МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

Институт прикладной математики и механики

Кафедра «Теоретическая механика»

Эффективное решение задачи гидроразрыва с использованием модифицированной постановки на примере модели ХГД

А.Д. Степанов, выпуск 2016 года

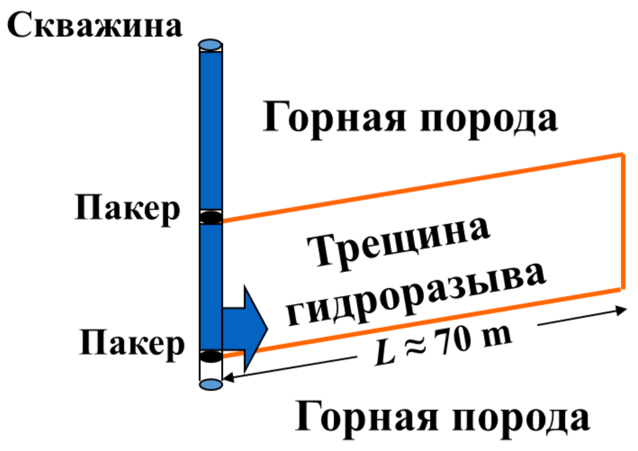
научный руководитель: д.ф.-м.н., профессор А.М. Линьков

Цели работы:

- Численное решение задачи ХГД с использованием модифицированной постановки с учетом того, что
  – решение должно быть найдено в глобальных координатах;
  – для описания упругого поведения породы используется гиперсингулярный оператор упругости.
- Исследование возможности ускорения вычислений.

Гидроразрыв пласта

Гидроразрыв пласта (ГРП) — метод широко применяющийся в газо- нефтедобывающей промышленности для интенсификации добычи углеводородов



Процедура ГРП

- В скважине создается зародыш трещины
- В скважину закачивается жидкость. Это приводит к росту давления
- Рост давления приводит к росту трещины

Ключевые физические процессы

- Деформирование горной породы под действием давления на стенки трещины
- Течение жидкости внутри трещины
- Разрушение горной породы вблизи вершины

Постановка задачи гидроразрыва

Традиционная постановка

Используемые переменные: $\underline{q}, w$

Уравнение неразрывности	$\frac{\partial w}{\partial t} + \nabla \bullet \underline{q} = q_l$
Закон Пуазейля	$\underline{q} = -D(w,p)\nabla p$
Уравнение упругости	$p = Aw$
Критерий разрушения	$K = K_{IC}$
Граничные условия	$w(\underline{x},t)\vert_{L_f} = 0 \quad \underline{q}(0,t) = \underline{q}_0$
Начальные условия	$L_f(t_0) = L_{f0} \quad w(\underline{x},t_0) = w_0$

- Задача существенно нелинейная
- Оператор A — нелокальный гиперсингулярный
- Для отслеживания фронта трещины применяется глобальный баланс массы
- Скорость фронта трещины $v = \frac{q}{w} = \frac{0}{0}$

Модифицированная постановка

Используемые переменные: $\underline{v}, w$

Уравнение неразрывности	$\frac{\partial w}{\partial t} + \nabla \bullet (\underline{v} w) = q_l$
Закон Пуазейля	$\underline{v} = -\frac{w^2}{\mu'}\nabla p$
Уравнение скорости	$\underline{v}_* = \frac{d\underline{x}_{*n}}{dt} = \lim_{x \to x_*} \underline{v}_n$
Уравнение упругости	$p = Aw$
Универсальный асимптотический зонтик	$w = A(v_*) r^{\alpha(v_*)}$
Критерий разрушения	$K = K_{IC}$
Граничные условия	$w(\underline{x},t)\vert_{L_f} = 0 \quad \underline{q}(0,t) = \underline{q}_0$
Начальные условия	$L_f(t_0) = L_{f0} \quad w(\underline{x},t_0) = w_0$

- Задача существенно нелинейная
- Оператор A — нелокальный гиперсингулярный
- Для отслеживания фронта трещины можно применить уравнение скорости, вычисляя его правую часть с помощью асимптотического зонтика

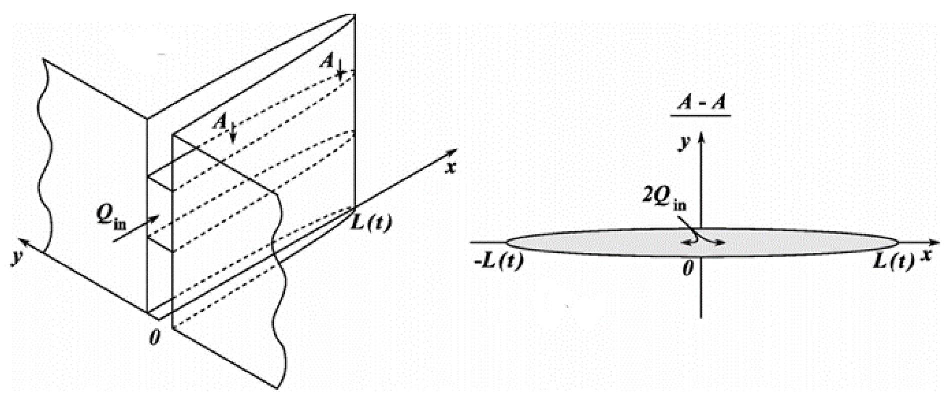
Модифицированная постановка задачи ХГД

Реология жидкости	$\tau = M\dot{\gamma}^n$
Уравнение неразрывности	$\frac{\partial w}{\partial t} = -\frac{\partial (wv)}{\partial x} - q_l$
Уравнения Пуазейля	$v = \left[-\frac{w^{n+1}}{\mu'}\frac{\partial p}{\partial x}\right]^{1/n}$
Уравнение скорости	$v_* = \lim_{x \to x_*}\left[-\frac{w^{n+1}}{\mu'}\frac{\partial p}{\partial x}\right]^{1/n}$
Универсальный асимптотический зонтик	$w = A_\mu(\alpha) t_n^{1-\alpha} v_*^{1-\alpha}(x_* - x)^\alpha$
Уравнение упругости	$p(x,t) = -\frac{E'}{4\pi}\int_0^{x_*}\left[\frac{1}{(\zeta - x)^2} + \frac{1}{(\zeta + x)^2}\right] w(\zeta,t)\,d\zeta$
Граничные условия	$w(0)v(0+) = q_0 \quad w(x_*,t) = 0$
Начальные условия	$w(x,t_0) = w_0 \quad x_*(t_0) = x_{*0}$

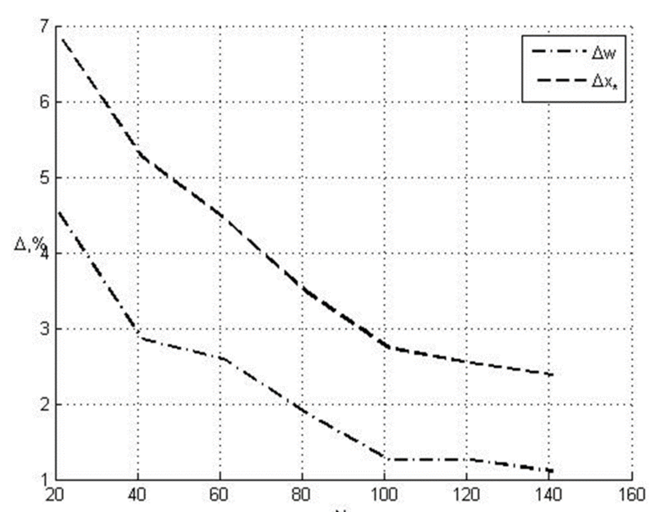
$$p_i = -\frac{E'}{4\pi}\sum_{j=1}^{M+1} A_{ij} w_j$$

$$\begin{cases} v_1 = \left(w_1^{n+1}\frac{p_1 - p_2}{\Delta x}\right)^{1/n} \\ v_i = \left(w_i^{n+1}\frac{p_{i-1} - p_{i+1}}{\Delta f(x_{i-1}, x_i, x_{i+1})}\right)^{1/n} \\ v_{i_*-1} = \left(1 + \alpha_v\left(1 - \frac{x_{i_*-1}}{x_*}\right)\right) \end{cases}$$

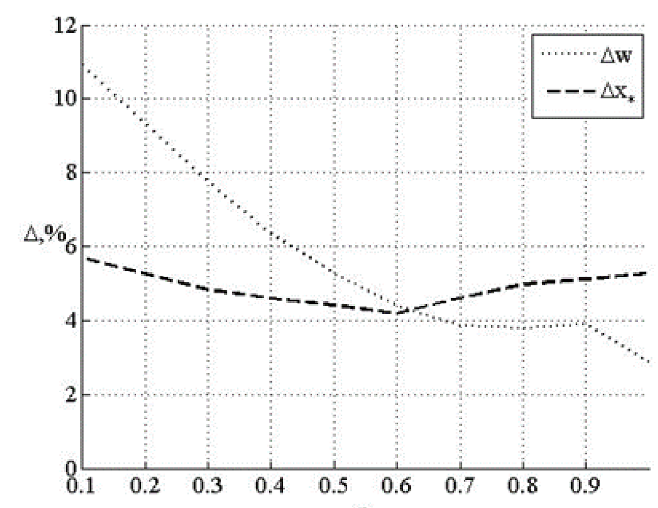
$$\begin{cases} \frac{\partial w_1}{\partial t} = \frac{3q_0 - (4w_2v_2 - w_3v_3)}{2\Delta x} \\ \frac{\partial w_i}{\partial t} = \frac{-w_{i+1}v_{i+1} + w_{i-1}v_{i-1}}{2\Delta x} \\ \frac{dx_*}{dt} = \frac{1}{t_n} A_\mu^{-\frac{1}{1-\alpha}}\left[\frac{w_{i_*-1}}{(x_* - x_{i_*-1})^\alpha}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}} \end{cases}$$



Геометрия модели ХГД



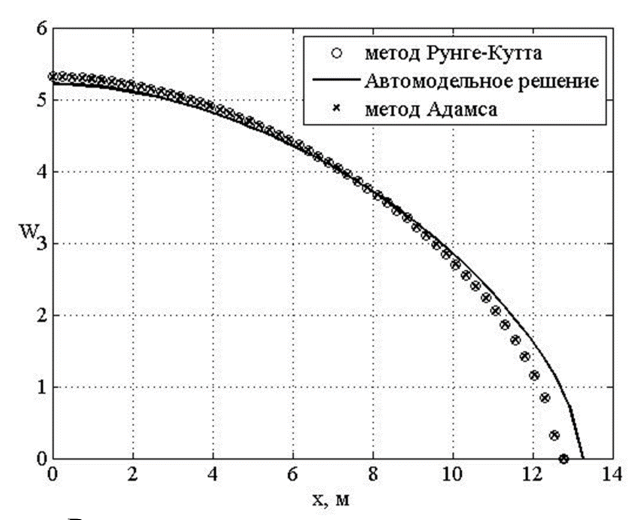
Зависимость погрешности решения от числа узлов



Зависимость погрешности решения от индекса поведения жидкости

Результаты

- Разработан подход к моделированию гидроразрыва, основанный на модифицированной постановке. Подход характеризуется использованием глобальных координат и гиперсинулярного интеграла.
- Подход применим как к ньютоновским, так и к утончающимся жидкостям.
- Полученная после дискретизации задачи система уравнений может быть эффективно решена с помощью методов решения задачи Коши для ОДУ.
- Существенного ускорения можно достигнуть, используя масштабируемую сетку и неявные методы решения задачи Коши для ОДУ.
- Разработанный подход может быть применен к решению задачи о гидроразрыве в трехмерной постановке.
- Направление дальнейших исследований — распространение метода на трехмерную задачу и применение эффективных методов численного интегрирования.



Результат моделирования для сетки с 81 узлом в момент времени $t = 100$