«Решение задачи нагружения упругого элемента силой тяжести методом конечных элементов»

# Введение

Рассматривается упругий элемент. Материал определяется модулем Юнга E и коэффициентом Пуассона ν. На объект действует сила тяжести. Требуется решить задачу методом конечных элементов и найти вектор перемещений узловых сил.

# Метод конечных элементов

Задача решается с помощью плоских линейных треугольных элементов. Для этого объект был поделен на 4 конечных элемента. Для того, чтобы найти вектор перемещений в узлых U нужно решить систему:

, где K – глобальная матрица жесткости, Fv – глобальный вектор объемных сил. Матрица жесткости и вектор сил формируются путем сложения по определенным правилам элементных матриц жесткости:

, где - матрицы кинематических связей. Матрицы кинематических связей формируются таким образом, чтобы выполнялось условие:

Что касается элементной матрицы жесткости, то для плоского упругого изотропного элемента выражение для нее имеет следующий вид:

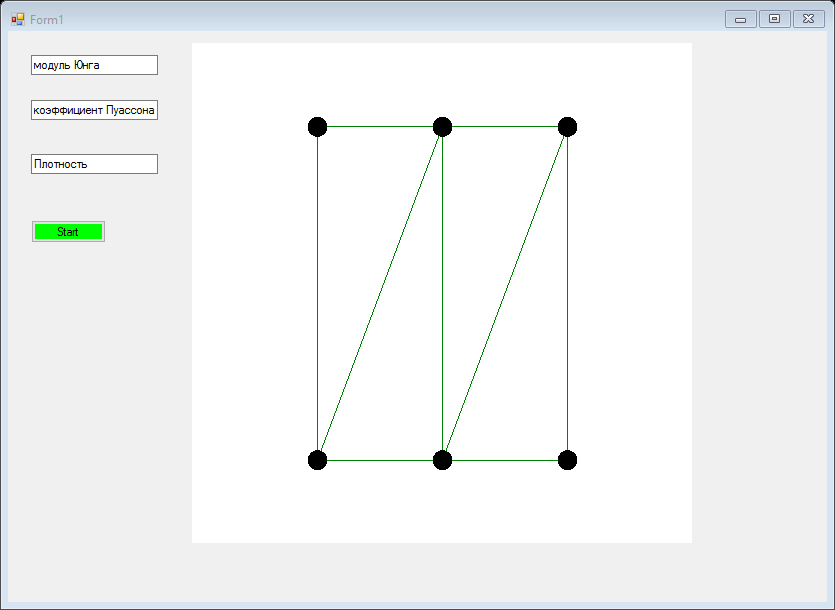
, где h – толщина плоского элемента, А – площадь конечного элемента, . Ниже приведена формула для элементного вектора сил тяжести:

, где ρ - плотность материала, g – ускорение свободного падения.

# Программа на C#

## Интерфейс программы

На рисунке 2.1 изображен интерфейс программы. Есть возможность задать модуль Юнга, коэффициент Пуассона и плотность. Граничные условия задаются путем нажатия на узлы: 1 нажатие – закрепление по оси х, 2 нажатие – закрепление по оси y, 3 нажатие – закрепление по оси х и у. После задания физических параметров материала и граничных условий при нажатии кнопки Start выводится вектор перемещений (Рис. 2.2).



## Внутренне устройство

Программа состоит из 6 классов: Form1.cs, Form1Designer.cs, GlobalSystem.cs, MatrixOffLinks.cs, TriangularElement.cs, MatrixOffElasticModulus.cs.

Первые два класса отвечают за интерфейс и рисование. TriangularElement.cs содержит методы, формирующие элементную матрицу жесткости и элементный вектор сил. MatrixOffLinks.cs содержит метод, реализующий алгоритм связи элементного вектора перемещений с глобальным. GlobalSystem.cs содержит методы ансамблирования глобальной матрицы жесткости и глобального вектора сил, метод задания граничных условий, а также метод решения СЛАУ.

# Заключение

Была написана программа на языке C#, реализующая метод конечных элементов на примере задачи нагружения упругого элемента силой тяжести. Был создан дружественный интерфейс, есть возможность задавать параметры материала и граничные условия. Результатом работы программы является сообщениие, содержащее вектор узловых перемещений.