y

β

**m**

α

α

φ

x

a

0

**1)** Составим уравнение динамики относительного движения точки

*(1.1)*

Центробежная сила инерции всегда направлена от оси вращения тела. Ее модуль равен

Сила Кориолиса  **(**направлена вдоль оси у)

Проекция

Т.к <0 и <0 , направлена от нас.(ось z на нас, т.к. φ против часовой)

Проектируем уравнение динамики на ось х, получаем дифференциальное уравнение относительного движения точки.

**2)** Положение относительного равновесия находится в точке, где ускорение равно нулю. Это точка Р с координатой:

=> -16x=-5,66 x=0,35м

**3)** Найдем закон относительного движения и скорости точки. Это обратная задача динамики. Решение неоднородного уравнения (1.1) ищем в виде

Решение однородного уравнения ищем в виде

Подставляя решение в однородное уравнение, приходим к характеристическому уравнению с вещественными корнями

Решение принимает вид

Частное решение ищем в виде правой части, т.е. постоянной

Полное решение уравнения динамики относительного движения точки

Постоянные находим из начальных условий

t=0 ; ; = - 3 м/с

С учетом начальных условий (1/с); **; = - 3 м/с**

***;***

ω

**4.** Найдем скорость точки в момент, когда она покидает тело. Можно было бы и закона движения определить соответствующий момент времени и подставить его в закон изменения скорости. Но проще найти зависимость скорости точки от ее перемещения известной заменой

Которая фактически приводит к теореме об изменении кинетической энергии точки.

Получаем

Интегрируя, находим зависимость относительной скорости точки от ее перемещения

*+*

Находим из начальных условий.

4,5-72+28=-39,5

Найдём

*м/с*

**5.**Найдем закон изменения реакции тела на точку. Это прямая задача динамики. Проекция уравнения (1.1) на ось z:

дает проекцию реакции стержня на ось z

Проектируя уравнение (1.1) на ось у, находим:

Теперь проекция нормальной реакции стержня на ось у равна

*=++*

Рассчитаем какой будет реакция трубки на тело в момент вылета

**6.** Составляющие реакции шарнира **R** найдем по известным ускорениям тела и точки из теоремы о движении центра масс.

Представленная пластина – равносторонний прямоугольный треугольник, от сюда следует, что его центр масс находиться в пересечении биссектрис.

Точка 0 (центр тяжести пластины) **2/3h**, где **h** – перпендикуляр опущенный от оси на край пластины

где составляющая от ускорения центра тяжести пластины, а от ускорения точки. Последнее состоит из относительного, переносного и Кориолисова ускорений:

**m**

α

α

a

0

0

φ

*=aCos45°=1,88*

; 2m

**Задание И2. Теорема об изменении кинетического момента. Дифференциальное уравнение вращения тела. Условие равномерного вращения.**

**1)**  Найдем закон изменения угловой скорости тела из теоремы об изменении кинетического момента относительно оси вращения тела.

Кинетический момент системы складывается из кинетического момента пластины с зафиксированной на ней в текущий момент точкой М и кинетического момента точки М в относительном движении (плечо aCosα=aSinα, (α=45º) aSinα==5,66

Последнее слагаемое положительно, поскольку при момент относительной скорости сонаправлен со стрелкой

**m**

α

α

φ

x

a

0

y

β

α

h

c

Пластина- четверть квадрата. Отсюда момента инерции и ¼ площади.

;(из таблицы осевых моментов однородных пластин)

с

; b=aCosα=5,66 ; c=aSinα=5,66

=170,6

*=12\*(=768+12135,84(2-3=544,32+263,52 ;*

Кинетический момент системы равен

*(714,92+263,52-407,5t*

Интегрируем теорему об изменении кинетического момента

Получаем

От сюда *(714,92+263,52-407,5t =*

В момент, когда точка покидает тело.

x=2-3=0 ; ; (посчитано в маткаде, файл приложен к работе)

**2.** Найдем закон изменения движущей силы сцепления , которая создается мотором экипажа и обеспечивает заданное движение точки по телу. С учетом силы дифференциальное уравнение относительного движения точки приобретает вид

Отсюда находим закон изменения силы

(3,66+3

**3.** Силу реакции точки на тело найдем из дифференциального уравнения вращения тела.

Дифференцируя закон угловой скорости , получаем:

Таким образом

В момент вылета t=0,82

(Функция посчитана в маткаде, файл приложен к работе)

**4.**  Если тело вращается равномерно, значит сумма моментов всех сил, действующих на тело, равна нулю. На тело, кроме момента действует сила давления, обратная по направлению силе , найденной в И1 (*=++)*

Следовательно

Ее момент относительно оси z равен

Приравнивая сумму моментов нулю

находим закон изменения вращательного момента, поддерживающий постоянную угловую скорость тела

нм

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | -3 м/с | **α** | 45гр |  | -4 1/с |  |  |

y

β

**m**

α

α

φ

x

a

0

a

1. Найдем закон изменения угловой скорости из уравнения Лагранжа

Кинетическая энергия системы складывается из энергии тела и точки

Приходим к тому-же результату, что и в И2

При t=0.82 c

**Задание И5. Уравнений Лагранжа. Теорема об изменении кинетической энергии в переносном движении**

Из условий задачи aSinα=aCosα=5,66. Угол альфа = 45°. Значит углы при основании пластины равны

Дифференциальные уравнения движения системы найдем из уравнений Лагранжа. За обобщенные координаты выберем x и φ.

Запишем соответствующие уравнения Лагранжа:

Выражение кинетической энергии системы (4.2) позаимствуем из задания И4

`

β

**m**

α

α

φ

x

a

0

a

Производные по :

***(1)***

***(2)***

*Обобщённая сила ,*

равна нулю, поскольку нет сил, имеющих составляющие вдоль

α

*подставим (1) и (2)в ур-е Лагранжа*

***(3)***

Поскольку.

то является циклической координатой, и ей соответствует циклический интеграл дифференциального уравнения по

*(4)*

Покажем, что циклический интеграл выражает факт сохранение кинетического момента системы относительно оси z. Согласно формуле () задания И2

Подстановка данных задачи дает

*Что полностью совпадает с выражением (4)*

Значит (3) действительно выражает факт сохранение кинетического момента системы относительно оси z. Ввиду начального покоя системы

Производная от (4) приводит к дифференциальному уравнению по

*1) При подстановке условий задачи =const в уравнение (3)*

*(6)*

*, что полностью соответствует уравнению в И1*

2) Проверим закон угловой скорости тела, найденный в условиях задачи Б

При подстановке условий задачи Б при отсутствии момента : Проверим закон угловой скорости тела, найденный в условиях задачи Б

При подстановке условий задачи Б при отсутствии момента : в (4) получаем тот же закон угловой скорости. (m=12)

=0

***3)*** Общее выражение зависимости реакции тела на точку найдем из теоремы об изменении кинетической энергии точки в переносном движении

Здесь использовано разложение выражения кинетической энергии точки Т на слагаемые по степеням относительной скорости. Справа стоит мощность внешних сил (они здесь состоят из одной реакции на переносном движении точки.

*Cosa=Sina*

`

β

**m**

α

α

φ

x

a

0

a

Кинетическая энергия Т не содержит времени t, поэтому

Энергия , содержащая в первой степени и ее производная

Энергия содержащая в нулевой степени и ее производная (Cosα=Sinα)

***(8)***

***) (9)***

***Сопоставим (8)и (9)***

Проверим выражение (для реакциив условиях задачи А, где**:**  )

Дифференциальное уравнение движения

*(* ; ) Из И1

что сходится с И1