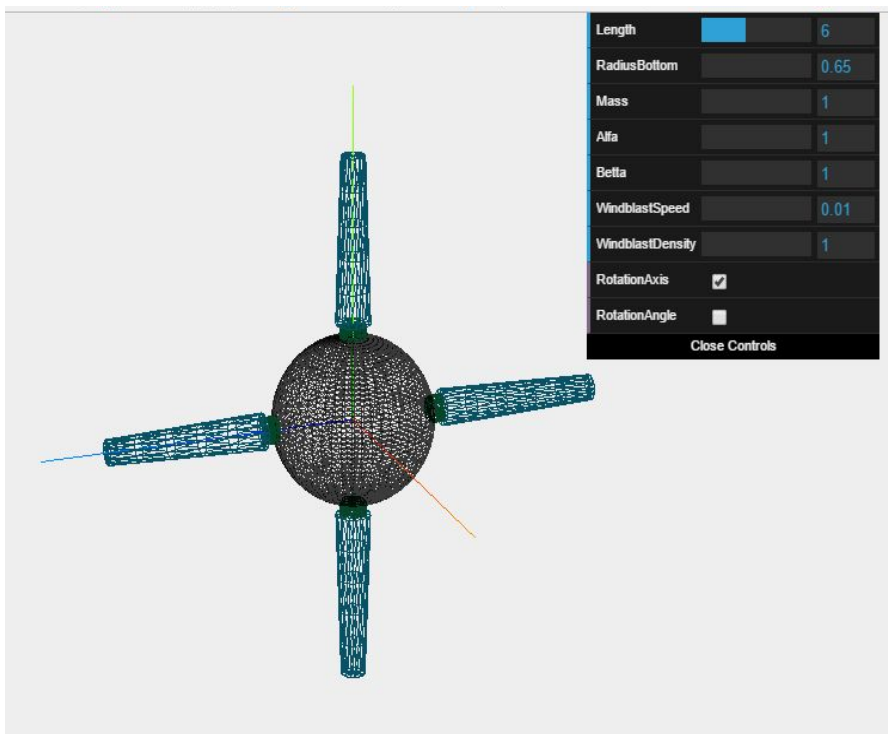
В режиме вращения непосредственно рулей, представленных в форме цилиндра при изменении параметров изменяется скорость вращения.

*cylinder1.rotation.y += x1+x2+eps1;*

*cylinder2.rotation.y += x1+x2+eps1;*

*cylinder3.rotation.y += x1+x2+eps1;*

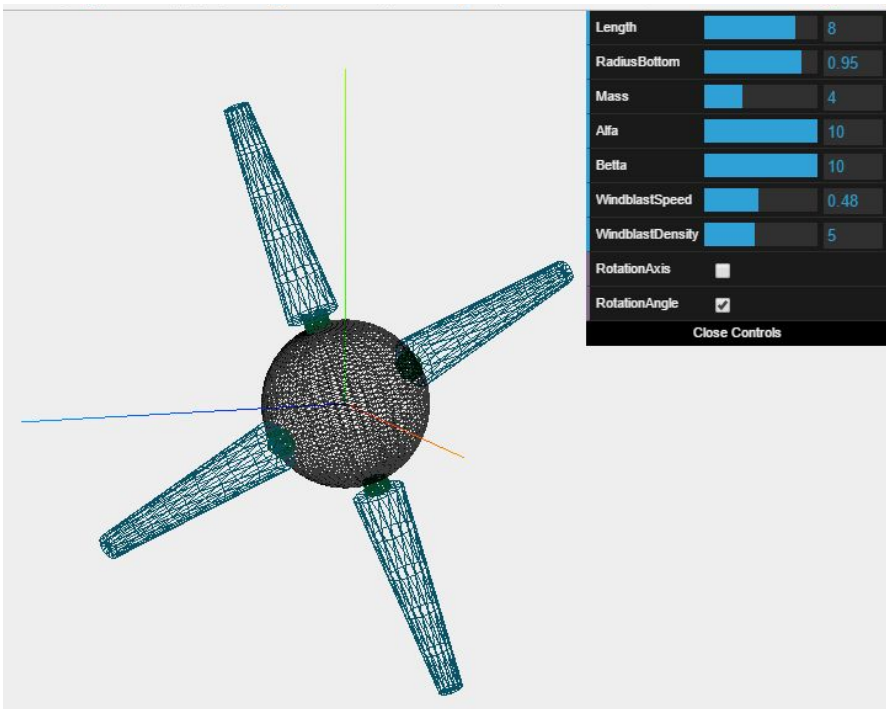
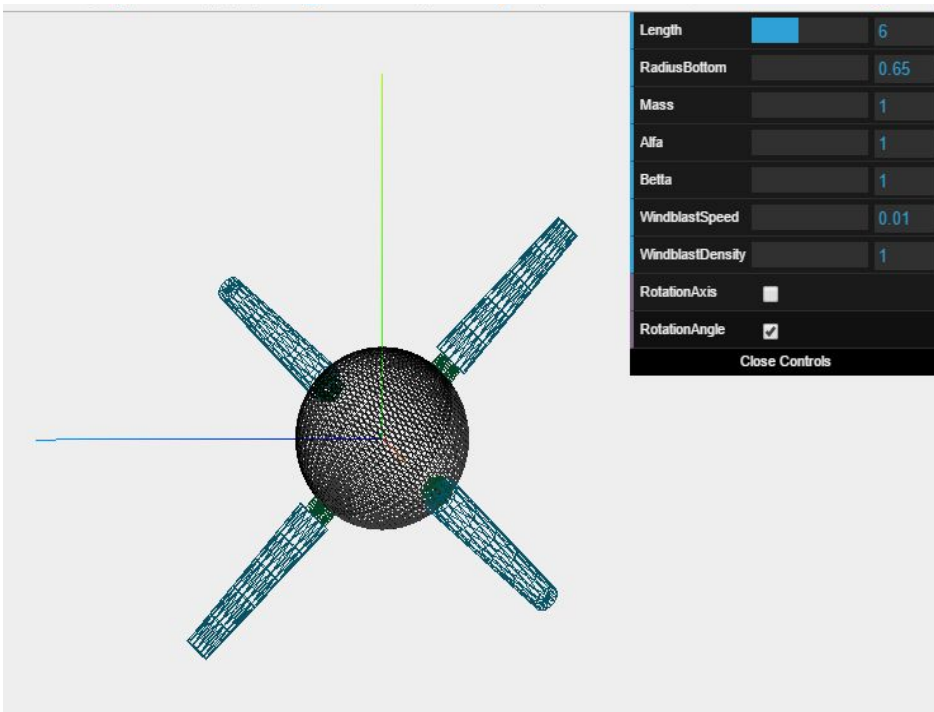
*cylinder4.rotation.y += x1+x2+eps1;*



Во втором режиме идет вращение всей конструкции, отклоненной от осей абсцисс и ординат на высчитываемый угол. При изменении параметров изменяются скорость и характер вращения.

*flutter.rotation.y* +=  $x^3+x^4+\delta t$ ;

*flutter.rotation.x* +=  $x^3+x^4+\delta t$ ;



## Заключение

В результате проведенной работы мы смогли сформулировать определение флаттера, пояснили его опасность для летательного аппарата и даже поговорили (вскользь) о способах избежать возникновения флаттере. Очень важно понять, что флаттер - явление полностью отрицательное, поэтому в реальности необходимо делать все возможное, чтобы он не появлялся. Помимо этого мы рассмотрели один из способов расчета на флаттер, приняв ряд допущений:

1. Рассматриваем условия установившегося полета
2. Принимаем аэродинамические показатели как линейные функции деформаций
3. Рассматриваем малые колебания системы
4. Применяем теорию классического демпфирования

Наша модель отвечает реальности с точки зрения классической механики. Она даже позволяет поймать момент, когда модель ломается (то есть параметры таковы, что система не выдерживает и ломается). Мы выполнили все поставленные перед собой задачи и получили на выходе готовый продукт.