



ПОЛИТЕХ

Санкт-Петербургский
политехнический университет
Петра Великого



выпускная работа бакалавра

**«ИССЛЕДОВАНИЕ РЕОЛОГИЧЕСКИХ СВОЙСТВ
СУСПЕНЗИЙ НА ОСНОВЕ МОДЕЛИРОВАНИЯ
МЕТОДОМ ДИНАМИКИ ЧАСТИЦ»**

Выполнил: П. А. Поцелуев
Руководитель: В. А. Кузькин

Санкт-Петербург
2016

Введение

Суспензия - грубодисперсная система с твёрдой дисперсной фазой и жидкой дисперсионной средой. Такие смеси повсеместно встречаются как в промышленном производстве, так и в природных процессах.

$$\frac{\mu(c)}{\mu(0)} = Ac + 1 \quad \text{формула Эйнштейна} \quad [1]$$

$$\frac{\mu(c)}{\mu(0)} = \frac{1}{1 - Ac} \quad \text{формула Качанова} \quad [2]$$

- 1) A. Einstein, A new determination of molecular dimensions, Ann. Phys. 19 (4) (1906) 289–306. Correction: A. Einstein, A new determination of molecular dimensions, Ann. Phys. 34 (1911) 591–592.
- 2) Abedian, B. and Kachanov, M.L., On the Effective Viscosity of Suspensions, Int. J. Eng. Sci., 2010, vol. 48

Введение

Объект исследования – двухфазная смесь
проппант-жидкость

Проппант (расклинивающий агент) -
гранулообразный материал, который
используется в нефтедобывающей
промышленности при проведении
гидроразрыва пласта (ГРП)

- Жидкость – ньютоновская
- Частица проппанта – абсолютно
твердое тело сферической формы



Цели и задачи

Цель работы: исследование влияния проппанта на вязкость смеси проппант-жидкость

Задачи:

- разработка математической модели смеси проппант-жидкость
- программная реализация на C++
- нахождение вязкости смеси с помощью компьютерного моделирования
- сравнение результатов с аналитическими и эмпирическими формулами

Методы компьютерного моделирования смеси

Согласно [1], [2]

I. Метод гидродинамики сглаженных частиц (SPH)

II. Метод динамики частиц

- (I) и (II) дают аналогичные результаты
- (II) проще в реализации
- при использовании (II) не возникают артефакты, характерные для (I)

- 1) V.A. Kuzkin, A.M. Krivtsov, A.M. Linkov, "Computer Simulation of Effective Viscosity of Fluid–Proppant Mixture Used in Hydraulic Fracturing", 2014, published in Fiziko-Tekhnicheskie Problemy Razrabotki Poleznykh Iskopaemykh, 2014, No. 1, pp. 3–12.
- 2) V.A. Kuzkin, A.M. Krivtsov, A.M. Linkov, "Comparative Study of Rheological Properties of Suspensions by Computer Simulation of Poiseuille and Couette Flows", 2014, published in Fiziko-Tekhnicheskie Problemy Razrabotki Poleznykh Iskopaemykh, 2014, No. 6, pp. 23–32.

Моделирование смеси пропант-жидкость методом динамики частиц

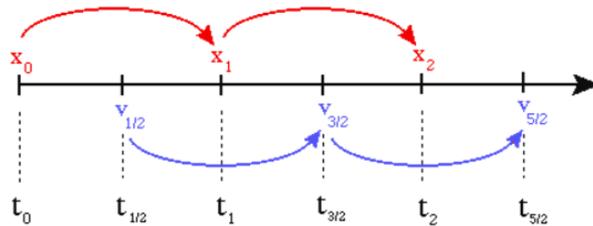
▪ уравнения динамики

$$\Pi(r) = D \left[\left(\frac{a}{r} \right)^{12} - 2 \left(\frac{a}{r} \right)^6 \right]$$

$$m \ddot{\underline{r}}_k = \sum_{n=1}^N \frac{f(|\underline{r}_k - \underline{r}_n|)}{|\underline{r}_k - \underline{r}_n|} (\underline{r}_k - \underline{r}_n), \text{ где } f(r) = -\Pi'(r)$$

$$\underline{x}_{i+1} = \underline{x}_i + v_{i+1/2} \delta t,$$

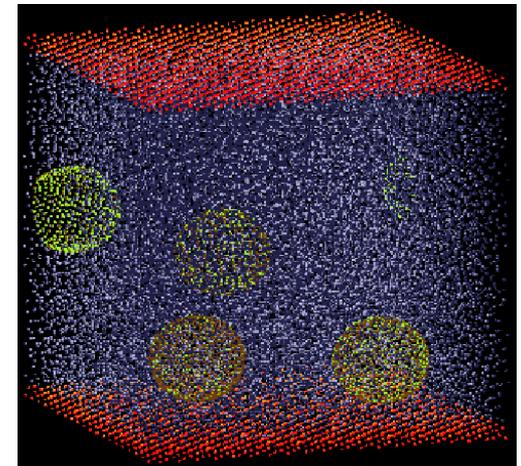
$$v_{i+3/2} = v_{i+1/2} + f(\underline{x}_{i+1}) \delta t$$



на рисунке справа:

- около 30000 частиц жидкости
- концентрация пропанта примерно 0.048
- радиус частицы пропанта относительно ширины канала

$$\frac{R}{L} \approx \frac{1}{8}$$

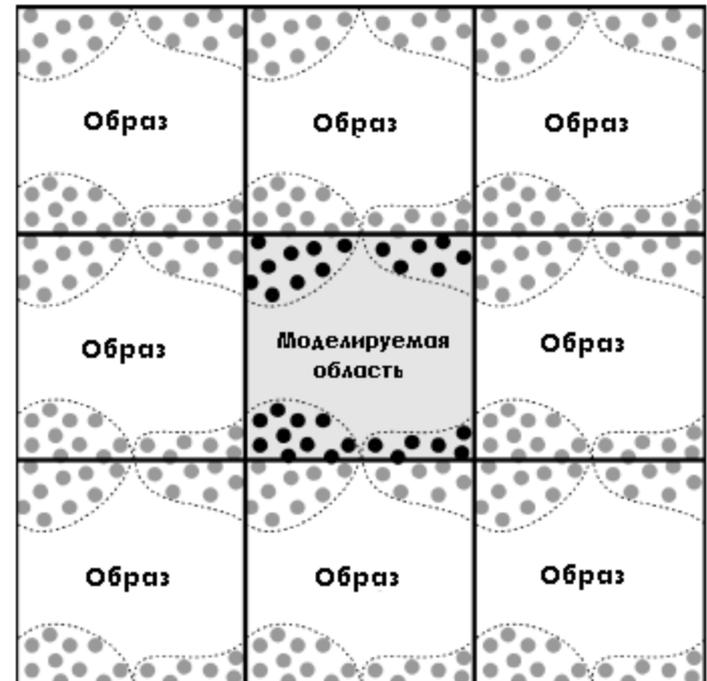


Моделирование смеси проппант-жидкость методом динамики частиц

■ *граничные и начальные условия*

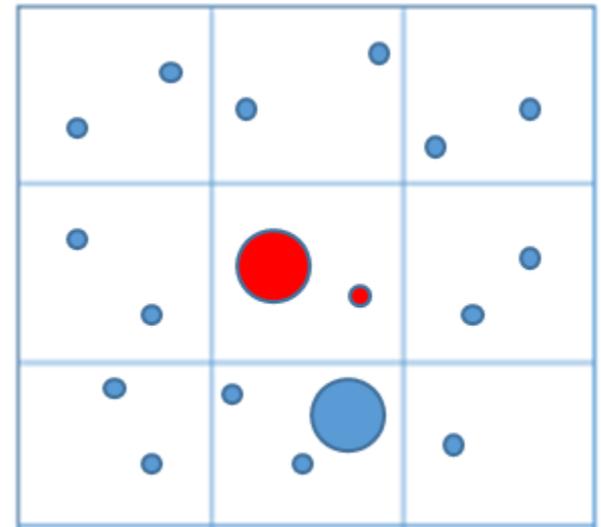
- фиксированные стенки + периодические ГУ
- начальное распределение частиц жидкости – ГЦК
- начальные случайные скорости (тепловое движение)

на рисунке справа – пример периодических ГУ



Моделирование смеси пропант-жидкость методом динамики частиц

- для моделирования частиц пропанта использовался метод микрочастиц



$$m_p \dot{\mathbf{v}}_i = \sum_{\substack{k \in \Lambda_i, \\ j \notin \Lambda_i}} \mathbf{F}_{kj} + m_p \mathbf{g}; \quad \dot{\mathbf{r}} = \mathbf{v}$$

$$\dot{\boldsymbol{\omega}}_i \Theta_p = \sum_{\substack{k \in \Lambda_i, \\ j \notin \Lambda_i}} ((\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i) \times \mathbf{F}_{kj}); \quad \dot{Q} = 0.5w * Q$$

Моделирование смеси пропант-жидкость методом динамики частиц

- **изокинетический термостат для поддержания постоянной температуры**

Температура - мера средней кинетической энергии теплового движения частиц вещества.

Для n-й зоны

$$T_n = 0.5m \frac{\sum_{i=1}^N (v_i - \langle v \rangle_n)^2}{1.5kN}$$

$$\check{v}_i = v_i \sqrt{\frac{T^*}{T_n}}$$

Определения эффективной вязкости на основе течения Пуазейля

профиль скорости

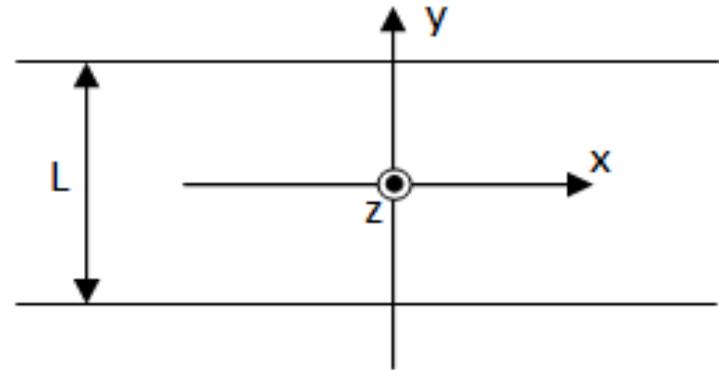
$$v(y) = \frac{\rho f}{2\mu} \left(\left(\frac{L}{2} \right)^2 - y^2 \right)$$

$\rho f = \rho f_i$ - объемная сила

эффективная плотность смеси $\rho = \frac{m_f N_f + m_p N_p}{V}$

$$\langle v \rangle = \frac{\rho f L^2}{12\mu} ; \quad \mu = \frac{\rho f L^2}{12 \langle v \rangle}$$

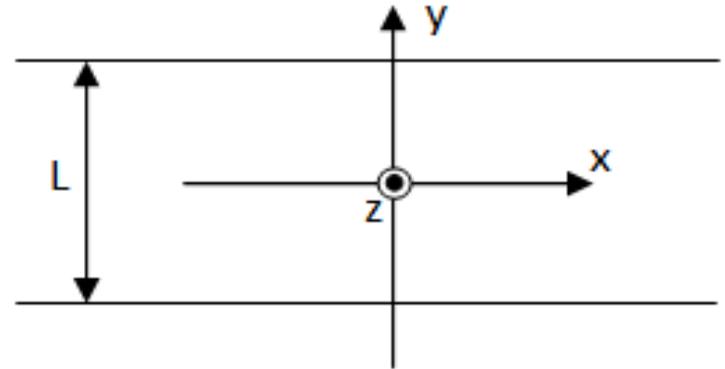
$$f = \frac{f_0}{\rho L^2} ; \quad \frac{\mu(c)}{\mu(0)} = \frac{\langle v \rangle(0)}{\langle v \rangle(c)}$$



Определения эффективной вязкости на основе течения Куэтта

профиль скорости

$$v(y) = \frac{2u}{L} y$$



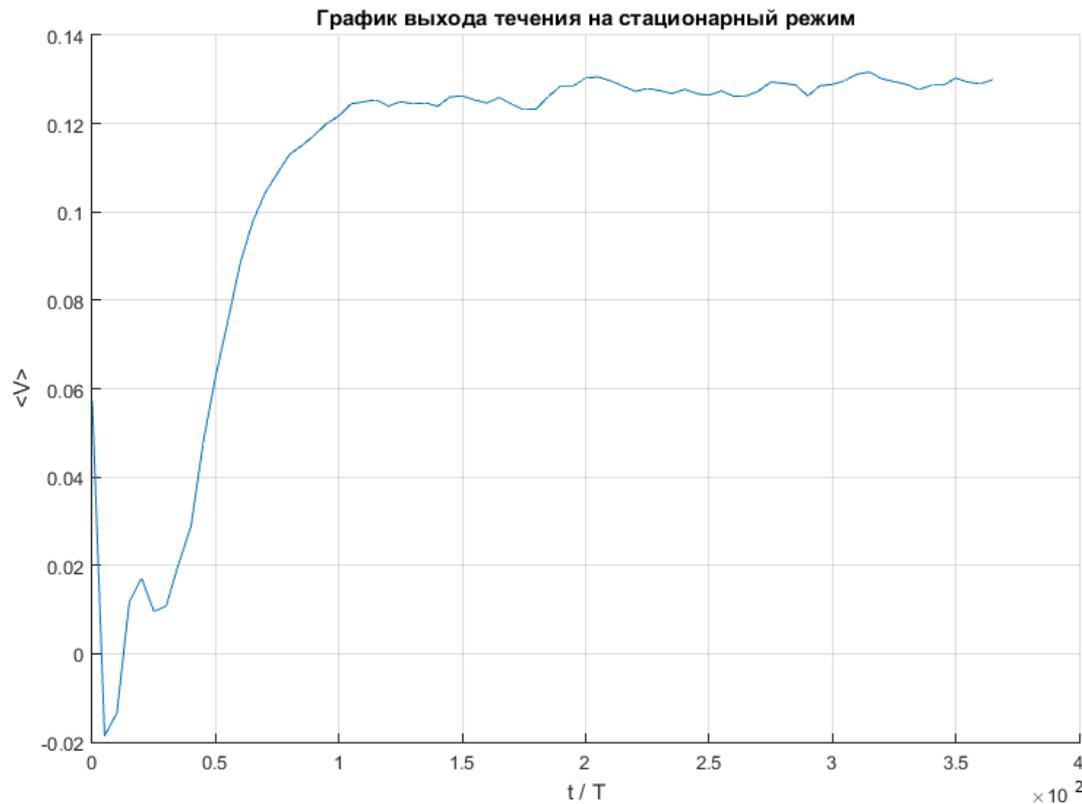
ui – скорость верхней стенки, $-ui$ – скорость нижней

$$\tau = \mu \frac{\partial v}{\partial y} ; \quad \mu = \frac{\tau}{\frac{\partial v}{\partial y}} = \frac{\tau L}{2u} = \frac{F_{wall} L}{2uS}$$

$$u = \frac{u_0 L}{S} ; \quad \frac{\mu(c)}{\mu(0)} = \frac{F_{wall}(c)}{F_{wall}(0)}$$

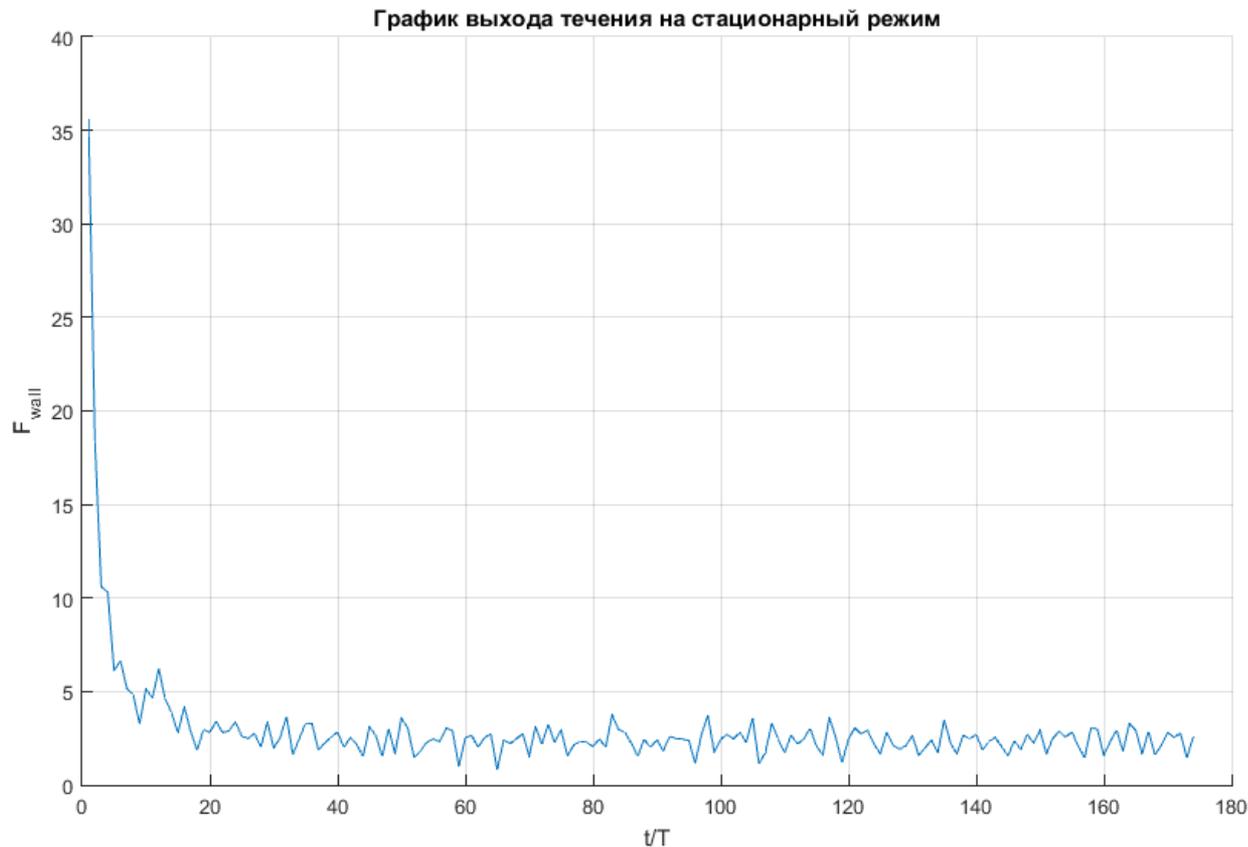
Моделирование смеси при низких концентрациях пропана

- $N=40000$ частиц, шаг $dt=0.01T$, $N=36000$ шагов



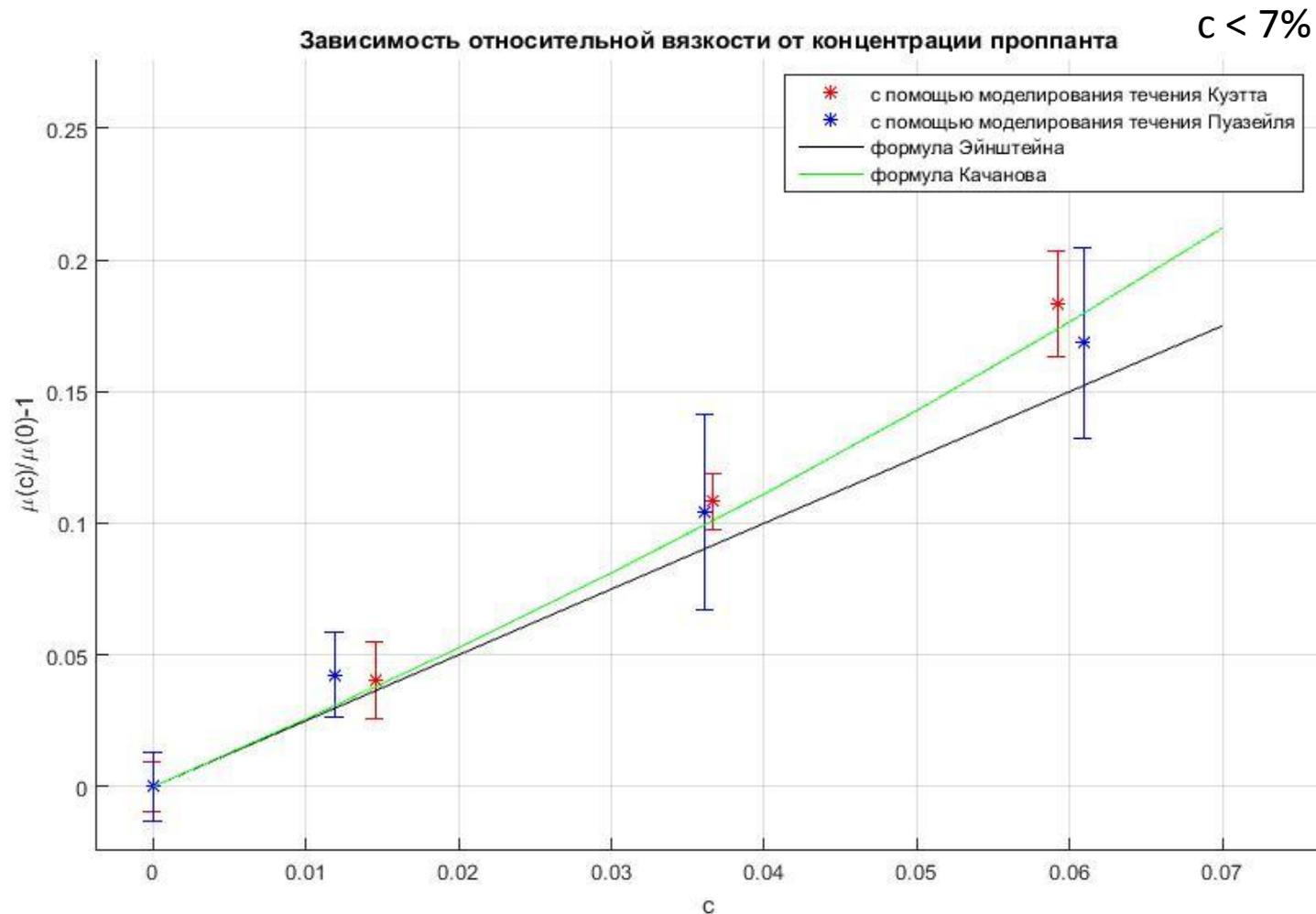
Течение Пуазейля

Моделирование смеси при низких концентрациях пропана



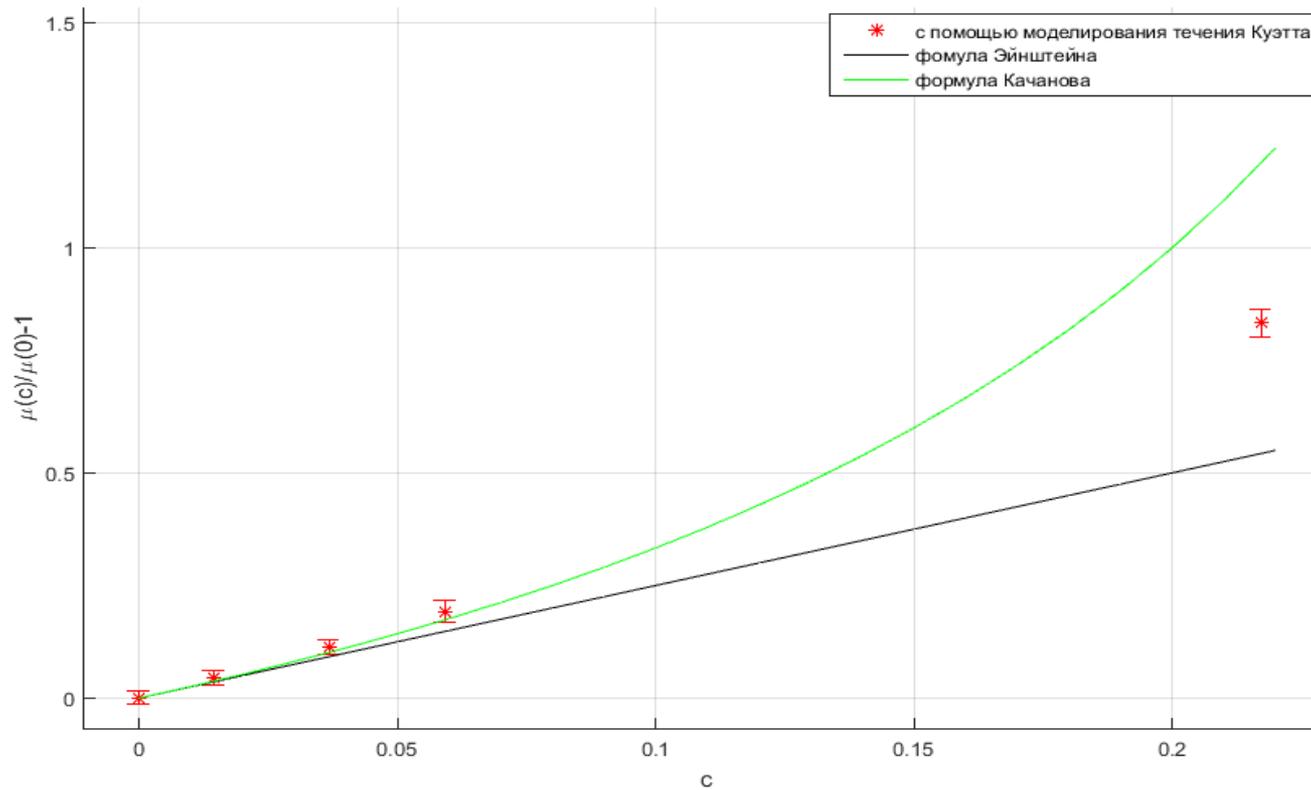
(течение Куэтта)

Моделирование смеси при низких концентрациях проппанта



Моделирование смеси при низких концентрациях проппанта

Зависимость относительной вязкости от концентрации проппанта $c < 25\%$



Расчет погрешностей

погрешности косвенных измерений относительной вязкости (для течения Пуазейля)

$$\Delta_c = \frac{\sqrt{(v_0 \Delta v_c)^2 + (v_c \Delta v_0)^2}}{v_c^2}$$

$\Delta v = St$ - погрешность прямых измерений

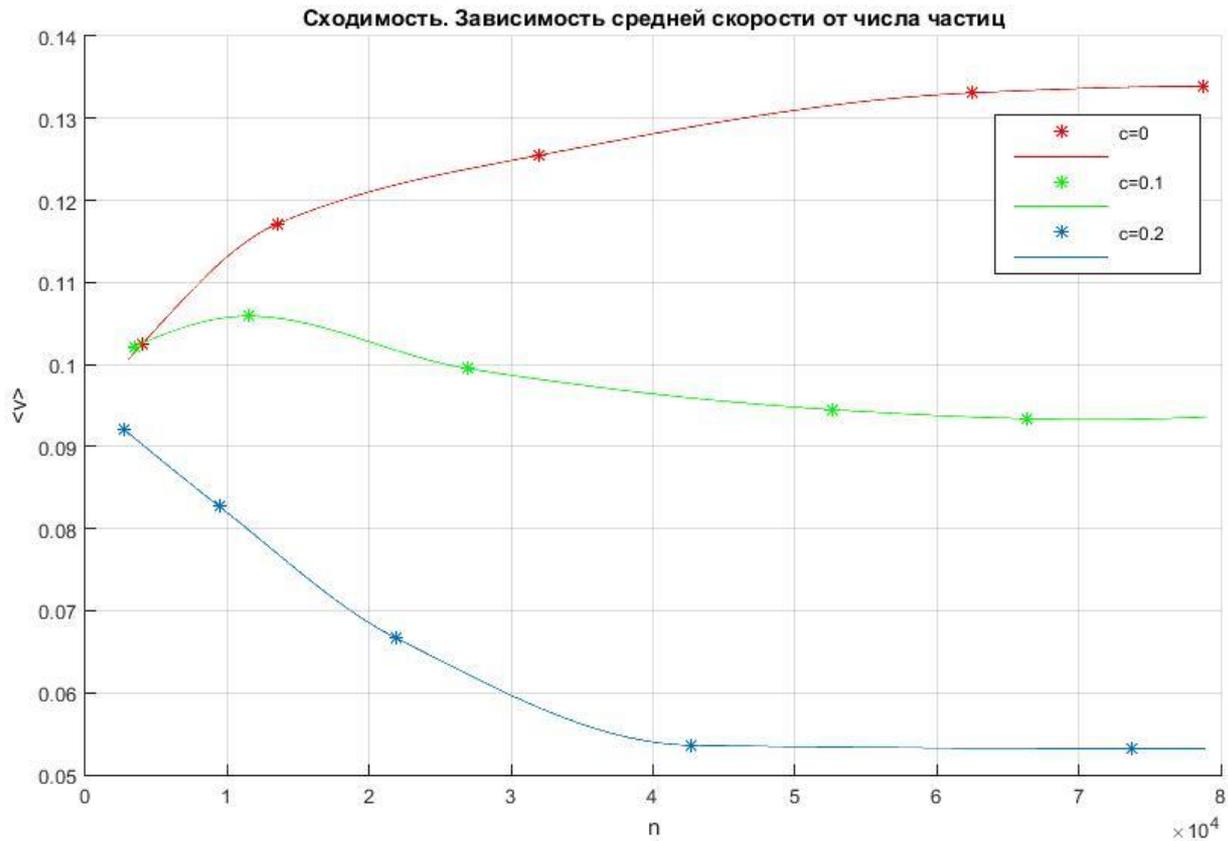
$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (v_i - \langle v \rangle)^2}{n(n-1)}} \quad \text{- среднеквадратичная ошибка среднего арифметического}$$

$t = 2.571$ - коэффициент Стьюдента для надежности $P = 0.95$ и числа измерений $n = 6$

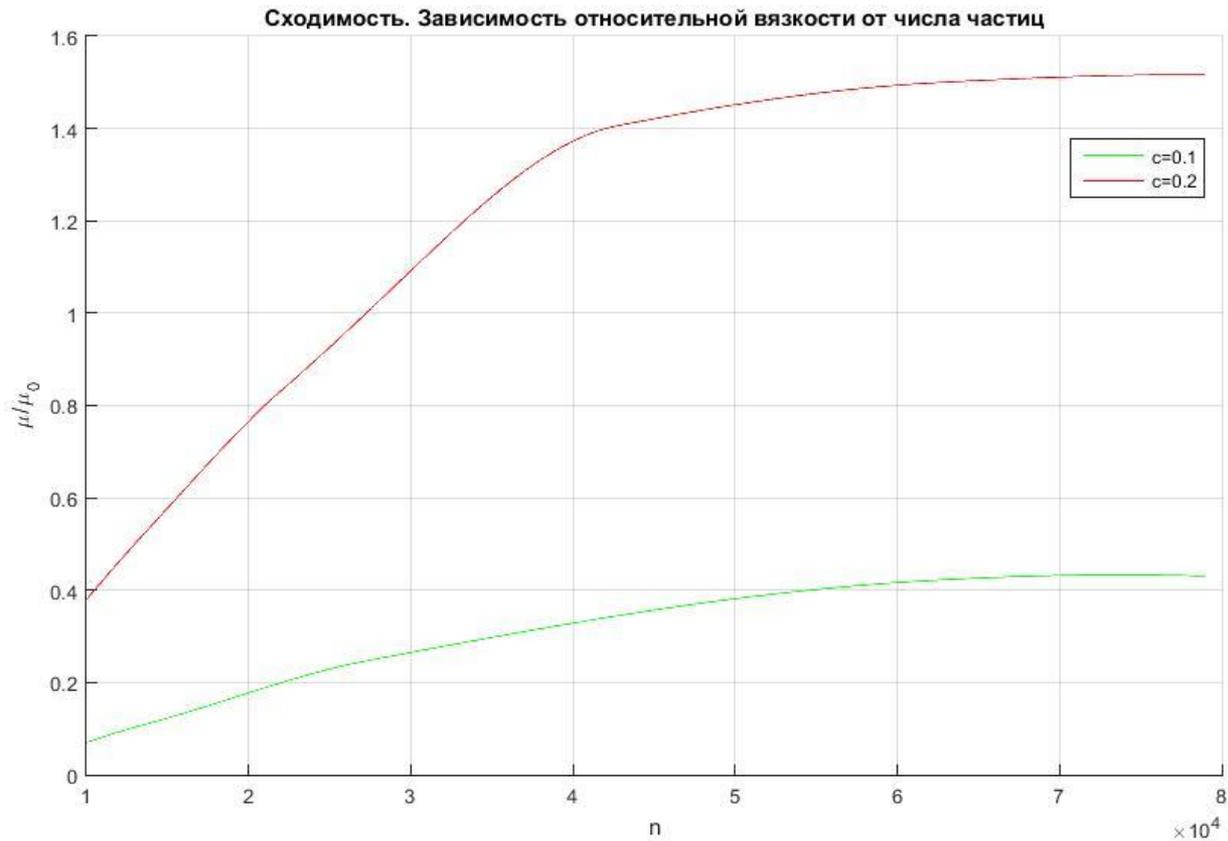
для течения Куэтта – аналогично, погрешность косвенных измерений:

$$\Delta_c = \frac{\sqrt{(F_0 \Delta F_c)^2 + (F \Delta F_0)^2}}{F_0^2}$$

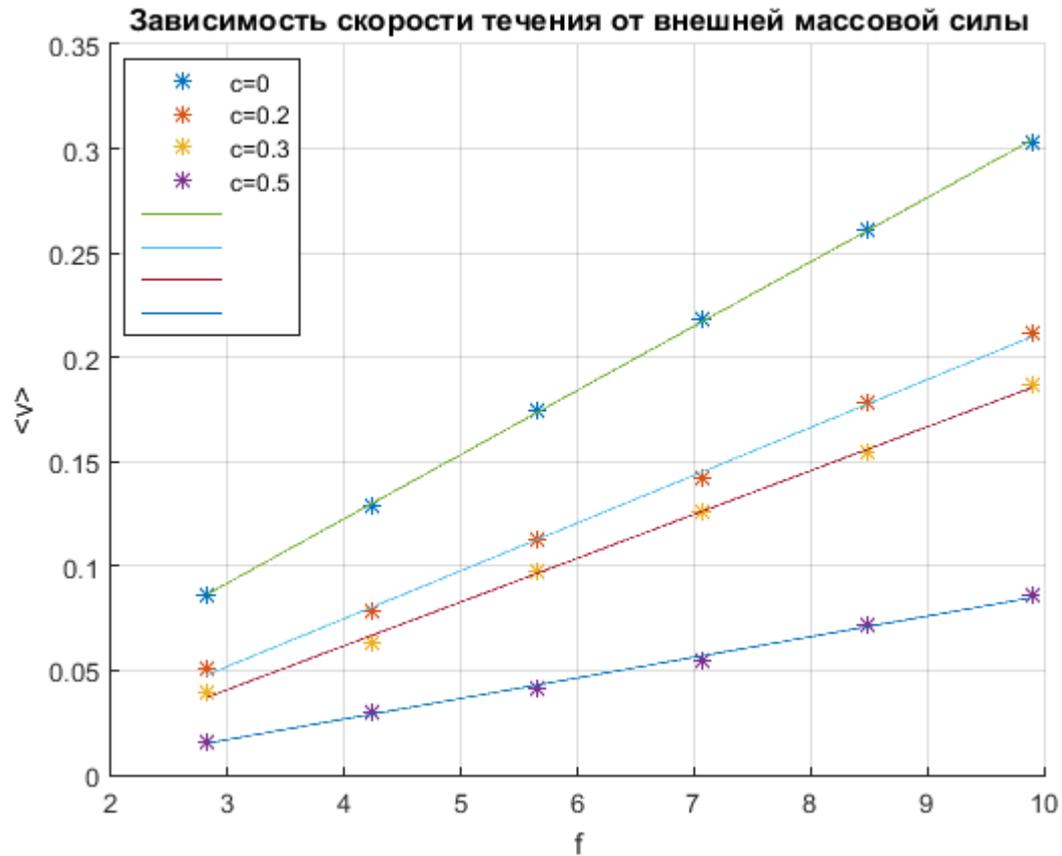
Сходимость по числу частиц



Сходимость по числу частиц



Проверка выполнения закона вязкости Ньютона на основе течения Пуазейля



$$\tau = \mu \frac{\partial v}{\partial y}$$

$$\langle v \rangle = \frac{\rho f L^2}{12\mu}$$

Выводы

- Разработана математическая модель смеси проппант-жидкость на основе метода динамики частиц
- На основе математической модели написан комплекс программ на языке C++, позволяющий моделировать течение смеси проппант-жидкость
- Предложен способ определения эффективной вязкости смеси в зависимости от концентрации проппанта
- Проведено моделирование течения смеси в канале постоянного сечения при объемных концентрациях проппанта до 25%. При низких концентрациях определена зависимость эффективной вязкости смеси от концентрации проппанта
- Проведено сравнение с аналитическими решениями (формулами для эффективной вязкости, предложенными Эйнштейном и Качановым)
- Исследована сходимость решения по числу частиц при некоторых значениях концентрации проппанта

Планируемые направления исследований

- определение эффективной вязкости при высоких концентрациях (выше 25%)
- исследование реологии смеси с несферическими частицами проппанта

Спасибо за внимание!