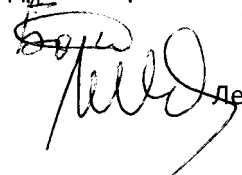


**Отчет по лабораторной работе №1**  
**«Расчет прогиба балки под действием распределенной**  
**нагрузки»**

Выполнил:  
студент 3 курса  
кафедры «Теоретическая Механика»  
Богданов Д.В.  
Проверил:  
Де-Захаров С. А.



## Постановка задачи

Дана балка, левый конец которой закреплен заделкой, правый конец опирается на подвижный шарнир. Балка представляет собой металлический брусок квадратного сечения. На всю балку действует распределенная нагрузка  $2P$ . На рисунке 1 показана балка, а на рисунке 2 профиль балки. Ниже приведены значения давления( $P$ ), модуля Юнга( $E$ ), коэффициента Пуассона( $\nu$ ) и геометрические параметры балки: длина( $L$ ) и размеры сечения( $h$ ), координаты точки  $x_0$ . Требуется численно найти прогиб и поворот балки в зависимости от координаты  $x$ .

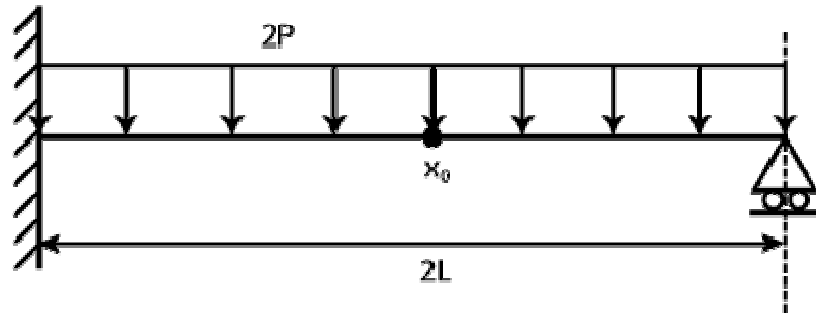


Рис. 1. Балка

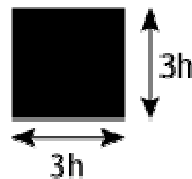


Рис.2 Профиль

$$P = 0.1 \text{ т/м}$$

$$E = 2 \cdot 10^{11} \text{ Па}$$

$$\nu = 0.35$$

$$L = 1 \text{ м}$$

$$h = 1 \text{ см}$$

$$x_0 - \text{середина } 2L$$

Граничные условия заданы в соответствие с *формулой 1*, а сила  $F$  в соответствие с *формулой 2*.

$$\begin{cases} U_{y|x=0} = 0 \\ U_{x|x=0} = 0 \\ \varphi_{x|x=0} = 0 \\ U_{y|x=2L} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$F_{|0 \leq x \leq 2L} = 2P \quad (2)$$

## Реализация в пакете Abaqus

Рассматриваемая задача является статической двумерной задачей. Задача решается методом конечных элементов. Моделирование реализуется созданием двумерного элемента типа «Балка». Для данного элемента задаются известные параметры: модуля Юнга, коэффициента Пуассона и геометрические параметры балки: длина и размеры сечения. Далее устанавливаются граничные условия и задается нагрузка. Таким образом, строится сетка, размер элемента которой равен 0.05 м. Сетка: линейная, тип элементов B21 . У каждого узла 3 степени свободы: две – движение вдоль двух осей, одна - вращение вокруг оси, перпендикулярной плоскости. Ниже приведен эскиз балки. (Рис. +3)



Рис. 3 Эскиз

## Аналитическое решение

Для определения прогиба в точке необходимо найти три опорные реакции  $M_A$ ,  $R_A$ ,  $R_B$ . (рис. 4)

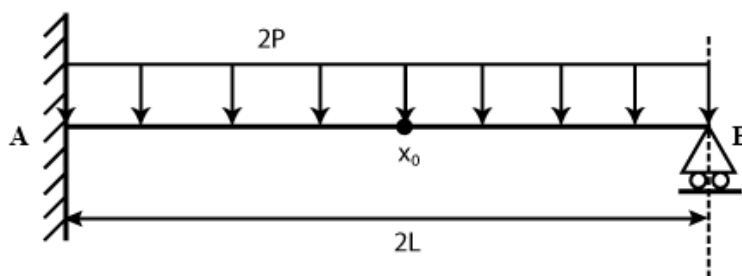


Рис. 4. Исходное состояние балки

Из начальных условий получаем систему двух уравнений:

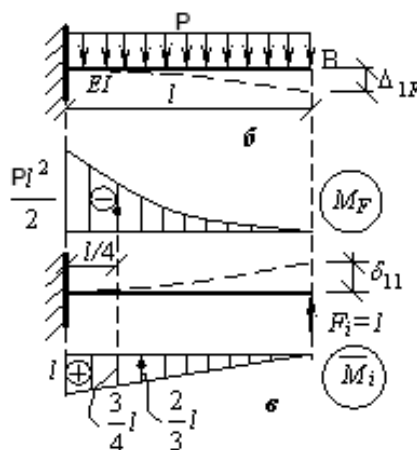
$$R_B L - \frac{PL^2}{2} + M_A = 0$$

$$M_A + \frac{PL^2}{2} - R_A L = 0$$

Таким образом, задача является статически неопределимой. Для ее решения необходимо привлечь одно дополнительное уравнение:

$$\delta_{11} X_1 + \Delta_{1F} = 0$$

Отбросим одну лишнюю опорную реакцию  $R_B = X_1$ . В результате получим консольную балку, показанную на рис. б. Для этой полученной консольной балки строим эпюру изгибающих моментов от внешней нагрузки.



Для определения вертикального смещения  $\Delta_{1F}$  точки B построим эпюру изгибающих моментов  $\overline{M}_i$  от единичной силы, приложенной в направлении отброшенной опорной реакции  $R_B$  (рис. в). Затем, используя правило Верещагина, находим перемещение  $\Delta_{1F}$ . Для определения перемещения  $\delta_{11}$  необходимо умножить по правилу Верещагина эпюру  $\overline{M}_i$  саму на себя.

В итоге получаем формулы, необходимые для вычисления прогиба в точке:

$$R_A = \frac{5PL}{8}$$

$$M_A = \frac{-PL^2}{8}$$

$$J = \frac{(3h)^4}{12} \text{ (для куба)}$$

$$U(x) = \frac{R_A x^3}{6EJ} + \frac{M_A x^2}{2EJ} - \frac{Px^4}{24EJ}$$

## Результаты

Получены следующие результаты:

- 1) Был построен график прогиба балки в зависимости от координаты. (Рис. 5)
- 2) Был построен график поворота балки в зависимости от координаты. (Рис. 6)
- 3) Аналитически был найден прогиб в точке  $x_0 = -0.01235$ , результат полученный в пакете Abaqus:  $x_0 = -0.01236$ , относительная погрешность 0,12%.

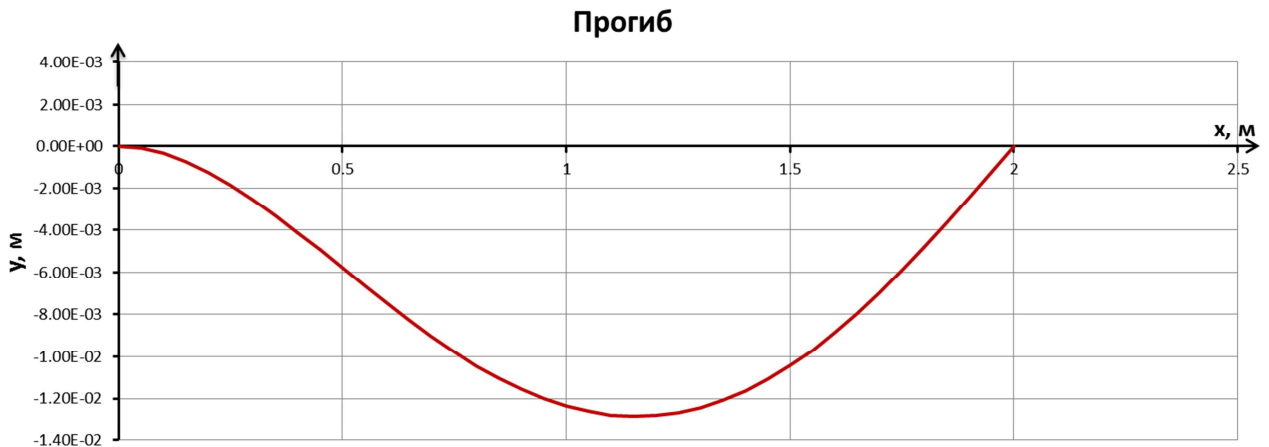
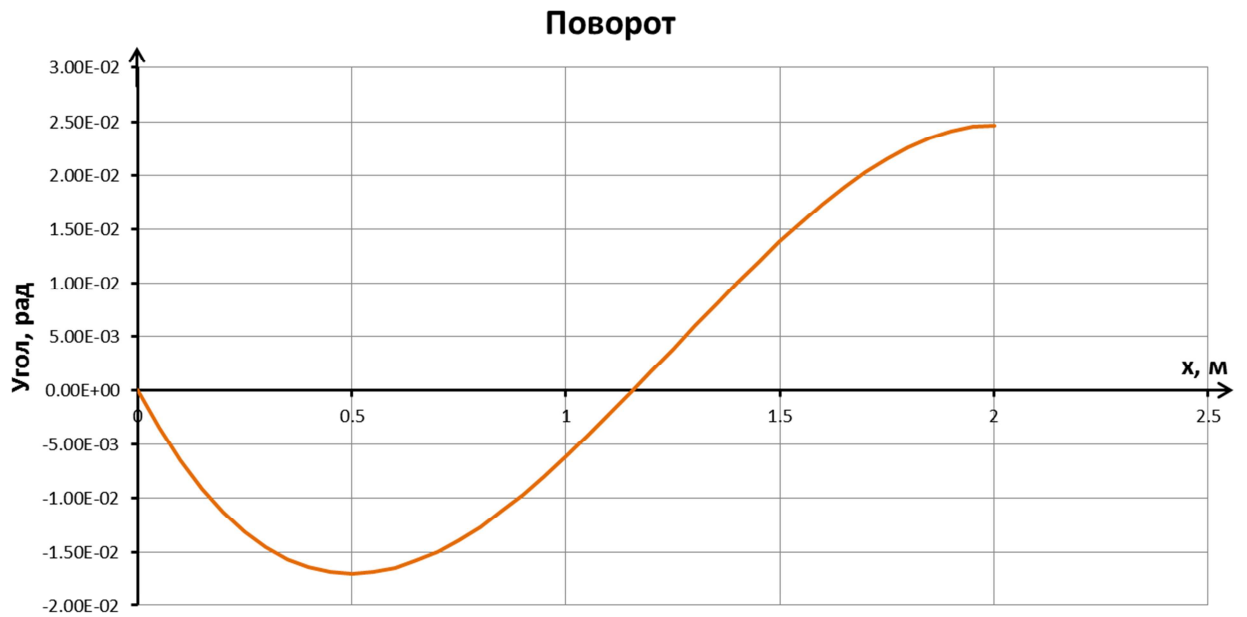


Рис.5 Прогиб балки



*Рис.6 Поворот балки*

### **Вывод**

В ходе проделанной работы рассчитали заданную балку с распределенной нагрузкой на прогиб. Результатами работы стали графики прогиба и поворота балки, а так же получены значение прогиба в точке двумя методами: аналитически и численно(Abaqus). Данные расчётов отличаются на 0,12%, что приемлемо, с учетом округления:  $-0,01236 \approx -0,01235$ .