**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ПЕТРА ВЕЛИКОГО**

**Отчет по лабораторной работе №1**

**«Решение одномерной нестационарной задачи теплопроводности с использованием разностной схемы»**

Выполнила:

студентка 3-го курса

кафедры «Теоретическая механика»

Сизова Е.А.

Проверил:

Ле-Захаров С.А.

Санкт-Петербург, 2015 г.

**СОДЕРЖАНИЕ**

1. Постановка задачи ………………………………………………………………………3
2. Выполнение расчетов в MATLAB….…………………………………………………..4
3. Результаты………………………………………………………………………………. 5
4. Выводы…………………………………………………………………………………...6

**ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ**

Решить одномерное стационарное уравнение теплопроводности однородного

стержня с помощью расчетной схемы.

Дан однородный стержень длиной l = 1 метр.

Начальные условия: T(x ≤ ½) = 1**°** K; T(x > ½) = T(0) = 0**°** K.

Граничные условия: T(x = 0) = 1**°** K; T(x = l) = 0**°** K.

Необходимо в любой среде программирования реализовать следующую интегральную схему (Рисунок 1) c 10 разбиениями по x и любым количеством разбиений по t:



 Рис.1. Интегральная схема

Уравнение теплопроводности имеет вид:

 (1)

Тогда разностная схема (2) получена подстановкой в уравнение (1) расчетную схему из рис.1 :

$\frac{T\_{i}^{j}-2T\_{i}^{j-1}+T\_{i}^{j-2}}{(∆x)^{2}}-\frac{1}{K}\frac{T\_{i}^{j-1}-T\_{i-1}^{j-1}}{∆t}=0$, (2) где

K – коэффициент теплопроводности;

Δ*x* – шаг интегрирования по расстоянию;

Δ*t* – шаг интегрирования по времени;

- температура j-той точки в шаг по времени i.

**ВЫПОЛНЕНИЕ РАСЧЕТОВ В MATLAB**

Реализация расчетной схемы на языке MATLAB можно увидеть в Коде 1.

$-2K∆tT\_{i}^{j-1}+T\_{i}^{j-1}\left(K∆t-\left(∆x\right)^{2}\right)=-\left(∆x\right)^{2}T\_{i-1}^{j-1}-T\_{i}^{j}K∆t$ (3)

Формула (3) получена из формулы (2), слева неизвестная часть, правая часть известна из граничных и начальных условий.

function T = scheme10()

format short; format compact

n = input(' Enter the number of points: '); %ввод количества рассматриваемых точек

dt = input(' Enter the step time integration: '); %ввод шага интегрирования по времени

t = input(' Enter the number of step time integration: '); %ввод количества шагов по времени

kappa = input(' Enter kappa: '); %ввод постоянной

l = 1;

mid = round(n/2); %вспомогательное число для разбиения пополам

dx = l/(n-1); %шаг интегрирования по расстоянию

T=zeros(n,t); %матрица температуры в зависимости от координаты и времени

T0 = 1; %температура на верхней границе и в нач. момент времени

T1 = 0; %температура на нижней границе и в нач. момент времени

for j=1:mid

 T(j,1)=T0; %задание начальных условий на первой половине

end;

for j=(mid+1):n

 T(j,1) = T1; %задание начальных условия на второй половине

end;

for i=2:t

 T(1,i) = T0; %задание граничного условия

 T(n,i) = T1;

end;

A = zeros(n-2,n-2); %вспомогательная матрица

a = dt\*kappa ;

b = -2\*a ;

c = a - dx\*dx ;

d = -dx\*dx ;

f = zeros(n-2,1);

for i = 1:n-2 %вспомогательные вычисления

 A(i,i)= b ;

 if( i < n-2 )

 A(i,i+1) = c ;

 end

 if( i>1)

 A(i,i-1) = a ;

 end

end

for j = 2 : t

 for i = 1 : n-2

 f(i) = d\*T(i+1,j-1 ) ;

 end

 f(1) = f(1) -a\*T(1,j);

 f(n-2) = f(n-2) - c\*T(n,j);

 %disp(f);

 X = A\f ;

 %disp(X);

 for i=1:n-2

 T(i+1,j) = X(i);

 end

end

xx = linspace(0, 1, n ) ;

plot(xx, T(:,2),xx,T(:,16) )

disp(T(:,11)) ;

end

Код 1. Реализация задачи в MATLAB.

**РЕЗУЛЬТАТЫ**

Вычисления будем проводить при 10 точках разбиения, при шаге интегрирования по времени в 0.1 секунду и при количестве шагов равным 20.

Ожидаемый результат: линейное распределение.



Рис.2. График зависимости температуры от координаты на второй и

шестнадцатой итерациях.(2- зеленая, 16 – синяя)

На рисунке 2 видно, что со временем зависимость температуры от времени становится линейной, что совпадает с желаемым результатом.



Рис.3 График зависимости температуры от координаты на первой и

шестнадцатой итерациях.(1 – зеленая, 16 – синяя)



Рис.4 График зависимости температуры от координаты на третьей и одиннадцатой итерациях(3 – зеленая, 11 – синяя)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № точки | 2 итерация | 16 итерация |
| 1 |  1 | 1 |
| 2 | 0.9515 | 0.9381 |
| 3 | 0.8893 | 0.8674 |
| 4 | 0.8027 | 0.7868 |
| 5 | 0.6762 | 0.6948 |
| 6 | 0.4862 | 0.5898 |
| 7 | 0.3379 | 0.4701 |
| 8 | 0.2164 | 0.3336 |
| 9 | 0.1082 | 0.1778 |
| 10 | 0 | 0 |

Таблица 1. Зависимость температуры от координаты на второй и

шестнадцатой итерациях.

**ВЫВОДЫ**

Заданная разностная схема с учетом начальных и граничных условий была успешно реализована на языке программирования MATLAB в одноименном пакете прикладных программ для любого числа разбиений по длине и по времени. На основе проделанного эксперимента было получено, что система приходит к линейному распределению.