Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Санкт-Петербургский государственный политехнический университет»

ОТЧЕТ

о выполнении лабораторной работы по вычислительной механике
«Идентификация параметров модели методом наименьших квадратов»

Выполнил Киселев П. Д.

Руководитель работы Ле-Захаров С. А.

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ

2015

СОДЕРЖАНИЕ

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Дан образец квадратной формы (Рис.1), левая и нижняя грани которого имеют температуру 0 градусов, а верхняя и правая грани – отличную от нуля температуру. Был проведен эксперимент, в результате которого измерены температуры в 3 точках образца: T1, T2, T3. Требуется сопоставить экспериментальным температурам граничные условия. Ниже приведены геометрические параметры образца и температуры, полученные в результате эксперимента.

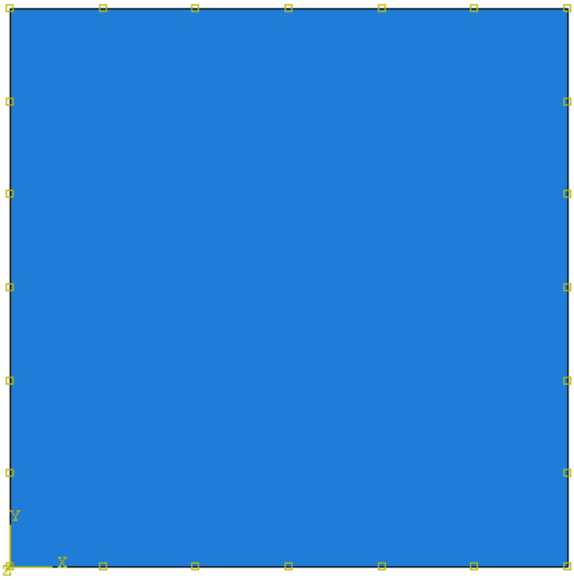

Рис.1 Образец

Длина стороны квадратного образца a = 1 м.
Температуры, полученные в результате эксперимента:

T1 = 38.05 ºC
T2 = 111.12 ºC
T3 = 1.98 ºC

Граничные условия заданы в соответствие с формулой 1,

$$\begin{cases} \mathrm{T}_{|y=0} = 0 \\ T_{|x=0} = 0 \\ T_{|x=a} = T^* \\ T_{|y=a} = T^* \end{cases}$$

(Формула 1)

где T* - температура границы. Далее будет проведено два расчета, в которых температура T* будет принимать значения 100ºC и 200ºC

2. РЕАЛИЗАЦИЯ В ABAQUS

Для решения задачи проводим 2 расчета в Abaqus при температуре на границе $T^* = 100$ºС и $T^* = 200$ºС. Результаты расчетов находятся в myOdb. С помощью функции “getByBoundingSphere” мы находим узлы сетки, которые являются ближайшими к точкам с известными значениями температуры, а затем и их температуру. Таким образом, мы получаем 2 набора чисел при двух граничных условиях.
Ниже приведён текст программы на языке Python:

```
import visualization
import customKernel
myMdb=openMdb('Lab33.cae')
myOdb=visualization.openOdb(path='Temp.odb')
x1 = 0.3
y1 = 0.5
z1 = 0
x2 = 0.4
y2 = 0.75
z2 = 0
x3 = 0.05
y3 = 0.1
z3 = 0
r = 0.03
nodes = myMdb.models['Model-1'].rootAssembly.allInstances['Part-1-1'].nodes
nodes1 = nodes.getByBoundingSphere((x1,y1,z1),r)
nodes2 = nodes.getByBoundingSphere((x2,y2,z2),r)
nodes3 = nodes.getByBoundingSphere((x3,y3,z3),r)
temperature1 = myOdb.steps['Step-1'].frames[1].fieldOutputs['NT11'].values[nodes1[0].label].data
temperature2 = myOdb.steps['Step-1'].frames[1].fieldOutputs['NT11'].values[nodes2[0].label].data
temperature3 = myOdb.steps['Step-1'].frames[1].fieldOutputs['NT11'].values[nodes3[0].label].data
print temperature1
print temperature2
print temperature3
```

Температуры в точках	При $T^* = 100$ºС	При $T^* = 200$ºС
$T_{1,}$ºС	37.23	74.45
$T_{2,}$ºС	69.06	138.12
$T_{3,}$ºС	2.19	4.38

Таблица.1. Температуры в точках, полученные при расчетах

Построим график по таблице 1, воспользовавшись пакетом Matlab:

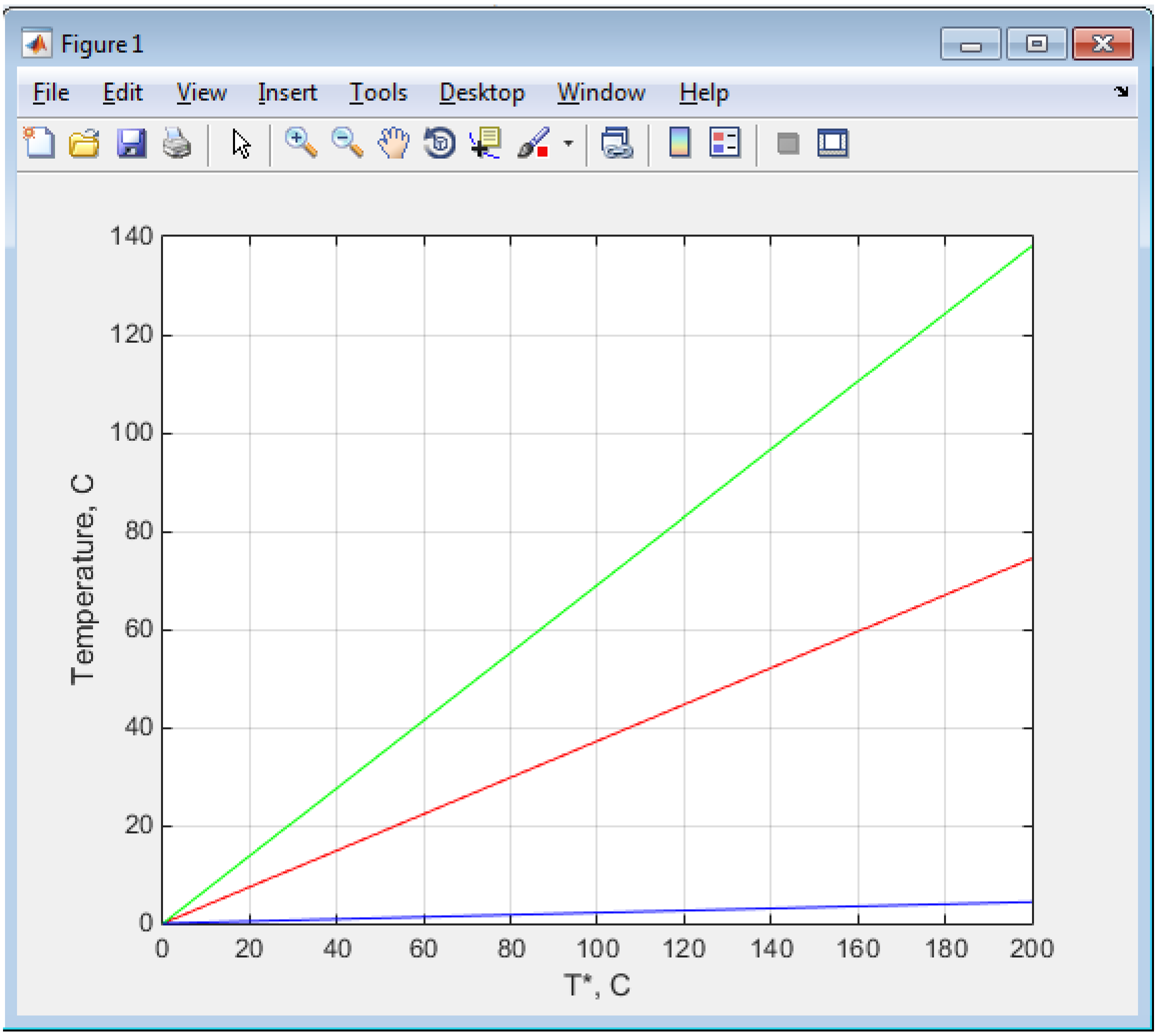

Рис.2 График температур при двух разных граничных условиях

На данном графике проведены прямые следующим образом:
проведены прямые:
красная – через точки T1;
зеленая – через точки T2;
синяя – через точки T3;

Так как задача является линейной, нужно найти для каждой из трех прямых (*Рис.2*) k1,k2,k3 – коэффициенты наклона прямых, b1,b2.b3 - смещение прямых.

k1 = 0.37, b1 = -0.01
k2 = 0.69, b2 = -0.01
k3 = 0.02, b3 = -0.01

На *Рис.2* видно: чтобы найти подходящие граничные условия, отклонения экспериментальных температур от соответствующих им прямых должны быть минимальны. Из условия минимума суммарного квадратичного отклонения расчетного значения температуры от экспериментального находим формулу для температуры на границе.

$$\frac{T^c - T^1}{k - k_1} = \frac{\overline{T_1} - T_1}{\overline{k_1} - k_1}$$

$$T^c = T_1 + \frac{\overline{T_1} - T_1}{\overline{k_1} - k_1}(k - k_1)$$

$$F = \sum_{i=1}^{N}(T_i^m - T_i^c)^2 \to min$$

$$\alpha = \frac{\overline{T_1} - T_1}{\overline{k_1} - k_1}$$

$$\frac{\delta F}{\delta k} = -2\sum_{i=1}^{N}(T_i^m - T_i^c)$$

$$\sum_{i=1}^{N} T_i + \alpha \sum_{i=1}^{N}(k - k_1) = \sum_{i=1}^{N} T_i^m$$

$$N\alpha(k - K_1) = \sum_{i=1}^{N}(T_i^m - T_i)$$

$$k = \frac{1}{N\alpha}\sum_{i=1}^{N}(T_i^m - T_i) + k_1$$

$$k = T^*$$

Получили T* = 147.64 ºC

3. РЕЗУЛЬТАТЫ

Была рассчитана температура на границе, при которой эксперимент будет минимально отличаться от расчета: 147.64 ºС. Сделав новый расчет при Т* = 147.6351 ºС, получили температуры:
T_1 = 54.96 ºС
T_2 = 101.95 ºС
T_3 = 3.23 ºС

Данные эксперимента, ºС	Данные, полученные с помощью расчета, ºС	Относительная погрешность, %
38.05	54.96	22.2
111.12	101.95	4
1.98	3.23	32

Таблица 2.Сравнение результатов

3. ВЫВОДЫ

В данной работе была решена проведена идентификация параметров модели методом наименьших квадратов с использованием Abaqus PDE (на примере задачи теплопроводности). Была осуществлена проверка результатов. Максимальная погрешность составила 32%