УДК 531.01

**СТАТИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА БЕЗ АКСИОМ СТАТИКИ**

**А.В.Костарев**

*Санкт - Петербургский государственный политехнический университет.*

*Санкт – Петербург, Россия*

***Аннотация*** *Предлагается изложение статики твердого тела на основе принципов Ньютона, понятия определимых связей и теоремы об эквивалентности систем сил.*

***Ключевые слова:*** *твердое тело****,*** *статика, определимые связи, эквивалентность сил.*

Традиционные курсы Теоретической механики [1-7], в которых изложение начинается со статики, опираются на так называемые «аксиомы статики». Покажем, что принципы Ньютона и понятие определимых связей позволяют получить и условия равновесия и правила эквивалентного преобразования систем сил, приложенных к твердому телу без аксиом статики. Ниже конспективно приведены основные моменты изложения.

Курс статики твердого тела занимает 4 лекции и строится следующим образом. После первой лекции «Алгебра сил», в которой излагаются понятия силы, проекции, составляющих, теория моментов, следуют

 **Принципы (аксиомы) механики.**

### *Принцип инерции Галилея.*

### *Основной принцип (второй закон Ньютона)*

### *Принцип внутренней аддитивности (третий закон Ньютона).*

***Следствие-*** Внутренние силы парны, значит их главный вектор и главный момент равны нулю. **Vi = 0, MiO = 0**

### *Принцип внешней аддитивности (правило сложения сил)*

***Следствие:*** Необходимое и достаточное условие равновесия сил, приложенных к точке: **∑F**k**=0**

Из принципов Ньютона вытекают необходимые условия равновесия внешних сил. Рассмотрим дискретную систему n материальных точек. Система находится в покое, если все ее точки находятся в покое. При этом силы, действующие на каждую точку, находятся в равновесии.

Обозначим через Fkе равнодействующую внешних сил, приложенных к точке с номером к, а через Fki- равнодействующую внутренних сил этой точки. Из аксиом вытекает, что условия

Fkе+ Fki=0 (k=1,2,…,n), (1)

обеспечивают покой системы и являются *необходимыми и достаточными условиями* равновесия сил, приложенных к произвольной дискретной механической системе.

 Суммируя (1) по k, и учитывая, что главный вектор внутренних сил равен нулю, получаем

Ve=0

Векторно умножив слева (1) на радиус-вектор точки rk, после суммирования получим второе условие

Moe=0

Условия для внешних сил системы

Ve=0 Moe=0 (2)

с *необходимостью* выполнены, если произвольная механическая система покоится. Систему внешних сил, удовлетворяющую условиям (2), назовем *уравновешенной системой.* Факт неподвижности системы превращает выражения (2) в уравнения для определения неизвестных сил. Таковыми в статике чаще всего являются реакции связей.

Далее вводится понятие определимых связей. Рассмотрим тело Т, находящееся в покое под действием удаленных тел, и неподвижных тел, находящихся с телом в контакте, и называемых *связями*. Силы, с которыми связи действуют на тело, называются *реакциями связи.* Они неизвестны, поскольку согласно второму принципу нельзя одновременно задать и перемещение (его отсутствие) и силу в точке контакта.

Пусть на тело наложены **достаточные** связи, обеспечивающие его покой при произвольной нагрузке. Поскольку тело остается в покое, то с необходимостью выполняются условия равновесия внешних сил:

Ve = VeR+ Vea =0; Moe= MoeR + Moea = 0

Откуда

VeR = - Vea ; MoeR = - Moea (3)

Где индексом R обозначены искомые реакции связей, а индексом а – нагрузка.

В проекциях на оси x,y,z два векторных условия (3) дают шесть алгебраических уравнений для реакций связей, которые можно представить в матричном виде

# $Ax=y$ (4)

Здесь *А*- матрица системы, зависящая только от устройства связей, *х*- столбец искомых реакций связей, у – столбец нагрузки. Как известно, алгебраическая система имеет единственное решение только если матрица *А* квадратная (6х6), т.е. уравнения имеют шесть неизвестных и определитель матрицы отличен от нуля.

|*A*| ≠ 0 (5)

Связи с такой матрицей *А* называются ***статически определимыми*** (или коротко  ***определимыми)***. Заметим, что это же условие (5) обеспечивает тривиальность решения однородной системы

# $Ax=0$ (6)

при отсутствии нагрузки. Это значит, что реакции определимых связей исчезают при снятии нагрузки.

Условие (5) означает, что в матрице *А* не должно быть линейно зависимых строк или столбцов. Строки независимы по ортогональности осей координат и независимости проекций и моментов. Зависимые столбцы могут появиться только, если две силы реакции окажутся на одной прямой или два момента реакции параллельны. Отсюда ***правило построения определимых связей***

*Ставя новую связь, нужно позаботиться о том, чтобы ее реакция*

*не могла оказаться на одной прямой с реакциями предыдущих связей*.

В классической статике рассматриваются только определимые связи.

Далее доказывается

**Теорема**: ***Условия***

**V**{F} **=** 0; **Mo**{F} = 0 (7)

***являются достаточными для сохранения покоя твердого тела.***

Рассмотрим ненагруженное свободное покоящееся твердое тело. Приложим к телу нагрузку **{F}**, удовлетворяющую условиям **V**{F} **=** 0; **Mo**{F} = 0

Докажем, что тело останется в покое. Предположим противное, т.е. что после приложения нагрузки **{F}**, тело все-таки начнет двигаться. Чтобы остановить движение, наложим на тело определимые связи. Тогда покой будет обеспечен связями. Значит объединенная система сил нагрузки **{F}** и реакций связей **{R}** будет уравновешенной и с необходимостью:

**V{F} + V**R **=0,**

**M**o**{F} + M**oR **=0**.

Но ввиду (7) главный вектор и момент реакций окажутся равными нулю

#### VR=0 MoR=0

Поскольку связи статически определимы, то отсюда вытекает, что все реакции равны нулю. Таким образом, связи не нужны, и тело остается в покое после приложения системы **{F}**. Значит условия (7) являются достаточными для равновесия системы сил **{F}**.

После этого доказывается **Теорема о статической эквивалентности систем сил.**

Нагрузки {**F**} и {**Q**} зафиксированного тела назовем ***статически эквивалентными***, если они вызывают одинаковые реакции связей.

**{F}~{Q}** если{**R**}F={**R**}Q

Замена {**F**} на {**Q**} называется статически эквивалентным преобразованием {**F**}.

Реакции статически определимых связей однозначно определяются из уравнений равновесия. Поскольку в правых частях этих уравнения стоят проекции главного вектора и главного момента нагрузки, то справедлива  ***теорема об эквивалентности нагрузок :***

 ***Необходимым и достаточным условием статической эквивалентности нагрузок {F} и {Q} является равенство их главных векторов и главных моментов.***

 **{F}~{Q} V{F}=V{Q}; Mo{F}=Mo{Q}**

Из теоремы об эквивалентности естественным образом вытекают условия эквивалентного преобразования сил и пар в твердом теле, условия существования равнодействующей, теоремы Вариньона и Пуансо.

**Литература**

1. Лойцянский Л.Г., Лурье А.И.Курс теоретической механики, т.1. $-$М.: Наука, 1982. $-$352с.
2. Бутенин Н.В., Лунц Я.Л., Меркин Д.Р*.* Курс теоретической механики. $- $СПб: Лань, 1998. $- $729с.
3. Никитин Н.Н. Курс теоретической механики. $- $М.: Высшая школа, 2003, $- $719с.
4. Курс теоретической механики. // Под ред. Колесникова К.С*.* $- $М.: МГТУ, 2000. $- $735с.
5. Яблонский А.А. Курс теоретической механики. Ч.II.$-$М.: Высшая школа, 1971.$-$488 с.
6. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. $- $М.: Наука, 1967. $- $478с.
7. Гернет М.М. Курс теоретической механики. $- $М.: Высшая школа.1987. $- $344 с.