**Зыряновой Т.А. Гр 2042/2**

**Задание И1. Основное уравнения динамики относительного движения точки. Теорема о движении центра масс системы.**

**Дано:**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| m (к*г*) | а(м) | 𝛼 (град) | 𝛾 (*г*/м) | $\dot{φ}$ (c-1) | *x*0 (м) | $\dot{x}\_{0}$ (м/с) | $M\_{z}$ (нм) | $x(t)$ (м/с) |
| 2 | 8 | 45 | 6 | -4 | 12 | -4 | +4t2-2 | 3+4t2 |

**

1. Составляем уравнение динамики относительного движения точки

$mw\_{r}=mg+N\_{z}+Φ\_{е}+N\_{с}$(1.1)

Центробежная сила инерции $Φ\_{е}$ всегда направлена от оси вращения тела. Ее модуль равен

$$Ф\_{е}=mw\_{e}=mω^{2}h;$$

Сила Кориолиса $Φ\_{с}=-2ω×V\_{r}$ **Фс=-2ω x Vr** m

Проекция **Фсy**

**Фсy=2m**$\dot{φ}$$\dot{x}$ < 0

поскольку $\dot{x}>0$ (точка вылетает), а $\dot{φ}<0$.

 Проектируя уравнение (1.1) на ось *х*, получаем дифференциальное уравнение относительного движения точки

$$m\ddot{x}=Ф\_{е}Cosβ=mω^{2}hCosβ=mω^{2}\left(х-аcosα-а\right)$$

$$\ddot{x}=\left(х-аcosα-а\right)$$

$$\ddot{x}-ω^{2}x=-аω^{2}cosα-ω^{2} или \ddot{x}-16x=-8\*16\*\frac{\sqrt{2}}{2}-16=-105,6 (1.2)$$

1. Положение относительного равновесия находится в точке, где ускорение равно нулю. Это точка Р с координатой

$$x=x^{0}=аcosα+а=8\frac{\sqrt{2}}{2}+8=13,6$$

Очевидно, что при $x\_{0}>x^{0}$ и $\dot{x}\_{0}>0$ точка будет удаляться от начала О координаты $x$. При $x\_{0}<x^{0}$ и $\dot{x}\_{0}<0$ точка будет приближаться к началу О координаты х. При заданных начальных условиях точка движется в направлении оси х.

1. Найдем закон относительного движения и скорости точки. Это обратная задача динамики. Решение неоднородного уравнения (1.1) ищем в виде

$$x=x\_{oo}+x\_{ч}$$

Решение однородного уравнения $x\_{oo}$ ищем в виде

$$x\_{oo}=e^{λt}; $$

Подставляя решение в однородное уравнение, приходим к характеристическому уравнению с вещественными корнями

$$ λ^{2}-ω^{2}=0; λ\_{1,2}=\pm ω; $$

Решение принимает вид

$$ x\_{oo}=C\_{1}e^{ωt}+C\_{2}e^{-ωt}$$

Частное решение $x\_{ч}$ ищем в виде правой части, т.е. постоянной

$$ω^{2}x\_{ч}=\left(-ω^{2}acosα-aω^{2}\right); x\_{ч}=-acosα-a$$

Полное решение уравнения (1.1)

$x=C\_{1}e^{ωt}+C\_{2}e^{-ωt}-acosα-a; \dot{x}=ωC\_{1}e^{ωt}-ωC\_{2}e^{-ωt}$(1.3)

Постоянные $C\_{1} C\_{2}$ в (1.3) находим из начальных условий

$t=0: x\_{0}=12 м; \dot{x}\_{0}=-4 м/с $(1.4)

Подставив (1.4) в (1.3), получим:

$$x\_{0}=C\_{1}+C\_{2}-acosα-a; \dot{x}\_{0}=ω(C\_{1}-C\_{2})$$

Иначе

$$\frac{\dot{x}\_{0}}{ω}+C\_{2}=C\_{1} x\_{0}=\frac{\dot{x}\_{0}}{ω}+2C\_{2}-acosα-a ; $$

$$x\_{0}+\frac{\dot{x}\_{0}}{ω}+acosα+a=2C\_{1} x\_{0}-\frac{\dot{x}\_{0}}{ω}+acosα+a=2C\_{2} ; $$

$$C\_{1}=\frac{1}{2}(x\_{0}+\frac{\dot{x}\_{0}}{ω}+acosα+a ) C\_{2}=\frac{1}{2}(x\_{0}-\frac{\dot{x}\_{0}}{ω}+acosα+a )$$

$C\_{1}=13.3 $$ C\_{2}$*=12.8*

Решение приобретает вид

$$x=\frac{1}{2}(x\_{0}+\frac{\dot{x}\_{0}}{ω}+acosα+a )(e^{ωt})+\frac{1}{2}(x\_{0}-\frac{\dot{x}\_{0}}{ω}+acosα+a )\left(e^{-ωt}\right)-acosa-a$$

С учетом начальных условий (1.4)

$$x=12,8\left(e^{-4t}\right)+13,3\left(e^{4t}\right)-13.6;$$

$ \dot{x}=$ -51,2$\left(e^{-4t}\right)+53,2$ $\left(e^{4t}\right) $(1.5)

1. Найдем скорость точки в момент, когда она покидает тело. Можно было бы из закона движения определить соответствующий момент времени и подставить его в закон изменения скорости. Но проще найти зависимость скорости точки от ее перемещения известной заменой

$$\ddot{x}=\dot{x}\frac{d\dot{x}}{dx}$$

 Которая фактически приводит к теореме об изменении кинетической энергии точки.

Получаем

$$\dot{x}\frac{d\dot{x}}{dx}=ω^{2}x-ω^{2}\left(a+acosα\right); или \dot{x}d\dot{x}=\left(ω^{2}x-ω^{2}\left(a+acosα\right)\right)dx$$

Интегрируя, находим зависимость относительной скорости точки от ее перемещения

$\dot{x}^{2}=ω^{2}x(x-2\left(a+acosα\right))+C\_{3}$ (1.6)

Из начальных условий (1.4) находим

$$C\_{3}=\dot{x}\_{0}^{2}-ω^{2}x\_{0}\left(-2\left(a+aCosα\right)+x\_{0}\right)=16-16\*12\left(-2\left(8+8\frac{\sqrt{2}}{2}\right)+12\right)=-2934 м^{2}/с^{2}$$

Находим скорость при $x\_{1}=2a=16м$

$$\dot{x}\_{1}=\sqrt{16\*16\left(16-2\left(8+8\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right)-2902.4}=\sqrt{8156.8}=90.3 м/с$$

1. Найдем закон изменения реакции тела на точку. Это прямая задача динамики. Проекция уравнения (1.1) на ось z:

$$0=N\_{z}-mg; $$

дает проекцию реакции стержня на ось z

$$ N\_{z}=mg (1.7)$$

Проектируя уравнение (1.1) на ось у, находим:

$$0=N\_{y}+Ф\_{е}Sinβ+Ф\_{сy}; $$

Теперь проекция нормальной реакции стержня на ось у равна

$$ N\_{y}=-2m\dot{φ}\dot{x}-m\dot{φ}^{2}hSinβ=-m\dot{φ}\left(2\dot{x}+\dot{φ}aSinα\right)=-2\*\left(-4\right)\left(2\*\dot{x}-4\*8\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=16\dot{x}-22,4н \left(1.8\right)$$

$N\_{y}$ зависит от найденной относительной скорости точки (1.5).

В момент, когда точка покидает тело

$$N\_{z}=mg=19,6 н; $$

$ N\_{y}=-m\dot{φ}\left(2\dot{x}\_{1}+\dot{φ}aSinα\right)|\_{x=x\_{1}}=16\*90,3-22,4= 14,2 н$ (1.9)

1. Составляющие реакции шарнира **R** найдем по известным ускорениям тела и точки из теоремы о движении центра масс

$$R=Mw\_{c}$$

**Задание И2. Теорема об изменении кинетического момента. Дифференциальное уравнение вращения тела. Условие равномерного вращения.**

**Дано:**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| m (к*г*) | а(м) | 𝛼 (град) | 𝛾 (*г*/м) | $\dot{φ}$ (c-1) | *x*0 (м) | $\dot{x}\_{0}$ (м/с) | $M\_{z}$ (нм) | $x(t)$ (м/с) |
| 2 | 8 | 45 | 6 | -4 | 12 | -4 | +4t2-2 | 3+4t2 |

**

1. Найдем закон изменения угловой скорости тела из теоремы об изменении кинетического момента относительно оси вращения тела.

Кинетический момент системы складывается из кинетического момента пластины и зафиксированной на ней в текущий момент точкой М и кинетического момента точки М в относительном движении.

$$K\_{z}= (J\_{CA+}J\_{OB}+J\_{m} )\dot{φ}+m\dot{x}asinα $$

Последнее слагаемое положительно, поскольку при $\dot{x}>0$ момент относительной скорости направлен по стрелке $φ.$

 $J\_{EB} $вычисляется по формуле Штейнера

$$J\_{OB}=\frac{1}{3} m\_{OB}\* OC^{2}+ m\_{OB}\*AC^{2}=\frac{1}{3}\*γ2a\*a^{2}+γ2a\*a^{2}=\frac{1}{3}\*6\*2\*8\*64+6\*2\*8\*64=8.2 кг м2 $$

$$J\_{CA}=m\_{CA}\frac{1}{3}CA^{2}=γ\*a\*\frac{1}{3}a^{2}=6\*8\*\frac{1}{3}\*64=1 кг м2 $$

$$J\_{OB}+J\_{CA}=9.2 кг м2$$

$J\_{m}=mAM ^{2}$*= m(*$a^{2}+\left(x-a\right)^{2}-2a\left(x-a\right)cosα =2(64+ \left(4t^{2}-5\right)^{2}-16\left(4t^{2}-5\right)=$

Интегрируем теорему об изменении кинетического момента

$$\dot{K\_{z}}= M\_{z}=+4t^{2}-2; $$

Получаем

$$ K\_{z}= 4\frac{t^{3}}{3}-2t $$

$$K\_{z}= (J\_{OB}+J\_{CA}+J\_{m} )\dot{φ}+m\dot{x}asinα $$

 $\dot{x}=$8t

$(9.2+2(64+ \left(4t^{2}-5\right)^{2}-2\*8\left(4t^{2}-5\right)))\dot{φ}$*+*64$\sqrt{2}$t$=4\frac{t^{3}}{3} -2t$

Отсюда находим закон угловой скорости тела

$$\dot{φ}=\frac{4\frac{t^{3}}{3} -2t-64\sqrt{2}t}{(9.2+2\left(64+ \left(4t^{2}-5\right)^{2}-16\left(4t^{2}-5\right))\right)}$$

В момент, когда точка покидает тело.

$$x\_{1}=3+4t\_{1}^{2}=2a; t\_{1}^{2}=\frac{16-3}{4}=3.25 c, t\_{1}=1,8$$

$$ \dot{φ}\_{1}=\frac{4\frac{t^{3}}{3} -2t-64\sqrt{2}t}{(9.2+2(64+ \left(4t^{2}-5\right)^{2}-16\left(4t^{2}-5\right)))}=\frac{-158,741}{9,203}=-17,249 с^{-1} $$

1. Найдем закон изменения движущей силы сцепления $F\_{сц}$, которая создается мотором экипажа и обеспечивает заданное движение точки по телу. С учетом силы $F\_{сц} $ дифференциальное уравнение относительного движения точки приобретает вид

$$m\ddot{x}=mω^{2}(x-a-acosα)+F\_{cц} $$

Отсюда находим закон изменения силы

$$F\_{cц}\left(t\right)=m\ddot{x}-mω^{2}\left(x-a-acosα\right)=16-2\*\left(4t^{2}-10.6\right)\*\left[\frac{4\frac{t^{3}}{3} -2t-64\sqrt{2}t}{(9.2+2(64+ \left(4t^{2}-5\right)^{2}-16\left(4t^{2}-5\right)))}\right]^{2} $$

1. Сила $ N\_{y}$ точки на теле

 $J\_{ACOB}\ddot{φ}=M\_{z}-N\_{y}\left(x-a-acosα\right) $

Или

$$J\_{ACOB}\ddot{φ}=+4t^{2}-2-N\_{y}\left(x-a-acosα\right) $$

Отсюда

$$N\_{y}=\frac{-J\_{ACOB}\ddot{φ}+4t^{2}-2}{\left(x-a-acosα\right)} $$

Дифференцируя закон угловой скорости $\dot{φ}$, получаем:

$$\ddot{φ}=\frac{\left(4t^{2}-64\sqrt{2}-2\right)\*\left(2\left(4t^{2}-5\right)^{2}-128t^{2}+297,2\right)+\left(256t-32t\left(4t^{2}-5\right)\right)(\frac{4t^{3}}{3}-2t-64\sqrt{2}t)}{\left(2\left(4t^{2}-5\right)^{2}-128t^{2}+297,2\right)^{2}}$$

На вылете t=1,8

$\ddot{φ}=\frac{-1098}{84,699}=-12,962 c^{-2}$

$$N\_{y}=\frac{-9.2\*(-12,962)+4\*3.24-2}{(2\*8-8-8\frac{\sqrt{2}}{2})}= 55,571н $$

1. **В задаче А** точка движется по телу свободно ($F\_{cцх}=0)$, оказывая на тело нормальную реакцию (1.8) с обратным знаком (3й закон Ньютона):

$N\_{y}=+m\dot{φ}\left(2\dot{x}+\dot{φ}aSinα\right)$

Ее момент относительно оси z равен

$$момент N\_{y}\left(z\right)=N\_{y}\left(x-a-acosα\right) $$

Приравнивая сумму моментов нулю

$$M\_{z}-N\_{y}\left(x-a-acosα\right)=0 (2.16)$$

находим закон изменения вращательного момента, поддерживающий постоянную угловую скорость тела

$$M\_{z}=N\_{y}\left(x-a-acosα\right)=m\dot{φ}\left(2\dot{x}+\dot{φ}aSinα\right)\left(x-a-acosα\right)$$

где законы относительного движения $x$ и скорости точки $\dot{x} $являются известными функциями времени



$ Mw\_{c}= R\_{1+}R\_{2}\_{}+R\_{3}^{r}+R\_{3}^{e}+R\_{3}^{c}$

$R\_{1}$*=*$ γaω^{2} a/2$

$$R\_{2}=γ2aω^{2}a$$

$R\_{3}^{e}=m\sqrt{((x-a)\^2 +a\^2 – 2a\*(x-a)cosa)}$

$$R\_{3}^{r}=m\ddot{x}=maω^{2}(2-cosα)$$

$$R\_{3}^{c}=mw\_{c}=2mωv\_{1}$$

**Задание И3.**

**Уравнения Лагранжа. Теорема об изменении кинетической энергии.**

1. Методом Лагранжа получить дифференциальное уравнение относительного движения точки, найденное в И1.
2. С помощью теоремы об изменении кинетической энергии найти реакцию тела на точку, и сравнить ее с результатом в И1.
3. **Дано:**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| m (к*г*) | а(м) | 𝛼 (град) | 𝛾 (*г*/м) | $\dot{φ}$ (c-1) | *x*0 (м) | $\dot{x}\_{0}$ (м/с) | $M\_{z}$ (нм) | $x(t)$ (м/с) |
| 2 | 8 | 45 | 6 | -4 | 12 | -4 | +4t2-2 | 3+4t2 |



**Решение**

1. Найдем дифференциальное уравнение относительного движения точки из уравнения Лагранжа

$\frac{d}{dt}\frac{∂T}{∂\dot{x}}-\frac{∂T}{∂x}=Q\_{x} $

Абсолютная скорость V точки складывается из переносной и относительной скоростей

$$V^{2}=\dot{x}^{2}+v\_{e}^{2}-2\dot{x}v\_{e}Sinβ, v\_{e}=ωh, $$

*h=*$\sqrt{(x-a)^{2}+a^{2}-2(x-a)a\cos(α)}$ *, hsinβ=asinα*

Таким образом, кинетическая энергия приобретает выражение

$$T=\frac{m}{2}\left(\dot{x}^{2}+ω^{2}\left((x-a)^{2}+a^{2}-2a(x-a)\cos(α)\right)-2\dot{x}ωaSinα\right)$$

Находим производные:

$$\frac{∂T}{∂\dot{x}}=\frac{m}{2}\left(2\dot{x}-ωaSinα\right); \frac{d}{dt}\frac{∂T}{∂\dot{x}}=m\ddot{x}; \frac{∂T}{∂x}=mω^{2}\left(x-a-aCosα\right); $$

Обобщенная сила $ Q\_{x}=0$ поскольку сила тяжести перпендикулярна скорости точки и не имеет мощности.
$$m\ddot{x}-mω^{2}\left(x-a-acosα\right)=0$$

Подставив производные в уравнение Лагранжа приходим к ***дифференциальному уравнению, найденному в И1***

$$\ddot{x=}ω^{2}\left(x-a-acosα\right)=0$$

1. Реакцию $N\_{y} $тела на точку найдем из теоремы об изменении кинетической энергии точки.

$$\dot{T}=N$$

где N- мощность физических сил, приложенных к точке, в переносном и в относительном движениях точки.

$$N=N\_{φ}+N\_{x}$$

Физических сил, имеющих проекцию на ось $x$ нет, поэтому

$$N\_{x}=Q\_{x}\dot{x}=0$$

Во вращательном переносном движении точки мощность реакции вычисляем через момент

$$N\_{φ}=m\_{z}\left(N\_{y}\right)\dot{φ};$$

По рисунку:

$$\dot{T}=\frac{∂T}{∂\dot{x}}\ddot{x}+\frac{∂T}{∂x}\dot{x}=m\left(\dot{x}-ωaSinα\right)\ddot{x}+mω^{2}\left(x-a-acosα\right)=-N\_{y}ω\left(x-a-acosα\right)$$

Из дифференциального уравнения

$$\ddot{x}=ω^{2}\left(x-a-acosα\right)$$

Таким образом, после сокращения на $ω\left(x-a-aCosα\right)$ находим ***тот же результат, что и в И1***

$$N\_{y}=-m\dot{φ} \left(2\dot{x}+\dot{φ} aSinα\right)$$

**Задание И4. Уравнения Лагранжа.**

**Дано:**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| m (к*г*) | а(м) | 𝛼 (град) | 𝛾 (*г*/м) | $\dot{φ}$ (c-1) | *x*0 (м) | $\dot{x}\_{0}$ (м/с) | $M\_{z}$ (нм) | $x(t)$ (м/с) |
| 2 | 8 | 45 | 6 | -4 | 12 | -4 | +4t2-2 | 3+4t2 |

**

$ω$ направлен противоположно

1. Найдем закон изменения угловой скорости из уравнения Лагранжа

$$\frac{d}{dt}\frac{∂T}{∂\dot{φ}}-\frac{∂T}{∂φ}=Q\_{φ}$$

Кинетическая энергия системы складывается из энергии тела и точки

$$T=T\_{OACB}+T\_{M}=\frac{J\_{OACB}}{2}\dot{φ}^{2}+\frac{m}{2}[ \left(\left(x-a\right)^{2}+a^{2}-2\left(x-a\right)acosa\right)ω^{2}+\dot{x}^{2}+2\dot{x}ωaSinα]$$

$$ $$

$T=4,6\dot{φ}^{2}+\left[\dot{x}^{2}+\dot{φ}^{2}\left(x^{2}+a^{2}-2xaCosα\right)-2\dot{x}\dot{φ}aSinα\right]$

Подставив данные задачи, находим

$$T=4.6\dot{φ}^{2}+\left[\left(4t\^2-5\right)^{2}+\dot{φ}^{2}\left((3+4t^{2})^{2}+64-11.3(3+4t^{2}\right))-90.5t\*\dot{φ}\dot{}\right]$$

Обобщенная$ сила Q\_{φ}=M\_{z}=+4t^{2}-2$

$\frac{∂T}{∂φ}=0, \frac{∂T}{∂\dot{φ}}=J\_{OACB}\dot{φ}+m(\dot{φ}((\left(\left(x-a\right)^{2}+a^{2}-2\left(x-a\right)acosα\right)-\dot{x}aSinα$*)*

***Приходим к тому же результату, что и в И2:***

$$\dot{φ}=\frac{4\frac{t^{3}}{3} -2t+64\sqrt{2}t}{(9.2+2(64+ \left(4t^{2}-5\right)^{2}-16\left(4t^{2}-5\right))}; $$

$$\dot{φ}\_{1}=\frac{167,093}{9,203}=18,156 с^{-1}$$

Видим, что в данном примере кинетический момент системы связан с кинетической энергией формулой

$$\frac{∂T}{∂\dot{φ}}=K\_{z}$$

**Задание И5. Уравнений Лагранжа. Теорема об изменении кинетической энергии в переносном движении**

1. Дифференциальные уравнения движения системы найдем из уравнений Лагранжа. За обобщенные координаты выберем x и φ.

Запишем соответствующие уравнения Лагранжа:

$$\frac{d}{dt}\frac{∂T}{∂\dot{x}}-\frac{∂T}{∂x}=Q\_{x}; \frac{d}{dt}\frac{∂T}{∂\dot{φ}}-\frac{∂T}{∂φ}=Q\_{φ} (5.1)$$

Выражение кинетической энергии системы (4.2) позаимствуем из задания И4



T=$T=T\_{OACB}+T\_{M}=\frac{J\_{OACB}}{2}\dot{φ}^{2}+\frac{m}{2}[ \left(\left(x-a\right)^{2}+a^{2}-2\left(x-a\right)acosa\right)ω^{2}+\dot{x}^{2}+2\dot{x}ωaSinα]$$4,6\dot{φ}^{2}+\left[\dot{x}^{2}+\dot{φ}^{2}\left(x^{2}+a^{2}-2xaCosα\right)-2\dot{x}\dot{φ}aSinα\right]$

Производные по $x$:

$\frac{∂T}{∂\dot{x}}=\frac{m}{2}\left(2\dot{x}-ωaSinα\right); \frac{d}{dt}\frac{∂T}{∂\dot{x}}=m\ddot{x}; \frac{∂T}{∂x}=mω^{2}\left(x-a-aCosα\right); $(5.3)

Обобщенная сила

$$Q\_{x}=0 (5.4)$$

равна нулю, поскольку нет сил, имеющих составляющие вдоль $x$

Подставив (5.3) и (5.4) в (5.1) получаем дифференциальное уравнение по $x$:

$$m\ddot{x}-mω^{2}\left(x-a-acosα\right)=0$$

Поскольку.

$$\frac{∂T}{∂φ}=0; Q\_{φ}=0 (5.6) $$

то $φ$ является циклической координатой, и ей соответствует циклический интеграл дифференциального уравнения по $φ:$

$\frac{∂T}{∂φ}=0, \frac{∂T}{∂\dot{φ}}=J\_{OACB}\dot{φ}+m(\dot{φ}((\left(\left(x-a\right)^{2}+a^{2}-2\left(x-a\right)acosα\right)-\dot{x}aSinα$ (5.7)

Покажем, что циклический интеграл $(5.7)$ выражает факт сохранение кинетического момента системы относительно оси z. Согласно формуле (2.1) задания И2

$K\_{z}= (J\_{OB}+J\_{CA}+J\_{m} )\dot{φ}+m\dot{x}asinα $=

$(9.2+2(64+ \left(4t^{2}-5\right)^{2}-2\*8\left(4t^{2}-5\right)))\dot{φ}$*+*64$\sqrt{2}$t

Подстановка данных задачи дает

Kz=$(9.2+2(64+ \left(4t^{2}-5\right)^{2}-2\*8\left(4t^{2}-5\right)))\dot{φ}$*+*64$\sqrt{2}$t

что в точности совпадает с выражением (5.7).

Значит (5.7) действительно выражает факт сохранение кинетического момента системы относительно оси z. Ввиду начального покоя системы

$$K\_{z}=Const=0 (5.9)$$

Производная от (5.7) приводит к дифференциальному уравнению по $φ$

******

1. Проверим уравнение относительного движения точки (1.2) в условиях задачи А.

При подстановке условий задачи А: $\dot{φ}=-1=Const$ в (5.5) *получаем точно такое же уравнение, как в задаче А*

$\ddot{x}-ω^{2}x=-аω^{2}cosα-ω^{2} или \ddot{x}-16x=-8\*16\*\frac{\sqrt{2}}{2}-16=-105,6 (1.2)$( 5.11)

1. Проверим закон угловой скорости тела, найденный в условиях задачи Б

При подстановке условий задачи Б при наличии момента $M\_{z}$: +4t2-2 в (5.7) получаем тот же закон угловой скорости

$$\dot{φ}=\frac{4\frac{t^{3}}{3} -2t-64\sqrt{2}t}{(9.2+2\left(64+ \left(4t^{2}-5\right)^{2}-16\left(4t^{2}-5\right))\right)}$$

что и в задании И2 при наличии момента.

1. Общее выражение зависимости реакции $N\_{y} $тела на точку найдем из теоремы об изменении кинетической энергии точки в переносном движении

$$\dot{T}\_{1}+2\dot{T}\_{0}-\frac{∂T}{∂t}=N\_{y}∙v\_{e} (5.13)$$

Здесь использовано разложение выражения кинетической энергии точки Т на слагаемые по степеням относительной скорости. Справа стоит мощность внешних сил (они здесь состоят из одной реакции $N\_{y})$на переносном движении точки.

$T=\frac{m}{2}\left(\dot{x}^{2}+ω^{2}\left((x-a)^{2}+a^{2}-2a(x-a)\cos(α)\right)-2\dot{x}ωaSinα\right)$=T1+T2+2T0

Кинетическая энергия Т не содержит времени t, поэтому

$$\frac{∂T}{∂t}=0 (5.15)$$

Энергия $T\_{1}$ , содержащая $\dot{x}$ в первой степени и ее производная



Энергия $T\_{0},$ содержащая $\dot{x}$ в нулевой степени и ее производная



Мощность реакции в переносном движении точки

 

После подстановки в теорему (5.13) получаем

(5.19)

Проверим выражение (для реакции$ N\_{y} $в условиях задачи А, где**:**  $\dot{φ}=-1=Const, \ddot{φ}=0 $

****

В силу дифференциального уравнения движения точки

$$\ddot{x}-ω^{2}x=-аω^{2}cosα-ω^{2} или \ddot{x}-16x=-8\*16\*\frac{\sqrt{2}}{2}-16=-105,6 (1.2)$$

получаем то же выражение (1.8)

$$ N\_{y}=-2m\dot{φ}\dot{x}-m\dot{φ}^{2}hSinβ=-m\dot{φ}\left(2\dot{x}+\dot{φ}aSinα\right)=-2\*\left(-4\right)\left(2\*\dot{x}-4\*8\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=16\dot{x}-22,4н \left(1.8\right)$$

что и в задании И1.