**Многопоточный алгоритм решения задачи теплопроводности в плоском образце**

**Задача**

Реализовать численное решение уравнения теплопроводности , где  - оператор Лапласа, в двухмерной постановке сеточным методом в многопоточном режиме.

**Расчётная схема**

Для решения уравнения теплопроводности использовался неявный метод переменных направлений, при котором расчётная область разбивается сеткой постоянного шага, температура в узлах находится последовательным разрешением двух разностных схем при помощи метода прогонки.

 (1)



Первая подсхема в схеме переменных направлений (1) аппроксимируется на первом полушаге интервала ∆t и является неявной по координате x и явной по координате y. Вторая подсхема аппроксимируется на втором полушаге интервала ∆t и является неявной по координате y и явной по координате x. Каждая из подсхем (как и в случае схемы расщепления) является абсолютно устойчивой и решается с помощью метода прогонки.

Две особенности, которые необходимо учитывать при записи схемы переменных направлений (1):

1) коэффициенты перед разностными операторами, аппроксимирующими производные $\frac{∂^{2}u}{∂x^{2}}$ и $\frac{∂^{2}u}{∂y^{2}}$, должны быть поделены пополам;

2) свободный член записывается во второй подсхеме и аппроксимируется на шаге (n+1/2).

Складывая обе подсхемы, получаем:



Видно, что правая часть данного соотношения аппроксимируется относительно точки $t^{n+1/2}$. Это означает, что разностный оператор в левой части является центральной конечной разностью, которая, как известно, имеет второй порядок аппроксимации. Таким образом, схема переменных направлений (1) имеет порядок аппроксимации:

 (2)

Коэффициенты, соответствующие уравнению (2), имеют вид:



(для первой подсхемы)



(для второй подсхемы).

Поиск температуры в каждом узле можно производить отдельно. Поэтому такую схему легко реализовать в многопоточном режиме.

Для реализации многопоточного режима область разбивается на полосы. Каждая полоса соответствует одному потоку. Эти полосы пересекаются между собой по двум крайним рядам, и потоки после каждой итерации обмениваются данными о текущей температуре в этих рядах.

**Параметры расчёта**

Образец имеет квадратную форму с физическим размером . Коэффициент температуропроводности  , что близко к реальным значениям для различных сталей. Начальная температура . В центре располагается объект квадратной формы с температурой 350 К. Его центр совпадает с центром всей области. Задаются фиксированные граничные условия.

Область разбивается сеткой с количеством ячеек . Таким образом, шаг по координате , по времени $τ=5·$10-2 с, согласующийся с условием устойчивости. Общее физическое время расчёта t=50c., т.е. количество итераций по времени nt=500.



 

Распределение температуры в нормальном сечении

**Зависимость времени расчёта от числа потоков**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Число потоков | Время, с | Число итераций |
| 1 | 101 | 104 |
| 2 | 38 | 104 |
| 4 | 25 | 104 |
| 8 | 47 | 104 |
| 16 | 48 | 104 |

Таблица 1