

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого  
Физико-механический институт  
Высшая школа теоретической механики и математической физики

Работа допущена к защите  
Директор ВШТМиМФ,  
д.ф.-м.н., чл.-корр. РАН

\_\_\_\_\_ А.М. Кривцов  
«\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2022г.

## **ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА**

магистерская диссертация

### **РАЗРАБОТКА МОДЕЛИ КОМПОЗИТНОГО МАТЕРИАЛА ДЛЯ ЛОПАСТИ БЕСПИЛОТНОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА**

по направлению подготовки 01.04.03 Механика и математическое  
моделирование

Направленность 01.04.03\_01 Механика деформируемого  
твёрдого тела

Выполнил  
студент гр. 5040103/00101

Р.И. Петров

Руководитель  
Доцент ВШМПиУ, к.ф.-м.н.

А.С. Семенов

Консультант по нормоконтролю

Е.А. Хайбулова

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ПЕТРА ВЕЛИКОГО

Физико-механический институт

Высшая школа теоретической механики и математической физики

УТВЕРЖДАЮ

Директор ВШ ТМиМФ

А.М. Кривцов

«\_» \_\_\_\_\_ 2022 г.

**ЗАДАНИЕ**

**на выполнение выпускной квалификационной работы**

студенту \_\_\_\_\_ Петрову Рихарду Игоревичу, 5040103/00101  
фамилия, имя, отчество (при наличии), номер группы

1. Тема работы: Разработка модели композитного материала для лопасти беспилотного летательного аппарата
2. Срок сдачи студентом законченной работы: 01.06.2022
3. Исходные данные по работе: Геометрия толкающего винта беспилотного летательного аппарата, начальные и граничные условия, набор исследуемых материалов
4. Содержание работы (перечень подлежащих разработке вопросов):
  1. Физико-механические свойства композитных материалов;
  2. Постановка краевой задачи определения эффективных свойств композитного материала;
  3. Результаты определения эффективных упругих свойств.
5. Перечень графического материала (с указанием обязательных чертежей): Распределение полей напряжений и деформаций в конечно-элементной модели репрезентативных объемов материала и лопастей, процесс создания образцов и валидации при изгибе.
6. Консультанты по работе:
7. Дата выдачи задания 13.05.2022

Руководитель ВКР \_\_\_\_\_ А.С. Семенов  
(подпись) инициалы, фамилия

Задание принял к исполнению 13.05.2022  
(дата)

Студент \_\_\_\_\_ Р.И. Петров  
(подпись) инициалы, фамилия

## РЕФЕРАТ

На 41 с., 38 рисунков, 3 таблицы.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** КОМПОЗИТНЫЕ МАТЕРИАЛЫ, КОМПЬЮТЕРНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ, РЕВЕРСИВНЫЙ ИНЖИНИРИНГ, БЕСПИЛОТНЫЕ ЛЕТАТЕЛЬНЫЕ АППАРАТЫ.

В настоящее время наиболее эффективным конструкционным решением для винтов беспилотных летающих аппаратов является использование композиционных материалов [7]. К данным материалам предъявляются жёсткие требования по прочности, виброактивности и весовым характеристикам. Для улучшения изгибных свойств лопаток традиционно используются градиентные волокнистые композиты с внутренними полостями. Повышение эксплуатационных характеристик может быть достигнуто за счет использования нано-частиц (глобулярный углерод с содержанием фуллерена 0.025%).

Особенностью исследования является экспериментальная проверка эффективных упругих свойств и их воспроизведение в рамках численного моделирования. Краевые задачи решались в трёхмерной постановке с использованием метода конечно-элементной гомогенизации в программном комплексе ANSYS. Получены верхние и нижние оценки эффективных упругих свойств (вилка Хилла). Получены результаты конечно-элементного моделирования трёхточечного изгиба композиционных образцов по стандарту ASTM D790. Результаты определения эффективных упругих свойств будут использованы для расчетов прочности, долговечности и виброактивности лопастей толкающих винтов беспилотных летательных аппаратов.

## **ABSTRACT**

41 pages, 38 figures, 3 tables.

**KEY WORDS:** COMPOSITE MATERIALS, COMPUTER-Aided DESIGN, REVERSE ENGINEERING, UNMANNED AERIAL VEHICLES.

Currently, the most effective design solution for propellers of unmanned aerial vehicles is the use of composite materials [7]. Strict requirements are imposed on these materials in terms of strength, vibration activity and weight characteristics. To improve the flexural properties of the blades, graded fiber composites with internal cavities are traditionally used. An increase in performance can be achieved through the use of nanoparticles (globular carbon with a fullerene content of 0.025%).

The purpose of this study is to experimentally verify the effective elastic properties and reproduce them in the framework of numerical simulation. Boundary value problems were solved in a three-dimensional formulation using the finite element homogenization method in the ANSYS software package. Upper and lower estimates of the effective elastic properties (Hill's fork) are obtained. The results of finite element modeling of three-point bending of composite samples according to the ISO 178 standard are obtained. The results of determining the effective elastic properties will be used to calculate the strength, durability and vibration activity of the pusher propeller blades of unmanned aerial vehicles.

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	5
Глава 1. Обзор актуальных методик, подходов и стандартов для моделирования композиционных материалов .....	8
1.1. Математические модели для вычисления эффективных характеристик композиционных материалов.....	8
1.1.1. Метод Мори-Танака.....	8
1.1.2. Дифференциальная схема .....	9
1.1.3. Метод эффективного поля .....	10
1.2. Численные программные пакеты .....	11
Глава 2. Постановка задачи.....	14
2.2. Толкающие лопасти беспилотного летательного аппарата.....	14
Глава 3. Разработка цифровой модели материала .....	16
3.1. Основные материалы .....	16
3.2. Гомогенизация материалов с помощью численного решения в ANSYS18 .....	
Глава 4. Валидация.....	22
4.1. Обзор стандарта испытаний.....	22
4.2 Расчетная оценка .....	23
4.3. Создание образцов для испытания на трёхточечный изгиб .....	24
4.4. Результаты испытаний.....	28
Глава 5. Конечно-Элементное моделирование .....	32
5.1. Разработка конечно-элементной модели .....	32
5.2. Прочностной расчет .....	35
5.3. Модальный расчет.....	36
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	38
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ .....	39

## ВВЕДЕНИЕ

Целью данной работы является построение математической модели лопасти и оценки применимости различных моделей материалов для данной детали. Важным этапом разработки модели является определения свойств композитных материалов, которые применяются для производства лопастей беспилотных летательных аппаратов. Стоит отметить, что востребованность композитов в современном мире стремительно растет. Композиты, полимеры и керамика постепенно вытесняют металлы из употребления. А история использования человеком композитов восходит к началу развития самой цивилизации [13].

Актуальность исследования заключается в заинтересованности российских производителей беспилотных летательных аппаратов в замене зарубежных компонентов российскими, поставки которых осложнены мировым логистическим кризисом и геополитической обстановкой, включая санкции.

Исследование конструкций и деталей из композитных материалов заключается в рассмотрении материала в рамках представлений многомасштабного моделирования. Так, в работе присутствует рассмотрение нескольких масштабных уровней: Микроуровень, мезо уровень, макроуровень. Например, при рассмотрении материала с углеродными волокнами и матрицей их эпоксидной смолы с добавлением глобулярного углерода на первом уровне проводилось описание влияния влещивания сажи (глобулярного углерода) в матрицу (эпоксидная смола). Полученные эффективные свойства матрицы с сажой используются на следующем уровне, где уже волокна рассматриваются в связке с полученными ранее эффективными свойствами. На макроуровне проходили расчеты модели лопасти, для которой применялась модель материала, полученная при многоуровневом подходе, под действием заданных нагрузок.

Предметом исследования являются толкающие лопасти беспилотных летательных аппаратов. Такие лопасти, в отличие от тянущих, работают в

разряженном воздушном потоке, который характеризуется турбулентными вихрями, образующимися после взаимодействия потока с поверхностью летательного аппарата. Отрицательными характеристиками толкающих винтов являются низкий КПД и повышенная шумность [14]. Лейтмотивом для использования подобных винтов являются конструктивные особенности беспилотных летательных аппаратов самолетного типа, которые используются для разведки, аэрофотосъемки и геодезии в строительстве, сельском хозяйстве, горном деле и др. Перечисленные ранее задачи, которые выполняются с помощью БПЛА самолетного типа, требуют высокоточной аппаратуры, которую располагают в носовой части БПЛА. Такая аппаратура может давать сбой или выйти из строя из-за вибраций, которые бы на неё воздействовали при расположении тянущего винта в той же части летательного аппарата.

Значимость данного исследования заключается в валидации математических моделей материалов посредством проведения экспериментов на трехточечный изгиб для уточнения конечно-элементных моделей и свойств материалов, пробное исследование производства матрицы с равномерным распределением сажи глобулярного углерода, при сохранении гомогенных свойств.

В основу для выполнения ВКР легли материалы таких учебных курсов как «Микромеханика неоднородных сред», «Компьютерные технологии в механике» и «Теория пластичности и ползучести».

В рамках дальнейших исследований, связанных с этой работой, может послужить рассмотрение большего числа вариаций композитных материалов, а следовательно, и структур, описание различных процессов производства, таких как литье, вакуумная инфузия, аддитивные технологии. В дальнейшем планируется создание базы материалов, основанной на численных и экспериментальных оценках эффективных свойств композитных материалов, полученных как в рамках данной работы, так и последующих исследований.

Данная база материалов может позволить упростить процесс подбора материалов для

Результаты работы были представлены на всероссийской конференции «Неделя науки ФизМех» 2022.



## Глава 1. Обзор актуальных методик, подходов и стандартов для моделирования композиционных материалов

1.1. Математические модели для вычисления эффективных характеристик композиционных материалов.

### 1.1.1. Метод Мори-Танака

Каждое включение в композите ведет себя как изолированное в материале матрицы под действием постоянного внешнего поля деформации (или напряжения), которое одинаково для всех включений и получается из решения задачи Эшелби [8,9]. Это поле совпадает со средним полем деформации (или напряжения) по матрице (Рис.1.1.1.1).

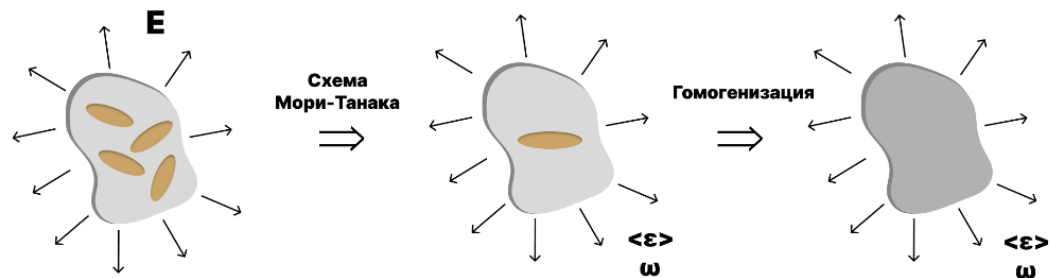


Рис 1.1.1.1 – Алгоритм метода Мори-Танака.

Эффективные свойства материала в методе Мори-Танака вычисляются с помощью следующих уравнений:

$$\bar{\mathbf{N}} = (\mathbf{C}_1 - \mathbf{C}_0) : \langle \mathbf{L}^\varepsilon(x) \rangle \quad (1.1.1.1)$$

$$\mathbf{C}_* = \mathbf{C}_0 + p_k \bar{\mathbf{N}}_k : (p(\mathbf{C}_1 - \mathbf{C}_0)^{-1} : \bar{\mathbf{N}} + (1 - p)^4 \mathbf{I})^{-1} \quad (1.1.1.2)$$

Где  $\mathbf{C}_0$  - Модуль Юнга матрицы,  $p_k$  - микроструктурный параметр, описывающий концентрацию включений,  $\bar{\mathbf{N}}_k$  - тензор вклада в жесткость матрицы от включений.

Для  $p = 1$ :

$$\mathbf{C}_* = \mathbf{C}_0 + \bar{\mathbf{N}} : ((\mathbf{C}_1 - \mathbf{C}_0)^{-1} : \bar{\mathbf{N}})^{-1} = \mathbf{C}_0 + \mathbf{C}_1 - \mathbf{C}_0 = \mathbf{C}_1 \quad (1.1.1.3)$$

Для случая многофазных композитов:

$$\mathbf{C}_* = \mathbf{C}_0 + p((1-p)(\sum_i \xi_i \mathbf{N}_i)^{-1} + p(\sum_i (\mathbf{C}_i - \mathbf{C}_0)^{-1} : \xi_i \mathbf{N}_i) : (\sum_i \xi_i \mathbf{N}_i)^{-1})^{-1} \quad (1.1.1.4)$$

Где  $\xi_i = p_i/p$  – относительные концентрации неоднородностей.

### 1.1.2. Дифференциальная схема

Для дифференциальной схемы характерно постепенное вмешивание и гомогенизация материала уровень за уровнем. Схема может быть реализована двумя различными способами: можно запретить или не запретить вновь добавленным неоднородностям перекрываться с участками ранее введенных неоднородностей (Рис. 1.1.2.1).

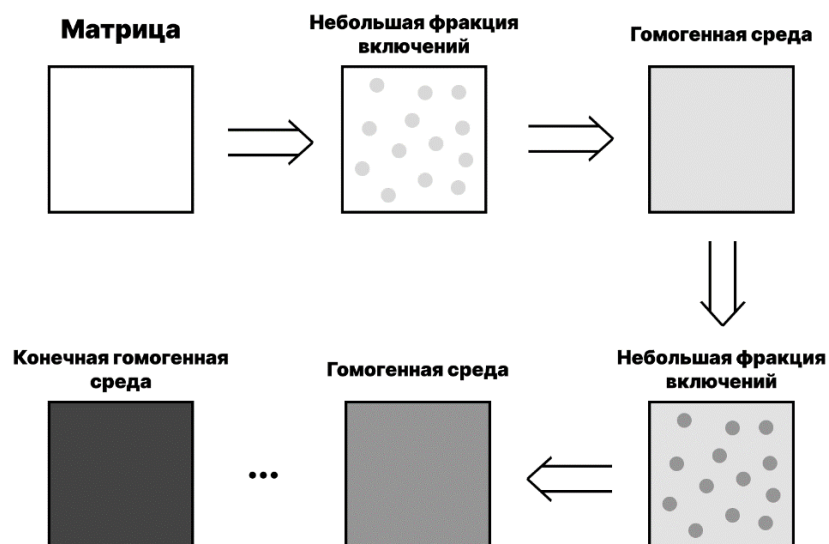


Рис 1.1.2.1 – Дифференциальная схема.

Для эллипсоидальных включений в однородной матрице с модулями  $C_0$  эффективный модуль Юнга имеет вид:

$$\mathbf{C}_* = \mathbf{C}_0 + \sum_k p_k \bar{\mathbf{N}}_k, \quad \bar{\mathbf{N}} = (\mathbf{C}_1 - \mathbf{C}_0) : \Lambda_\varepsilon \quad (1.1.2.1)$$

Где  $\mathbf{C}_0$  - Модуль Юнга матрицы,  $p_k$  – микроструктурный параметр, описывающий концентрацию включений,  $\bar{\mathbf{N}}_k$  – тензор вклада в жесткость матрицы от включений

Так, для описанного процесса, уравнения будут иметь следующий вид:

$$\mathbf{C}_*(p + \delta p) = \mathbf{C}_*(p) + \sum_k \delta p_k \bar{\mathbf{N}}_k(p), \quad \sum_k \delta p_k = \delta p \quad (1.1.2.2)$$

$$\frac{d\mathbf{C}_*}{dp} = \langle \bar{\mathbf{N}} \rangle \quad (1.1.2.3)$$

При начальных условиях:

$$\mathbf{C}_*(0) = \mathbf{C}_0 \quad (1.1.2.4)$$

### 1.1.3. Метод эффективного поля

В методе эффективного поля каждое включение в композите рассматривается как изолированное, встроенное в однородную среду со свойствами матрицы  $\mathbf{C}_0$ , а наличие других неоднородностей учитывается локальным внешним полем, действующим на это включение [5]. Схематически метод показан на рисунке 1.1.3.1.

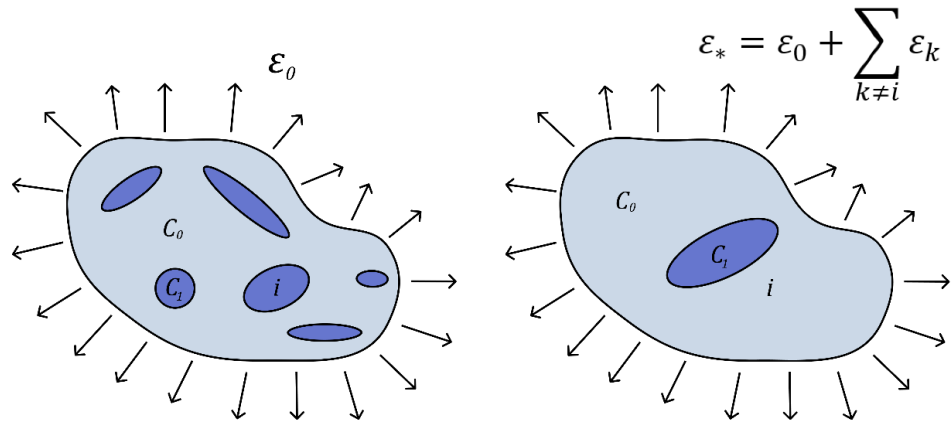


Рис 1.1.3.1 – Метод эффективного поля.

Уравнения для определения эффективных упругих модулей в методе эффективного поля:

$$\bar{\mathbf{N}} = ((\mathbf{C}_1 - \mathbf{C}_0)^{-1} + \mathbf{P}(\mathbf{a}))^{-1} \quad (1.1.3.1)$$

$$\mathbf{C}_* = \mathbf{C}_0 + p((\mathbf{C}_1 - \mathbf{C}_0)^{-1} + \mathbf{P}(\mathbf{a}) - p\mathbf{P}(\mathbf{a}))^{-1} \quad (1.1.3.2)$$

$$\mathbf{C}_* = \mathbf{C}_0 + p((\mathbf{C}_1 - \mathbf{C}_0)^{-1} + (1 - p)\mathbf{P}(\mathbf{a}))^{-1} \quad (1.1.3.3)$$

$$\mathbf{C}_* = \mathbf{C}_0 + p\bar{\mathbf{N}}: (\mathbf{I} - p\mathbf{P}(\alpha):\bar{\mathbf{N}})^{-1} = \mathbf{C}_0 + ((p\bar{\mathbf{N}}) - P((\alpha)))^{-1} \quad (1.1.3.4)$$

## 1.2. Численные программные пакеты

В связи с увеличением потребности производства в композитных материалах, а следовательно, и в их описании, помимо аналитических моделей было разработано множество прикладных программных пакетов, в задачи которых входит исследование свойств материалов и расчет деталей и конструкций, к которым применяются данные свойства.

Наиболее распространенным средством исследования деталей и конструкций из композитных материалов являются обычные решатели задач по методу конечных элементов, такие как *ANSYS Workbench Mechanical* или *APDL* (рис 1.2.1).

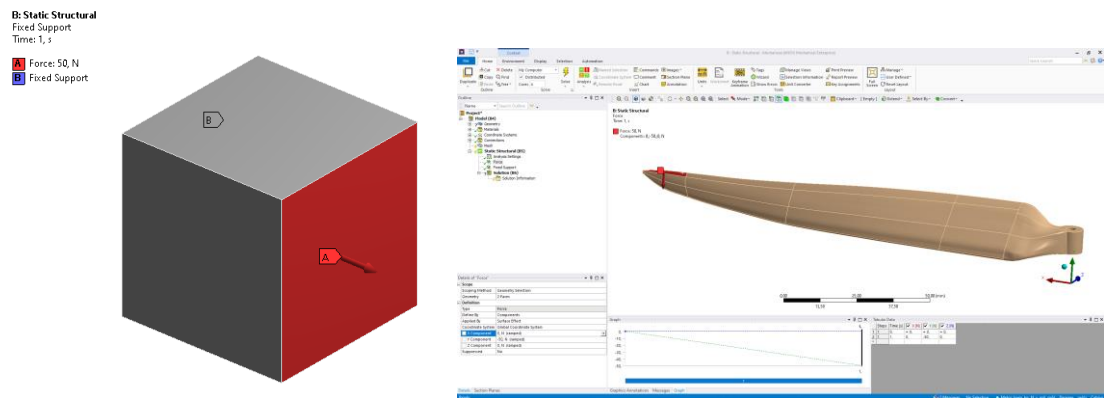


Рис 1.2.1 – Интерфейс *ANSYS Mechanical*.

Существуют так же и специализированные пакеты для получения эффективных свойств композиционных материалов различной структуры, отличительной особенностью которых является рассмотрение микро и мезо уровней материалов, за счет задания *RVE* с заданными свойствами материалов, такими как микроструктура, характер взаимодействия неоднородностей и матрицы материала. Одним из которых является *ANSYS Material designer* (рис.1.2.2).

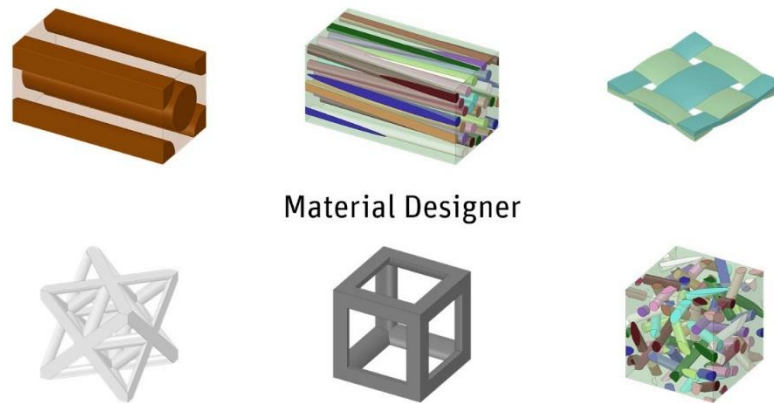


Рис. 1.2.2 – Доступные *RVE* в программном пакете *ANSYS Material designer*.

Основной методикой, применяемой в данных пакетах, является получение эффективных свойств на основе расчетов *RVE* (*representative volume element* – репрезентативный объем).

Так же функционал для гомогенизации материалов присутствует в программном пакете для пре-процессинга *ANSA BETA CAE* [11]. Основными преимуществами данного программного пакета являются: возможность переноса данных между различными решателями (*LS-Dyna*, *Nastran*, *Optistruct* и др.) и широкий набор параметров определения многофазных *RVE*.

Для процесса гомогенизации в этом ПО доступны (рис. 1.6):

- Короткие волокна
- Длинные включения (Однонаправленные волокна, плетеные композиты)
- Шаровые включения
- Связанная поверхность
- Многослойные *RVE*

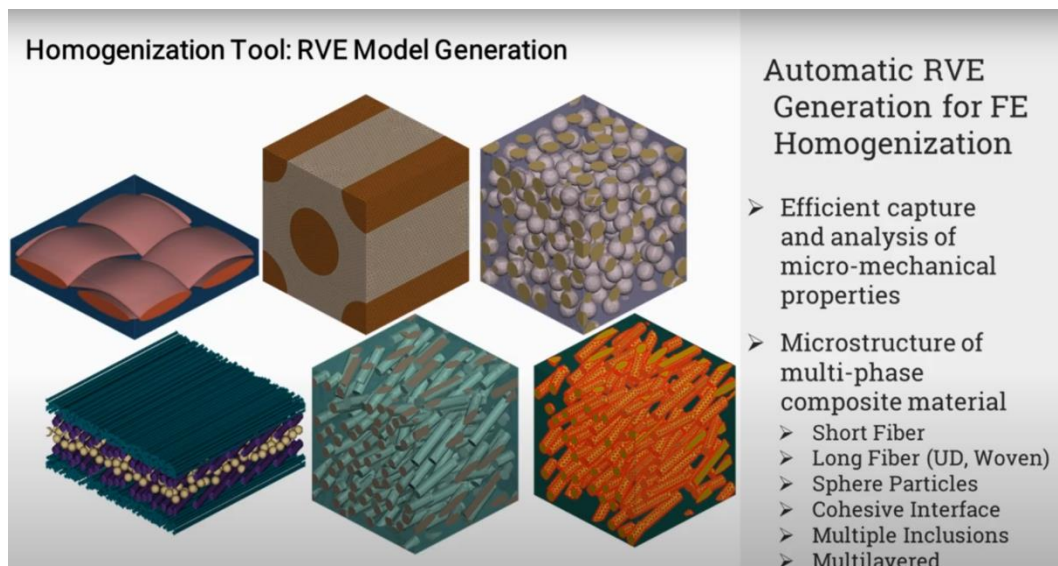


Рис. 1.2.3 – Доступные *RVE* в программном пакете *ANSA BETA CAE*.

## Глава 2. Постановка задачи

### 2.2. Толкающие лопасти беспилотного летательного аппарата

Объектом исследования в данной работе является толкающий винт беспилотного летательного аппарата, а именно композитный материал, из которого делаются его лопасти. Подобные детали должны иметь хорошее сопротивление изгибу и сохранять виброустойчивость, так как ходе эксплуатации подвергаются различным нагрузкам от взаимодействия с турбулентным потоком воздуха, формирующимся из-за соприкосновения потоков воздуха с поверхностью беспилотного летательного аппарата [12] (рис. 2.1).



Рис. 2.1 – Беспилотный летательный аппарат самолетного типа (Геоскан 201 Геодезия).

Входными данными в данной задаче являются геометрия лопасти беспилотного летательного аппарата, начальные и граничные условия для тестирования лопастей, набор материалов, которые могут использоваться для описания композитного материала (Рис. 2.2)



Рис. 2.2 – а) Твердотельная модель лопасти винта беспилотного летательного аппарата;

б) Элементарный представительный объем, используемый при конечно  
- элементной гомогенизации

Для определения эффективных упругих свойств композиционного материала рассматривались элементарные представительные объемы в форме куба с цилиндрическими (учет волокон) и сферическими (учет фуллереновой сажи). В качестве граничных условий рассматривались силовые, кинематические граничные условия и условия периодичности. Задачи решались в инфинитезимальной изотермической постановке. Для оценки допустимых границ упругих модулей рассматривались приближения Фойгта (2.1.1) и Рейсса (2.1.1.) [5]:

$$G_{eff} = c_1 G_1 + c_2 G_2 + c_3 G_3, \quad K_{eff} = c_1 K_1 + c_2 K_2 + c_3 K_3, \quad (2.1.1.)$$

$$\frac{1}{G_{eff}} = \frac{c_1}{G_1} + \frac{c_2}{G_2} + \frac{c_3}{G_3}, \quad \frac{1}{K_{eff}} = \frac{c_1}{K_1} + \frac{c_2}{K_2} + \frac{c_3}{K_3}, \quad (2.1.2)$$

где  $c_i$  – объемная доля фазы,  $G_i$  – модули сдвига отдельных фаз,  $K_i$  – модули объемного сжатия отдельных фаз.

Тензор эффективных упругих модулей  ${}^4C_{eff}$  композита [6] определялся на основе конечно-элементной гомогенизации с использованием осредненных по элементарному представительному объему (ЭПО) тензоров напряжений и деформаций:

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{V_{ЭПО}} \int_{V_{ЭПО}} \sigma \, dV, \quad \bar{\varepsilon} = \frac{1}{V_{ЭПО}} \int_{V_{ЭПО}} \varepsilon \, dV. \quad (2.1.3)$$

Компоненты тензора эффективных упругих модулей вычисляются на основе уравнения:

$$\bar{\sigma} = {}^4C_{eff} \cdot \bar{\varepsilon}. \quad (2.1.4)$$



## Глава 3. Разработка цифровой модели материала

### 3.1. Основные материалы

В качестве входных материалов в работе использовались материалы, связанные с рассмотрением лопастей-аналогов и доступные свойства материалов, находящиеся в свободных источниках, таких как библиотека *ANSYS material library*.

Все фазы считались изотропными. Для эпоксидной матрицы задавались следующие упругие модули:  $E_1 = 250$  МПа,  $\nu_1 = 0,35$  [10]. Для слоя с фуллереновой сажой (глобулярным углеродом)  $E_1 = 1000000$  МПа,  $\nu_1 = 0,3$  [7]. Для углеродных волокон:  $E_1 = 230000$  МПа,  $E_2 = 23000$  МПа,  $E_3 = 23000$  МПа;  $\nu_1 = 0,2$ ;  $\nu_2 = 0,4$ ;  $\nu_3 = 0,2$ .

Так, подбор матрицы в виде эпоксидной смолы обусловлено ее доступностью, а также широким использованием в качестве матрицы композитных материалов для пропеллеров [4]. Глобулярный углерод и углеродные нанотрубки были подобраны для увеличения прочностных свойств. Так, глобулярный дисперсный углерод (ГДУ), производимый из обогащенного ароматикой углеводородного сырья, получаемого в угле и нефтехимических процессах, нашел широкое применение в виде различных марок технического углерода, используемого в качестве наполнителя полимеров [1] (рис.3.1).



Рис. 3.1 – Исследуемые материалы.

В качестве первого приближения, на микроуровне рассматривалось добавление глобулярного углерода в эпоксидную матрицу, которое завершалось получением «эффективных свойств» матрицы. Во втором приближении к «эффективной матрице» добавлялись углеродные нановолокна, в результате были получены

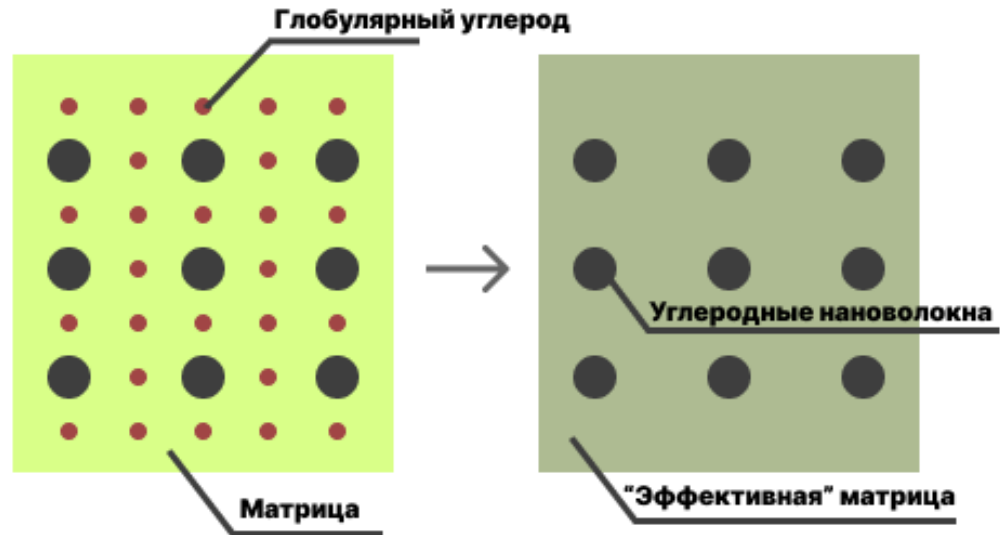


Рис. 3.2 – Рассматриваемый ЭПО с «эффективной» матрицей и углеродными нановолокнами.

Задача решалась в предположении ортотропии упругих свойств композитного материала. Целью расчета являлось получение 9 упругих констант:  $E_1$ ;  $E_2$ ;  $E_3$ ;  $G_1$ ;  $G_2$ ;  $G_3$ ;  $\nu_1$ ;  $\nu_2$ ;  $\nu_3$

Пример вычисления вертикальных полей напряжений представлен на рисунке 3.1.

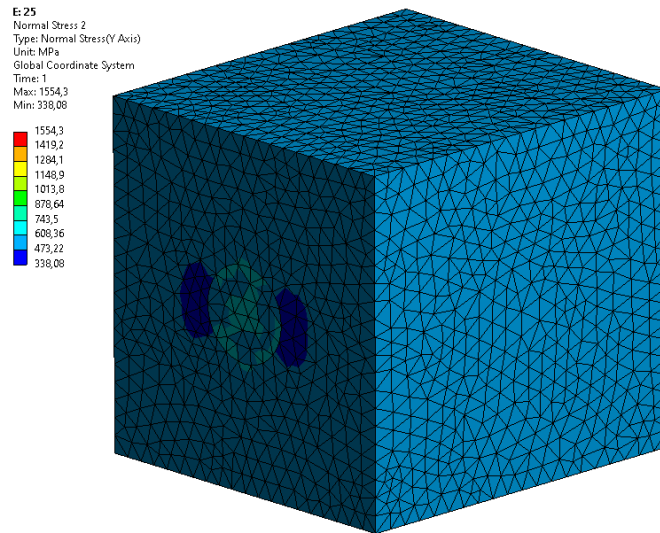


Рис. 3.1.1 – Пример распределения полей вертикальных напряжений для ЭПО с цилиндрическим включением.

### 3.2. Гомогенизация материалов с помощью численного решения в ANSYS

При проведении расчётов рассматривались различные модели учета композиций (чистая матрица, матрица с волокнами, матрица с фуллеренами) и различные концентрации глобулярного углерода (фуллереновой сажи). Пример ЭПО с волокнами представлен на рисунке 3.2.

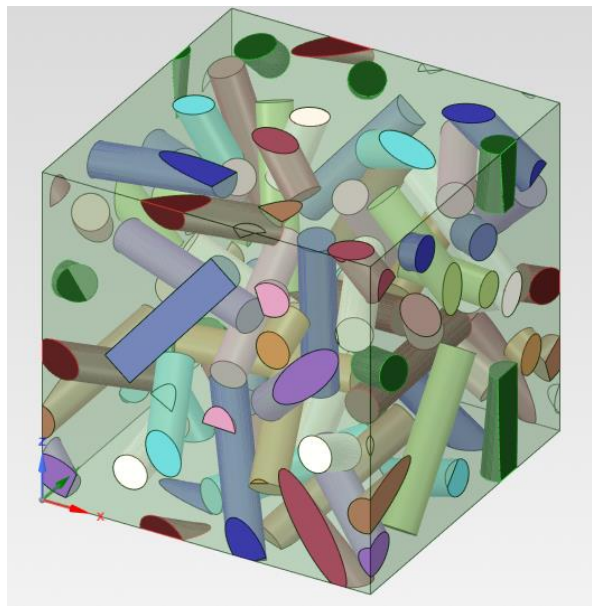


Рис. 3.2.1. – Пример ЭПО со случайно ориентированными «короткими» трубками.

В соответствии с формулами (3) и (4) вычислены эффективные упругие модули композита, представленные в таблицах 3.1 и 3.2.

Таблица 3.1. Эпоксидная смола и фуллереновая сажа. Шаровое включение.

	$E_{eff}$ (МПа)	$G_{eff}$ (МПа)	$\nu_{eff}$
Эпоксидная смола	$E1 = 250,0$	$G1 = 145$	$\nu1 = 0,35$
Эпоксидная смола + Глобулярный углерод (0,02%)	$E1 = 260,75$ $E2 = 260,75$ $E3 = 260,75$	$G1 = 151,22$ $G2 = 151,22$ $G3 = 151,22$	$\nu1 = 0,348$ $\nu2 = 0,348$ $\nu3 = 0,348$
Эпоксидная смола + Глобулярный углерод (0,04%)	$E1 = 273,08$ $E2 = 273,08$ $E3 = 273,08$	$G1 = 158,05$ $G2 = 158,05$ $G3 = 158,05$	$\nu1 = 0,345$ $\nu2 = 0,345$ $\nu3 = 0,345$
Эпоксидная смола + Глобулярный углерод (0,08%)	$E1 = 301,04$ $E2 = 301,04$ $E3 = 301,04$	$G1 = 170,1$ $G2 = 170,1$ $G3 = 170,1$	$\nu1 = 0,339$ $\nu2 = 0,339$ $\nu3 = 0,345$
Фуллереновый наполнитель (Глобулярный углерод)	$E1 =$ $1000000,0$	$G1 = 5000,0$	$\nu1 = 0,3$

Таблица 3.2. Эффективные свойства матрицы и углеродные нанотрубки. Цилиндрическое включение.

	$E_{eff}$ (МПа)	$G_{eff}$ (МПа)	$\nu_{eff}$
Гомогенизированная матрица	E1 = 301,04 E2 = 301,04 E3 = 301,04	G1 = 170,1 G2 = 170,1 G3 = 1642,1	$\nu_1 = 0,339$ $\nu_2 = 0,339$ $\nu_3 = 0,345$
Гомогенизированная матрица + Углеродные нановолокна (25%)	E1 = 3982,74 E2 = 455,76 E3 = 455,76	G1 = 250,33 G2 = 229,67 G3 = 245,23	$\nu_1 = 0,303$ $\nu_2 = 0,309$ $\nu_3 = 0,471$
Гомогенизированная матрица + Углеродные нановолокна (30%)	E1 = 4685,44 E2 = 487,76 E3 = 487,76	G1 = 2615,9 G2 = 2379,2 G3 = 2554,5	$\nu_1 = 0,297$ $\nu_2 = 0,300$ $\nu_3 = 0,467$
Гомогенизированная матрица + Углеродные нановолокна (50%)	E1 = 6735,99 E2 = 588,77 E3 = 588,77	G1 = 3251,6 G2 = 2918,2 G3 = 3233,8	$\nu_1 = 0,277$ $\nu_2 = 0,282$ $\nu_3 = 0,452$
Гомогенизированная матрица + Углеродные нановолокна (75%)	E1 = 7628,18 E2 = 656,00 E3 = 656,00	G1 = 3659,3 G2 = 3247,4 G3 = 3651,1	$\nu_1 = 0,273$ $\nu_2 = 0,267$ $\nu_3 = 0,440$
Углеродные нановолокна	E1 = 230000,0 E1 = 23000,0 E1 = 23000,0	G1 = 9000 G2 = 8214 G3 = 9000	$\nu_1 = 0,2$ $\nu_2 = 0,4$ $\nu_3 = 0,2$

На основе полученных данных были построены границы Фойгта и Рейсса. Так, эффективные свойства матрицы расположились практически вдоль нижней границы (границы Рейсса), что можно видеть на рисунке 3.2.2.

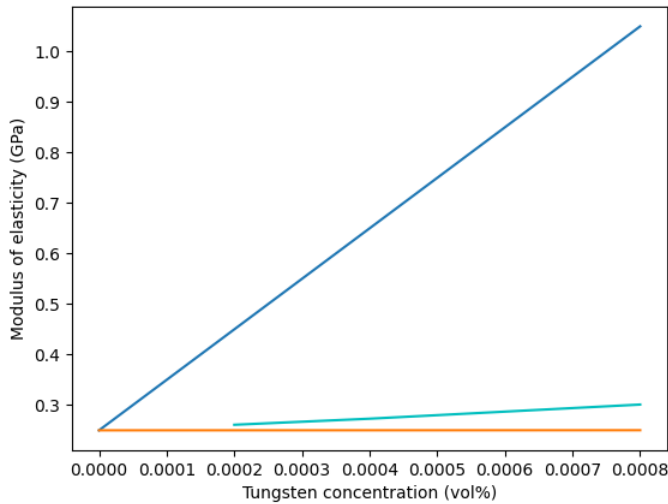


Рис. 3.2.2 – Эффективные свойства матрицы в границах Фойгта и Рейсса.

Свойства обобщённого материала матрицы с углеродными трубками представлены на рисунке 3.2.3.

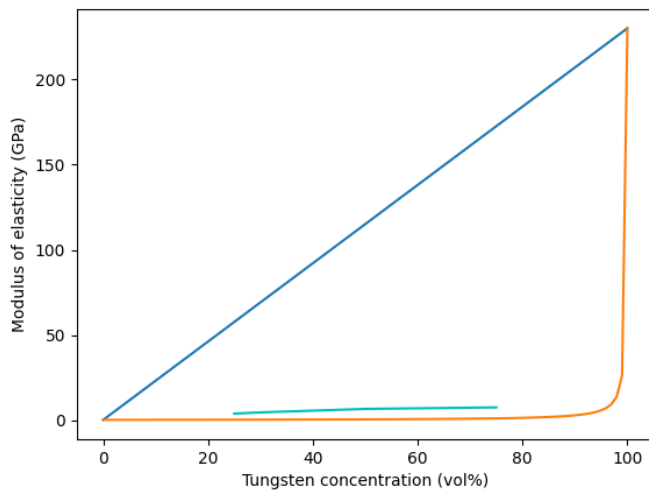


Рис. 3.2.3 – Пример распределения полей вертикальных напряжений для ЭПО с цилиндрическим включением.

Правило смесей для композитных материалов в данной постановке оказалось выполненным.

## Глава 4. Валидация

### 4.1. Обзор стандарта испытаний

Порядок испытания на трехточечный изгиб в данной работе проходил по стандарту *ASTM D790* ("Standard test methods for flexural properties of unreinforced and reinforced plastics and electrical insulating materials") [3]. Данный стандарт был выбран из соображений наличия подходящего под стандарты оборудования (INSTRON 5566). Сам стандарт лег в основу для ГОСТ Р 56810-2015 и последний является лишь его модификацией [2]. Схема проведения испытания представлена на рисунке 4.1.1.

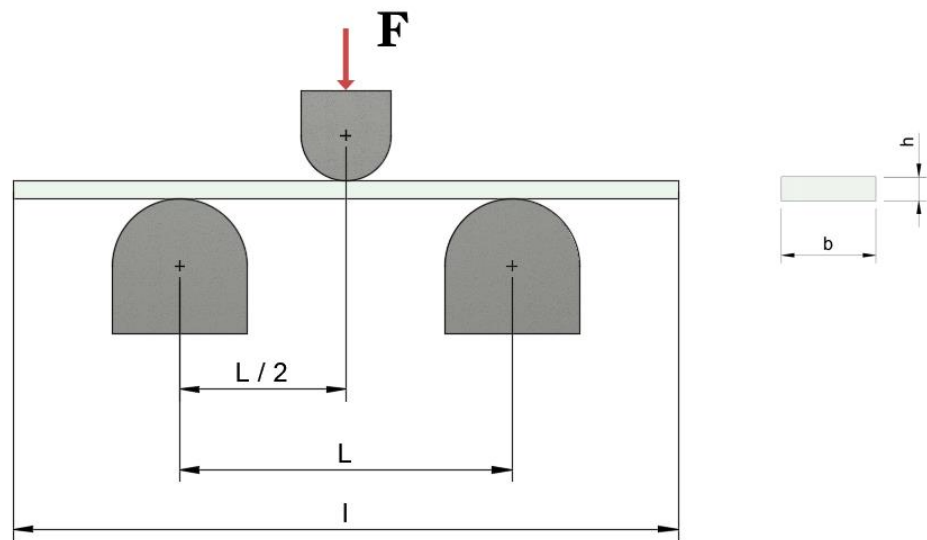


Рис 4.1.1 – Схема проведения испытания по стандарту ASTM D790.

Где  $F$  - сила, прикладываемая к образцу,

$l$  - длина образца

$b$  - ширина образца

$h$  - высота образца

$L$  - Расстояние между опорами

Так, в соответствии со стандартом, для проведения теста необходимо протестировать несколько плит, для которых сохраняются основные оси ортотропии. Плиты должны иметь следующие размеры:

- Толщина ( $h$ ):  $1,6 \leq h \leq 3,2$
- Ширина ( $b$ ):  $12 \pm 1$
- Длина ( $l$ ):  $l > 19h$
- Расстояние между опорами ( $L$ ):  $(16 \pm 1) h$

## 4.2 Расчетная оценка

Перед проведением натурального испытания необходимо дать оценку возможным результатам для построения математической модели. Так, задачу трехточечного изгиба по данным стандартам описывает задача балки на двух опорах, граничные и начальные условия которой представлены на рисунке 4.2.1.

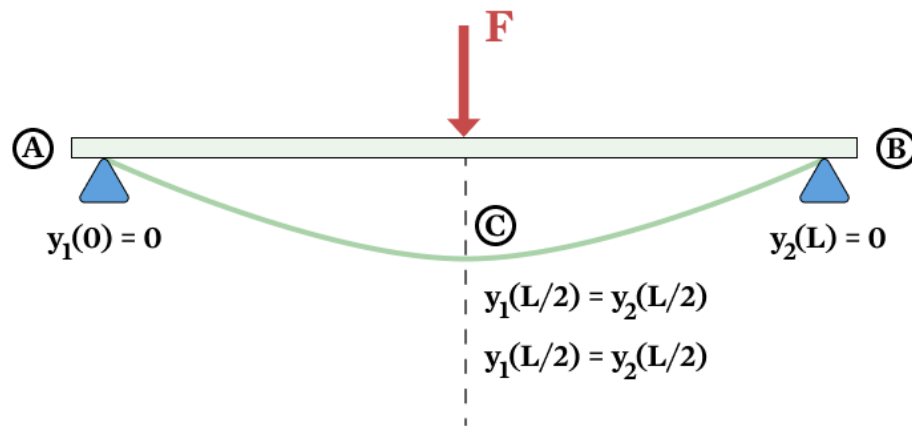


Рис. 4.2.1 – Граничные и начальные условия.

Из начальных и граничных условий можно вывести уравнение для оценки максимального перемещения образца при трехточечном изгибе:

$$y_1 = \frac{1}{EI} \left( \frac{F}{12} x^3 + C_1 x + C_2 \right) \quad (4.2.1)$$

$$y_2 = \frac{1}{EI} \left( \frac{-F}{12} x^3 + \frac{FL}{4} x^2 + C_3 x + C_4 \right) \quad (4.2.2)$$

$$\bullet \quad y_1(0) = 0 \rightarrow C_2 = 0 \quad (4.2.3)$$

$$\bullet \quad \theta_1 \left( \frac{L}{2} \right) = \theta_2 \left( \frac{L}{2} \right) \rightarrow C_3 = C_1 - \frac{FL^2}{8} \quad (4.2.4)$$

$$\bullet \quad y_1 \left( \frac{L}{2} \right) = y_2 \left( \frac{L}{2} \right) \rightarrow C_4 = \frac{FL^2}{48} \quad (4.2.5)$$

$$\bullet \quad y_1(0) = 0 \rightarrow C_2 = 0 \quad (4.2.6)$$

$$y_{max} = y \left( \frac{L}{2} \right) = -\frac{FL^3}{48EI} \quad (4.2.7)$$

Приняв силу равной 100 Н и подставляя параметры, полученные в процессе гомогенизации в уравнение 4.2.7 получим:

$$y_{max} = -\frac{FL^3}{48EI} = 6.25 \text{ mm} \quad (4.2.8)$$



Оценку напряжений можно провести по следующей формуле:

$$\sigma_{max} = -\frac{3Fl}{2bh^2} = 7.50 \text{ MPa} \quad (4.2.8)$$

Так же был проведен конечно-элементный расчет для получения численных данных о напряжениях и деформациях, которые проиллюстрированы на рисунках 4.2.1 – 4.2.2.

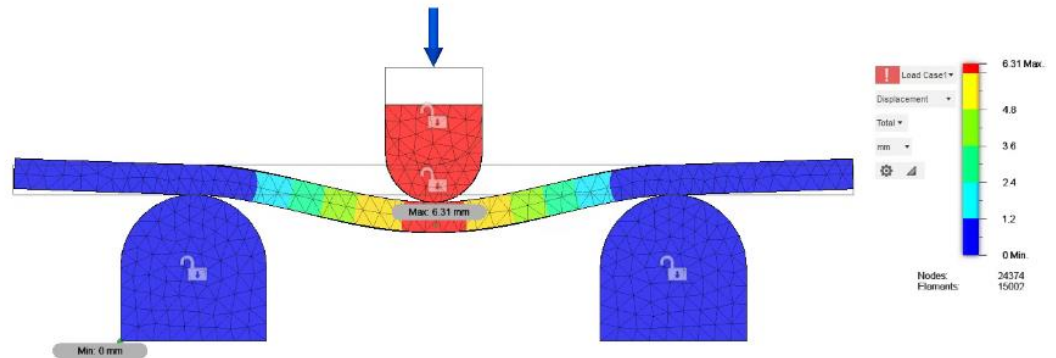


Рис. 4.2.1 – Конечно-Элементный расчет трёхточечного изгиба.

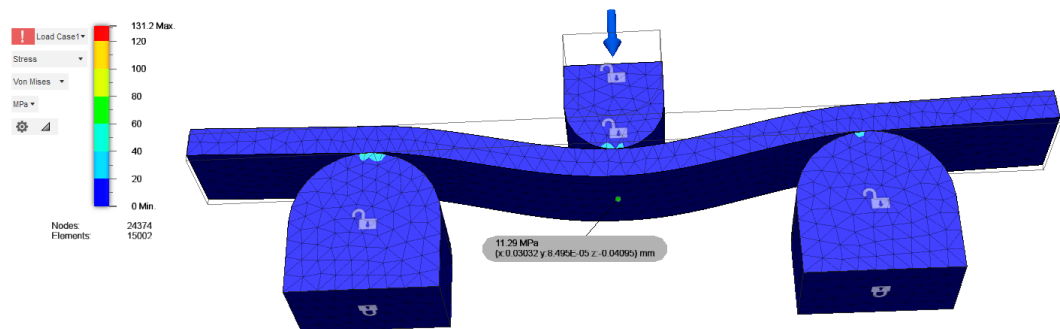


Рис. 4.2.2 – Конечно-Элементный расчет трёхточечного изгиба. Поле напряжений.

Так значения напряжений и деформаций при аналитическом и численном подходе совпадают.

### 4.3. Создание образцов для испытания на трёхточечный изгиб

Для проведения испытания по стандарту ASTM D790 было необходимо произвести по 3 образца для каждого рассматриваемого материала при соблюдении необходимой точности размеров и формы. Для этих целей были применены подходы цифрового проектирования и моделирования.

На начальном этапе создания образцов рассматривалось производство с помощью литья, для которого была разработана форма из силикона. Для её заливки необходимо было сделать опалубку. На рисунках 4.3.1 - 4.3.2 показаны чертеж и 3D модель опалубки, мастер модели. Процесс моделирования проводился в САПР Autodesk Fusion 360.

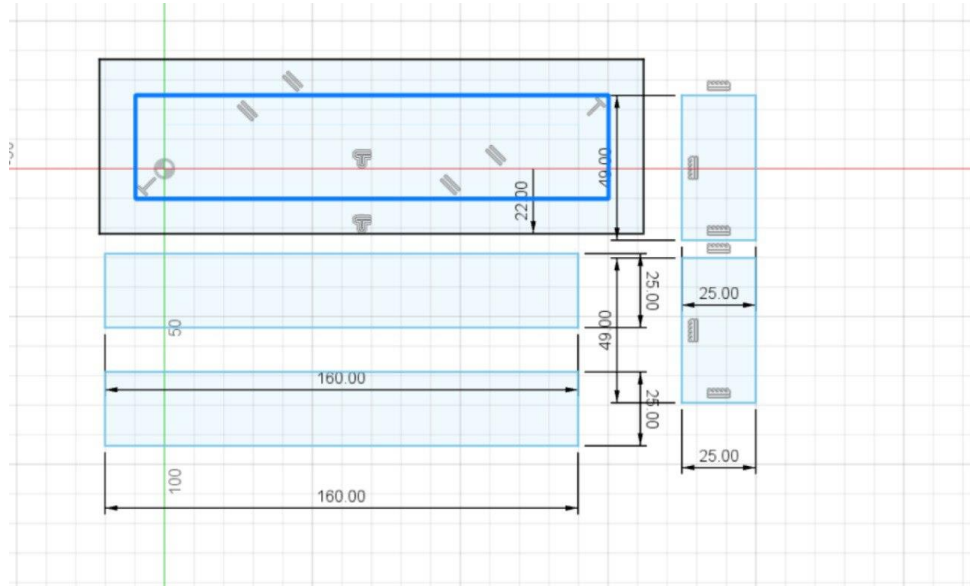


Рис. 4.3.1 – Чертеж опалубки в САПР Autodesk Fusion 360

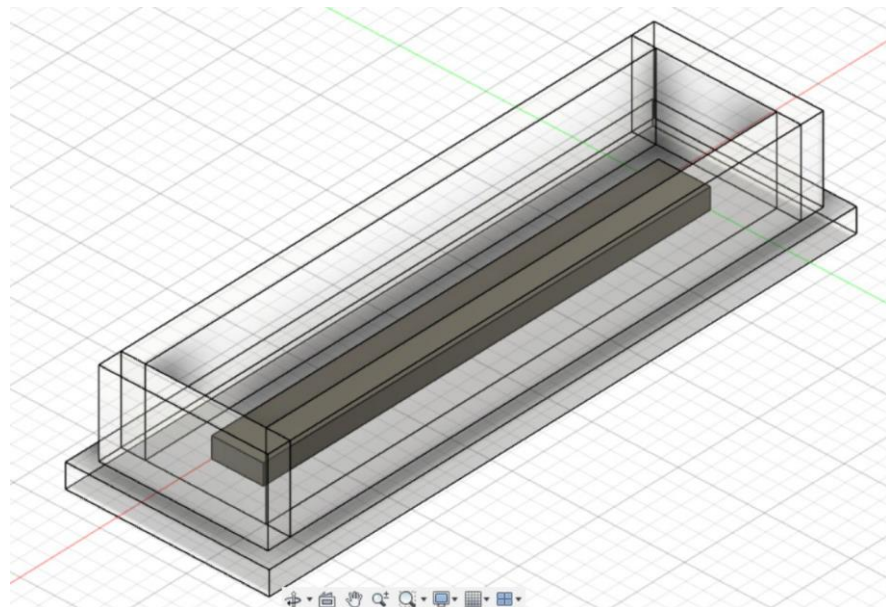


Рис. 4.3.2 – 3D модель опалубки и мастер модели

Затем, по полученным чертежам был сгенерирован технологический процесс и на лазерном станке в FabLab Политех были вырезаны компоненты опалубки и мастер модель из оргстекла (рис. 4.3.3).



Рис. 4.3.3 – процесс производства опалубки.

Следующим шагом необходимо было вмешать сажу в матрицу с соблюдением концентрации 0.02%. Для создания эпоксидной матрицы необходимы 2 компонента – смола и отвердитель, учитывая тот факт, что отвердитель менее вязкий было принято решение вмешивать глобулярный углерод в отвердитель, а затем, полученную смесь добавлять в разогретую до 50°C смолу, понижая этим её вязкие свойства. Процесс получения смеси эпоксидной смолы с отвердителем и глобулярным углеродом представлен на рисунке 4.3.4.

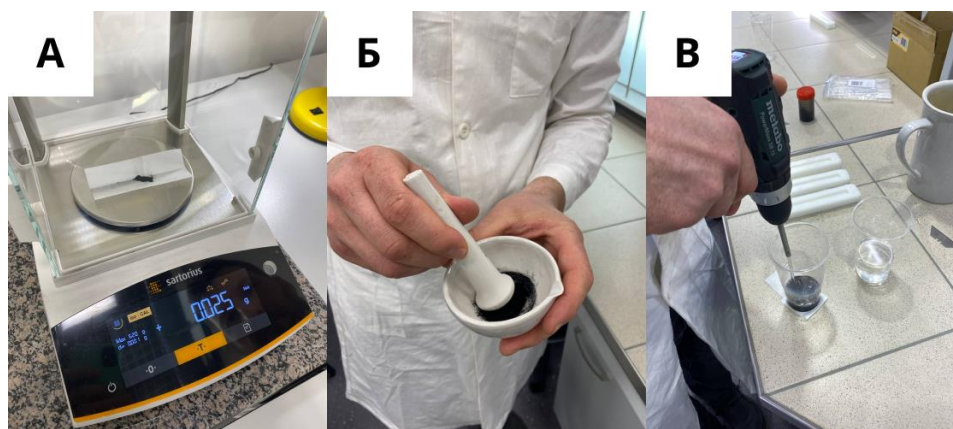


Рис. 4.3.4 – Процесс получения смеси для отливки матрицы:

- а) взвешивание сажи; б) перемалывание в ступке; в) вмешивание сажи в раствор отвердителя со смолой.

Полученная смесь была отлита в силиконовых формах, которые упоминались выше. Процесс заливки форм и получения образцов для трёхточечного изгиба представлен на рисунке 4.3.5.



Рис. 4.3.5 – Заливка форм и получение образцов.

Так было получено 3 выборки образцов. Одна выборка из чистой эпоксидной смолы без примесей. Две другие выборки с добавлением сажи (глобулярного углерода) отличались размером агломератов. Для получения агломератов меньшего размера, а значит и более равномерного распределения сажи в смоле была проведена сушка сажи в сушильном шкафу при температуре 200°C, что позволило выпарить всю влагу, которая собирала частицы сажи в более крупные неоднородности.

#### 4.4. Результаты испытаний

Для валидации свойств материалов, полученных в ходе гомогенизации и уточнения конечно-элементной модели лопасти, было проведено исследование образцов, полученных на предыдущих этапах, которое проходило на тестовой установке INSTRON 5566 по стандарту ASTM D790 (рис. 4.4.1).



Рис. 4.4.1 – Тестовая установка INSTRON 5566.

Описание постановки, размеры образцов, параметры установки и режим нагружения совпадают с описанием в главе 4.1.

В рамках испытаний рассматривалось 3 выборки материалов, которые предполагается использовать в качестве матрицы композитных лопастей (рис. 4.4.2):

- Эпоксидная смола
- Эпоксидная смола с крупнодисперсными агломератами глобулярного углерода
- Эпоксидная смола с мелкодисперсными агломератами глобулярного углерода



Рис. 4.4.2 – Тестовые выборки. 1 – Эпоксидная смола без включений; 2 – Эпоксидная смола с мелкодисперсными агломератами глобулярного углерода; 3 – Эпоксидная смола с крупнодисперсными агломератами глобулярного углерода.

В рамках испытаний исследовались упругопластические свойства для выборок, описанных выше.

Так, образцы из эпоксидной смолы показали хрупкое поведение, почти сразу после упругой зоны на образцах образовывалась трещина и происходило либо полное, либо частичное разрушение образцов.

Образцы с крупнодисперсными агломератами глобулярного углерода показали плохие результаты – хрупкое поведение. Вся тестовая выборка сломалась ещё в зоне упругости. По всей видимости, крупные агломераты повели себя как внутренние дефекты – концентраторы напряжений, которые вызвали распространение трещин.

Выборка с мелкодисперсными агломератами глобулярного углерода показала лучшие результаты относительно двух вышеупомянутых. Так, «пластическая зона» у образцов данной выборки начиналась позже, отсутствовало трещинообразование. Сравнение характерного образца из чистой эпоксидной смолы и образца с добавлением глобулярного углерода представлено на рисунке 4.4.3.



Рис. 4.4.3 – Сравнение двух образцов из чистой эпоксидной смолы и с добавлением мелкодисперсных агломератов глобулярного углерода.

Так, на графике, представленном на рисунке 4.4.4 можно заметить характер разрушения образца из эпоксидной смолы при резком падении

значений силы при перемещениях  $\sim 23$  мм, в тот момент, когда происходил рост трещины, в отличие от образца с добавлением сажи.

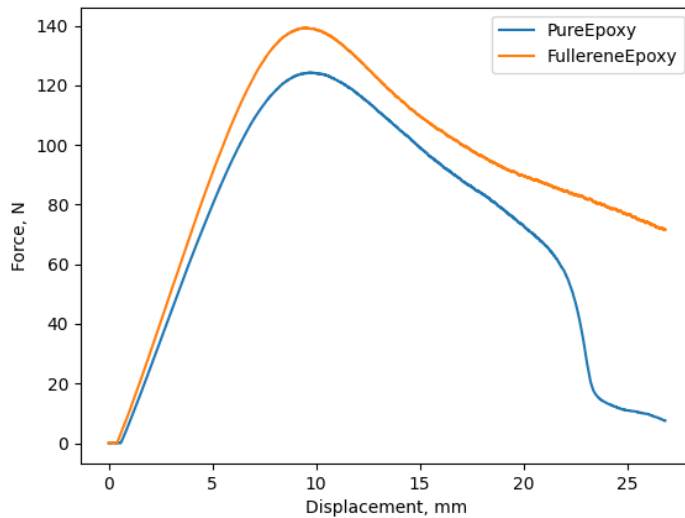


Рис. 4.4.4 – График отношения приложенной нагрузки к максимальному перемещению в образцах из чистой эпоксидной смолы (синий) и с добавлением глобулярного углерода (оранжевый)

В итоге, были получены напряжений-деформаций для трех исследуемых выборок, которые могут использоваться в дальнейшем для уточнения конечно – элементной модели (рис. 4.4.5).

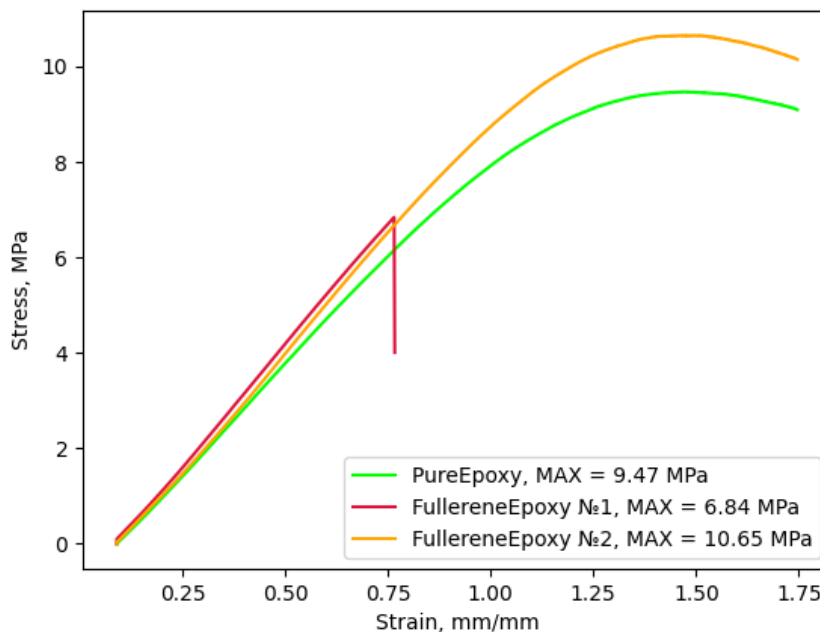


Рис. 4.4.5 – Характерные кривые напряжений-деформаций для трех исследуемых выборок.



## Глава 5. Конечно-Элементное моделирование

### 5.1. Разработка конечно-элементной модели

В качестве полученных начальных данных фигурировала и геометрия лопасти толкающего винта. Так, в качестве лопасти-бенчмарка в данной работе выступает лопасть *CAMcarbon* немецкой компании *Aeronaut*. На основе нее, с помощью *3D* сканирования была получена *STL*-модель. Лопасть и *STL*-модель представлена на рисунке 5.1.1.

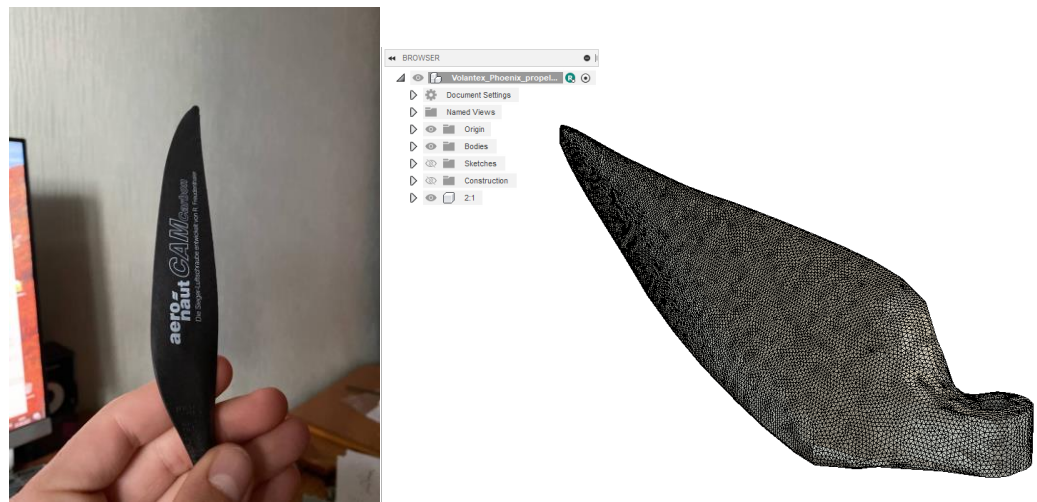


Рис. 5.1.1 – Пример распределения полей вертикальных напряжений для ЭПО с цилиндрическим включением.

*STL*-модель после *3D* сканирования представляет собой внешнюю оболочку детали, так же она содержит неровности и недочеты, связанные с самим процессом *3D* сканирования. Для получения более точных результатов расчетов и для предполагаемого, в дальнейшем, производства необходимо построить твердотельную *3D* модель. Для этой задачи в САПР *Fusion 360* были построены сечения, повторяющие имеющуюся оболочку (рис. 5.1.2).

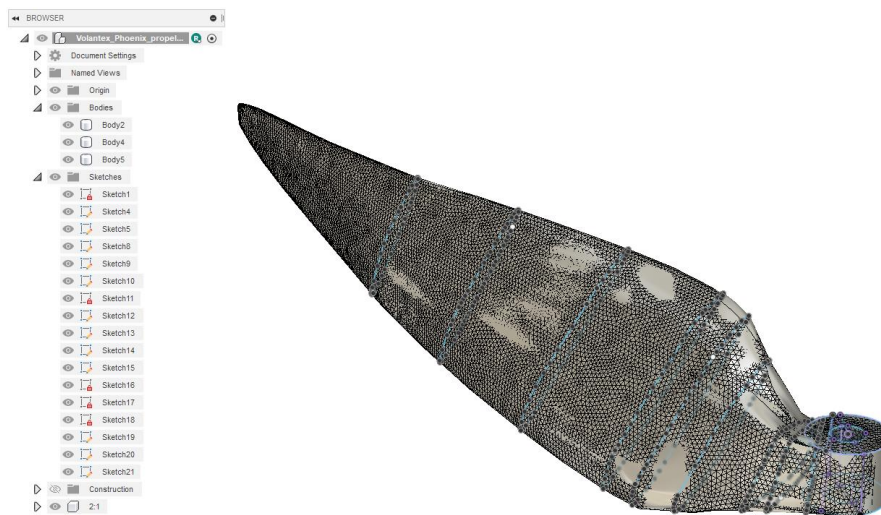


Рис. 5.1.2 – Реконструкция сечений для построения 3D-модели в CAD пакете Fusion 360

На последнем шаге построения 3D модели сечения были сшиты с помощью функции “*Loft*”, которая постепенно выстраивает формы между рядом сечений (Рис. 5.1.3)

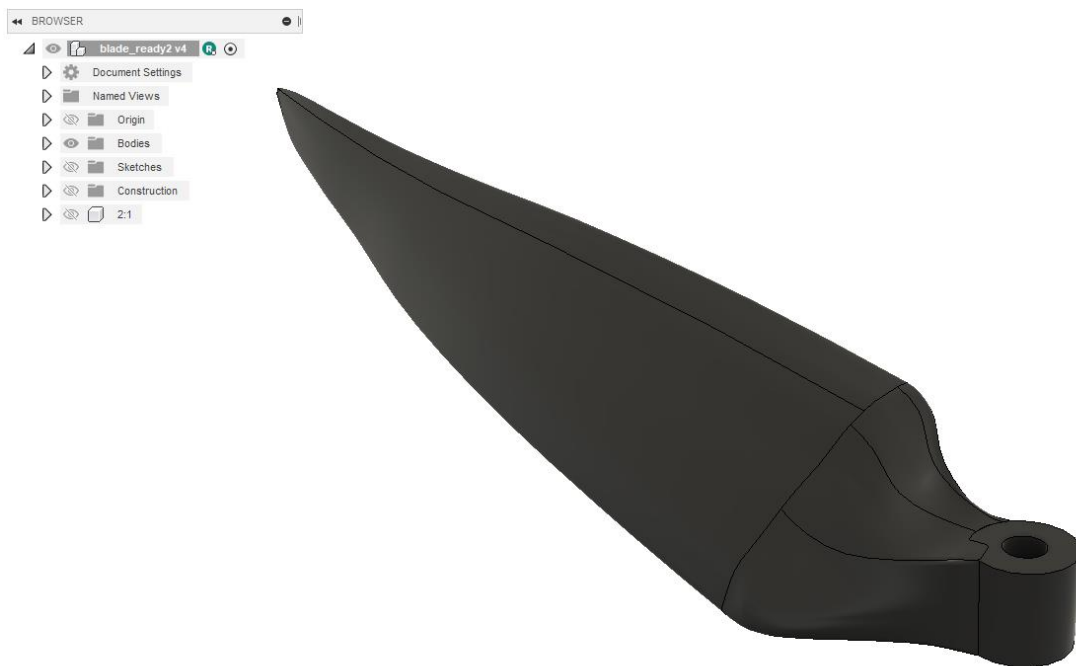


Рис. 5.1.3 – Твёрдотельная модель лопасти

Многие *CAD* системы создают 3D модели с ошибками, в связи с чем возникают проблемы с дальнейшим построением конечно-элементной модели для расчетов. Для этих нужд существуют системы так называемого пре-процессинга, в которых можно исправлять неточности геометрии, строить

сетки для различных расчетных систем. Так, определенные ошибки возникли и при экспорте модели лопасти, которые были исправлены с помощью пре-процессинговой системы *ANSA BETA CAE* (Рис. 5.1.4)

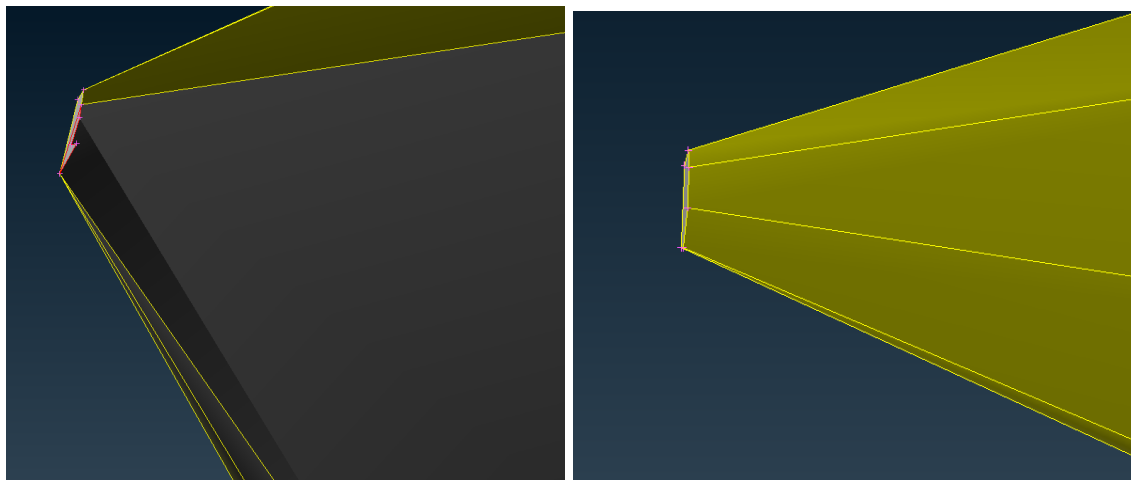


Рис. 5.1.4 – Пример исправления неточности экспортированной геометрии в *ANSA BETA CAE*.

Завершающим шагом построения является построение конечно-элементной сетки. Для расчетов случаев нагружения лопастей была выбрана среда *ANSYS Workbench*, в которой и проводилась генерация сетки, которая проходит автоматически по заданным параметрам, таким как метод и характерный размер элемента (Рис.5.1.5).



Рис. 5.1.5 – Конечно-Элементная модель лопасти сгенерированная в *ANSYS Mechanical*.

## 5.2. Прочностной расчет

В рамках эксплуатации толкающие винты беспилотных летательных аппаратов испытывают большую нагрузку на изгиб, связанную с работой в разряженном воздушном потоке. Для этой цели были проведены расчеты, связанные с изгибающей нагрузкой.

Для решения задачи использовался *ANSYS Mechanical*, в котором к уже полученной в предыдущем пункте конечно-элементной модели были приложены начальные и граничные условия, которые проиллюстрированы на рисунке 5.2.1.

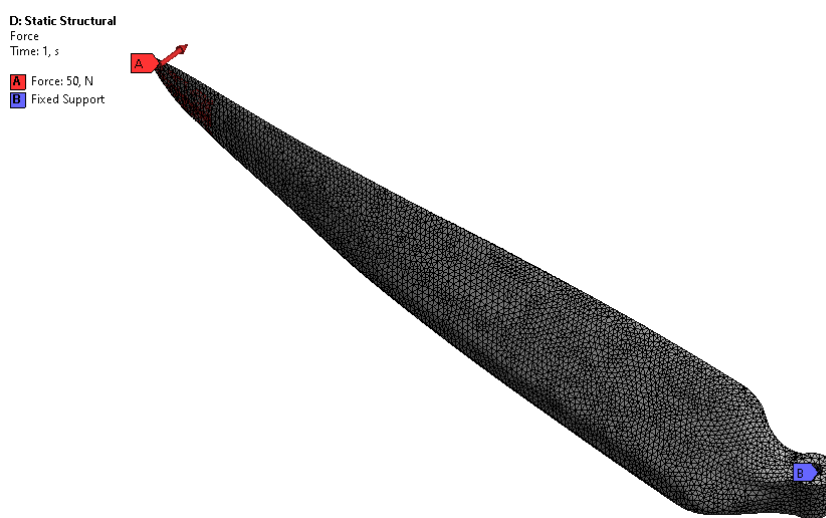


Рис. 5.2.1 – КЭ модель с заданными начальными и граничными условиями.

После решения краевой задачи были получены следующие результаты. Максимальные перемещения в коллинеарном к силе направлении равны 49.658 мм. Поле перемещений представлено на рисунке 5.2.2.

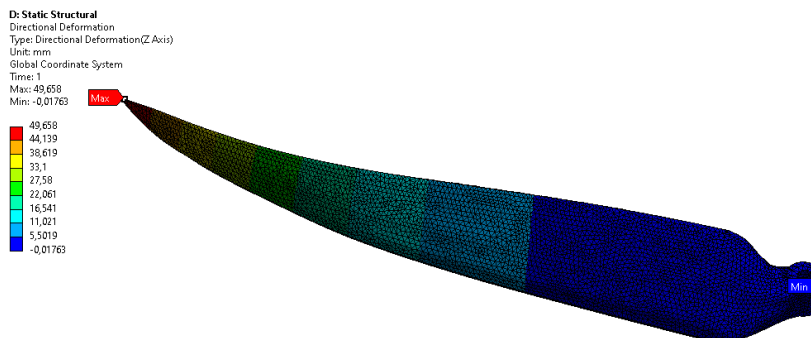


Рис. 5.2.2 – Поле перемещений лопасти.

Максимальные растягивающие напряжения в направлении Z равны  $\sigma_z^+ = 56$  МПа, максимальные сжимающие напряжения равны  $\sigma_z^- = -75.17$  МПа. Поле напряжений представлено на рисунке 5.2.3.

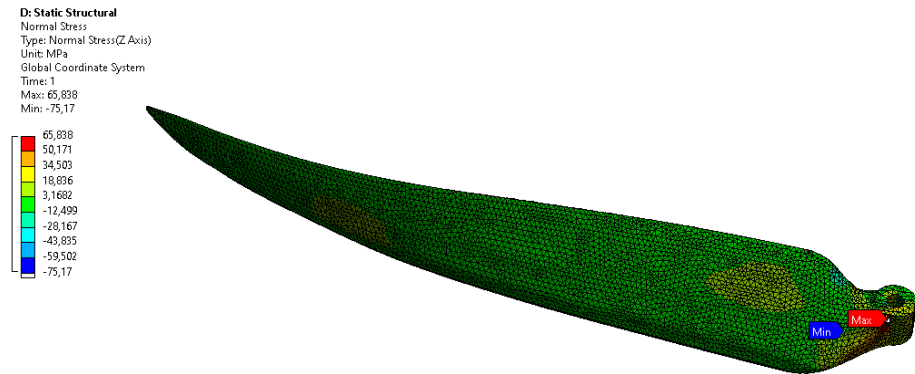


Рис. 5.2.3 – Поле напряжений лопасти.

Максимальные растягивающие деформации в направлении Z равны  $\varepsilon_z^+ = 0.0094$  mm/mm, максимальные сжимающие деформации равны  $\varepsilon_z^- = -0.011$  mm/mm. Поле деформаций представлено на рисунке 5.9.

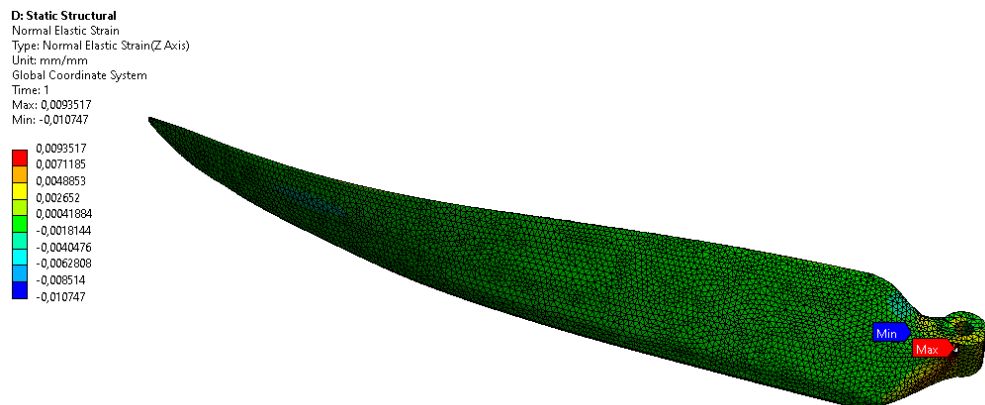


Рис. 5.2.4 – Поле деформаций лопасти.

### 5.3. Модальный расчет

Очевидной необходимостью так же является вычисление собственных частот лопастей, так как из-за описанных ранее особенностей эксплуатации толкающие пропеллеры беспилотных летательных аппаратов имеют низкий КПД, что связано с потерями энергии, уходящими на вибрации и звук. Расчеты проходили в ANSYS WorkBench. Первые 3 изгибные частоты представлены на рис. 5.3.1.

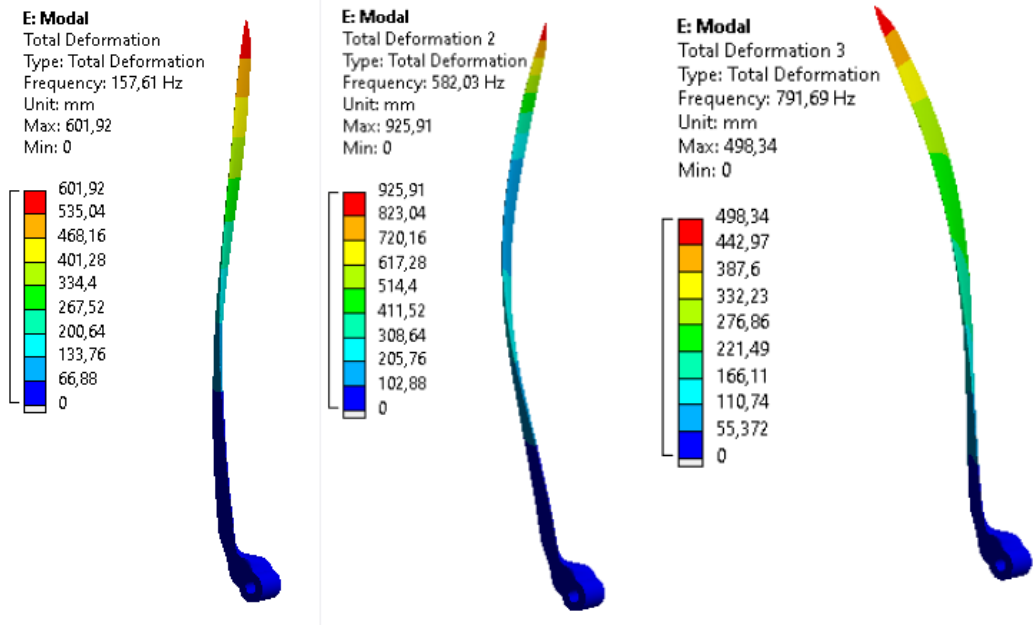


Рис 5.3.1 – Схема проведения испытания по стандарту ASTM D790.

Так, были определены первые 6 собственных частот, среди которых нет ни одного значения ниже 100 Гц. Сводная таблица с первыми шестью собственными частотами, полученными при численном расчете представлены в таблице 3.2

Таблица 3.2. Первые собственные частоты колебаний лопасти.

№ Собственной частоты	Частота, Гц
1	157,61
2	582,03
3	791,69
4	1361,80
5	2270,30
6	2460,10

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полученные в ходе исследования значения эффективных упругих модулей используются для расчетов напряженно-деформированного состояния и оценки прочности лопастей беспилотных летательных аппаратов. Для верификации полученных результатов были проведены экспериментальные исследования упругих свойств на призматических образцах в условиях трёхточечного изгиба по стандарту ASTM D790.

В рамках работы были рассмотрены такие аспекты как обратный инжиниринг, 3D – моделирование, конечно-элементное моделирование, гомогенизация композитных материалов и некоторые элементы цифрового производства. Были апробированы все этапы, позволяющие получить математическую модель лопасти от этапа эскиза до конечно-элементной модели лопасти с эмпирическими моделями материалов.

Полученные экспериментальные данные говорят о том, что крупнодисперсные включения глобулярного углерода становятся концентраторами внутренних напряжений, которые ведут к преждевременному разрушению деталей. Мелкодисперсные агломераты, при должном распределении по объему, могут повысить упругие свойства деталей относительно начальных свойств матрицы, которая, в данном случае, произведена из эпоксидной смолы. Результаты численных вычислений показывают, что полученные лопасти выдерживают необходимую нагрузку и частоты колебаний находятся в приемлемом для эксплуатации диапазоне.

В дальнейшем планируется учесть специфику взаимодействия фуллеренов с матрицей путем введения переходного слоя с особыми свойствами, определяемыми на основе экспериментов с различными концентрациями глобулярного углерода, исследовать типы и процессы производства, необходимые для создания лопастей.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Аникеева И.В., Кряжев Ю.Г., Солодовниченко В.С., Дроздов В.А. 2012. Получение композитов с наночастицами глобулярного углерода, распределенными в аморфной углеродной матрице. ХИМИЯ ТВЕРДОГО ТОПЛИВА, № 4, с. 70–73
2. ГОСТ Р 56810-2015 Композиты полимерные. Метод испытания на изгиб плоских образцов.
3. ASTM Standard D790 – 07e1. Test Methods for Flexural Properties of Unreinforced and Reinforced Plastics and Electrical Insulating Materials.
4. Dwi A., Syamsudin H., (2019. Manufacturing Fiberglass-Epoxy LSU-03 Aircraft Propeller Using Hand Lay-up and Vacuum Assisted Resin Transfer Moulding (VARTM) Methods. IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. 645 012018
5. Kachanov M., Sevostianov I. 2018, Solid Mechanics and Its Applications Micromechanics of Materials, with Applications, 317, Springer, Berlin, Germany.
6. Prasanthi P., Rao G.S., Gowd B.U. Mechanical behavior of fullerene reinforced fiber composites with interface defects through homogenization approach and finite element method // International Journal of Advanced Science and Technology. – 2015. – Vol. 78, – P. 67–82.
7. Ramesh M *et al* // IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. – 2021 – Vol. 1017 – P. 012032
8. Sevostioanov I., Yilmaz N., Kushch V., Levin V. Effective elastic properties of matrix composites with transversely-isotropic phases. In: International Journal of Solids and Structures 455-476
9. Slavkovic V., Palic N., Sharma V., Grujovic N., Zivic F. 2019. Mori-Tanaka method in characterization of composite structures. // 16<sup>th</sup> international Conference on Tribology. Kragujevac, Serbia, 15-17 May 2019.
10. ANSYS material database — [Электронный ресурс]. — <https://www.ansys.com/products/materials/materials-data-library>



11. Products made of composites material — [Электронный ресурс]. — [https://www.beta-cae.com/brochure/ansa\\_meta\\_for\\_composites\\_brochure.pdf](https://www.beta-cae.com/brochure/ansa_meta_for_composites_brochure.pdf)
12. Геоскан 201 «Геодезия» — geoscan.aero [Электронный ресурс]. — <https://www.geoscan.aero/ru/products/geoscan201/geo>
13. Материалы онлайн курса «Технологии “Фабрик Будущего”» — [openedu.ru](https://openedu.ru) [Электронный ресурс]. — [https://openedu.ru/course/spbstu/FUTFACT/?session=spring\\_2022](https://openedu.ru/course/spbstu/FUTFACT/?session=spring_2022). 30.04.2022.
14. О толкающих воздушных винтах — [avia-simply.ru](http://avia-simply.ru) [Электронный ресурс]. — <http://avia-simply.ru/o-tolkajuschih-vozdushnih-vintah/>. 30.04.2022.
15. Скворцов Ю.В. Конспект лекций по дисциплине Механика композиционных материалов [Электронный ресурс], Самар. гос. аэрокосм. ун-т им. С.П. Королева (нац. исслед. ун-т). — Самара, 2013.