

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого  
Физико-механический институт  
Высшая школа теоретической механики и математической физики

Работа допущена к защите  
Директор ВШТМиМФ,  
д.ф.- м.н., чл-корр. РАН  
\_\_\_\_\_ А. М. Кривцов  
« \_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2023 г.

## **ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА БАКАЛАВРА**

**Исследование методов оценки напряженно-деформированного состояния  
элементов конструкции крайней опоры мостового сооружения**

по направлению подготовки

01.03.03 «Механика и математическое моделирование»

направленность

1.03.03\_01 Механика и математическое моделирование сред с  
микроструктурами

Выполнил

студент гр.5030103/90101

Ю.А. Стешова

Руководитель

профессор ВШТМиМФ, д.ф. - м.н

А.В. Порубов

Санкт-Петербург

2023

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ПЕТРА ВЕЛИКОГО**

**Физико-механический институт**

**Высшая школа теоретической механики и математической физики**

УТВЕРЖДАЮ

Директор ВШТМиМФ

А. М. Кривцов

«\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**ЗАДАНИЕ**

**на выполнение выпускной квалификационной работы**

студенту Стешовой Юлии Алексеевне, гр. 5030103/90101

1. Тема работы: Исследование методов оценки напряженно-деформированного состояния элементов конструкции крайней опоры мостового сооружения.
2. Срок сдачи студентом законченной работы: 05.06.2023
3. Исходные данные по работе: актуальные СП и ГОСТы по теме работы, справочная литература, актуальные научные публикации по теме работы.
4. Содержание работы (перечень подлежащих разработке вопросов): формулировка задачи, описание исследуемой конструкции, обзор нормативных и инженерных подходов к решению поставленной задачи, обзор автоматических методов и ПО, используемых при решении задачи, решение поставленной задачи, анализ результатов, сопоставление с данными мониторинга.
5. Перечень графического материала (с указанием обязательных чертежей): не предусмотрено.
6. Консультанты по работе: А. Е. Мочкина, инженер 1 категории, АО Институт Стройпроект
7. Дата выдачи задания: 27.02.2023

Руководитель ВКР:

А. В. Порубов, профессор ВШТМиМФ, д.ф. – м.н.

Задание принял к исполнению: 27.02.2023

Студент:

Ю. А. Стешова

## РЕФЕРАТ

34 страницы, 17 рисунков, 1 таблица

КРАЙНЯЯ ОПОРА МОСТА, НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ, МОНИТОРИНГ, МЕТОД КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ, УЧЕТ БОКОВОГО ДАВЛЕНИЯ, PLAXIS 2D, MIDAS CIVIL

В данной работе изучены различные методы определения напряженно-деформированного состояния элементов крайней мостовой опоры. Освещена проблематика, изучены и применены нормативные, инженерные и конечно-элементные методики. Введено понятие модели материала. Рассмотрено решение задачи определения напряженно-деформированного состояния крайней опоры с использованием специализированного геотехнического конечно-элементного программного пакета Plaxis 2D. Проведено сравнение полученного в нем решения с результатами мониторинга. Освещена проблема учета горизонтального бокового давления грунта на крайнюю опору в численных моделях, построенных не в геотехнических программах. Построены численные модели в ПК Midas Civil с учетом бокового давления грунта по различным методикам. Проведено сравнение результатов и разработка рекомендаций по применению различных методов.

## THE ABSTRACT

34 pages, 17 pictures, 1 table

BRIDGE EDGE SUPPORT, STRESS-STRAIN STATE, MONITORING , FINITE ELEMENT METHOD, LATERAL PRESSURE ACCOUNTING, PLAXIS 2D, MIDAS CIVIL

In this paper, various methods for determining the stress-strain state of the elements of the outermost bridge support are studied. The problems are highlighted, the normative, engineering and finite element methods are studied and applied. The notion of material model is introduced. The solution of the problem of determining the stress-strain state of an outermost support using the specialized geotechnical finite-element software package Plaxis 2D is considered. The obtained solution is compared with the monitoring results. The problem of taking into account the horizontal lateral ground pressure on the outermost support in the numerical models built not in the geotechnical programs is elucidated. Numerical models built with the use of the Midas Civil software considering lateral ground pressure by different methods have been made. The results are compared and recommendations on application of different methods are developed.

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	6
ГЛАВА 1. ФОРМУЛИРОВКА ПРОБЛЕМЫ. ОПИСАНИЕ ИССЛЕДУЕМОЙ КОНСТРУКЦИИ .....	8
ГЛАВА 2. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ВЫПОЛНЕНИЯ ИГИ, ВЫБОР ХАРАКТЕРИСТИК ГРУНТОВ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ РАСЧЕТНЫХ ПРОВЕРОК.....	12
ГЛАВА 3. ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ МОНИТОРИНГА НДС ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ МОСТОВЫХ ОПОР .....	14
ГЛАВА 4. ОБЗОР НОРМАТИВНЫХ И ИНЖЕНЕРНЫХ МЕТОДИК ОЦЕНКИ НДС ТЕЛА И ФУНДАМЕНТА ОПОРЫ. РЕКОМЕНДАЦИИ ДЕЙСТВУЮЩИХ НОРМ.....	16
4.1. Метод коэффициентов постели по приложению Б СП 24.13330.2021 .....	16
4.2. Метод условной заделки .....	17
4.3. Учет бокового давления грунта на фундамент мостовой опоры по методу Луга .....	18
ГЛАВА 5. ОБЗОР АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ РЕШЕНИЙ И ПО, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ НДС ТЕЛА И ФУНДАМЕНТА МОСТОВОЙ ОПОРЫ.....	21
5.1. ПК Plaxis 2D и Plaxis 3D .....	21
5.2. ПК Midas GTS NX .....	23
ГЛАВА 6. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВНУТРЕННИХ УСИЛИЙ В ЭЛЕМЕНТАХ ФУНДАМЕНТА МОСТОВОЙ ОПОРЫ. РАЗРАБОТКА РЕКОМЕНДАЦИЙ ПО ВЫБОРУ МЕТОДОВ ОЦЕНКИ НДС КРАЙНЕЙ ОПОРЫ МОСТОВОГО СООРУЖЕНИЯ.....	24
6.1. Описание исследуемой конструкции .....	24

6.2. Решение задачи в ПК Plaxis 2D .....	27
6.3. Решение задачи методом условной заделки и методом коэффициентов постели.....	30
6.4. Решение задачи в ПК Midas Civil методом условной заделки с учетом бокового давления по СП 35.13330 .....	33
6.5. Решение задачи в ПК Midas Civil методом условной заделки с учетом бокового давления грунта по методу Луга.....	34
6.6. Сравнение решений, полученных в ПК Plaxis 2D и в ПК Midas Civil методом коэффициентов постели с учетом горизонтального бокового давления по методу СП 35.13330 и методу Луга .....	35
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	38
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ .....	39

## ВВЕДЕНИЕ

Оценка НДС элементов конструкции тела и фундамента опор мостового сооружения на сегодняшний момент является наименее чётко формализованной задачей как с точки зрения положений нормативных документов, так и с точки зрения применения автоматизированных средств определения внутренних усилий и выполнения нормативных проверок[1,4,6,7]. Связано это с тем, что внутренние усилия в элементах конструкции мостовой опоры определяются характером взаимодействия её фундамента с окружающим его грунтом (в зарубежных источниках эта проблема имеет наименование SSI – Soil-Structure Interaction). Математический аппарат, используемый для описания характеристики материалов, из которых изготовлено тело и фундамент мостовой опоры, даже с учетом образования в них трещин доступен большинству инженеров[4,5,8,9,15,16]. В свою очередь описание свойств грунтов, а также характера взаимодействия конструкции с грунтом является достаточно сложной задачей по следующим причинам:

1. Неоднородность свойств грунтовых напластований площадки строительства, а также многообразие их видов[7].
2. Неоднозначность в определении характеристик грунтов в ходе выполнения инженерно-геологических изысканий (ИГИ)
3. Наличие значительного числа методов математического описания моделей поведения грунтов и моделей взаимодействия сооружения с грунтами.

По этой причине для решения указанной задачи необходимо выполнить анализ существующих методик определения внутренних усилий в элементах конструкции мостовой опоры, а также выявить область их применимости и дать рекомендации инженерам по их выбору в зависимости от характера грунтовых условий и конструкции опоры.

В данной аттестационной работе выполнен анализ действующих нормативных документов[14-16], инженерных методик для определения внутренних усилий и оценке несущей способности элементов конструкции тела и фундамента крайней опоры мостового сооружения, анализ представленного на рынке программного обеспечения для решения указанной задачи[1], выполнены расчёты крайних опор существующих мостовых сооружений, выполнено сопоставление результатов мониторинга с расчётами по выбранным сооружениям и на основе этого сравнения сформулированы рекомендации инженерам по выбору и использованию методов расчётов. По результатам сравнения полученных значений будет выявлен метод, дающий наибольшее соответствие мониторингу.



## ГЛАВА 1. ФОРМУЛИРОВКА ПРОБЛЕМЫ. ОПИСАНИЕ ИССЛЕДУЕМОЙ КОНСТРУКЦИИ

При разработке проектной документации для строительства мостового сооружения требуется провести ряд нормативных проверок на его пригодность к эксплуатации. Нормативные проверки – это проверки конструкции на прочность и устойчивость, описанные в нормативных документах. В том числе данные проверки затрагивают опоры мостов. Опоры мостов состоят из двух основных блоков – это тело опоры и фундамент. В фундамент входит свайное основание и ростверк, а в тело опоры входит стойка (или стойки) этой опоры, ригель либо насадка устоя и подферменные площадки. Ростверком называют верхнюю часть фундамента опоры, он соединяет сваи и тело опоры. Ригель - это часть опоры, соединяющая пролетное строение с телом опоры. Подферменной площадкой является верхняя часть насадки либо ригеля, предназначенная для установки опорных частей пролетного строения. Общий вид крайней опоры изображен на рисунке 1.1.

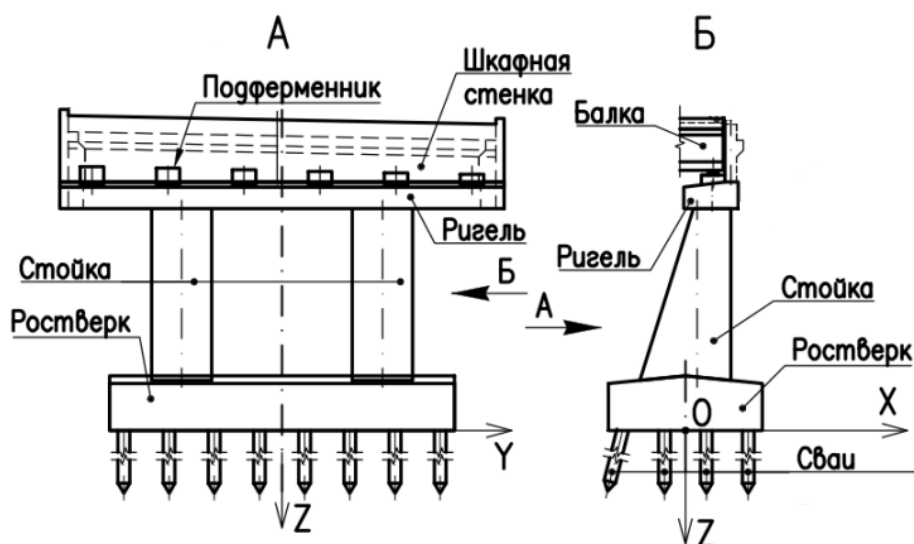


Рисунок 1.1. Общий вид крайней опоры мостового сооружения [18]

Рассмотрим нормативные проверки, касающиеся фундамента опоры. Для фундамента существует две нормативные проверки. Первая из них - проверка несущей способности сваи по грунту, она представлена в нормативном документе СП 24.13330.2021 [15]. Вторая нормативная проверка, это проверка

несущей способности по материалу, содержится в том же документе. Несущая способность сваи определяется максимальным значением нагрузки, которую она может воспринять без возникновения деформаций.

Несущая способность сваи по материалу рассчитывается по формуле 1.1:

$$F_d = \gamma_c \varphi (R_{пр} A_c + R_{ac} A_a), \quad (1.1)$$

где  $\gamma_c$  – коэффициент условий работы,  $\varphi$  – коэффициент, учитывающий характер нагружения сваи,  $R_{пр}$  – расчетное сопротивление бетона при осевом сжатии,  $R_{ac}$  – расчетное сопротивление арматуры сжатию,  $A_c$  – площадь поперечного сечения сваи,  $A_a$  – площадь поперечного сечения арматуры (железобетонная сваи состоит из арматуры и бетона определенного класса, как правило В25 или В30).

Несущая способность сваи по грунту рассчитывается по формуле 1.2 (пункт 7.2.4 СП 24.13330.2021):

$$F_d = \gamma_c \left( \gamma_{cR} AR + U \sum \gamma_{cf} f_i l_i \right), \quad (1.2)$$

где  $\gamma_c$  – коэффициент условий работы сваи в грунте,  $R$  – расчетное сопротивление грунта под нижним концом сваи,  $A$  – площадь опирания сваи на грунт,  $U$  – наружный периметр ствола сваи,  $f_i$  – расчетное сопротивление слоя  $i^{\text{ого}}$  слоя грунта,  $l_i$  – его толщина. Данная формула имеет смысл суммарного сопротивления грунта по боковой поверхности и под подошвой сваи.

При проведении нормативных проверок полученные значения несущей способности сравнивают с предельно допустимыми и на основании полученных результатов делается заключение о пригодности данных элементов конструкции к эксплуатации.

Чтобы провести данные проверки требуется определить усилия, действующие в элементах фундамента. Для определения несущей способности сваи по грунту необходимо знать сбор нагрузок, которые составляют из себя собственный вес сооружения, временные нагрузки, ветровые, торможение, удары

и прочее в соответствии с таблицей приложения Д шестого раздела СП 35.13330 [16]. В данном нормативном документе описаны существующие расчетные сочетания нагрузок, которые приводят к сочетанию наиболее неблагоприятных внутренних силовых факторов. Усилия же, действующие в элементах фундамента, определяются по некоторым математическим моделям. Построению и сравнению математических моделей и посвящена данная аттестационная работа.

Математические модели могут быть произвольными. Одной из существующих форм является рассмотрение сваи как стержня, защемленного на некоторой глубине условной заделки. Далее следует усложненная разновидность – модель, учитывающая взаимодействие сваи с грунтом, которое описывается с помощью пружинок, крепящихся к стержню. Пружинки рассчитываются как коэффициенты пропорциональности по СП 35.13330.2011 [16]. Однако данные модели не описывают воздействие грунта на сваю, а лишь задают условия закрепления сваи в грунте. Учет этого эффекта заключается в моделировании влияния бокового давления грунта на свайный фундамент от действия вертикальной нагрузки ввиду веса насыпи. Существует также аналоговый способ определения усилий в свайном фундаменте – численные расчеты, которые учитывают как модель сваи с условной заделкой, так и боковое давления грунта, и получают значения внутренних усилий для каждой сваи (примером подобного расчета служит автоматизированная программа «Опора X»). Следующий инструмент для определения внутренних усилий в сваях выступают специализированные конечно-элементные программы, примерами которых являются ПК Plaxis 2D, Plaxis 3D и Midas GTS. Данные программы используют метод конечных элементов для решения задач теории упругости в геотехнике. Они основываются на уравнениях механики сплошной среды для определения усилий и деформаций элементов конструкций и грунтов при действии на них нагрузок. Моделирование в этих программах возможно двумя различными способами: плоская и трехмерная задачи. Использование данных программных пакетов как правило достаточно трудоемкий процесс, связанный с учетом

конструктивных особенностей сооружения и возможностей программы. Определение внутренних усилий с учетом нагрузки от насыпи представляется достаточно сложной задачей, требующей знаний о внутренних алгоритмах программного пакета и понимания физики решаемой задачи.

## ГЛАВА 2. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ВЫПОЛНЕНИЯ ИГИ, ВЫБОР ХАРАКТЕРИСТИК ГРУНТОВ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ РАСЧЕТНЫХ ПРОВЕРОК

Инженерно-геологические изыскания (ИГИ) – это вид исследовательских работ, проводимых на этапе, предшествующем созданию проекта строительства и заключающиеся в сборе и анализе информации о расположении и физико-механических свойствах грунта. Данные инженерно-геологических изысканиях используется при выборе скважины, принимаемой в разрабатываемой модели, так как обычно рядом с моделируемым объектом находится несколько скважин. Задачей инженера является выбрать одну из них, руководствуясь определенными критериями.

Классификация грунтов установлена в ГОСТ 2510-2020 [11]. Согласно указанному документу, грунты делятся на крупнообломочные, песчаные, глинистые и скальные. Крупнообломочные классифицируют по содержанию в них частиц определенного размера на грунты с песчаным, пылеватым либо глинистым заполнителем [7, 11]. Также по степени содержания воды разделяются на маловлажные, влажные и насыщенные водой. Песчаные грунты классифицируют по размерам частиц на гравелистые, крупные и средней крупности; мелкие; пылеватые. Глинистые грунты классифицируют по числу пластичности  $I_p$  и по показателю текучести  $I_L$ . Числом пластичности называют разность между двумя состояниями грунта: границей текучести и границей раскатывания. Показатель текучести характеризует консистенцию грунта и равняется отношению разности влажности грунта в естественном состоянии и на границе раскатывания к числу пластичности. По  $I_p$  глинистые грунты разделяются на супеси, суглинки и глины. По  $I_L$  делятся на твердые, пластичные и текучие для супесей и твердые, полутвердые, тугопластичные, мягкопластичные, текучепластичные и текучие [7, 11]. Скальные грунты классифицируют по пределу прочности на одноосное сжатие образца в

водонасыщенном состоянии. Они делятся на очень прочные грунты, прочные, средней прочности и малопрочные.

Скважина выбирается по признаку содержания более слабых грунтов. Определение слабых грунтов содержится в Пособии по проектированию земляного полотна автомобильных дорог на слабых грунтах [13]: Слабые грунты – это связные грунты, имеющие прочность на сдвиг в условиях природного залегания при испытании прибором вращательного среза менее 0,075 МПа, удельное сопротивление статическому зондированию конусом с углом при вершине  $\alpha=30^\circ$  менее 0,02 МПа или модуль осадки при нагрузке 0,25 МПа более 50 мм/м (модуль деформации не ниже 5МПа). Таким образом, для выполнения расчетных проверок выбирается скважина, в которую входят грунты с более низким модулем деформации.

### **ГЛАВА 3. ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ МОНИТОРИНГА НДС ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ МОСТОВЫХ ОПОР**

Мониторинг элементов конструкций проводится с целью наблюдения за напряженно-деформированным состоянием конструкции и предотвращением создания аварийно опасных ситуаций в случае приближения снимаемых значений перемещений к критическим. Также его можно использовать как определяющий критерий при оценке точности построенной численной модели задачи. Результатами мониторинга являются собранные в таблицу значения деформаций на исследуемом элементе конструкции.

Мониторинг включает в себя несколько этапов. На первом из них проводится изучение исследуемого объекта и сбор необходимых сведений о нем. На следующем этапе проводится изучение и анализ полученных данных и разработка предварительного плана мониторинга, в который входит предварительная схема измерительной сети, требуемая точность измерений и методы, которыми они будут осуществляться. Третий этап включает в себя установку геодезических знаков, по которым будет определяться исходная высотная отметка, принимаемая за нулевую. На четвертом этапе происходит установка геодезических марок – специальных площадок, предназначенных для размещения измерительных приборов. На пятый этап проводятся измерения, соответствующие исходному состоянию конструкции и на шестом проводятся периодические измерения перемещений исследуемого элемента конструкции. На основе полученных результатов составляется отчет, в который входят временные рамки измерений, снятые значения вертикальных и горизонтальных перемещений, координаты рассматриваемых марок мониторинга и строительные или монтажные работы, которые велись на исследуемом объекте на момент измерений.

Анализ результатов мониторинга для сопоставления их с результатами, полученными в численной модели включает в себя согласование временных

рамок, в которые велся мониторинг с теми, которые рассматриваются в модели. Затем, на одинаковом временном интервале производится сравнение перемещений, наблюдаемых в реальности и полученных в модели. Также учитывается тот факт, что в отсчетный момент времени перемещения элемента конструкции, полученные по результатам мониторинга, являются нулевыми.



## ГЛАВА 4. ОБЗОР НОРМАТИВНЫХ И ИНЖЕНЕРНЫХ МЕТОДИК ОЦЕНКИ НДС ТЕЛА И ФУНДАМЕНТА ОПОРЫ. РЕКОМЕНДАЦИИ ДЕЙСТВУЮЩИХ НОРМ

### 4.1. Метод коэффициентов постели по приложению Б СП 24.13330.2021

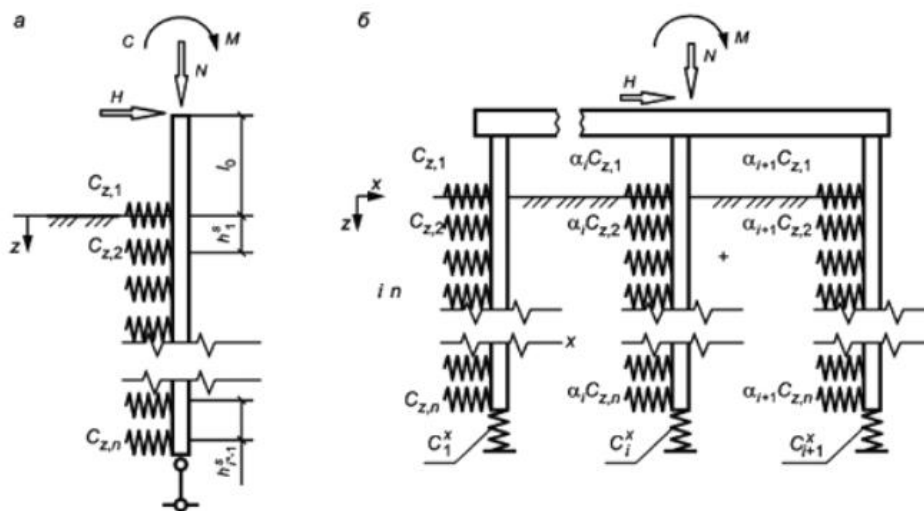
Метод коэффициентов постели применяется в достаточно простых моделях для описания взаимодействия сваи с прилегающим к ней грунтом. В данном методе грунт, окружающий сваю, рассматривается как линейно-деформируемая среда, характеризующаяся коэффициентами постели,  $c_z, \frac{\text{кН}}{\text{м}^3}$ .

$$c_z = K \cdot z \quad (4.1)$$

где  $K$  – коэффициент пропорциональности,  $\frac{\text{кН}}{\text{м}^4}$ , определяется в зависимости от вида грунта, окружающего сваю, по таблице Д.1 СП 24.13330.2021 [15].

$z$  – глубина расположения сечения сваи в грунте, м, для которой определяют коэффициент постели.

Схема метода приведена на рисунке 4.1.



а - схема расчета одиночной сваи; б - схема для расчета свай в составе куста

Рисунок 4.1. Расчетная схема метода коэффициентов постели

Данный метод без модификаций корректно применять при расчете промежуточных опор, так как к ним не прилегает насыпь, следовательно не требуется учитывать горизонтальное давление, которое она оказывает на опору. Если же рассматривается крайняя опора, то необходимо дополнительно некоторым способом учесть боковое давление грунта и насыпи на конструкцию.

## 4.2. Метод условной заделки

Метод условной заделки – аналоговый способ моделирования опоры. Так же как и метод коэффициентов постели подходит лишь для промежуточных опор, так как в нем не учитывается боковое давление насыпи и грунта на сооружение. Однако он, в отличие от метода коэффициентов постели, не моделирует взаимодействие сваи с прилегающим к ней грунтом. Таким образом он является простейшей моделью, которая рассматривает сваи как жестко защемленные стержни. Способ описан в СП 24.13330 [15].

При решении задачи данным методом свая рассматривается как стержень, жестко защемленный в грунте в сечении, расположенном от подошвы ростверка на расстоянии:

$$l_1 = l * \alpha_\varepsilon, \quad (4.2)$$

где  $\alpha_\varepsilon = \sqrt[5]{\frac{Kb_p}{EI}}$ ,  $b_p$  – условная ширина сваи, м;  $b_p = 1,5d + 0,5$ ,  $l$  – длина сваи

## 4.3. Учет бокового давления грунта по СП 35.13330

Для учета бокового давления, которое оказывает насыпь на тело крайней опоры, следует воспользоваться указаниями, представленными в нормативном документе СП 35.13330.2011 [16].

По данной методике утверждается, что равнодействующую горизонтального (бокового) давления на крайнюю опору от собственного веса насыпного грунта следует определять по формуле (4.3):

$$F = \frac{1}{2} p_n h_x b, \quad (4.3)$$

где  $h_x$  – высота насыпи,  $b$  – приведенная ширина опоры,  $p_n$  – боковое давление грунта, действующее на уровне нижней поверхности рассматриваемого слоя. В свою очередь оно определяется по формуле (4.4):

$$p_n = \gamma_n h_x \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi_n}{2} \right), \quad (4.4)$$

где  $\gamma_n$  – удельный вес грунта,  $\varphi_n$  – угол внутреннего трения

Схематичное изображение метода представлено на рисунке 3.

Данный метод можно применять как для учета бокового давления насыпи на тело опоры, так и для учета бокового давления грунтового напластования на фундамент опоры. Численные модели, в которых применяется рассмотренный метод являются уже более точными и могут служить для расчета крайних опор. В численной модели возможны две схемы применения этого метода: первая заключается в приложении к элементу конструкции эпюры бокового давления  $p_n$ , вторая в приложении равнодействующей силы  $F$  на расстоянии  $\frac{1}{3} * h_x$  от уровня нижней поверхности насыпи.

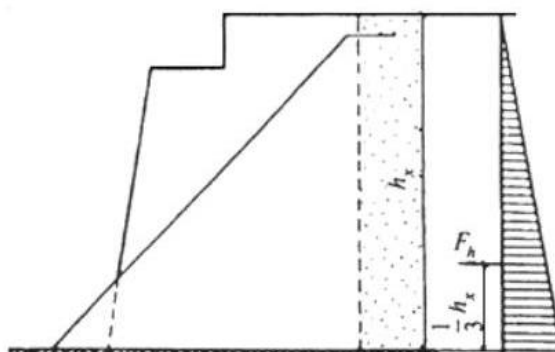


Рисунок 4.2. Схема эпюры бокового давления грунта насыпью

### 4.3. Учет бокового давления грунта на фундамент мостовой опоры по методу Луга

Рассмотренные выше методы, за исключением учета бокового давления от насыпи по СП 35.13330 [16], не учитывают давление грунта насыпи, оказываемое

на фундамент опоры. Для моделирования данного эффекта существует методика, описанная в молдавских нормах. В России она не получила широкого распространения и не была включена в нормативные методики. В данной работе будет рассмотрена численная модель, построенная с использованием указанного метода.

Метод Луга позволяет учесть давление, возникающее в грунте, прилегающем к фундаменту опоры, от веса насыпи. Он включает в себя ряд допущений, таких как:

- активное давление прилегающего к сваям грунта считается скомпенсированным, следовательно не учитывается

- принимается, что на боковое давление грунта не оказывает влияние нагрузка, воспринимаемая конструкцией от веса прилегающего к ней пролетного строения

- избыточное горизонтальное давление грунта на фундамент опоры от веса прилегающей насыпи определяется в зависимости от типа грунтов, прилегающих к нему, высоты подходной насыпи и её конструкции [2].

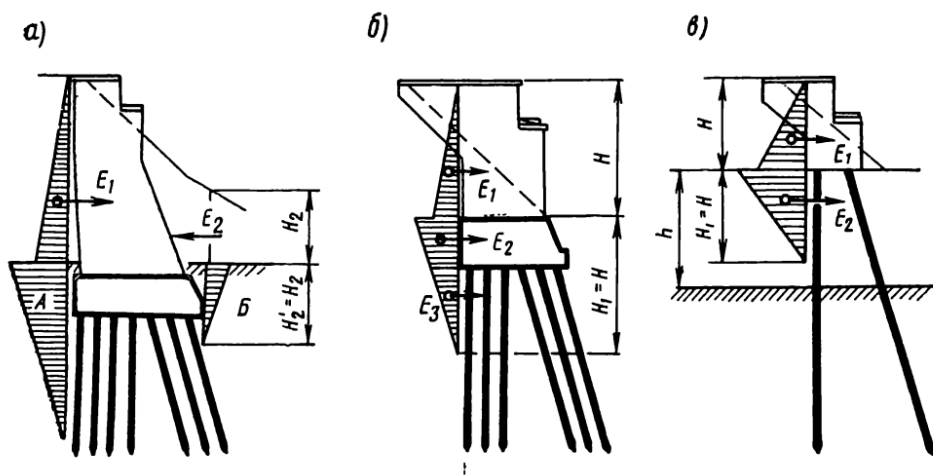


Рисунок 4.3. Схема эпюры бокового давления грунта насыпью

Боковое давление грунта на фундамент устоя описывается двумя эпюрами А и Б, показанными на рисунке 4.3.

Горизонтальный катет эпюры А определяется как произведение  $n\gamma H$ , где  $H$  – высота насыпи,  $\gamma$  – вес грунта насыпи,  $n$  – коэффициент, принимаемый в зависимости от вида грунта, прилегающего к свае. Для плотных песков, гравия, гальки, суглинков и глины полутвердой он принимается равным 0,35; для песков и супесей средней плотности, тугопластичных суглинков и глин равным 0,5; для песков и супесей, рыхлых пылеватых песков, мягкопластичных глин и суглинков равным 0,65; для суглинков, глин и илов текучей консистенции равным 0,5. Для обсыпных устоев значение горизонтального катета эпюры Б принимается равным  $\frac{2}{3}n\gamma H$ .

Вертикальный катет эпюры В определяется как расстояние от основания насыпи до образующей конуса насыпи по вертикали, проходящей по передней грани ростверка. Вертикальный катет эпюры А определяется в зависимости от свойств грунтов, через которые проходит фундамент опоры. Вертикальный катет эпюры А -  $H_1$  при  $n = 0,5$  принимается равным  $H$ . При прочих значениях коэффициента  $n$  величина  $H_1$  соответственно увеличивается или уменьшается согласно рисунку 4.4. Значение  $H_1$  вычисляется исходя из подобия треугольников.

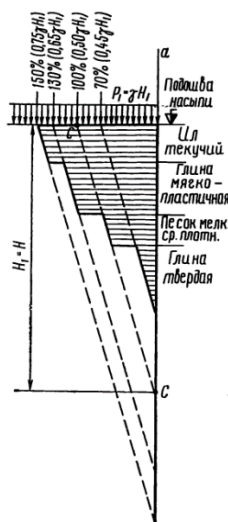


Рисунок 4.4. Определение глубины распространения  $H_1$  эпюры бокового давления

## ГЛАВА 5. ОБЗОР АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ РЕШЕНИЙ И ПО, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ НДС ТЕЛА И ФУНДАМЕНТА МОСТОВОЙ ОПОРЫ

### 5.1. ПК Plaxis 2D и Plaxis 3D

ПК Plaxis 2D и Plaxis 3D – программная система, основанная на методе конечных элементов, используется для решения задач инженерной геотехники. Представляет собой пакет вычислительных программ для конечно-элементного расчёта напряжённо-деформированного состояния сооружений, фундаментов и оснований. Численное моделирование на основе метода конечных элементов отличается от обычных инженерных расчетов тем, что использует понятие «модель грунта», т. е. несколько различных уравнений, описывающих то или иное поведение грунта.

Рассмотрим две самые распространенные модели грунта [18]. Первая, наиболее простая, это модель Мора-Кулона, называемая также идеально пластичной. Она опирается на закон упругости Гука (одно уравнение) и уравнением предельного состояния Мора-Кулона (второе уравнение). Таким образом деформации разделяются на упругие и пластические:  $\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p$ . Характерной особенностью данной модели является то, что деформации, в том числе пластические, считаются обратимыми.

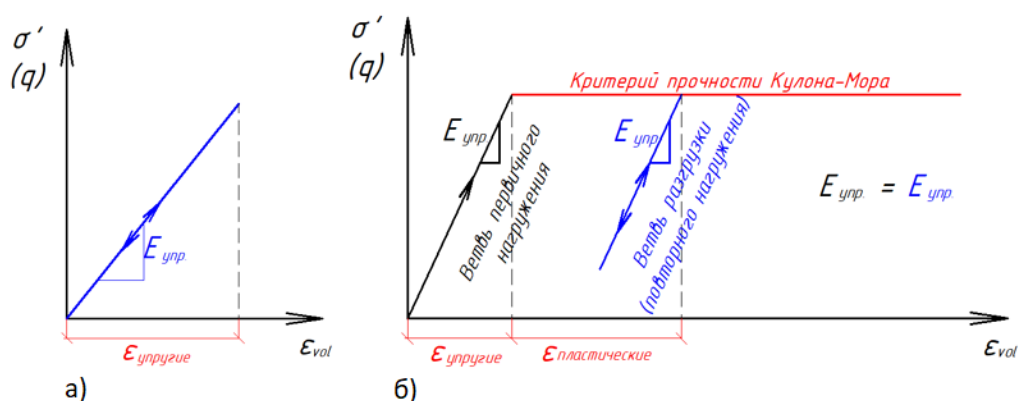


Рисунок 5.1. График зависимости напряжений от деформаций: а) для линейно упругой модели (Linear-Elastic), б) для модели Мора-Кулона (Mohr-Coulomb)

В область применения модели входят задачи расчёта устойчивости откосов насыпей, дамб, плотин, склонов, в том числе оползневых, а также расчёты по несущей способности оснований фундаментов зданий и сооружений. Не рекомендуется к применению в задачах, моделирующих разгрузку грунта (котлованы).

Второй, не менее популярной моделью является модель упрочняющегося грунта Hardening Soil. Она является усложненной версией модели Мора-Кулона. Отличается она в первую очередь тем, что описывает нелинейную зависимость между девиатором напряжений и осевой деформацией в допредельной области нагружения (рисунок 5.1), также в данной модели жесткости грунта зависит от напряжений.

Модель упрочняющегося грунта использует три различных модуля деформации: секущий модуль при 50%-ой прочности, одометрический и модуль разгрузки и повторного нагружения, которые зависят от величины наименьшего главного напряжения.

Модель основывается на уравнении зависимости между вертикальными деформациями  $\varepsilon_1$  и девиаторными напряжениями  $q$  (гиперболической) при первичном трехосном нагружении (уравнение 5.1):

$$-\varepsilon_1 = \frac{1}{E_i} \frac{q}{1 - \frac{q}{q_a}} \quad (5.1)$$

где  $q_a$  – асимптотическое значение сдвиговой прочности, а  $E_i$  – начальная жесткость, связанная  $E_{50}$  (секущем модулем) уравнением 5.2:

$$E_i = \frac{2E_{50}}{2 - R_f} \quad (5.2)$$

Таким образом, данная модель более точно описывает поведение грунта при нагружении и, в отличие от модели Мора-Кулона, при разгрузке.

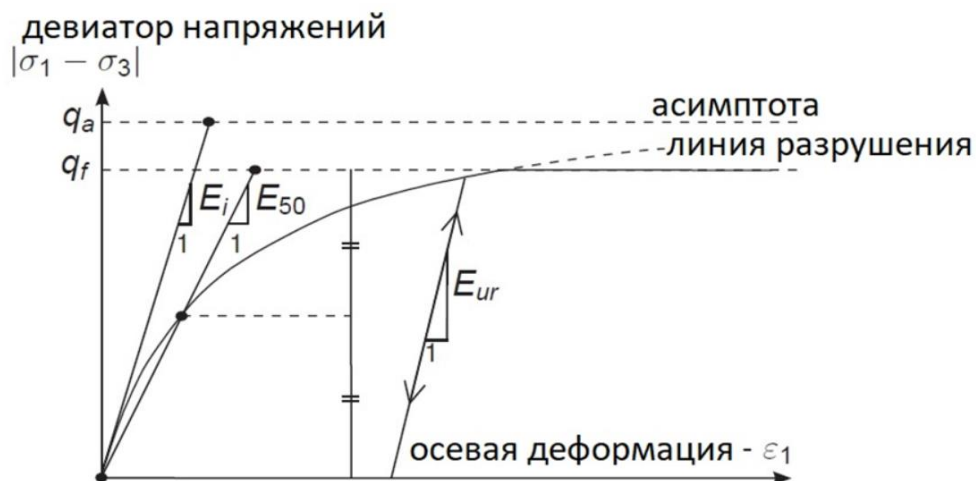


Рисунок 5.2. График зависимости напряжений от деформаций для модели упрочняющегося грунта (Hardening Soil)

Расчеты в ПК Plaxis существуют двух типов: пластический и консолидационный. Пластический расчет грунтов существует двух типов – расчет грунтов в стабилизированном (уплотнение грунта под действием внешней нагрузки завершено) и нестабилизированном (уплотнение не завершено) состоянии. Первый направлен на получение конечного напряженно-деформированного состояния и конечных деформаций, второй на оценку деформаций в условиях нестабилизированного состояния грунта. Консолидационный расчет хорошо моделирует процессы, протекающие во времени и направлен на получение времени консолидации (время рассеивания избыточного порового давления в грунте). Консолидация – процесс перехода грунта из нестабилизированного состояния в стабилизированное.

## 5.2. ПК Midas GTS NX

Midas GTS – конечно-элементный программный пакет, предназначенный для решения задач геотехники. Так же, как и ПК Plaxis, используется для расчёта напряженно-деформированного состояния сооружений, фундаментов и оснований и опирается на модели грунта, включая описанные выше. В целом программный пакет аналогичен представленному в Plaxis.



## **ГЛАВА 6. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВНУТРЕННИХ УСИЛИЙ В ЭЛЕМЕНТАХ ФУНДАМЕНТА МОСТОВОЙ ОПОРЫ. РАЗРАБОТКА РЕКОМЕНДАЦИЙ ПО ВЫБОРУ МЕТОДОВ ОЦЕНКИ НДС КРАЙНЕЙ ОПОРЫ МОСТОВОГО СООРУЖЕНИЯ**

### **6.1. Описание исследуемой конструкции**

В качестве модельной задачи, на примере которой будут рассмотрены и применены описанные выше методы, был взят расчет крайней опоры №1 на путепроводе через Горьковскую железную дорогу ПК-920. Рассмотрим краткое описание данной трассы.

Климатические условия следующие: климат умеренно континентальный, с длинной холодной зимой и коротким теплым летом, следовательно район строительства является строительно-климатическим районом типа II В [17]. Для него характерна среднемесячная температура в январе от -14 до -4 градусов; в июле от +12 до +21 градуса. Среднегодовое количество осадков составляет 564 мм в год.

Описание трассы ПК 920: трасса является автомобильной дорогой категории 1Б с расчетной скоростью 120 км/ч. Габарит мостов и путепроводов на исследуемом ходу принят 2 (Г-10,5) [11] и включает 4 полосы движения по 3,75 м; разделительную полосу 3 м, включая полосы безопасности шириной 1 м; полосы безопасности у края пролетного строения справа по ходу движения шириной 2 м.

Пролетное строение – железобетонное температурно-неразрезное индивидуального проектирования. В поперечном сечении представляет собой 11 сборных предварительно напряженных железобетонных балок заводского изготовления двутаврового сечения с укороченными консолями длиной 28 м, расположенных с максимальным шагом 2,31 м в осях, объединенных монолитной

железобетонной плитой проезжей части минимальной толщиной 180 мм. Высота балок составляет 1,53 м.

Крайние опоры путепровода – монолитные железобетонные обсыпные стоечные, со стойками прямоугольного сечения толщиной 1 м, объединенными ригелем высотой 1 м. Промежуточные опоры путепровода – монолитные железобетонные с 6 стойками диаметром 1 м, объединенными монолитным железобетонным ригелем высотой 1 м.

Конструкция сопряжения пролетного строения с насыпью осуществляется за счет монолитных железобетонных плит, выполненных из бетона класса В30, опирающихся на консоль шкафной стенки устоя, а со стороны насыпи на монолитный железобетонный лежень (бетон В30). Переходные плиты имеют длину 8 м и толщину 400 мм. В поперечном направлении переходная плита устраивается единой монолитной конструкцией на всю ширину путепровода. Армирование железобетонных элементов сопряжения выполнено арматурой классов А400 (марка стали 25Г2С) и А240 (марка стали Ст3сп). Отсыпка конусов произведена с уклоном 1:1,5 на первые 6 м и 1:1,75 на последующие дренирующим грунтом с коэффициентом фильтрации не менее 2 м/сут и коэффициентом уплотнения не менее 0,98. Уклон лобового откоса составляет 1:1,5 на первые 6 м и 1:1,75 на последующие. В основании конуса по периметру установлен монолитный бетонный упор (бетон В25) шириной 400 мм и высотой 500 мм.

Рассмотрим строение крайней опоры №1. Её фундамент состоит из четырех рядов железобетонных свай прямоугольного сечения размером 0,35 \* 0,35 метров, в ряду содержится по 23 сваи высотой 15 метров, соединенных высоким ростверком (т.е. ростверком, находящимся выше естественной поверхности грунта). Тело устоя состоит из пяти конусообразных стоек, располагающихся на расстоянии 4,4 метра друг от друга, объединенных насадкой высотой 1 метр, и шкафной стенки. Продольный и поперечный профили устоя изображены на рисунке 6.1.

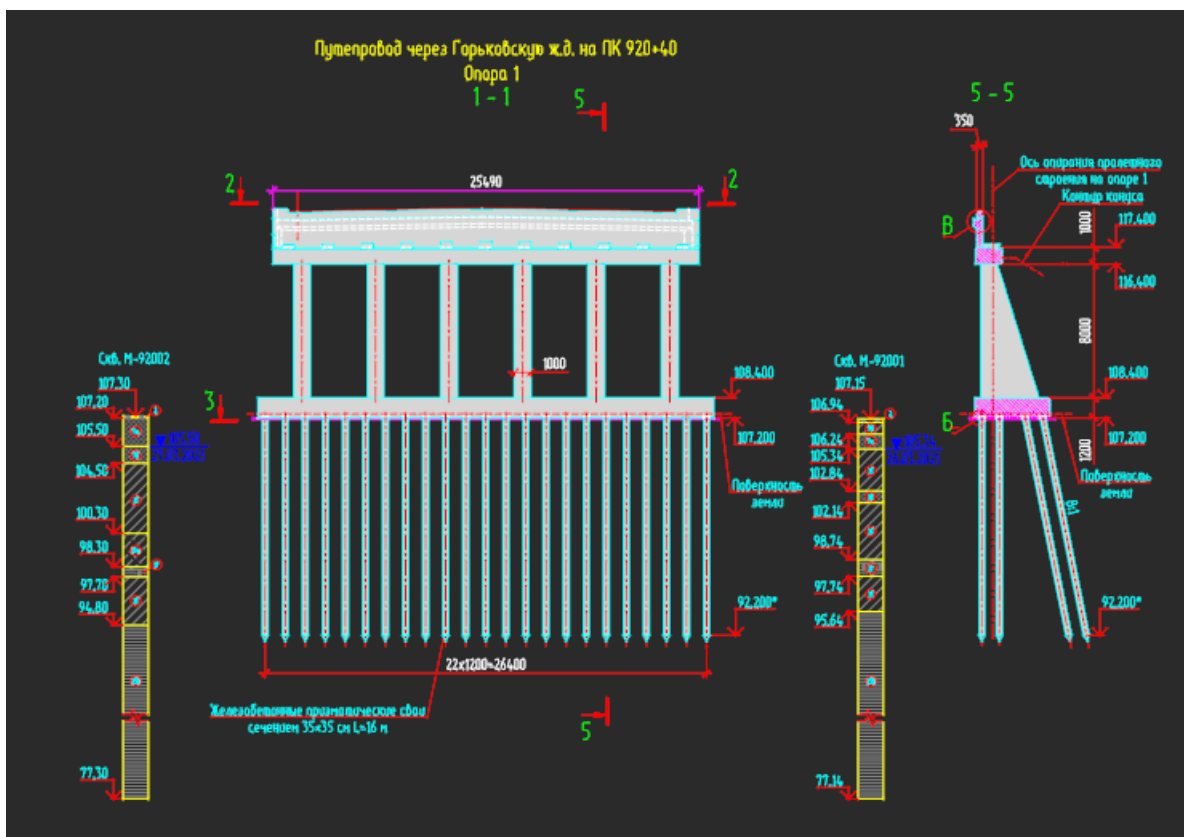


Рисунок 6.1. Изображение продольного (слева) и поперечного (справа) профиля опоры 1.

На 4 опорах путепровода ПК 920, в том числе на крайней опоре №1, были установлены марки (по три на опору) и проведен мониторинга осадок. Марки располагались на ригеле (насадке), и были установлены сразу после его бетонирования. Таким образом, имеются значения осадок насадки устоя за определенный период времени.

Рядом с опорой №1 располагались две скважины, дающие сведения о физико-механических свойствах грунта. При выборе скважины следует выбирать ту, которая содержит грунты, по классификации находящиеся ближе к слабым. Как правило слабыми грунтами являются пылеватоглинистые грунты в текучем состоянии, илы, заторфованные грунты и пески в рыхлом состоянии. Имеются две скважины: М-92001 и М-92002. В первую скважину входят грунты 9в, 7а, 15, 15в. Во вторую 7б, 17а, 15, 15в. В таблице 6.1 представлены характеристики перечисленных грунтов. Для расчетов была выбрана скважин М-92001, как моделирующая наиболее неблагоприятную с физической точки зрения ситуацию по критерию содержания грунтов с более низким модулем деформации.

Таблица 6.1. Характеристики грунтов

ИГЭ	Название	$\gamma_{\text{unsat}}$ , кН/м <sup>3</sup>	$\gamma_{\text{sat}}$ , кН/м <sup>3</sup>	e	E, кПа	v	c', кПа	$\phi'$ , °	к <sub>ф</sub> , м/ сут
Насыпь	Песок	17,7	21,3	0,5	30000	0,3	1	35	1
9в	Суглинок легкий песчанистый полутвердый незасоленный с прослоями твердого	18,84	19,66	0,689	18300	0,35	46	25	0,05
7а	Песок средней крупности неоднородный водонасыщенный средней плотности незасоленный с прослоями пылеватого	17,95	19,7	0,632	26100	0,3	4	28	5
7б	Песок средней крупности неоднородный водонасыщенный средней плотности незасоленный с прослоями пылеватого	20,11	19,7	0,552	27800	0,3	1	34	5
17а	Супесь песчаная с щебнем пластичная незасоленная	19,99	20,85	0,517	24500	0,35	35	28	0,5
15	Суглинок тяжелый песчанистый полутвердый незасоленный с прослойками тугопластичного, твердого и глины	19,31	19,7	0,693	25300	0,35	42	17	0,000018
15в	Глина тяжелая твердая незасоленная	17,54	18	1,038	15000	0,42	67	18	0,0082

## 6.2. Решение задачи в ПК Plaxis 2D

В специализированном геотехническом программном пакете Plaxis 2D была построена и решена задача определения напряженно-деформированного состояния крайней опоры №1 путепровода ПК 920. В неё вошли: напластование грунтов, опора, прилегающая к ней насыпь и воспринимаемая опорой нагрузка

от плиты проезжей части. Элементы устоя моделируются одномерными элементами типа Plate, имеющими длину и инерционные характеристики. В качестве модели грунта, используемой в расчете, применена идеально пластичная модель Мора-Кулона. Выбран консолидационный тип расчета, так как он наиболее точно моделирует процессы, протекающие во времени. Это сделано для последующего сравнения полученных перемещений осадки с результатами мониторинга. Фазы расчета по временным рамкам и производимым в их период строительным работам соответствуют указанным в мониторинге.

В результате расчета были получены значения НДС опоры и, в частности, значения вертикальных перемещений насадки. Вид построенной модели показан на рисунке 9.

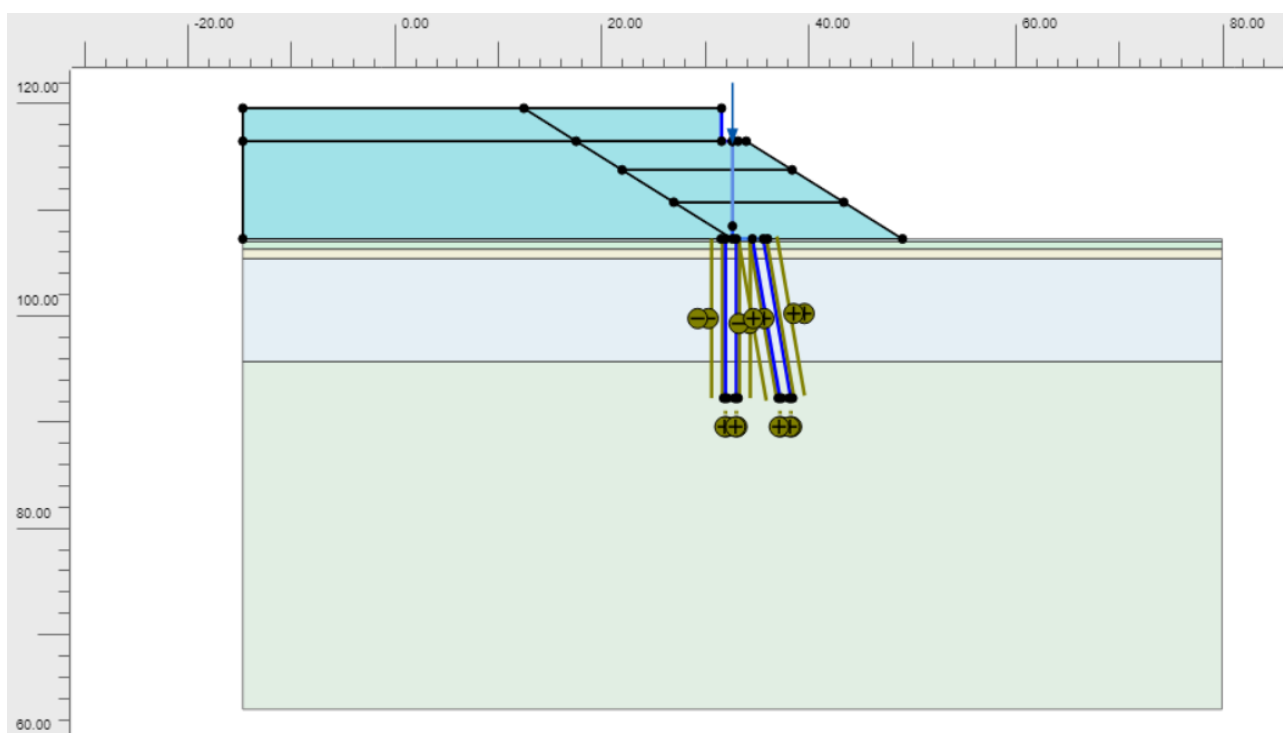


Рисунок 6.2. Модель задачи, построенная в ПК Plaxis 2D

Сравнение вертикальных перемещений  $u_y$  с результатами мониторинга приведено на рисунке 6.3. По нему видно, что на первом шаге по времени перемещения, полученные в ПК Plaxis 2D, значительно превосходят полученные в результате мониторинга данные. Связано это с тем, что в нулевой для мониторинга момент времени в районе опоры происходит выпор грунта

(перемещение уровня естественной поверхности вверх), вызванный возведением насыпи слева от опоры, а ПК Plaxis 2D для описания поведения грунта была использована модель Мора-Кулона, которая является достаточно упрощенной и идеально пластичной, что и вызывает значительно завышенные вертикальные перемещения основания грунтового массива в районе опоры. В свою очередь данные перемещения передаются насадке. На последующих шагах по времени полученные в Plaxis 2D значения  $u_y$  выравниваются и приближаются к картине, полученной по результатам мониторинга.

Суммарное значение  $|u_y|$ , полученное за период мониторинга, составило 55 мм по реальным измерениям и 66 мм по результатам решения в ПК Plaxis 2D. Таким образом разница между полученными значениями составила 20%, что в условиях неточности определения физико-механических свойств грунта по лабораторным испытаниям (вариативность в определении веса грунта, угла внутреннего трения и т.д.) этот результат является весьма положительным. Для получения более близкой корреляции можно провести верификацию физико-механических свойств грунта.

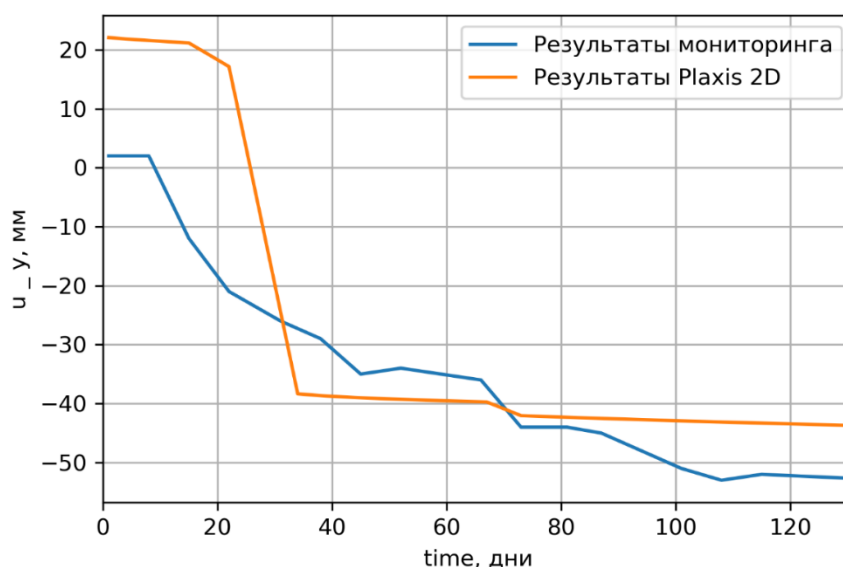


Рисунок 6.3. Сопоставление данных мониторинга с результатами, полученных в ПК Plaxis 2D

В результате решения поставленной задачи была получена картина напряженно-деформированного состояния рассматриваемой опоры. Из данных результатов для сравнения с решениями, полученными другими способами, была выбрана эпюра моментов свай, находящихся в крайнем левом ряду (так как для них изгибающие моменты принимают наибольшие значения, так как свайный ряд располагается ближе всего к насыпи и, следовательно, воспринимает наибольшее боковое давление от её веса). Эпюра изгибающего момента в сваях из выбранного ряда изображена на рисунке 6.4. Вид эпюры физичен, итоговое максимальное значение изгибающего момента, полученная после обработки полученного в программе результата с учетом того, что сваи располагаются в ряду, составила  $59,28 \text{ кН} \cdot \text{м}$ .

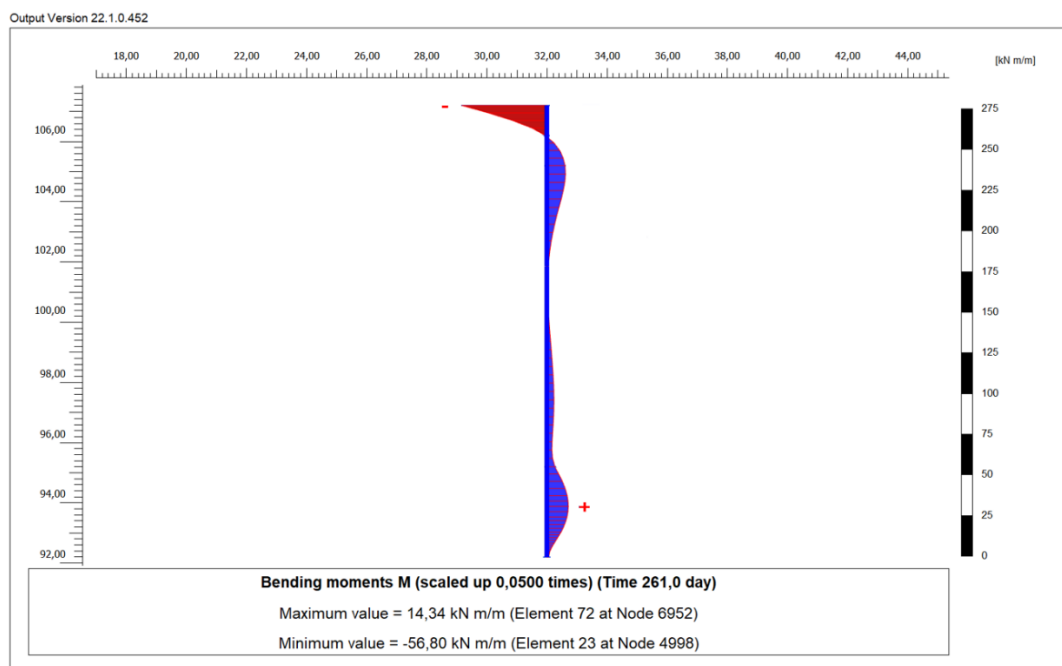


Рисунок 6.4. Сопоставление данных мониторинга с результатами, полученных в ПК Plaxis 2D

### 6.3. Решение задачи методом условной заделки и методом коэффициентов постели

Согласно описанным ранее двум методикам в ПК Midas Civil были построены две модели. Они включают в себя элементы устоя, имеющие длину, инерционные характеристики (площадь, момент инерции) и характеристики

материала (модуль упругости, коэффициент Пуассона). Также в модели входит внешнее воздействие от веса плиты проезжей части, приложенное к насадке устоя и граничные условия, наложенные на концах свай.

Модель, построенная по методу коэффициентов постели, имеет дополнительно заданные в узлах свай жесткости, моделирующие взаимодействие сваи и грунта. На концах свай заданы граничные условия, запрещающие перемещения по оси Z. Общий вид модели показан на рисунке 6.5.

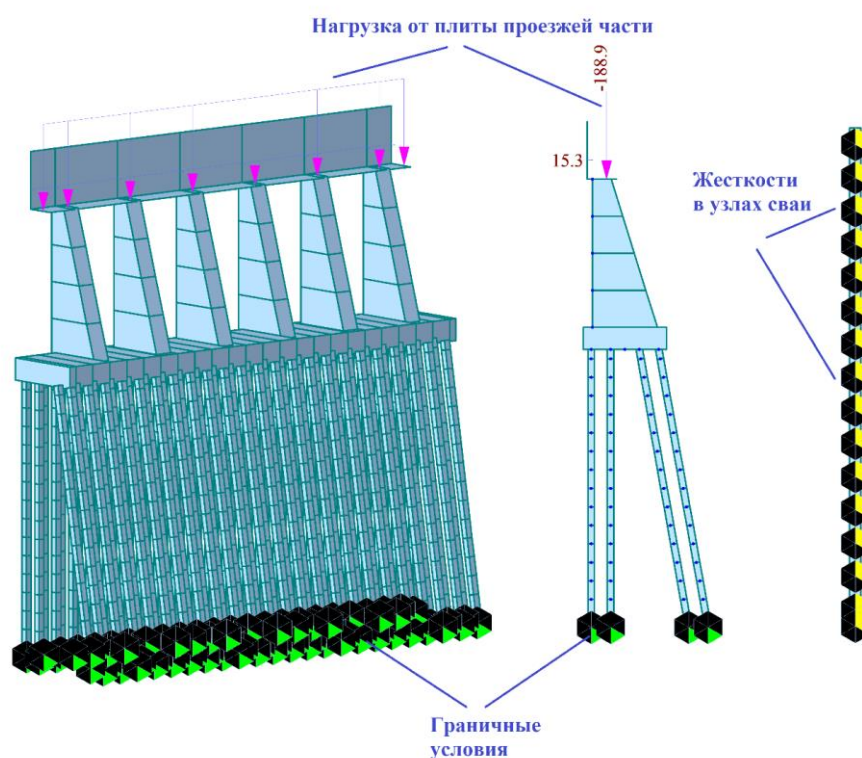


Рисунок 6.5. Модель решения методом коэффициентов постели, построенная в ПК Midas Civil

В модель, построенная по методу условно заделки, имеет в качестве граничных условий жесткую заделку в узлах свай, расположенных от подошвы ростверка на расстоянии, вычисленном по формуле (4.2). Вид численной модели изображен на рисунке 6.6.



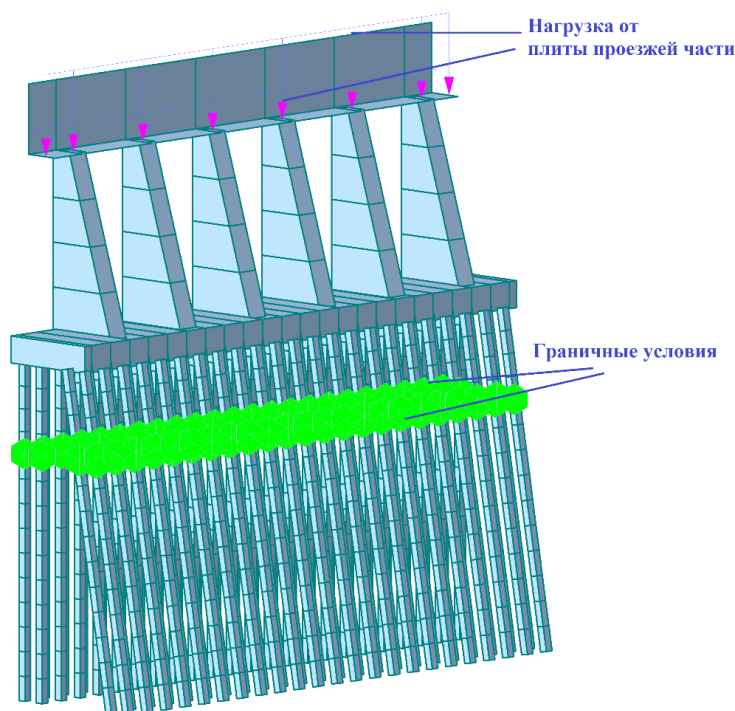


Рисунок 6.6. Модель решения методом условной заделки, построенная в ПК Midas Civil

Полученные результаты напряженно-деформированного состояния в элементах устоя достаточно близко совпали. Это показано на рисунке 6.7 на примере сопоставления эпюр моментов, полученных в вертикальных сваях из крайнего левого ряда. Видно, что эпюра, полученная методом условной заделки имеет более грубый и менее физичный вид, однако верхняя её часть очень близко совпадает с результатом, полученным методом коэффициентов постели. Также максимальные значения моментов различаются менее, чем на процент. Таким образом, оба метода пригодны к применению в равной степени. Однако полученные максимальные значения изгибающего момента по данным способам меньше получены в ПК Plaxis 2D практически в 20 раз. Это вызвано тем, что метод условной заделки и метод коэффициентов постели в чистом виде не учитывают боковое давление от прилегающей насыпи и грунта. Поэтому данные методы корректно применять лишь для расчета промежуточных опор, на которые не опирается насыпь и давление грунтового массива скомпенсировано.

Полученные результат был ожидаем и подтвердил границы применимости методов.

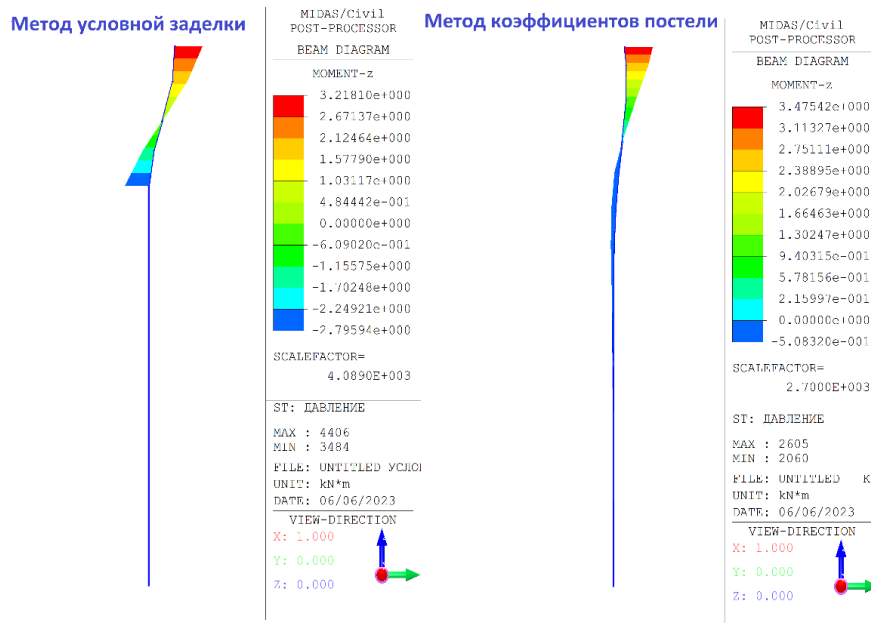


Рисунок 6.7. Сравнение полученных результатов

#### 6.4. Решение задачи в ПК Midas Civil методом условной заделки с учетом бокового давления по СП 35.13330

Для получения корректных результатов методом коэффициентов постели (либо условной заделки, так как они эквивалентны) в задаче определения напряженно-деформированного состояния крайней опоры в построенной модели требуется учесть боковое давление, которое оказывает грунт и насыпь.

Первым шагом учитываем лишь боковое давление насыпи, вычисленное по формуле (4.3). Полученная нагрузка прикладывается к конусообразным стойкам опоры. Горизонтальное давление грунта на фундамент опоры считаем скомпенсированным.

Полученная эпюра моментов (в выбранных для сравнения сваях) модели с данной модификацией изображена на рисунке 6.8. В этом расчете вид эпюры моментов близок к полученному в Plaxis 2D, максимальное значение изгибающего момента составило 52,7 кН\*м.

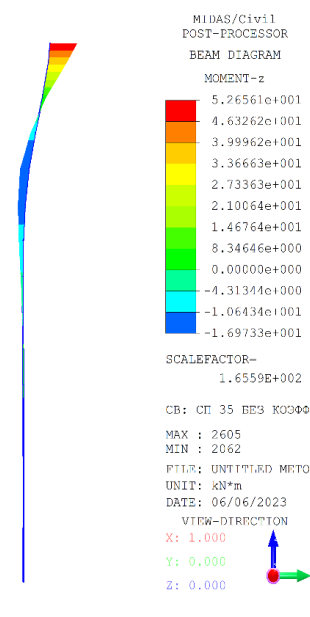


Рисунок 6.8. Эпюра изгибающего момента, полученная методом учета бокового давления по СП 35.13330

## 6.5. Решение задачи в ПК Midas Civil методом условной заделки с учетом бокового давления грунта по методу Луга

Следующим шагом уточнения является модели учет бокового давления насыпи и грунта по методу Луга, описанный в главе 4.3. Данный метод является несколько сомнительным, официально принят он в молдавских нормах, в России же не входит в список рекомендуемых нормативных методик.

Для применения указанного способа к модели, построенной в ПК Midas Civil с использованием методов коэффициентов постели, по методу Луга была приложена нагрузка от горизонтального бокового давления насыпи и грунтового массива. Результат применения метода показан на рисунке 6.9.

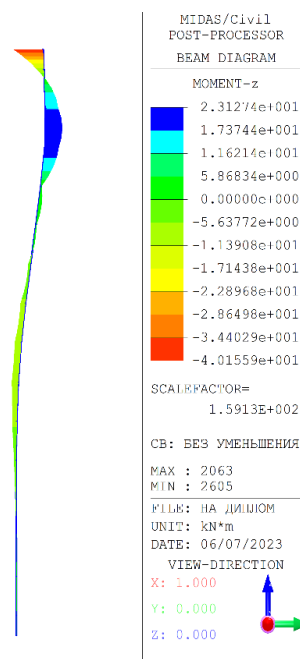


Рисунок 6.9. Эпюра изгибающего момента, полученная методом учета бокового давления по методу Луга

## 6.6. Сравнение решений, полученных в ПК Plaxis 2D и в ПК Midas Civil методом коэффициентов постели с учетом горизонтального бокового давления по методу СП 35.13330 и методу Луга

В работе было рассмотрено три метода, допустимые по области применения для решения задачи определения напряженно-деформированного состояния крайней опоры. Сравнение результатов изображено на рисунке

Полученные эпюры изгибающих моментов для вертикальной сваи из крайнего левого ряда по характеру близки для всех трех способов. Тот факт, что полученные в ПК Midas Civil двумя способами эпюры имеют разные знаки объясняется тем, что они имеют разный характер деформирования (свая, посчитанная по СП 35.13330 изгибается влево, что соответствует результатам, полученным в ПК Plaxis 2D, при этом в Midas Civil и Plaxis 3D приняты разные правила знаков для моментов, соответственно характер полученных эпюр можно считать очень близким; свая, посчитанная по методу Луга изгибается вправо, что является следствием прямого приложения к ней эпюры давления

грунта по методу Луга, таким образом эпюра зеркально противоположна полученной в Plaxis 2D).

Наибольшее значение максимального изгибающего момента дает решение, полученное в ПК Plaxis 2D и составляет по модулю  $59,28 \text{ кН} \cdot \text{м}$ . При этом данное решение имеет наибольшую достоверную точность, так как во-первых является специализированной конечно-элементной программой и во-вторых была произведена проверка данной модели по результатам мониторинга, которая дала достаточное схождение. Значение, полученное в ПК Midas Civil по методу СП 35.13330, меньше результата в Plaxis 2D на  $11,17\%$  и составляет  $52,66 \text{ кН}$  по модулю, по методу Луга – меньше на  $32\%$  и равняется  $40,2 \text{ кН}$ .

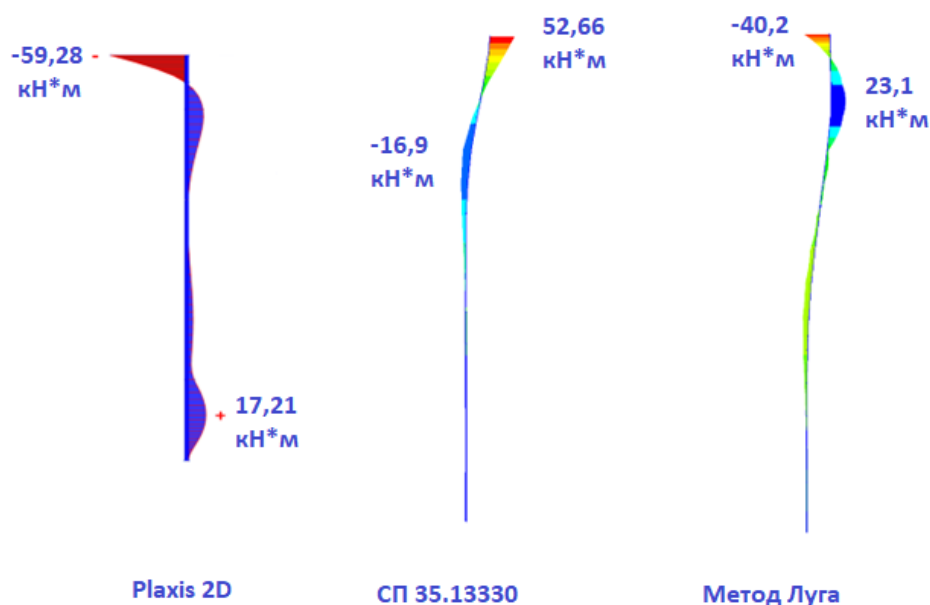


Рисунок 6.10. Сравнение полученных результатов

По результатам сравнения можно рекомендовать к использованию расчет в ПК Plaxis 2D как наиболее достоверно отображающий физику процесса и дающий наиболее точные результаты. Также ПК Plaxis 2D работает в рамках механики сплошной среды и наиболее точно моделирует все грани взаимодействия конструкции с грунтом. В качестве оговорки следует сказать, что использование плоской постановки в данной задаче возможно в силу

симметричности граничных условий и, в частности, наличие достаточно малого шага между сваями в ряду (расстояние между ними  $l$  составляет 1,2 метра при диаметре сваи  $d = 0,35$  метров). Плоская постановка допустима, если соотношение между  $\frac{l}{d}$  находится в диапазоне от 1,5 до 5. При указанном соотношении программа корректно моделирует поведение ряда свай, которое соответствует поведению стены, если же отношение превышает значение 5 поведение сваи поведение каждой из свай, входящих в ряд, перестает соответствовать типу «стена» и стремится к поведению одиночной сваи. Подобные задачи следует решать исключительно в трехмерной постановке, к примеру в ПК Plaxis 3D.

Близкие к нему результаты дает метод коэффициентов постели, усовершенствованный учетом бокового давления насыпи по СП 35.13330. Однако отличие 11% для значений моментов является немного выше допустимого. Вызвана эта разница неучетом горизонтального бокового давления грунта на фундамент опоры.

Попытка включить горизонтальное давление на фундамент опоры в рассмотрение была предпринята применением метода Луга, однако модель, опирающаяся на него, дала неудовлетворительные результаты, и, следовательно, не может быть рекомендована к использованию. Крайне сомнительным является характер деформаций свай, наблюдаемый по результатам расчета. То обстоятельство, что данный метод не был включен в перечень действующих нормативных документов Российской Федерации также мотивирует не рекомендовать его к использованию.

Методы коэффициентов постели и условной заделки без модификаций дают очень близкие результаты. Можно рекомендовать их в равной степени для расчета промежуточных опор, при этом в случае крайней опоры они дают некорректные результаты и не могут быть применены.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В аттестационной работе был выполнен анализ действующих нормативных документов и инженерных методик для определения напряженно-деформированного состояния крайней опоры мостового сооружения, проведен анализ представленного на рынке программного обеспечения для решения указанной задачи, выполнены расчёты модельной задачи крайней опоры существующего мостовых сооружений, выполнено сопоставление результатов мониторинга с расчётами на основе полученных результатов даны рекомендации по использованию тех или иных методов.

По результатам исследования для определения напряженно-деформированного крайней опоры мостового сооружения рекомендуется использовать ПК Plaxis 2D (в случае, когда соотношение расстояния между сваями и диаметра сваи не превышает 5) и ПК Plaxis 3D (если расстояние превышает указанное значение).

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Боровских А. В. Расчеты железобетонных конструкций по предельным состояниям и предельному равновесию.: Учебное пособие – М.: Издательство ассоциации строительных вузов, 2007.-320 с.
2. Глотов Н.М., Луга А.А., Силин К.С., Завриев К.С.М. Свайные фундаменты., «Транспорт», 1975. 432 с.
3. Громов А. Д., Бондаренко А. А. Специальные способы геодезических работ: учебное пособие. – М.: ФГБОУ «Учебно-методический центр по образованию на железнодорожном транспорте», 2014. – 2012 с.
4. Зиборов М. А. Методические указания по проектированию крайних опор автодорожных мостовых сооружений – М.: МА-ДИ, 2016 – 104 с.
5. Кац А.М. Теория упругости. 2-е изд., стер.-СПб.: Издательство «Лань», 2002.-208 с.
6. Леонтьев Н. Н. и др. Основы строительной механики стержневых систем: Учебник - М.: изд-во АСВ, 1996.-541 стр. с илл.
7. Ухов С.Б., Семенов В.В., Знаменский В.В. и др. Механика грунтов, основания и фундаменты: Учеб.пособие М 55 строит. спец. вузов; Под ред. С.Б. Ухова. – 3-е изд., испр. – М.: Высш. шк., 2004. – 566 с.
8. Федоренко Е.В. Геотехника и геосинтетика в вопросах и ответах.: Справочное пособие – СПб.: [WWW.DARIKNIGI.RU](http://WWW.DARIKNIGI.RU), 2016 – 198 с.
9. Федосьев В.И., Сопротивление материалов. Главная редакция физико-механической литературы изд-ва «Наука», 1974 г., 560 стр.
- 10.Цытович Н.А. Механика грунтов: Краткий курс: Учебник. Изд. 5-е.- М.: Книжный дом «ЛИБКОМ», 2009.- 272 с.
- 11.“ГОСТ 2510-2020 Грунты. Классификация.” Москва: Стандартинформ, 2020. 41 с.
- 12.“ГОСТ 32959-2014 Дороги автомобильные общего пользования. Габариты приближения (Переиздание).” Москва: Стандартинформ, 2019. 15 с.



13. Пособие по проектированию земляного полотна автомобильных дорог на слабых грунтах. Введено в действие распоряжением Минтранса России N ОС – 1067-р от 03.12.2003, 252 с.
14. “СП 22.13330.2016 Основания зданий и сооружений. Актуализированная редакция СНиП 2.02.02-83\* (с Изменениями N 1,2,3,4).” Москва: Минстрой России, 2017. 190 с.
15. “СП 24.13330.2021 СНиП 2.02.03-85 Свайные фундаменты.” Москва: Минстрой России, 2021. 82 с.
16. “СП 35.13330.2011 Мосты и трубы. Актуализированная редакция СНиП 2.05.03-84\* (с изменениями N 1, 2, 3).” Москва: Минстрой России, 2016. 350 с.
17. “СП 131.13330.2020 Строительная климатология СНиП 23-01-99\* (с Изменением N 1).” Москва: Минстрой России, 2021. 115 с.
18. PLAXIS CE v20 Пособие по моделям материалов. [PLAXIS CE V20. Пособие по моделям материалов.pdf - Яндекс.Документы \(yandex.ru\)](#)