

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
Физико-Механический институт
Высшая школа теоретической механики и математической физики

Работа допущена к защите
Директор ВШТМиМФ,
д.ф.-м.н., чл.-корр. РАН
_____ А. М. Кривцов
«__» _____ 2023 г.

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА БАКАЛАВРА

Моделирование процесса ангиопластики

По направлению подготовки

01.03.03 «Механика и математическое моделирование»

Направленность

01.03.03_03 Математическое моделирование процессов нефтегазодобычи

Выполнил

Студент гр. 5030103/90301

М. К. Тишков

Руководитель

Доцент ВШТМиМФ, к.ф.-м.н.

Е. Ф. Грекова

Санкт-Петербург

2023

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ПЕТРА ВЕЛИКОГО**
Физико-механический институт
Высшая школа теоретической механики и математической физики

УТВЕРЖДАЮ

Директор ВШТМиМФ

А.М. Кривцов

«__» _____ 20__ г.

ЗАДАНИЕ

на выполнение выпускной квалификационной работы

студенту Тишкову Максиму Константиновичу, гр. 5030103/90301

1. Тема работы: Моделирование процесса ангиопластики
2. Срок сдачи студентом законченной работы: 05.06.2023
3. Исходные данные по работе: актуальные научные публикации по теме работы.
4. Содержание работы (перечень подлежащих разработке вопросов): создание трёхмерной конечно-элементной модели участка аорты, баллона и стента, выполнение расчёта напряжённо-деформированного состояния в процессе ангиопластики, оценка успешности проведённой процедуры.
5. Перечень графического материала (с указанием обязательных чертежей): не предусмотрено
6. Консультанты по работе: отсутствуют
7. Дата выдачи задания 27.02.2023

Руководитель ВКР _____ Е. Ф. Грекова, доцент
ВШТМиМФ, к. ф-м. н.

Задание принял к исполнению 27.02.2023

Студент _____ М. К. Тишков

РЕФЕРАТ

На 37 с., 18 рисунков, 2 таблицы

АНГИОПЛАСТИКА, КОАРКТАЦИЯ, МЕТОД КОНЧЕННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ, БИОМЕХАНИКА, ГИПЕРУПРУГОСТЬ, АНИЗОТРОПИЯ, ВЯЗКОСТЬ.

В данной работе рассматривается моделирование процесса ангиопластики коарктации аорты без стентирования. В работе предлагается реологическая модель Хольцапфеля-Гассера-Огдена с учетом вязкости и её реализация в конечно-элементном пакете ABAQUS. Проводится моделирование гемодинамики в пакете COMSOL для оценки успешности процедуры. В результате получено напряженно-деформированное состояние аорты в процессе ангиопластики, а также оценено изменение функционального состояния аорты с течением времени.

THE ABSTRACT

37 pages, 21 pictures, 2 tables

ANGIOPLASTY, COARCTATION, FINITE ELEMENT METHOD, BIOMECHANICS, HYPERELASTICITY, ANISOTROPY, VISCOSITY.

This paper discusses the modeling of the process of angioplasty of aortic coarctation without stenting. The paper proposes a Holzapfel-Gasser-Ogden rheological model taking into account viscosity and its implementation in the ABAQUS finite element package. Hemodynamic simulations are performed in COMSOL to evaluate the success of the procedure. As a result, the stress-strain state of the aorta during angioplasty was obtained, and the change in the functional state of the aorta over time was assessed.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	5
ГЛАВА 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ АНГИОПЛАСТИКИ	7
1.1 Геометрия	7
1.2 Модели материалов	8
1.2.1 Элементы механики сплошной среды	8
1.2.2 Модель материала баллона	9
1.2.3 Модель материала аорты.....	11
1.3 граничные условия	16
ГЛАВА 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ГЕМОДИНАМИКИ.....	17
2.1 Геометрия.....	17
2.2 Модель крови.....	17
2.3 Граничные условия	18
ГЛАВА 3. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ АНГИОПЛАСТИКИ.....	20
3.1 Подпрограмма пользовательского материала.....	20
3.2 Конечно-элементная модель в ABAQUS.....	25
3.3 Результаты моделирования ангиопластики.....	26
ГЛАВА 4. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГЕМОДИНАМИКИ.....	30
4.1 Моделирование в COMSOL	30
4.2 Анализ результатов моделирования гемодинамики.....	31
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	34
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ	36

ВВЕДЕНИЕ

Одной из основных причин ранней смертности и сердечной недостаточности является коарктация аорты [6, 5]. Коарктация аорты – это врожденное локальное сужение просвета аорты, мешающее её нормальному функционированию.

Наиболее частое место расположения данной патологии – это область перешейка аорты. Схема строения аорты представлена на рисунке 1.

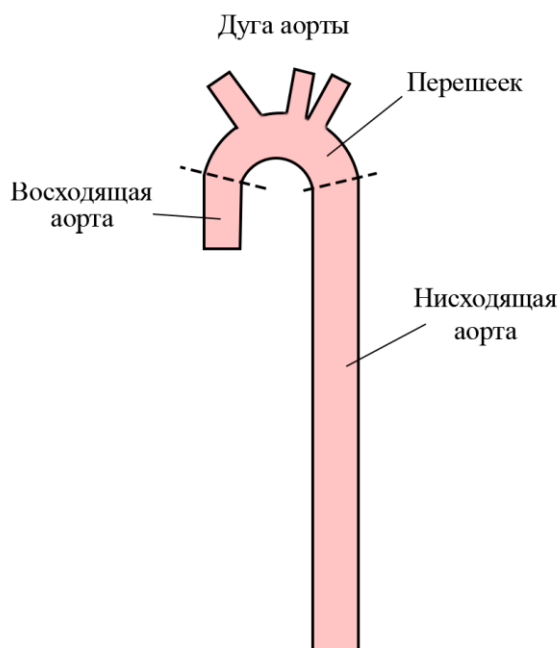


Рисунок 1- Схематичное изображение аорты

В данный момент существуют два способа коррекции коарктации: хирургическим путем и с помощью ангиопластики.

Хирургический метод подразумевает проведение операции с заменой коарктационного участка, тогда как ангиопластика проводится путем внедрения в аорту катетера с баллоном, который расширяется под действием подаваемого по катетеру воздуха. Процедура проводится как со стентированием (установка специальной металлической или пластиковой конструкции), так и без него.

Ангиопластика считается менее инвазивной процедурой, т. е. оказывает меньшее воздействие на организм, что приводит к более быстрому периоду

восстановления, а также к меньшим рискам при проведении процедуры.

Но, несмотря на относительную безопасность, ангиопластика все равно требует тщательной подготовки и контроля при выполнении, т. к. необходимо не повредить аорту, а также гарантировать успешность процедуры.

Как и во многих других наукоемких отраслях для прогнозирования проведения ангиопластики используются методы численного моделирования как самого процесса, так и гемодинамики для оценки успешности процедуры. Численное моделирование осложняется тем, что механическое поведение баллона является нелинейным, а аорты еще и анизотропным.

В данной работе проведено моделирование ангиопластики без стентирования для конкретного клинического случая коарктации аорты, приведена реологическая модель, позволяющая учитывать остаточные деформации после процедуры, а также проведены гемодинамические расчеты для анализа успешности процедуры и изменения функционального состояния аорты с течением времени.

ГЛАВА 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ АНГИОПЛАСТИКИ

1.1 Геометрия

Геометрия аорты была получена в результате обработки снимков компьютерной томографии. Полученная геометрия аорты изображена на рисунке 2.

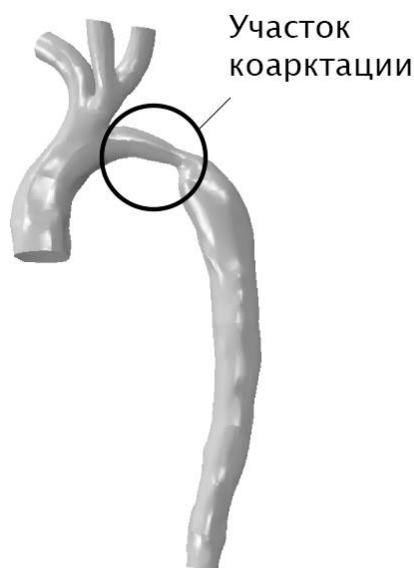


Рисунок 2 - Исходная геометрия аорты

На рисунке 2 визуально определяется область локального сужения – это и есть область коарктации. В рассматриваемом случае наблюдается коарктация в области перешейка аорты, что, как было указано ранее, является самым распространенным местом дислокации данной патологии.

Диаметр просвета аорты в области коарктации составляет 4 мм. Ниже участка с наименьшим диаметром наблюдается локальное расширение аорты, которое вызвано возникновением турбулентных потоков за коарктацией.

Для задачи моделирования ангиопластики исходная геометрия была упрощена до осесимметричной постановки, ввиду сложности реализации анизотропного материала аорты. В ходе упрощения были сохранены: диаметр

просвета коарктационного сегмента ($d_{CoA} = 4$ мм), диаметр участка выше ($d_{up} = 5.65$ мм) и ниже ($d_{down} = 9.8$ мм) коарктации, а также соответствующие длины участков ($l_{up} = 10.26$ мм, $l_{down} = 6.23$ мм). Упрощение и характерные размеры приведены на рисунке 3.

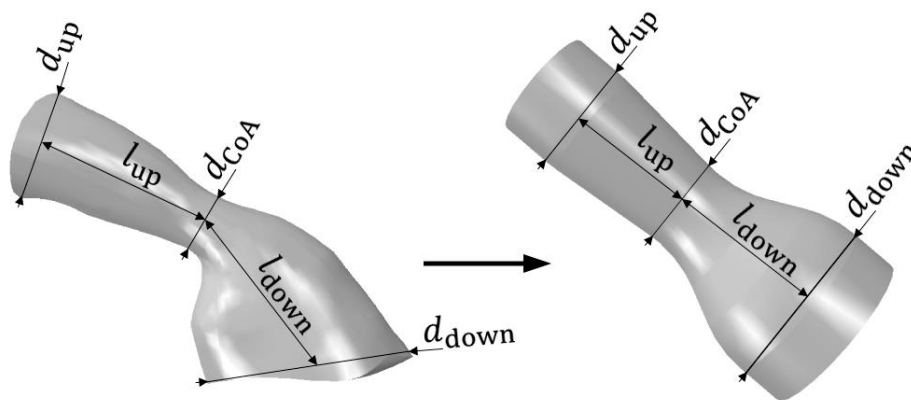


Рисунок 3 - Упрощение исходной геометрии до осесимметричной постановки.

1.2 Модели материалов

1.2.1 Элементы механики сплошной среды

Для дальнейшего описания реологических моделей необходимо некоторые понятия из механики сплошной среды.

Рассмотрим радиус вектор исходной конфигурации деформируемого твердого тела \mathbf{R} и актуальный \mathbf{r} . Теперь можем ввести тензор градиента деформации по формуле (1) [1]:

$$\mathbf{F} = \nabla \mathbf{r} = F_{ij} = \frac{dx_i}{dX_j}, \quad (1)$$

для которого обозначим определитель как (2):

$$J = \det(\mathbf{F}). \quad (2)$$

Градиент деформации можно представить с помощью полярного разложения на скалярное произведение ортогонального тензора и положительно

определенного симметричного (3):

$$\mathbf{F} = \mathbf{O} \cdot \mathbf{U} = \mathbf{V} \cdot \mathbf{U}, \quad (3)$$

где \mathbf{O} – ортогональный тензор, а \mathbf{U} и \mathbf{V} оба положительно определенные симметричные тензоры.

Через тензор деформации вводятся две меры деформации: мера деформации Коши-Грина (4) и мера деформации Фингера (5) [1]:

$$\mathbf{B} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{F}^T; \quad (4)$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{F}^T \cdot \mathbf{F}, \quad (5)$$

из которых выводится тензор деформации Коши-Грина (6):

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2}(\mathbf{C} - \mathbf{I}), \quad (6)$$

где \mathbf{I} – единичный тензор второго ранга.

Тензор (7) назовем тензором формоизменения.

$$\bar{\mathbf{C}} = J^{-\frac{2}{3}}\mathbf{C}. \quad (7)$$

Мера деформации Фингера (5) может быть представлена через собственные числа, как (8):

$$C_{ij} = \delta_{ij}\lambda_i. \quad (8)$$

Также для произвольного тензора \mathbf{A} вводятся инварианты по следующему правилу (9, 10, 11):

$$I_1 = \text{tr}(\mathbf{A}) = \delta_{ij}A_iA_j; \quad (9)$$

$$I_2 = \frac{1}{2}\left[(\text{tr}(\mathbf{A}))^2 - \text{tr}(\mathbf{A}^2)\right] = \delta_{ij}A_iA_j; \quad (10)$$

$$I_3 = \det(\mathbf{A}). \quad (11)$$

где δ_{ij} – символ Кронекера, операция \det – определитель.

1.2.2 Модель материала баллона

Баллон, используемый в процессе ангиопластики сделан из полиуретана и проявляет изотропные нелинейные механические свойства. Для описания была взята несжимаемая реологическая модель Огдена 2 порядка с параметрами из

исследования [16], где также описан полиуретановый баллон.

Модель Огдена описывает через введение потенциала энергии деформации (12) как функцию собственных чисел меры деформации Фингера (5):

$$\Psi = \sum_{p=1}^N \frac{\mu_p}{\alpha_p} (\lambda_1^{\alpha_p} + \lambda_2^{\alpha_p} + \lambda_3^{\alpha_p} - 3), \quad (12)$$

где N , α_p , μ_p – параметры модели, а модуль сдвига выражается следующим образом:

$$\mu = \frac{1}{2} \sum_{p=1}^N \mu_p \alpha_p. \quad (13)$$

Используемые параметры модели Огдена 2 порядка указаны в Таблице 1.

Модель	μ_1 , КПа	α_1	D_1	μ_2 , КПа	α_2	D_2
Огден	10.986	3.011	0	-2	0	0

Таблица 1 – Параметры материала баллона

В таблице присутствуют значения D_1 , D_2 , не указанные в выражении (12), потому что эти константы отвечают за изменение объема материала. В данной работе материал баллона несжимаемый, поэтому слагаемых, отвечающих за изменение объема в уравнении нет.

С этими параметрами кривая деформирования материала будет выглядеть так, как указано на рисунке 4.

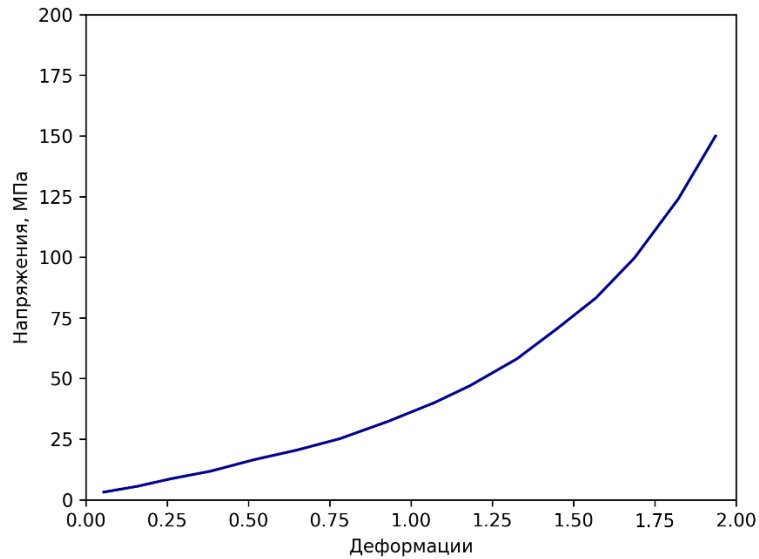


Рисунок 4 - Диаграмма деформирования материала баллона

Из рисунка 4 видно, что при деформациях до единицы удлинение происходит при небольших значениях напряжений, тогда как при больших значениях деформации жесткость возрастает.

1.2.3 Модель материала аорты

Ткани аорты, как и многие другие биоматериалы состоят из волокон, что и приводит к анизотропному гиперупругому поведению. Волокна в целом можно разделить на семейства по их ориентации в материале. Так на рисунке 5 изображено схематичное изображение структуры материала аорты, где волокна одного семейства параллельны друг другу. В общем случае это может не выполняться и угол между волокнами одного семейства может быть не постоянен, но в данной работе будет рассмотрено допущение о их параллельности.

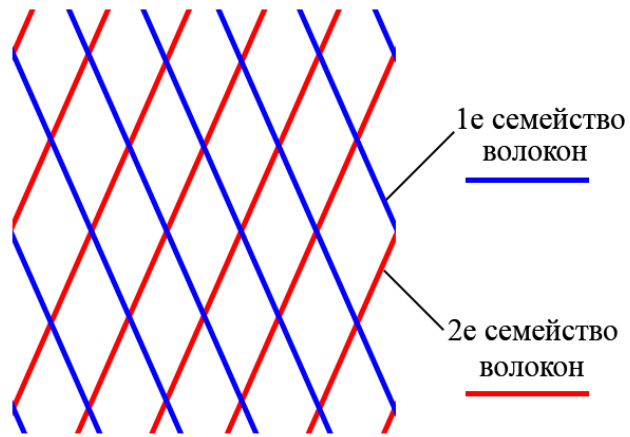


Рисунок 5 - Схематичное изображение волокон в материале аорты

Для моделирования подобных материалов была предложена гиперупругая анизотропная модель Хольцапфеля-Гассера-Огдена. Основная идея этой модели, позволяющая описать волокнистые материалы – это введение векторных констант \mathbf{M}^i , где i – количество семейств волокон. Эти векторные константы совпадают с ориентацией волокон для соответствующих семейств в локальной системе координат, связанной с материалом. Расположение векторов \mathbf{M}^i в локальной системе координат изображено на рисунке 6.

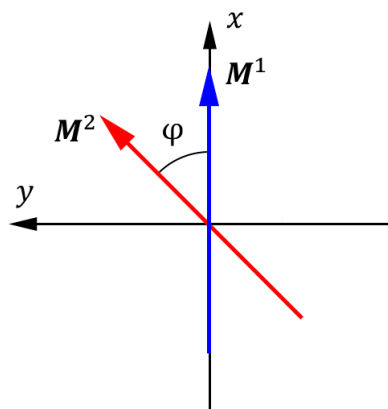


Рисунок 6 – Векторные константы \mathbf{M}^i в локальной системе координат

Угол между векторами \mathbf{M}^i – φ будем считать постоянным, как параметр модели. В целом, как и другие гиперупругие модели, модель Хольцапфеля-Гассера-Огдена описывается через потенциал энергии деформации по

следующей формуле (14):

$$\Psi = C_{10}(\bar{I}_1 - 3) + \frac{1}{D} \left(\frac{J^2 - 1}{2} - \ln J \right) + \frac{k_1}{2k_2} \sum_{\alpha=1}^N \{e^{k_2 \bar{E}_\alpha^2} - 1\}, \quad (14)$$

где C_{10} , D , k_1 , k_2 , κ , N – параметры модели, \bar{I}_1 – первый инвариант тензора формоизменения (7), а параметр \bar{E}_α , позволяющий учитывать деформацию волокон описывается выражением (15):

$$\bar{E}_\alpha = \kappa(\bar{I}_1 - 3) + (1 - 3\kappa)(\bar{I}_{4(\alpha\alpha)} - 1). \quad (15)$$

Здесь под обозначением $\bar{I}_{4(\alpha\alpha)}$ вводится дополнительный инвариант тензора формоизменения по следующей формуле (16):

$$\bar{I}_{4(\alpha\beta)} = \mathbf{M}^\alpha \cdot \bar{\mathbf{C}} \cdot \mathbf{M}^\beta. \quad (17)$$

Константа κ показывает отклонение распределения волокон от направления \mathbf{M}^i так, что нулевое значение указывает на то, что все волокна в семействе параллельны друг другу, а значение $1/3$ указывает на то, что волокна распределены случайно и материал превращается в изотропный. В данной работе будет рассмотрен случай параллельности волокон, т. е. $\kappa = 0$.

Для рассматриваемого случая коарктации эксперименты на растяжение материала аорты не проводились, но известен возраст пациента. Поэтому, для валидации модели были рассмотрены экспериментальные данные из исследования [8]. Авторы данной работы подбирали параметры модели Хольцапфеля-Гассера-Огдена, но использовали другую форму её записи, поэтому используемые в данной работе параметры несколько отличаются, от предложенных в указанной работе.

Подбор параметров проводился путем варьирования параметров около предварительных значений, полученных из анализа модели Хольцапфеля-Гассера-Огдена в форме исследования [8]. В качестве критерия валидации параметров модели была выбрана среднеквадратическая ошибка (MSE – middle square error), определяемая соотношением (18):

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\sigma_i - \tilde{\sigma}_i)^2, \quad (18)$$

где N – количество экспериментальных точек, σ_i – экспериментальное значение напряжения в i -й точке, $\tilde{\sigma}_i$ – полученное значение напряжений в i -й точке.

Полученные параметры модели указаны в таблице 2.

Модель	C_{10} , КПа	k_1 , КПа	k_2 , КПа	D	φ , град.	κ
Хольцапфель-Гассер-Огден	10.986	3.011	0.7667	10^{-6}	63	0

Таблица 2 – Параметры модели материала аорты

Сравнение модели Хольцапфеля-Гассера-Огдена с экспериментом указано на рисунке 7.

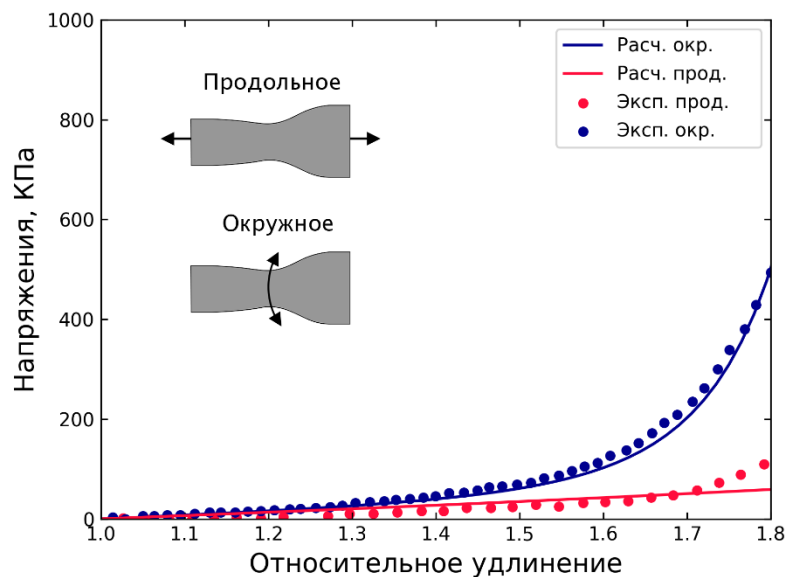


Рисунок 7 - Сравнение модели Хольцапфеля-Гассера-Огдена с экспериментом

В результате сравнения подобранной модели с экспериментом получили среднеквадратическую ошибку меньше 5 процентов, что говорит об очень хорошем совпадении результатов.

Отметим, что модель Хольцапфеля-Гассера-Огдена является упругой, что позволяет описывать процесс ангиопластики со стентированием, но не позволяет описать процесс ангиопластики без стентирования, потому что он требует

наличия остаточных деформаций. Для описания остаточных деформаций корректнее всего было бы использовать некоторую модель пластичности материала, но для материала аорты модели пластичности в целом в литературе не отражены. Поэтому в данной работе предлагается описывать остаточные деформации с помощью добавления вязкости.

Для описания вязкоупругого поведения, а именно релаксации после исчезновения нагрузок, предлагается использовать реологическую модель, основанную на модели Кельвина-Войгта [3], где рассматривается параллельное соединение упругого элемента Гука и вязкого элемента Ньютона. В рассматриваемой в данной работе модели вместо упругого элемента Гука используется модель Хольцапфеля-Гассера-Огдена, что указано на рисунке 7.

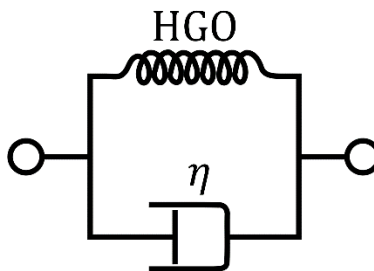


Рисунок 7 - Реологическая модель вязкоупругости

При параллельном соединении упругий и вязкий элементы обладают одинаковыми деформациями, а их напряжения складываются (19):

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}^{el} + \boldsymbol{\sigma}^{vis} \quad (19)$$

Вязкий элемент описывается следующим определяющим уравнением (20):

$$\boldsymbol{\sigma}^{vis} = \eta \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{E} \quad (20)$$

где \mathbf{E} – тензор деформаций. В виду того, что модель Хольцапфеля-Гассера-Огдена вводилась ранее как функция градиента деформации, можем также переписать вязкую компоненту напряжений. И тогда общее определяющее уравнения вязкоупругой модели будет выглядеть следующим образом (20):

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}^{el} + \eta \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{F}^T \mathbf{F} - \mathbf{I}) = \boldsymbol{\sigma}^{el} + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{F}^T \mathbf{F}) \quad (20)$$

где σ^{el} – упругая часть тензора напряжений, полученная из модели Хольцапфля-Гассера-Огдена (14). В данной работе будут рассмотрены следующие значения вязкости: $5 \cdot 10^5, 8 \cdot 10^5, 10^6$ КПа·с. Такие большие значения вязкости рассмотрены ввиду того, что оценочное время релаксации аорты составляет около 1 года.

1.3 Граничные условия

Геометрия баллона в данной работе рассматривается как цилиндр толщиной 0.1 мм, в реальности же баллон имеет эллиптическую форму в недеформированном состоянии и по кромкам крепится к шунту, через который в него подается воздух. Для моделирования такой постановки закрепим баллон по кромкам, а изнутри по всей поверхности приложим давление как функцию от времени, линейно возрастающую от 0 до 4 атм.

Баллон располагался так, чтобы его центр совпадал с сечением наименьшего диаметра аорты.

Между баллоном и аортой предполагается контакт с коэффициентом трения 0.25 [11].

ГЛАВА 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ГЕМОДИНАМИКИ

2.1 Геометрия

Гемодинамика в целом требуется для анализа функционального состояния аорты, поэтому расчет необходимо провести в исходной геометрии, а также после проведения процедуры ангиопластики через некоторые промежутки времени. Анализ усложняется тем, что процесс ангиопластики рассчитывается в упрощенной осесимметричной геометрии. Поэтому гемодинамический расчет будет проведен в исходной недеформированной геометрии, в упрощенной недеформированной геометрии, а также в деформированной упрощенной геометрии после процедуры ангиопластики в процессе релаксации, когда сохраняется 90, 50 и 10% от максимального приращения диаметра аорты.

2.2 Модель крови

Кровь состоит из множества компонентов, таких как эритроциты, тромбоциты и лейкоциты, распределенных в плазме, образуя собой гетерогенную структуру. Плазма представляет собой ньютоновскую жидкость, в то время как кровь отвечает неньютоновской реологии [4].

Модель Каро-Яшида одна из распространенных неньютоновских моделей крови, использовалась для описания артериального кровотока во внутричерепных аневризмах, коронарных артериях при разных степенях стеноза [12, 9]. Также в работе [10], где был разработан ряд моделей вязкости, используемых для описания характеристик кровотока, данная модель показала лучшую точность, поэтому и будет использована в нашем исследовании. В модели Каро-Яшида динамическая вязкость μ связана со скоростью сдвига $\dot{\gamma}$ через следующее выражение (21) [12]:

$$\left. \begin{aligned} \mu(\dot{\gamma}) &= \mu_{\infty} + (\mu_0 - \mu_{\infty})(1 + (\lambda\dot{\gamma})^a)^{\frac{n-1}{a}} \\ \lim_{\dot{\gamma} \rightarrow 0} \mu(\dot{\gamma}) &= \mu_0 \\ \lim_{\dot{\gamma} \rightarrow \infty} \mu(\dot{\gamma}) &= \mu_{\infty}, \\ \dot{\gamma} &= \sqrt{2S:S} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

где S – тензор скорости деформации, v – скорость потока. При постановке данной задачи. Значения параметров были выбраны следующими [12]: $\mu_0 = 0.1600$ Па·с, $\mu_{\infty} = 0.0035$ Па·с, $\lambda = 8.2$ с, $a = 0.64$ и $n = 0.2128$, где параметры a и n были определены эмпирическим путем.

Плотность крови также не является строго постоянным параметром, среднее значение может варьироваться в зависимости от пола, возраста, общей гидратации организма и др. Характерные значения для плотности крови лежат в диапазоне значений от 1048 до 1068 кг/м³[13]. В данной работе значение плотности крови будет выбрано равным 1060 кг/м³.

2.3 Граничные условия

Для моделирования течения крови необходимо смоделировать граничные условия от сокращения сердца. Для этого введем в рассмотрение специальную функцию сердечного ритма f [17]:

$$f(t) = \begin{cases} (1 - \alpha) \cdot \sin(2.857\pi t); & 0 \leq t \leq 0.35 \text{ с}, \\ (1 - 2\alpha) \cdot \sin(2.22\pi(t - 0.35)); & 0.35 \leq t \leq 0.8 \text{ с} \end{cases} \quad (22)$$

где α – относительная амплитуда давления при биении сердца. В данной постановке задачи значение α будет равно 0.2.

На входе в аорту задается профиль скорости вида:

$$v(t) = 0.3 \cdot f(t) \frac{\text{м}}{\text{с}} \quad (23)$$

На выходе задается равенство давления значению:

$$P(t) = 123 \cdot f(t) \text{ мм. рт. ст.} \quad (24)$$

Полученные граничные условия в течение сердечного ритма изображены на рисунке 8.

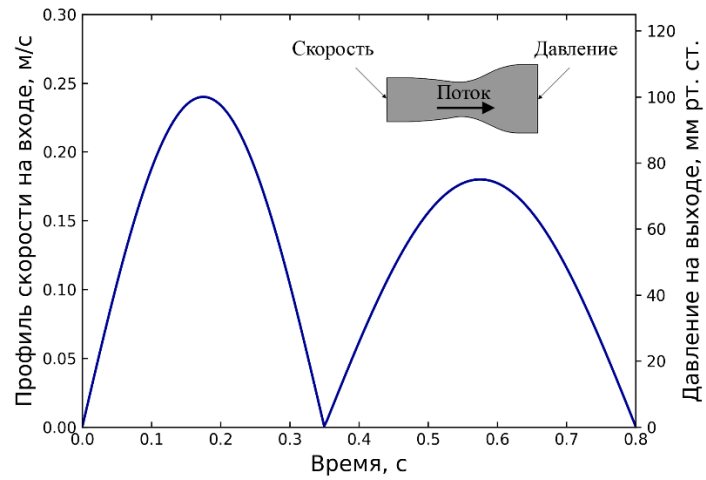


Рисунок 8 - Граничные условия для задачи гемодинамики в течение сердечного цикла.

Изображенные на рисунке 8 граничные условия позволяют учесть сокращение сердца, без непосредственного моделирования его работы.

ГЛАВА 3. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ АНГИОПЛАСТИКИ

3.1 Подпрограмма пользовательского материала

Как подробно было описано выше для моделирования процесса ангиопластики без стентирования будет использоваться модель Хольцапфеля-Гассера-Огдена с вязкостью. Сама модель Хольцапфеля реализована в пакете ABAQUS, но только как упругий материал и учет вязкости или пластичности изначально в пакете не предусмотрен.

ABAQUS позволяет пользователю использовать собственное определяющее уравнение для материала с помощью написания специальной подпрограммы на языке FORTRAN. Программа обязана иметь специальное имя и структуру, чтобы корректно распознаваться пакетом ABAQUS. Отметим, что для использования подпрограмм на языке FORTRAN необходимо использовать внешний компилятор этого языка. В данной работе будет использован компилятор INTEL FORTRAN COMPILIER 2020.

Подпрограмма пользовательского материала будет вызываться на каждом шаге интегрирования в процессе решения. На вход программы будут подаваться текущее время, приращение по времени, компоненты градиента деформации, компоненты приращения градиента деформации за приращение по времени, параметры модели материала и некоторые другие величины, которые в данной работе не нужны. На выходе программы необходимо в явном виде определить компоненты тензора напряжений, а также компоненты матрицы жесткости.

Для нашего расчета необходима локальная система координат, связанная с геометрией, как показано на рисунке 6. По умолчанию, если локальная система координат не присвоена, то компоненты тензора градиента деформации будут подаваться в подпрограмму в глобальной системе координат (x_i). Если локальная система координат (x'_i) все-таки определена, то компоненты тензора градиента деформации будут подаваться именно в ней и компоненты тензора напряжений и матрицы жесткости должны быть вычислены тоже в локальной системе

координат.

Модель Хольцапфеля-Гассера-Огдена требует использования градиента деформации, который трансформирует вектор из недеформированной конфигурации в исходной системе координат в деформированную конфигурацию в текущей локальной системе координат, т. е. (25):

$$F_{ij} = \frac{\partial x'_i}{\partial X_j}. \quad (25)$$

Подаваемый в подпрограмму материала ABAQUS градиент деформации устроен таким образом, что трансформирует вектор из недеформированной конфигурации в текущей системе координат в деформированную конфигурацию в текущей локальной системе координат. Назовем его F^{abq} и выразим следующим образом (26):

$$F_{ij}^{abq} = \frac{\partial x'_i}{\partial X'_j}. \quad (26)$$

Пусть набор векторов E_i это базис исходной системы координат, а набор e_i – текущий базис и пусть $e_i \neq E_i$. Система координат остается ортогональной, поэтому связь между системами координат можно представить через тензор поворота (27):

$$e_i = R \cdot E_i. \quad (27)$$

Тогда связь между тензорами F и F^{abq} можно выразить следующим образом (28):

$$F = F^{abq} \cdot R^T, \quad (28)$$

где тензор градиента деформации можно разложить используя полярное разложение, причем полученный ортогональный тензор будет являться требуемым тензором поворота R [15].

Для определения компонентов тензора напряжений Коши σ сначала определим связь между потенциалом энергии деформации и тензором напряжений Пиолы-Киргофа S (30) [7]:

$$S = 2 \frac{\partial \Psi}{\partial C}, \quad (29)$$

а связь между тензорами напряжений может выражена как (30) [2]:

$$\boldsymbol{\sigma} = J^{-1} \mathbf{F} \cdot \mathbf{S} \cdot \mathbf{F}^T = J^{-1} \mathbf{F} \cdot 2 \frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{C}} \cdot \mathbf{F}^T \quad (30)$$

Для удобства рассмотрим тензор напряжений Коши как сумму изотропной, анизотропной, объемной и вязкой части и выпишем компоненты этих частей используя формулу (30):

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}^{iso} + \boldsymbol{\sigma}^{ani} + \boldsymbol{\sigma}^{vol} + \boldsymbol{\sigma}^{vis}; \quad (31)$$

$$\sigma_{ij}^{iso} = \frac{2}{J} C_{10} \left(\bar{B}_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \bar{I}_1 \right); \quad (32)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{ij}^{ani} = & \sum_{\alpha=1}^N \frac{2k_1}{J} \exp(k_2 \bar{E}_\alpha^2) \bar{E}_\alpha \left[\kappa \left(\bar{B}_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \bar{I}_1 \right) + \right. \\ & \left. + (1 - 3\kappa) \left(\bar{m}_i^\alpha \bar{m}_j^\alpha - \frac{1}{3} \delta_{ij} \bar{I}_{4(\alpha\alpha)} \right) \right]; \end{aligned} \quad (33)$$

$$\sigma_{ij}^{vol} = \frac{1}{D} \left(J - \frac{1}{J} \right) \delta_{ij}. \quad (34)$$

Матрицу жесткости \mathbb{C} покомпонентно можно получить из тензора напряжений Коши через выражение [14]:

$$\mathbb{C}_{ijkl} = \sigma_{ij} \delta_{kl} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial F_{ka}} F_{la} + \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial F_{la}} F_{ka} \right). \quad (35)$$

Как и тензор напряжений, рассмотрим матрицу жесткости как сумму изотропной, анизотропной, объемной и вязкой части и выпишем компоненты этих частей.

$$\mathbb{C} = \mathbb{C}^{el} + \mathbb{C}^{vis} = \mathbb{C}^{iso} + \mathbb{C}^{ani} + \mathbb{C}^{vol} + \mathbb{C}^{vis} \quad (36)$$

Полученная изотропная часть (37):

$$\begin{aligned} \mathbb{C}_{ijkl}^{iso} = & \frac{2}{J} C_{10} \left(-\frac{2}{3} \delta_{kl} \bar{B}_{ij} + \frac{2}{9} \delta_{ij} \delta_{kl} \bar{I}_1 + \frac{1}{2} (\delta_{il} \bar{B}_{kj} + \delta_{jl} \bar{B}_{ik} + \delta_{ik} \bar{B}_{lj} + \right. \\ & \left. + \delta_{jk} \bar{B}_{il}) - \frac{1}{3} (\delta_{il} \bar{B}_{lk} - \delta_{ij} \bar{B}_{kl}) \right). \end{aligned} \quad (37)$$

Полученная анизотропная часть (38):

$$\mathbb{C}_{ijkl}^{ani} = \sum_{\alpha=1}^N \frac{2k_1}{J} \exp(k_2 \bar{E}_\alpha^2) \left\{ \bar{E}_\alpha \kappa \left(\bar{B}_{ij} \delta_{kl} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \delta_{kl} \bar{I}_1 \right) + \right. \quad (38)$$

$$\begin{aligned}
& + \bar{E}_\alpha (1 - 3\kappa) \left(\bar{m}_i^\alpha \bar{m}_j^\alpha \delta_{kl} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \delta_{kl} \bar{I}_{4(\alpha\alpha)} \right) + \\
& + \left[-\frac{5}{3} \bar{E}_\alpha \kappa \delta_{kl} + (2k_2 \bar{E}_\alpha^2 + 1) \kappa^2 \left(\bar{B}_{kl} + \bar{B}_{lk} - \frac{2}{3} \delta_{kl} \bar{I}_1 \right) \right] \left(\bar{B}_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \bar{I}_1 \right) + \\
& + \bar{E}_\alpha \kappa \left[\frac{1}{2} (\delta_{ik} \bar{B}_{lj} + \delta_{jk} \bar{B}_{il} + \delta_{il} \bar{B}_{kj} + \delta_{jl} \bar{B}_{ik}) - \frac{1}{3} (\bar{B}_{kl} \delta_{ij} + \bar{B}_{lk} \delta_{ij}) \right] + \\
& + \left[-\frac{5}{3} \bar{E}_\alpha (1 - 3\kappa) \delta_{kl} + (2k_2 \bar{E}_\alpha^2 + 1) (1 - 3\kappa)^2 \left(2\bar{m}_k^\alpha \bar{m}_l^\alpha - \frac{2}{3} \delta_{kl} \bar{I}_4 \right) \right] A + \\
& + \bar{E}_\alpha (1 - 3\kappa) \left[\frac{1}{2} Q - \frac{2}{3} \delta_{ij} \bar{m}_k^\alpha \bar{m}_l^\alpha \right] \},
\end{aligned}$$

где

$$A = \left(\bar{m}_i^\alpha \bar{m}_j^\alpha - \frac{1}{3} \bar{I}_{4(\alpha\alpha)} \delta_{ij} \right); \quad (39)$$

$$Q = (\delta_{ik} \bar{m}_l^\alpha \bar{m}_j^\alpha + \delta_{jk} \bar{m}_l^\alpha \bar{m}_i^\alpha + \delta_{il} \bar{m}_k^\alpha \bar{m}_j^\alpha + \delta_{jl} \bar{m}_i^\alpha \bar{m}_k^\alpha). \quad (40)$$

Полученная объемная часть (41):

$$\mathbb{C}_{ijkl}^{vol} = \frac{2}{DJ} \delta_{ij} \delta_{kl}. \quad (41)$$

Полученная вязкая часть (42):

$$\begin{aligned}
\mathbb{C}_{ijkl}^{vis} &= \eta \frac{1}{2} \frac{d}{dt} (F_{bi} F_{bj}) \delta_{kl} + \\
& + \frac{\eta}{4} \left(\left(\delta_{bk} \delta_{ia} \frac{\partial F_{bj}}{\partial t} + \delta_{bk} \delta_{ja} \frac{\partial F_{bi}}{\partial t} \right) F_{la} + \left(\delta_{bl} \delta_{ia} \frac{\partial F_{bj}}{\partial t} + \delta_{bl} \delta_{ja} \frac{\partial F_{bi}}{\partial t} \right) F_{ka} \right).
\end{aligned} \quad (42)$$

где под индексами a, b подразумеваются индексы суммирования по правилу Эйнштейна, а $\mathbf{m}^i = \mathbf{F} \cdot \mathbf{M}^i$ – деформированный вектор \mathbf{M}^i .

Итоговая схема подпрограммы для пакета Abaqus, в которой реализована модель Хольцапфеля-Гассера-Огдена с учетом вязкости изображена на рисунке 9.

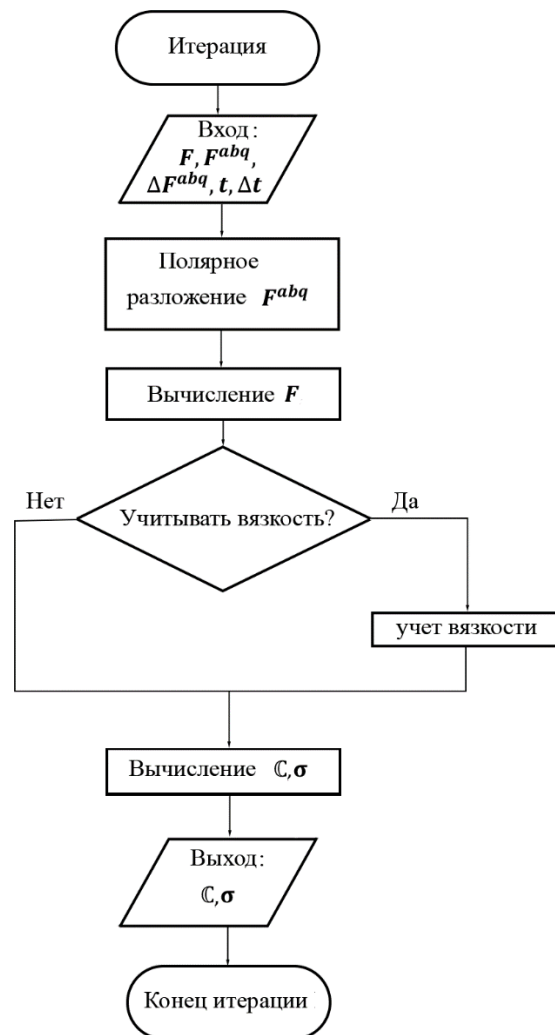


Рисунок 9 - Схема работы подпрограммы материала для ABAQUS

На рисунке 9 изображена схема, где учет вязкости опционален по некоторому критерию. Это сделано для того, чтобы процесс расширения аорты можно было посчитать без учета вязкости, а процесс релаксации с учетом, потому что большие значения вязкости при релаксации могут негативно повлиять на результаты первого этапа. В данной работе за критерий учета вязкости взято просто время, т. е. до достижения некоторого время вязкость не учитывается.

3.2 Конечно-элементная модель в ABAQUS

Моделирование процесса ангиопластики будет производиться методом конечных элементов с помощью пакета ABAQUS. Метод конечных элементов широко используется в решении механических задач, а пакет ABAQUS часто применяется в биомеханике, ввиду обширной библиотеки моделей биоматериалов, а также наличием удобной разработки пользовательских подпрограмм для задания не предусмотренных изначально граничных условий, формулировок конечных элементов и моделей материалов, что будет использовано в текущей работе.

Для расчета необходимо для геометрии аорты построить сетку конечных элементов. В результате построения была получена сетка, изображенная на рисунке 10.

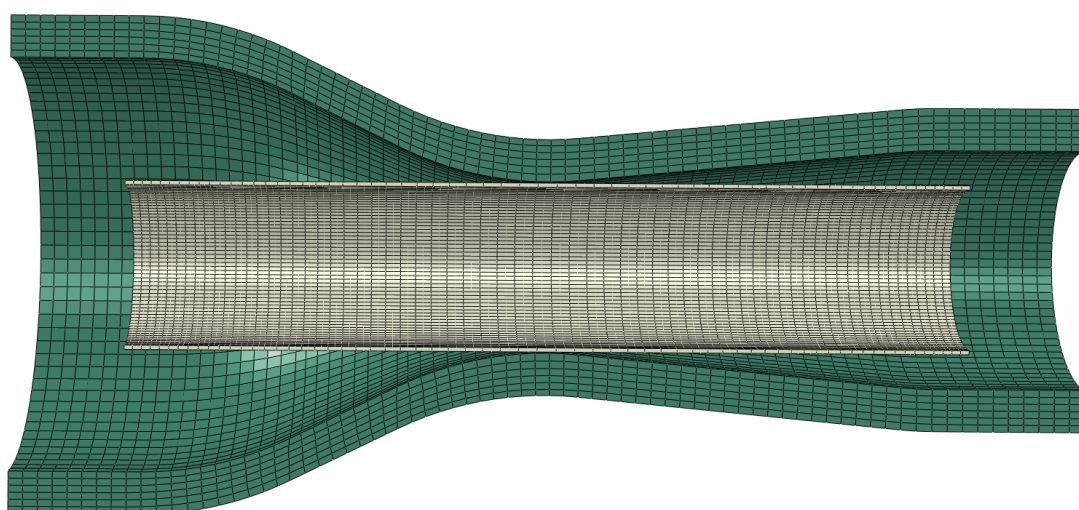


Рисунок 10 - Сетка конечных элементов

Сетка баллона содержит 5053 элемента C3D8RH. Это гексагональные линейные элементы, где буква R – обозначает “Reduced integration”, т. е. сокращенное интегрирование с уменьшенным количеством точек интегрирования, а буква H – “Hybrid element” указывает на использование специальной гибридной формулировки элемента для описания несжимаемого материала.

Сетка аорты состоит из 11834 элементов C3D8R. Тут формулировка не гибридная, потому что будет использован пользовательский материал, и несжимаемость будет контролироваться отдельно.

Граничные условия задаются в соответствии с описанными ранее. Хотя геометрия модели является осесимметричной, но расчет проводится для половины аорты с условием симметрии ввиду того, что пользовательский материал был написан для трехмерной формулировки конечных элементов, а осесимметричная постановка требует отдельной формулировки.

В исследовании [16] проведен анализ кинетической энергии и энергии деформации в процессе деформации аорты и баллона и сделаны выводы, что кинетическая энергия составляет менее 5% от полной энергии, что позволяет характеризовать процесс как квазистатический. Исходя из этих результатов решение будет производиться в статике.

3.3 Результаты моделирования ангиопластики

Для анализа результатов необходимо оценить динамику изменения диаметра просвета аорты. Механическая задача решалась в два этапа: нагружение, т. е. расширение баллона и релаксация.

Как описывалось ранее давление в баллоне возрастало линейно от 0 до 4 атмосфер. Зависимость диаметра аорты от давления в аорте изображено на рисунке 11.

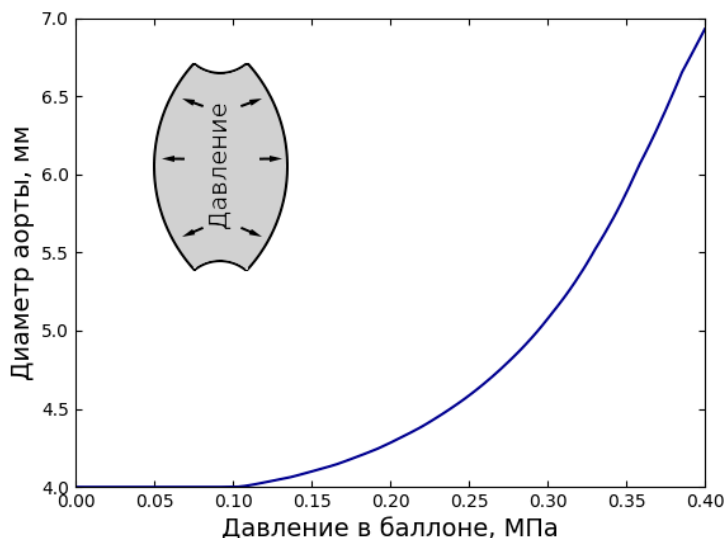


Рисунок 11 - Зависимость диаметра аорты от давления в баллоне

По полученной зависимости можно сделать вид, что в результате процедуры удалось добиться увеличения диаметра почти в два раза: с 4 до 7 мм, что является хорошим результатом, учитывая, что диаметр аорты выше участка коарктации составляет 5.56 мм, а ниже – 9.8 мм, т. е. полученный диаметр занимает промежуточное положение и обеспечивает плавное изменение диаметра в участке коарктации. Отметим, что анализ изменения функционального состояния аорты будет приведен в анализе гемодинамики.

Чтобы оценить изменения напряжений внутри аорты рассмотрим сечение аорты в нескольких этапах – при половине максимального расширения, изображенном на рисунке 12 и при максимальном расширении аорты, изображенном на рисунке 13.

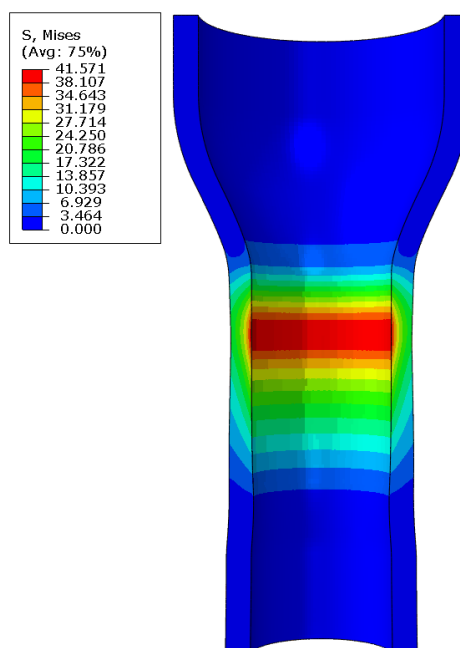


Рисунок 12 - Распределение напряжений по Мизесу (МПа) по сечению аорты при половине максимального расширения аорты

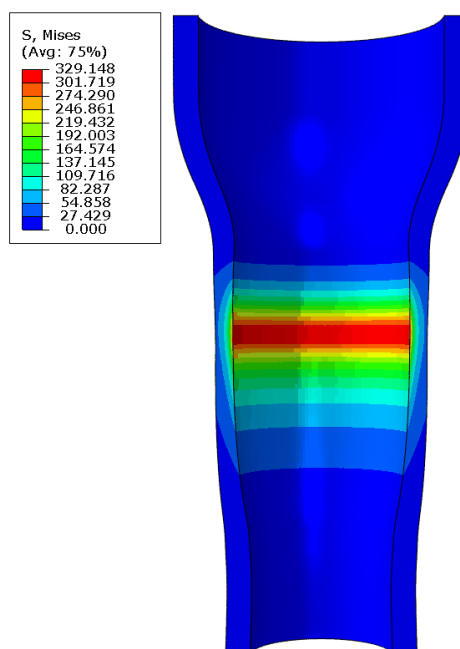


Рисунок 13 - Распределение напряжений по Мизесу (МПа) по сечению аорты при максимальном расширения аорты

Из полученных распределений можно сделать вывод, что в течение всей процедуры напряжения распределены очень локально, достигая максимума в области контакта аорты с баллоном, а на расстоянии в 5 мм уже падают

практически до нуля. Также отметим, что по модулю максимальные напряжения не поднимаются выше 350 КПА, что является безопасным значением, что гарантирует, что в процессе ангиопластики аорта не будет повреждена.

При рассмотрении процесса релаксации важным отслеживаемым параметром будет являться зависимость изменения диаметра аорты от времени, изображенная на рисунке 14. При анализе выделим три характерных диаметра – 90, 50 и 10% от максимального приращения.

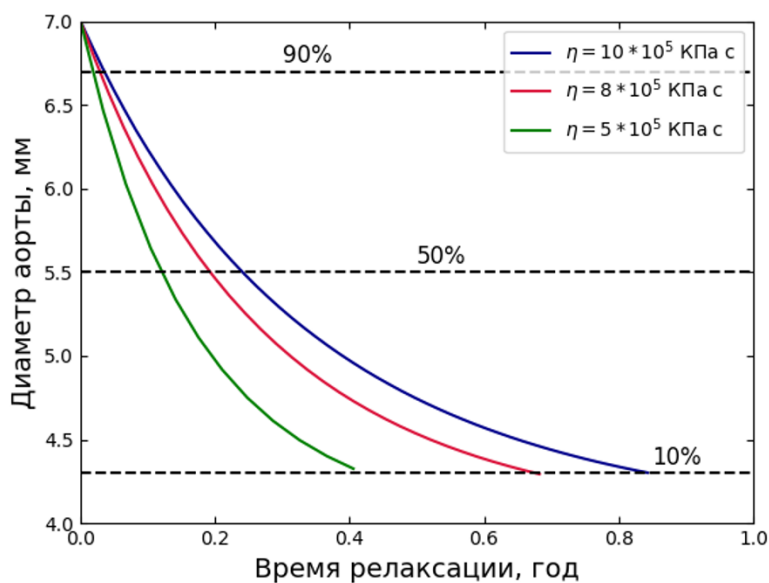


Рисунок 14 - Зависимость диаметра аорты от времени релаксации

Из рисунка 14 следует ожидаемая прямая зависимость между коэффициентом вязкости и временем релаксации. Для описанных выше трех состояний аорты будут проведены гемодинамические испытания.

ГЛАВА 4. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГЕМОДИНАМИКИ

4.1 Моделирование в COMSOL

Моделирование гемодинамики будет проводиться для нескольких целей: во-первых, необходимо сравнить исходную геометрию и упрощенную для анализа влияния упрощения на функциональное состояние аорты, во-вторых, будет проведен анализ изменения состояния аорты в течение релаксации.

Исходная и недеформированная упрощенная геометрия были описаны выше, а деформированная была построена с помощью измерения характерных размеров деформированной сетки из ABAQUS в соответствующие моменты времени (90, 50 и 10% максимального приращения расширения аорты).

Сетка и расчет проводились в пакете COMSOL MULTIPHYSICS. Сетка всех случаев состоит из тетраэдров, а количество элементов находится в промежутке от 400 до 500 тысяч. Сетка элементов исходной геометрии изображена на рисунке 15.

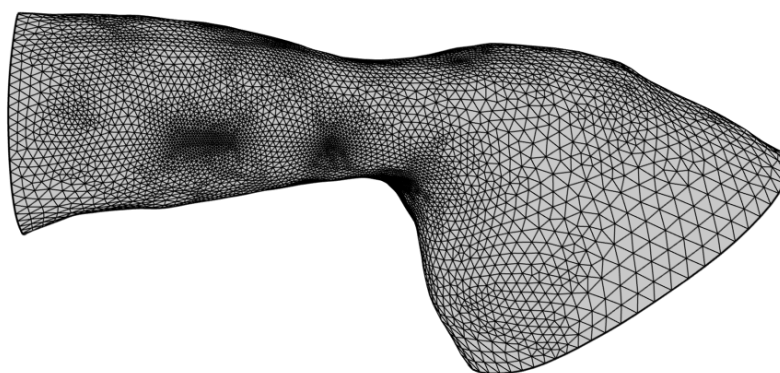


Рисунок 15 Сетка элементов для исходной модели

На рисунке 16 изображена сетка элементов для упрощенной недеформированной геометрии.

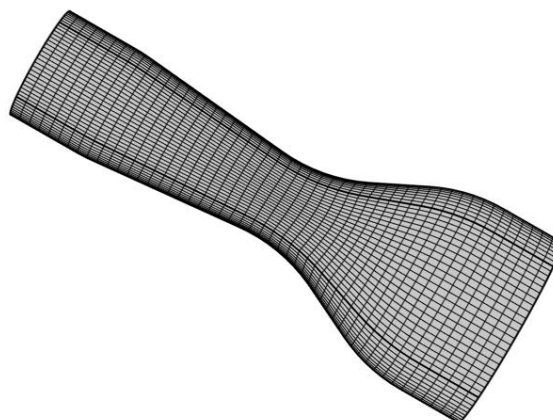


Рисунок 16 - Сетка элементов для упрощенной недеформированной геометрии

Граничные условия, модель крови и её параметры были подробно описаны ранее.

4.2 Анализ результатов моделирования гемодинамики

Как упоминалось ранее основным критерием для определения состояния аорты при коарктации является градиент давления. Построим градиент давления в течение двух циклов сокращения сердца. Зависимость градиента давления от времени в течении сердечного цикла изображена на рисунке 17.

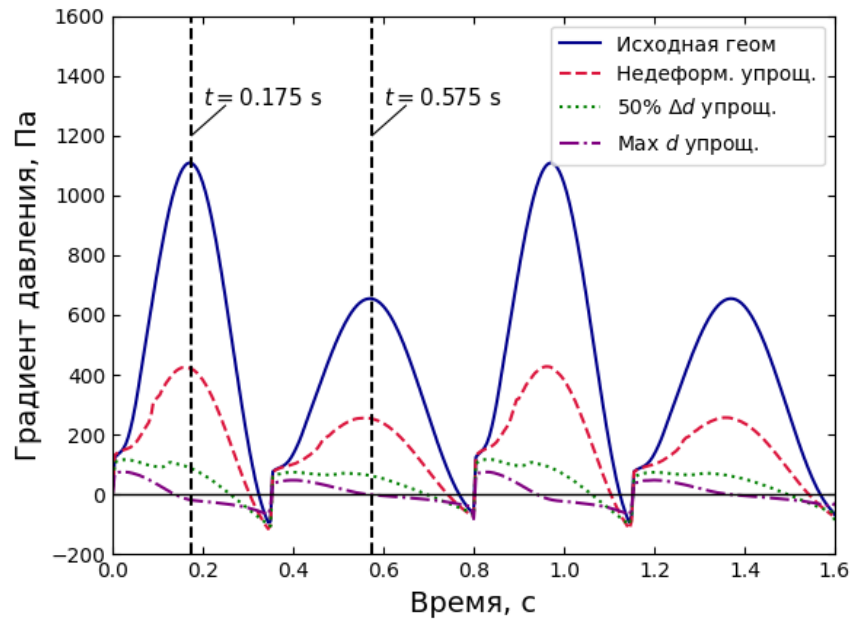


Рисунок 17 - Градиент давление в течение двух циклов сокращения сердца

Из сравнения градиента давления у исходной и упрощенной геометрии можно сделать вывод, что упрощение сильно сказалось на характер течения крови, максимальный градиент давления упал с 1107 Па до 419 Па, т. е. более чем в два раза. Наличие такой разницы не позволяет количественно оценить изменение функционального состояния исходной аорты, но качественно сравнение недеформированной аорты и максимально деформированной аорты показывает падение максимального градиента давления с 419 Па до 74 Па, т. е. в 5.6 раз.

Теперь оценим изменение состояния аорты с течением времени в течение релаксации. Для этого полученные значения максимального градиента давления для некоторого диаметра были сопоставлены со временем релаксации аорты до этого диаметра. Были рассмотрены три таких диаметра – 90, 50 и 10% максимального приращения диаметра аорты, а значения между ними были аппроксимированы с помощью экспонент, что указано на рисунке 18.

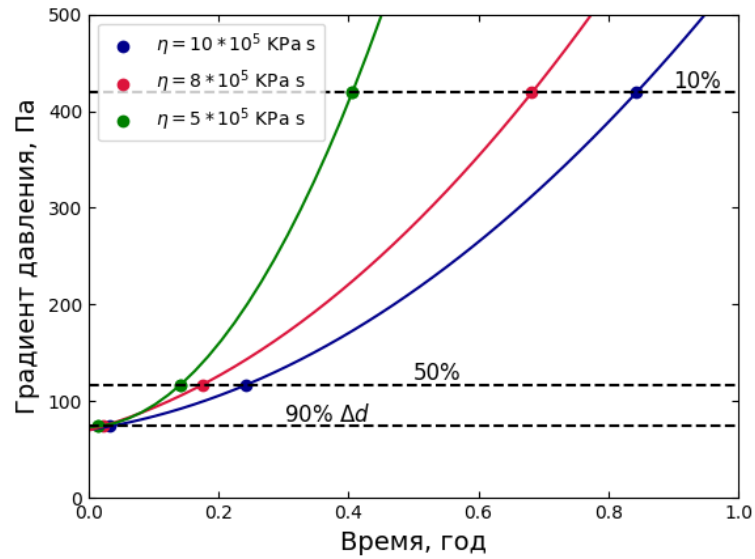


Рисунок 18. Аппроксимация зависимости градиента давления от времени релаксации.

Полученная зависимость позволяет проследить ухудшение функционального состояния аорты с течением времени, а использование различных значений вязкости позволяет подбирать время релаксации.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате данной работы было проведено моделирование процесса ангиопластики. Был рассмотрен процесс ангиопластики без стентирования для конкретного клинического случая коарктации перешейка аорты. Была построена геометрия на основании снимков компьютерной томографии, проведено её упрощение до осесимметричной и анализ корректности принятых допущений. Для моделирования процесса расширения баллона были подобраны параметры модели Хольцапфеля-Гассера-Огдена для аорты и модели Огдена второго порядка для баллона, проведено сравнение с экспериментальными данными. Для учета остаточных деформаций была предложена, а также реализована в виде подпрограммы для пакета ABAQUS на языке FORTRAN модель Хольцапфеля-Гассера-Огдена с учетом вязкости, подробно описан процесс написания подпрограммы и приведены необходимые для этого формулы. Для анализа изменения состояния аорты после процедуры проведено моделирование течение крови и оценен максимальный градиент давления. Получены аппроксимационные зависимости изменения градиента давления с течением времени для различных значений вязкости.

По итогам работы можем сделать вывод, что с помощью предложенной модели вязкоупругости возможно качественное описание процесса ангиопластики без стентирования. Показана возможность прогнозирования изменения состояния аорты после процедуры с помощью получение аппроксимационной зависимости градиента давления от времени. Показано хорошее совпадение результатов модели Хольцапфеля-Гассера-Огдена с экспериментальными данными. Предложенная модель вязкоупругости позволяет одновременно описывать процесс расширения аорты как абсолютно упругий, а процесс релаксации как вязкоупругий. Можно сделать вывод, что упрощение геометрии до осесимметричной постановки не позволяет количественно оценить изменение градиента давления после процедуры из-за слишком сильного изменения характера течения и уменьшения максимального

градиента давления, но для упрощенной геометрии градиент давления уменьшился в 5.6 раз, что говорит о корректности проведенного моделирования и процедуры ангиопластики в целом.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лурье А.И. Нелинейная теория упругости. – М. : Наука, 1980.
2. Bonet J. и Wood R. D. Nonlinear continuum mechanics for finite element analysis : Cambridge university press, 1997.
3. Hosford H. W. Mechanical Behavior of Materials : Mechanical Behavior of Materials, 2005.
4. Аминуддин М. и Ананда М. Анализ гемодинамики в идеализированном соединении брюшной аорты и почечной артерии средствами вычислительной гидродинамики: предварительное исследование для определения местонахождения атеросклеротической бляшки // COMPUTER. - 2019 г. - № 4. - стр. 695-706.
5. Dijkema E. J. Long-term results of balloon angioplasty for native coarctation of the aorta in childhood in comparison with surgery: European Journal of Cardio-Thoracic Surgery. - 2018. - no. 53. - pp. 262-268.
6. Egbe A. C. Doppler-derived arterial load indices better reflect left ventricular afterload than systolic blood pressure in coarctation of aorta // Circulation: Cardiovascular Imaging. – 2020. - no. 13. - p. e009672.
7. Fehervary H. How to implement user-defined fiber-reinforced hyperelastic materials in finite element software // Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials. – 2020. - no. 110. - p. 103737.
8. García-Herrera C. M. Mechanical characterisation of the human thoracic descending aorta: experiments and modelling // Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering. - 2012. - no. 15. - pp. 185-193.
9. Gaudio L. Different blood flow models in coronary artery diseases: effects on hemodynamic parameters // 40th Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society (EMBC).: IEEE, 2018. - pp. 3185-3188.
10. Jonášová A. Noninvasive assessment of carotid artery stenoses by the principle of multiscale modelling of non-Newtonian blood flow in patient-specific

models // Noninvasive assessment of carotid artery stenoses by the principle of multiscale modelling of non-Newtonian blood flow in patient-specific models. - 2018. - p. 319.

11. Ju F., Xia Z. и Sasaki K. On the finite element modelling of balloon-expandable stents // Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials. – 2008. - no. 1. - pp. 86-95.

12. Liu H. Comparison of Newtonian and non-Newtonian fluid models in blood flow simulation in patients with intracranial arterial stenosis // Frontiers in Physiology.-2021. - p. 1464.

13. Martelli F. Fluid-Structure Interaction of Blood Flow in Human Aorta Under Dynamic Conditions: A Numerical Approach // ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition. : American Society of Mechanical Engineers, 2018. - no. 52026. - p. V003T04A054.

14. Nolan D. A robust anisotropic hyperelastic formulation for the modelling of soft tissue // Journal of the mechanical behavior of biomedical materials. : Journal of the mechanical behavior of biomedical materials, 2014. - no. 39. - pp. 48-60.

15. Nolan D. R. Understanding the deformation gradient in Abaqus and key guidelines for anisotropic hyperelastic user material subroutines (UMATs) // Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials. - 2022. - no. 126. - p. 104940.

16. Schiavone A и Zhao L. G. A study of balloon type, system constraint and artery constitutive model used in finite element simulation of stent deployment // Mechanics of advanced materials and modern processes. - 2015. - no. 1. - pp. 1-15.

17. Torii R. Influence of wall elasticity in patient-specific hemodynamic simulations // Computers & Fluids. - 2007. - no. 36. - pp. 160-168.